

Vecteurs - Partie I

Rappels sur les listes

Une liste (type `list`) est une variable qui prend la forme d'une succession de valeurs.

Exemple : `L = [2, 3.5, -2, 4]`

L'instruction `L[i]` permet d'accéder au $(i+1)$ -ème élément d'une liste `L` (pour l'afficher ou le modifier).

Exemple : Après avoir tapé `L[2] = 0`, la liste devient `L = [2, 3.5, 0, 4]`.

Le type `array` et les vecteurs

Après importation de la bibliothèque `numpy`, l'instruction `np.array` permet de créer des tableaux (variable de type `array`, ou plus précisément de type `numpy.ndarray`).

En Python, on appellera "vecteur" un **tableau à une seule ligne** : `[x1, x2, ..., xn]`. (Cela peut s'identifier, mathématiquement, à un n -uplet $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$).

Créer un vecteur "à la main"

Après avoir importé `numpy` as `np` : `V = np.array([x1, ..., xn])`

Un vecteur ressemble donc énormément à une liste... mais le type n'est pas le même ! Cette différence est importante : il est possible d'effectuer des "opérations" sur les vecteurs mais pas sur les listes...

Exercice 1

Définir les variables suivantes dans la console :

```
>>> import numpy as np
>>> L = [1,2,3,4] >>> V = np.array([1,2,3,4])
```

Qu'affichent les commandes suivantes ?

```
print(L) : ..... print(V) : .....
type(L) : ..... type(V) : .....
L + 1 : ..... V + 1 : .....
L / 2 : ..... V / 2 : .....
```

Ceci explique pourquoi, dans les énoncés, on préférera souvent les vecteurs aux listes.

Créer des vecteurs particuliers

Equivalent de `range` pour les vecteurs : `arange`

Après avoir importé `numpy` as `np` :

- `np.arange(n)` crée un vecteur contenant les entiers successifs de 0 à $n-1$.

Exemple : `U = np.arange(4)` stocke `[0, 1, 2, 3]` dans la variable `U`.

- `np.arange(a,b)` crée un vecteur contenant les entiers successifs de a à $b-1$.

Exemple : `V = np.arange(5,10)` stocke `[5, 6, 7, 8, 9]` dans la variable `V`.

- `np.arange(a,b,r)` crée un vecteur en progression arithmétique de raison r , de premier terme a et dont le dernier terme dépasse et n'atteint pas b .

Exemple : `W = np.arange(4,13,3)` stocke `[4, 7, 10]` dans la variable `W`.

Attention !

C'est bien "`arange`" (le "a" de `array` suivi `range`) et non pas "`arrange`" !

Exercice 2

- Quelle instruction permet de créer le vecteur `V = [-4, -3, -2, -1, 0, 1]` ?

- Quelle instruction permet de créer le vecteur `W = [0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1]` ?

Créer d'autres vecteurs particuliers

Après avoir importé `numpy` as `np` :

- `np.linspace(a,b,n)` crée un vecteur contenant n points uniformément répartis entre a et b (inclus !)

Exemple : `V = np.linspace(1,2,5)` crée 5 points répartis entre 1 et 2 :
`V = [1, 1.25, 1.5, 1.75, 2]`

- `np.zeros(n)` crée un vecteur contenant n zéros.

Exemple : `V = np.zeros(4)` crée `V = [0, 0, 0, 0]`.

- `np.ones(n)` crée un vecteur contenant n uns.

Exemple : `V = np.ones(5)` crée `V = [1, 1, 1, 1, 1]`.



Exercice 3

1. Quelle instruction permet de créer le vecteur $V = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$?

2. Recréer le vecteur W de l'Exercice 2 avec la commande `linspace`.

Extraction et modification de coefficients

📖 Accéder à un coefficient

Si V est un vecteur, `V[i]` permet d'accéder à la $(i+1)$ -ème coordonnée de V .

On peut ainsi l'afficher : `print(V[i])` ou bien la modifier : `V[i] = a`.

⚠ Attention !

Comme toujours, le premier coefficient d'un vecteur correspond à l'indice 0.

Méthode : Construire un vecteur avec les coefficients souhaités

- 1 Créer un vecteur de la bonne "taille", contenant uniquement des zéros.
- 2 Remplir petit à petit les coefficients à l'aide d'une boucle `for`.



Exercice 4

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, soit $u_n = \frac{n}{n+2}$.

(a) Compléter le programme suivant pour qu'il affiche un vecteur U contenant les 10 premiers termes de la suite.

```
import numpy as np

U = .....

for k in ..... :

    U[k] = .....

print(U)
```

(b) Rappeler l'instruction permettant, en une seule ligne, de créer la liste $L = [\frac{0}{0+2}, \frac{1}{1+2}, \dots, \frac{9}{9+2}]$:

Pour créer le vecteur U voulu, on aurait donc aussi pu poser directement :



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ soit $v_n = \frac{\ln(n)}{n}$.

(a) Compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie un vecteur contenant les n premiers termes de la suite v .

```
import numpy as np

def preterm(n) :

    V = .....

    for k in ..... :

        V[k] = .....

    return(V)
```

(b) Autrement, pour construire V , on aurait pu poser directement :



Exercice 5

1. On considère la suite récurrente : $u_0 = 1/2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

Adapter le programme suivant pour qu'il affiche le vecteur $U = [u_0, u_1, \dots, u_{20}]$

```
import numpy as np; n = 20

U = ..... ; U[0] = .....

for k in ..... :

    U[k] = .....

print(U)
```

2. On considère la suite de Fibonacci : $v_0 = 0$, $v_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+2} = v_n + v_{n+1}$. Compléter la fonction `fibonacci` suivante pour qu'elle affiche le vecteur $V = [v_0, v_1, \dots, v_n]$ quand on lui fournit un $n \in \mathbb{N}$.

```
import numpy as np

def fibo(n) :

    V = ..... ; V[0] = .... ; V[1] = ....

    for k in ..... :

        V[k] = .....

    return(V)
```