

Systèmes linéaires

Résolution de système

Exercice 1 (Systèmes triangulaires)

Prévoir le nombre de solutions des systèmes suivants.
Vérifiant en déterminant l'ensemble des solutions.

$$(S_1) \begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ 2y - z = 2 \\ 2z = 3 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ -y + z = -1 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} x - z + t = 1 \\ y - z - t = 0 \\ z - 2t = 4 \end{cases} \quad (S_4) \begin{cases} x - z + t = 1 \\ y - z - t = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$(S_5) \begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ 2y - z = 1 \\ z + t = 2 \\ 2t = 0 \end{cases}$$

Exercice 2 (3 inconnues)

En appliquant l'algorithme du pivot de Gauss, déterminer l'ensemble des solutions des systèmes suivants.

$$(S_1) \begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ x - y + z = -1 \\ x - 2y - z = 0 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x - 3y - z = 3 \\ 3x - 4y - 3z = 4 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + z = 4 \end{cases} \quad (S_4) \begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \\ x + 8y - 7z = 12 \end{cases}$$

Exercice 3 (4 inconnues)

En appliquant l'algorithme du pivot de Gauss, déterminer l'ensemble des solutions des systèmes suivants.

$$(S_1) \begin{cases} 5x + 2y - z = 0 \\ x + 3y + z - 2t = 0 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} x + 2y + z + t = 7 \\ x + 2y + 2z - t = 12 \\ 2x + 4y + 6t = 4 \end{cases}$$

Exercice 4 (Quel second membre ?)

À quelles conditions sur a, b, c le système suivant est-il compatible ?

$$\begin{cases} 2x + y - z = a \\ x + 2y + z = b \\ 3x + y - 2z = c \end{cases}$$

Systèmes "à paramètre"

Exercice 5 (Système à paramètre 1)

Soit $a \in \mathbb{R}$. Résoudre le système : $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + a^2y = 0 \end{cases}$

(On distinguera plusieurs cas selon la valeur de a .)

Exercice 6 (Système à paramètre 2)

Pour quelle(s) valeur(s) de $\lambda \in \mathbb{R}$ le système suivant est-il de Cramer ?

$$\begin{cases} (3 - \lambda)x - y + z = 38 \\ 7x + (-5 - \lambda)y + z = 12 \\ 6x - 6y + (2 - \lambda)z = 27 \end{cases}$$

(On ne demande pas de calculer les solutions !)

Exercice 7 (Système à paramètre 3)

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2y - z = \lambda x \\ 3x - 2y = \lambda y \\ -2x + 2y + z = \lambda z \end{cases}$$

(On distinguera plusieurs cas selon la valeur de λ .)