

# Suites réelles

## 1 Suites de nombres réels

### 1.1 Notion de suite réelle

#### Définition 1 (Suite réelle)

Une suite réelle est une application définie sur  $\mathbb{N}$  (ou une partie  $I \subset \mathbb{N}$ ), à valeurs dans  $\mathbb{R}$  :

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ n &\longmapsto u(n) = u_n \end{aligned}$$

Une telle suite est notée  $u$  ou  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ou encore  $(u_n)_{n \geq 0}$  (parfois simplement  $(u_n)$ ).

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  fixé, le réel  $u_n$  est appelé “terme d’indice  $n$ ”.

L’ensemble des suites réelles indexées par  $\mathbb{N}$  est noté  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  (plutôt que  $\mathcal{F}(\mathbb{N}, \mathbb{R})$  !)

Plus généralement, l’ensemble des suites réelles indexées par  $I \subset \mathbb{N}$  est noté  $\mathbb{R}^I$ . (exemple :  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}^*}$ )

#### Attention !

De la même façon qu’il ne faut pas confondre l’application  $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  et le réel  $f(x) \in \mathbb{R}$ , on prendra garde à ne pas confondre la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  et le  $n$ -ième terme  $u_n \in \mathbb{R}$  !

**Ne pas écrire :** “La suite  $u_n$  est croissante” ou bien “ $u_n$  converge”

**Écrire :** “La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est croissante” ou bien “ $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge”

Une suite peut être définie de plusieurs manières :

**1 Suite définie explicitement :** Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on donne l’expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

#### Exemples

On définit :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \sqrt{\frac{n+1}{n}}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, v_n = (-1)^n, \quad \forall n \geq 1, w_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$

**2 Suite définie par récurrence :** Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on donne l’expression de  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .  
(Ou bien l’expression de  $u_{n+2}$  en fonction de  $u_{n+1}$  et  $u_n \dots$ )

#### Exemples

- On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant  $u_0 = 3$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ .
- On définit la suite  $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en fixant  $s_0 = 120$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, s_{n+1} = \begin{cases} 3s_n + 1 & \text{si } s_n \text{ est impair} \\ \frac{s_n}{2} & \text{si } s_n \text{ est pair} \end{cases}$
- On définit la suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  en posant  $v_0 = 1, v_1 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} = v_n + v_{n+1}$ .
- On définit la suite  $(w_n)_{n \geq 0}$  en posant  $\begin{cases} w_0 = 1, w_1 = -1, w_2 = 2 \\ \forall n \geq 3, w_n = w_{n-1} + 2w_{n-2} - w_{n-3} \end{cases}$

**3 Suite définie implicitement :** Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on définit  $u_n$  comme l’unique solution d’une équation.

#### Exemple

On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n$  l’unique solution de l’équation

$$\ln(x) = x^{-n} \text{ sur } \mathbb{R}_+^*.$$

(En général, on demandera de justifier que cette équation a bien un unique solution pour tout  $n \in \mathbb{N}$  !)

## 1.2 Définitions et propriétés générales

### Définition 2 (Opérations sur les suites)

Soient  $u$  et  $v$  deux suites de  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ , soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- $u + v$  est la suite définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, (u + v)_n = u_n + v_n$ .
- $\lambda u$  est la suite définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, (\lambda u)_n = \lambda u_n$ .
- $uv$  est la suite définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, (uv)_n = u_n v_n$ .
- $\frac{u}{v}$  est la suite définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, \left(\frac{u}{v}\right)_n = \frac{u_n}{v_n}$  (si  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \neq 0$ ).

### Définition 3 (Suite majorée, minorée, bornée)

On dit que  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est majorée/minorée/bornée, lorsque l'ensemble  $A = \{u_n, n \in \mathbb{N}\}$  l'est.  
Autrement dit :

- $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est majorée  $\iff$
- $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est minorée  $\iff$
- $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée  $\iff$

### Exemples

- La suite  $(\frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}^*}$  est minorée par 0, majorée par 1 (donc bornée).
- La suite  $(\sin(n))_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée par 1 :  $\forall n \in \mathbb{N}, |\sin(n)| \leq 1$ .
- La suite  $(n^3 + 1)_{n \in \mathbb{N}}$  est minorée par 0, non majorée.

### Remarque 1

On dit aussi qu'une suite est "positive" si elle est minorée par 0, "négative" si elle est majorée par 0.  
(ou bien "à terme positifs", "à termes négatifs")

### Définition 4 ("à partir d'un certain rang")

On dira qu'une propriété  $\mathcal{P}(n)$  est vraie à partir d'un certain rang lorsqu'il existe un entier  $N \in \mathbb{N}$  tel que  $\mathcal{P}(n)$  est vraie pour tout  $n \geq N$ .

### Exemples

- La suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est constante à partir d'un certain rang si et seulement si :

Dans ce cas, on dit que la suite est

C'est par exemple le cas pour la suite définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \left\lfloor \frac{5}{n} \right\rfloor$ .

En posant  $N = 6$ , on a :  $\forall n \geq N, u_n = 0$ .

- La suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 2^n$  satisfait :  $v_n > 1000$  à partir d'un certain rang.  
(en choisissant  $N = 10$ , on a  $\forall n > N, v_n > 1000$ )

### 1.3 Sens de variation d'une suite

#### Définition 5 (Sens de variation)

Une suite réelle  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est dite :

- **Croissante** lorsque :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq u_{n+1}$
- **Décroissante** lorsque :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \leq u_n$
- **Strictement croissante** lorsque :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < u_{n+1}$
- **Strictement décroissante** lorsque :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} < u_n$ .

On dit que  $u$  est **monotone** lorsque ( $u$  est croissante) ou ( $u$  est décroissante).

On dit que  $u$  est **strictement monotone** lorsque ( $u$  est strictement croissante) ou ( $u$  est strictement décroissante).

#### Proposition 1 (Conséquences immédiates)

- Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante alors pour tous  $m \leq n$ ,  $u_m \leq u_n$ .
- Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante alors pour tous  $m \leq n$ ,  $u_m \geq u_n$ .
- Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est strictement croissante alors pour tous  $m < n$ ,  $u_m < u_n$ .
- Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est strictement décroissante alors pour tous  $m < n$ ,  $u_m > u_n$ .

**Preuve :**

Supposons  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  croissante. On a donc  $\forall k \in \mathbb{N}, u_{k+1} - u_k \geq 0$ .

Pour tous  $m \leq n$ , on peut écrire :  $u_n - u_m = \sum_{k=m}^{n-1} (u_{k+1} - u_k) \geq 0$ , d'où  $u_m \leq u_n$ .

De même dans les autres cas. □


Listons différentes méthodes permettant de déterminer le sens de variation d'une suite.

**≡ Méthode : Déterminer le sens de variation en étudiant  $(u_{n+1} - u_n)$  ou  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$**

**Étude de la différence de deux termes consécutifs :**

- Si on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n \geq 0$ , alors la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est croissante.
- Si on a  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n \leq 0$ , alors la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est décroissante.

Si les inégalités sont strictes, la suite est strictement croissante/décroissante.

**Étude du ratio de deux termes consécutifs :  Pour une suite à termes strictement positifs**

- Si on a  $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ , alors la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est croissante.
- Si on a  $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ , alors la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est décroissante.

Si les inégalités sont strictes, la suite est strictement croissante/décroissante.

** Attention !**

Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est à termes strictement négatifs, les conclusions pour le ratio sont inversées !

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1 \implies u_{n+1} \leq u_n \quad \text{et} \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1 \implies u_{n+1} \geq u_n.$$

### Exercice 1

On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$

On définit la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant :  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = n!$

On définit la suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant  $w_0 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = \frac{w_n}{1 + nw_n^2}$

Déterminer les sens de variations de ces suites.

### Méthode : Déterminer le sens de variation d'une suite définie explicitement

On considère une suite donnée explicitement :  $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = f(n)}$  où  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ .

- Si la fonction  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}_+$ , alors la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante.

*En effet, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = f(n+1) \geq f(n) = u_n$ .*

- Si la fonction  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}_+$ , alors la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante.

*En effet, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = f(n+1) \leq f(n) = u_n$ .*

Si la fonction  $f$  est strictement croissante/décroissante, alors la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  également.

### Attention !

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$ .

### Exercice 2

On pose :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{n}{n+1}$ . Déterminer le sens de variation de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

### ☰ Méthode : Déterminer le sens de variation d'une suite définie par récurrence (simple)

On considère une suite donnée par récurrence :  $u_0 \in \mathbb{R}$  et  $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)}$  où  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- 1 Deviner le sens de variation en calculant les premiers termes :
  - Si  $u_1 = f(u_0) \geq u_0$ , on prévoit que la suite sera croissante.
  - Si  $u_1 = f(u_0) \leq u_0$ , on prévoit que la suite sera décroissante.
- 2 Poser  $\mathcal{P}(n) : "u_n \leq u_{n+1}"$  ou bien  $\mathcal{P}(n) : "u_n \geq u_{n+1}"$  et montrer par récurrence que  $\mathcal{P}(n)$  est vrai pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

Ce raisonnement s'adapte pour montrer la croissance/décroissance stricte.

### 💬 Remarque 2

Pour qu'une suite définie par la récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$  soit monotone (croissante ou décroissante), il est en fait nécessaire que la fonction  $f$  soit croissante ! L'hérédité dans la récurrence de l'étape 2 s'appuie en effet sur la croissance de la fonction  $f$  :

Si on a  $u_{n+1} \leq u_n$  alors par croissance de  $f$   $f(u_{n+1}) \leq f(u_n)$  i.e  $u_{n+2} \leq u_{n+1}$ .

### ⚠ Attention !

Parfois  $f$  n'est pas définie sur  $\mathbb{R}$  tout entier, mais seulement sur un domaine de définition  $D_f \subset \mathbb{R}$ . Dans ce cas, pour vérifier que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bien définie, il faut au préalable montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in D_f \quad (\text{par récurrence})$$

### ✎ Exercice 3

1. On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  par :  $u_0 = 2$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ .  
Montrer que cette suite est bien définie et déterminer son sens de variation.
2. Même question en posant cette fois  $u_0 = \frac{1}{2}$ .

## 2 Suites récurrentes classiques

### 2.1 Suites arithmétiques (rappels)

#### Définition 6 (Progression arithmétique)

On dit qu'une suite  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est arithmétique lorsqu'il existe une constante  $r \in \mathbb{R}$  telle que

Le réel  $r$  est appelé "raison" de la suite.

#### Exemple

Suite des entiers naturels pairs :  $u_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2$ .

#### Proposition 2 (Sens de variation d'une suite arithmétique)

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

- Si  $r = 0$ ,  $u$  est constante.
- Si  $r > 0$ ,  $u$  est strictement croissante.
- Si  $r < 0$ ,  $u$  est strictement décroissante.

#### Preuve rapide :

C'est évident en étudiant le signe de  $u_{n+1} - u_n = r$ . □

#### Proposition 3 (Terme général d'une suite arithmétique)

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  une suite arithmétique de raison  $r \in \mathbb{R}$ . Alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n =$$

et plus généralement,

$$\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2, u_n =$$

#### Preuve rapide :

Le premier point se démontre par récurrence immédiate :

$$u_0 = u_0 + 0 \times r \text{ et si } u_n = u_0 + nr \text{ on a } u_{n+1} = u_n + r = u_0 + nr + r = u_0 + (n+1)r.$$

Le second point découle du premier : pour tous  $n, m \in \mathbb{N}$ ,

$$u_n - u_m = (u_0 + nr) - (u_0 + mr) = (n - m)r \text{ d'où } u_n = u_m + (n - m)r. \quad \square$$

#### Attention !

Si la suite arithmétique  $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est indexée par  $\mathbb{N}^*$ ,  $u_0$  n'est bien-sûr pas défini !

On utilisera alors :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = u_1 + (n - 1)r$ .

### 2.2 Suites géométriques (rappels)

#### Définition 7 (Progression géométrique)

On dit qu'une suite  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est géométrique lorsqu'il existe une constante  $q \in \mathbb{R}$  telle que

Le réel  $q$  est appelé "raison" de la suite.

#### Exemples

$u = (2^n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique de raison 2.  $v = \left(\frac{1}{2^n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

### 💬 Remarque 3

Ceci explique l'appellation "somme géométrique" pour la somme  $\sum_{k=0}^n x^k$  : il s'agit de la somme des premiers termes de la suite géométrique :  $u_0 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = x \times u_n$ .

#### 🚩 Proposition 4 (Sens de variation d'une suite géométrique)

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  une suite géométrique de raison  $q$ .

- Si  $q > 1$  et  $u_0 > 0$ ,  $u$  est positive et strictement croissante.
- Si  $q > 1$  et  $u_0 < 0$ ,  $u$  est négative et strictement décroissante.
- Si  $q = 1$  ou  $u_0 = 0$ ,  $u$  est constante.
- Si  $0 < q < 1$  et  $u_0 > 0$ ,  $u$  est positive et strictement décroissante.
- Si  $0 < q < 1$  et  $u_0 < 0$ ,  $u$  est négative et strictement croissante.
- Si  $q < 0$  et  $u_0 \neq 0$ ,  $u$  n'est pas monotone (son signe alterne).

#### Preuve rapide :

Ces points s'obtiennent en étudiant le ratio  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$  (attention au signe de  $u_n$  !)

□

#### 🚩 Proposition 5 (Terme général d'une suite géométrique)

Soit  $u$  une suite géométrique de raison  $q \in \mathbb{R}$ . Alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n =$$

et plus généralement,

$$\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2, u_n =$$

#### Preuve :

Similaire à celle faite dans le cas d'une progression arithmétique.

□

### ⚠ Attention !

Si la suite géométrique  $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est indexée par  $\mathbb{N}^*$ ,  $u_0$  n'est bien-sûr pas défini !

On utilisera alors :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = u_1 \times q^{n-1}$ .

## 2.3 Suites arithmético-géométriques

#### 📖 Définition 8 (Progression arithmético-géométrique)

On dit qu'une suite  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est arithmético-géométrique lorsqu'il existe deux constantes  $r \in \mathbb{R}$  et  $q \in \mathbb{R}$  telles que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} =$$

### 💬 Remarque 4

Si  $q = 1$ , la suite est arithmétique de raison  $r$ .

Si  $q = 0$ , la suite est constante égale à  $r$ .

Si  $r = 0$ , la suite est géométrique de raison  $q$ .

### ☞ Méthode : Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  satisfaisant la relation :  $\forall n \in \mathbb{N}, \boxed{u_{n+1} = qu_n + r}$  avec  $q \neq 1$ .

1 Introduire la constante  $\alpha \in \mathbb{R}$  telle que  $\boxed{\alpha = q\alpha + r}$  (autrement dit,  $\alpha = \frac{r}{1-q}$ ).

2 Introduire la suite  $v = u - \alpha$ , c'est à dire :  $\forall n \in \mathbb{N}, \boxed{v_n = u_n - \alpha}$ .

3 : Vérifier que  $v$  est géométrique de raison  $q$  : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,

4 En déduire l'expression de  $v_n$  :  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n$  (avec  $v_0 = u_0 - \alpha$ )

5 En déduire l'expression de  $u_n$  :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + \alpha = v_0 \times q^n + \alpha$  (avec  $v_0 = u_0 - \alpha$ )

#### 💬 Remarque 5

Cette méthode s'adapte bien-sûr aux suites  $(u_n)_{n \geq 1}$  indexées par  $\mathbb{N}^*$ .

Dans ce cas on fera bien attention à exprimer  $v_n$  en fonction de  $v_1$  (et donc  $u_n$  en fonction de  $u_1$ ).

#### ✎ Exercice 4

On pose  $u_1 = 2$  et  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 2u_n + 1$ . Déterminer l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

## 2.4 Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

### 📖 Définition 9 (Récurrence linéaire d'ordre 2)

Une suite  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  est dite récurrente linéaire d'ordre 2 lorsqu'il existe deux constantes  $a, b \in \mathbb{R}$  (avec  $b \neq 0$ ) telles que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} =$$

#### 💬 Remarque 6

S'agissant d'une suite récurrente d'ordre 2 (un terme est défini en fonction des deux précédents), une telle suite est entièrement déterminée par la donnée des deux premiers termes  $u_0$  et  $u_1$ .

#### 👉 Exemple

La suite de Fibonacci définie par :  $u_0 = u_1 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$  est à récurrence linéaire d'ordre 2.



## ☰ Méthode : Déterminer le terme général d'une suite à récurrence linéaire d'ordre 2

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  satisfaisant la relation :  $\forall n \in \mathbb{N}, \boxed{u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n}$  (avec  $b \neq 0$ )

1 Résoudre l'équation caractéristique associée :  $x^2 = ax + b$ , i.e  $\boxed{x^2 - ax - b = 0}$ .

2 - A Si l'équation caractéristique a deux solutions réelles distinctes  $q_1$  et  $q_2$ , ( $\Delta > 0$ )  
le terme général est de la forme :  $\underline{u_n = \lambda q_1^n + \mu q_2^n}$  avec  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  à déterminer.

2 - B Si l'équation caractéristique a une seule solution réelle  $q$ , ( $\Delta = 0$ )  
le terme général est de la forme :  $\underline{u_n = (\lambda + n\mu)q^n}$  avec  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  à déterminer.

3 Déterminer les valeurs de  $\lambda$  et  $\mu$  à l'aide des 2 premiers termes de la suite.

### 💬 Remarques 7


- Pour le moment, on se contente d'admettre que cette méthode fonctionne.
- Le cas où l'équation caractéristique n'admet pas de racine réelle ( $\Delta < 0$ ) est hors programme.


### ✎ Exercice 5

On pose  $u_0 = 1, u_1 = -2$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -2u_{n+1} - u_n$ .

Déterminer l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### À savoir faire à l'issue de ce chapitre :

  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Déterminer le sens de variation d'une suite avec la méthode adaptée.} \\ \bullet \text{ Déterminer le terme général d'une suite arithmétique / géométrique.} \\ \bullet \text{ Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique.} \\ \bullet \text{ Déterminer le terme général d'une suite à récurrence linéaire d'ordre 2.} \end{array} \right.$   
Au minimum

  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Calculer le terme général d'une suite avec d'autres outils} \\ \text{(somme télescopique, introduction d'une autre suite...)} \end{array} \right.$   
Pour suivre

  $\left\{ \begin{array}{l} \emptyset \end{array} \right.$   
Pour les ambitieux