# Programme de khôlles ECG1-B

## # Semaines 13 et 14

# Matrices, Variables aléatoires finies

**• Énoncés / notions à connaitre :**

Matrices inversibles

- Notion de matrice carrée inversible. Propriétés de l'inverse.
- "Un seul côté suffit" : une matrice est inversible ssi elle est inversible à gauche (ou à droite). (Résultat admis)
- Inverse d'une matrice diagonale. Inverse d'une matrice $2 \times 2$.
- Calcul d'inverse à partir d'un polynôme annulateur $P(A) = 0$.
- Lien entre matrices et système linéaires.
- $A$ est inversible ssi l'équation $AX = Y$ admet une unique solution quel que soit $Y$.
- Conséquence : calcul de $A^{-1}$ en résolvant un système linéaire à l'aide du pivot de Gauss.
- $A$ est inversible ssi l'équation $AX = 0$ admet l'unique solution $X = 0$.
- Inversibilité des matrices triangulaires.
- Petites conditions de "non-inversibilité" : une ligne/colonne de zéros, deux lignes/colonnes proportionelles.

Variables aléatoires finies

- Notion de variable aléatoire finie $X$, définie sur un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$.
  Le support de $X$, noté $X(\Omega)$ est l'ensemble des valeurs prises par $X$.
- Évènements associés : $[X = x], [X \leqslant x], [a \leqslant X \leqslant b]$, etc...
- Loi de probabilité d'une variable aléatoire finie. Fonction de répartition : $F_X(x) = P(X \leqslant x)$.
- Loi de probabilité d'un "transfert" $g(X)$ pour $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
- Notion d'espérance. Calcul et propriétés : linéarité, positivité, croissance.
  Notion de variance. Calcul et propriétés.
  Théorème de transfert pour le calcul de $E(g(X))$.
- Lois finies usuelles : variable aléatoire certaine (ou constante), loi uniforme $\mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$, loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$, loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. Espérances et variances associées à ces lois.

**• Démonstrations à connaitre :**

- Espérance et variance d'une loi uniforme $\mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$. (Proposition 10)
- Espérance d'une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. (Proposition 13)
- Formule de Koenig-Huygens : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (Proposition 6)
  et / ou Variance d'une transformation affine : $V(aX + b) = a^2 V(X)$ (Proposition 8)