

Taylor et DL, Couples de variables aléatoires discrètes

• Énoncés / notions à connaître :

Formules de Taylor et DLs

- Notion de dérivées successives d'une fonction. Notations D^n , C^n , C^∞ .
- Linéarité de la dérivée. Formule de Leibniz pour calculer $(fg)^{(n)}$.
- Formule de Taylor avec reste intégral à l'ordre n en a pour f de classe C^∞ .
Notion de polynôme de Taylor à l'ordre n en a (souvent noté P_n).
- Inégalité de Taylor-Lagrange à l'ordre n en a pour f de classe C^∞ .
- Notion de développement limités à l'ordre n en a .
Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe C^∞ .
- Conséquence de la parité / l'imparité sur le DL en 0.
- Développements limités de fonctions usuels. Combinaison linéaire, produit de développement limités. Changement de variable dans un développement limité.

Couples de variables aléatoires discrètes

- Reprise du programme précédente pour une seule variable aléatoire discrète : loi de probabilité, lois usuelles, calcul d'espérance et de variance...
- Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires discrètes.
Notion de variables indépendantes.
- Calcul des lois marginales (celles de X et Y) à partir de la loi du couple (X, Y) .
- Calcul de la loi de $\min(X, Y)$, $\max(X, Y)$, $X + Y$.
- Somme de lois binomiales indépendantes, somme de lois de Poisson indépendantes.
- Théorème de transfert pour le calcul de $E(g(X, Y))$.
- Lorsque X et Y sont indépendantes et admette une espérance (/une variance),
 $E(XY) = E(X)E(Y)$ et $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$.

• Démonstrations à connaître :

- Formule de Leibniz (Théorème 1)
- Formule de Taylor avec reste intégral (Théorème 2)
- Inégalité de Taylor-Lagrange (Théorème 3)