Programme de khôlles ECG1-B

Semaines 11 et 12

Dérivation, Matrices

• Énoncés / notions à connaitre :

Dérivation

- Notion de dérivée en un point. Dérivée à gauche, à droite. Interprétation graphique : tangente.
- Fonction dérivable / de classe $\mathcal{C}^1$ sur un domaine. Dérivée des fonctions usuelles.
  Dérivée de somme/produit/quotient/composition.
- Dérivabilité d'une bijection réciproque.
- Théorème de Rolle.
- Egalité des accroissements finis (EAF). Inégalité des accroissements finis (IAF).
- Théorème du prolongement de la dérivée (en un point).
- Lien entre dérivée et sens de variation.

Calcul matriciel

- Notion de matrice à coefficients réels, notations $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Somme, multiplication par un réel, produit de matrices (+définition théorique), transposition. Propriétés de ces opérations.
- Matrice identité, propriétés.
- Puissances A^k d'une matrice carrée A. Diverses méthodes de calcul.
- Identités remarquables $(A+B)^m$, $A^m - B^m$ pour deux matrices qui commutent.
- Notion de polynôme de matrice $P(A)$.
- Matrices carrées particulières : triangulaire inférieure/supérieure, diagonale, symétrique, anti-symétrique.

Matrices inversibles

- Notion de matrice carrée inversible. Propriétés de l'inverse.
- "Un seul côté suffit" : une matrice est inversible ssi elle est inversible à gauche (ou à droite). (Résultat admis)
- Inverse d'une matrice diagonale. Inverse d'une matrice 2×2.
- Calcul d'inverse à partir d'un polynôme annulateur $P(A) = 0$.
- Lien entre matrices et système linéaires.
- A est inversible ssi l'équation $AX = Y$ admet une unique solution quel que soit Y.
- Conséquence : calcul de A^{-1} en résolvant un système linéaire à l'aide du pivot de Gauss.
- A est inversible ssi l'équation $AX = 0$ admet l'unique solution $X = 0$.
- Inversibilité des matrices triangulaires.
- Petites conditions de "non-inversibilité" : une ligne/colonne de zéros, deux lignes/colonnes proportionelles.

• Démonstrations à connaitre :

- Egalité des accroissements finis (en admettant le Théorème de Rolle) (Théorème 4)
- Transposée d'un produit : ${}^t(AB) = {}^tB{}^tA$. (Proposition 4)
- Inverse d'une matrice 2×2 (Théorème 3).