

# Programme de khôlles ECG1-B

# Semaines 15 et 16

## Intégration, Espaces vectoriels

- Énoncés / notions à connaître :

### Intégration sur un segment

- Notion de primitives d'une fonction continue sur un intervalle. Primitives de fonctions et d'expressions usuelles.
- Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment, et propriétés élémentaires : relation de Chasles, linéarité, positivité, croissance, "stricte positivité", inégalité triangulaire, inégalité de la moyenne.
- "Calcul direct" d'intégrales (via la recherche de primitives).
- Intégration par parties, changement de variable  
(N.B : les changements de variables non affines seront indiqués !)
- Intégrale d'une fonction paire/impaire sur un segment  $[-a, a]$ .
- Convergence des sommes de Riemann.
- Définition d'une fonction continue par morceaux sur un segment. Intégrale d'une telle fonction.

### Introduction aux espaces vectoriels

- Définition d'espace vectoriel réel. (On ne demandera pas de lister toutes les propriétés...) Exemples fondamentaux :  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}[X]$ ,  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ ,  $\mathcal{F}(D, \mathbb{R})$ .
- Notion de sous-espace vectoriel.
- Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs  $(v_1, \dots, v_p)$ .
- Notion de famille génératrice de  $E$ . Recherche d'une famille génératrice d'un EV ou d'un SEV.
- Notion de famille libre, famille liée.
- Une famille est libre et génératrice de  $E$  est appelée base de  $E$ . Tout vecteur de  $E$  s'écrit alors de manière unique comme combinaison linéaire des vecteurs de la base.  
Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur  $v \in E$  dans une base  $\mathcal{B}$ .  
Bases canoniques de  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{R}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ .

- Démonstrations à connaître :

- "Positivité" de l'intégrale + cas d'égalité (Proposition 9)
- Intégrale d'une fonction paire/impaire sur  $[-a, a]$  (Prop. 12).
- Une famille est libre si et seulement si il y a "unicité de la décomposition en combinaison linéaire" (Proposition 7)