Instructions itératives : boucle While

Boucle While

On a vu que l'on pouvait utiliser une boucle **for** pour exécuter une série d'instructions un certain nombre de fois. Or, il arrive que l'on ne sache pas à l'avance combien de fois on a besoin d'exécuter cette série d'instructions! On souhaitera parfois continuer la boucle "tant que ..." ou alors continuer la boucle "jusqu'à ce que ..."

On utilise alors une boucle while:

```
While condition:
instructions

(Tant que la condition condition est vraie, on exécute instructions)
```

Remarque 1

Tant que la condition est remplie, on continue de passer dans la boucle. Il est donc nécessaire que les instructions viennent "modifier" cette condition à chaque passage pour qu'elle finisse par être fausse, sans quoi on se retrouve dans une boucle infinie! Si jamais cela arrive, il faudra interrompre l'exécution du programme (cherchez dans l'onglet "Exécution" ou bien clique droit dans la console...)

Exercice 1

Comprendre le programme suivant et prévoir le résultat qu'il affiche :

```
 \begin{array}{c} x=48 \text{ ; } n=0 \\ \text{while } x>5 \text{ : } \\ x=x/2 \\ n+1 \text{ # rappel : equivalent a } n=n+1 \\ \text{print ('x=',x,'et n=',n)} \\ \\ \text{Avant la boucle : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Après 1 passage : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Après 2 passages : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Après 3 passages : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Après 4 passages : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Après 4 passages : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ A-t-on } x>5 \text{ ? } \dots \\ \text{Texte affiché au final : } x= \dots \text{ et } n= \dots \text{ et } n= \dots \\ \text{Texte affiché au final : } x= \dots \text{ et } n= \dots \\ \text{ et } n= \dots \text{ et } n= \dots \\ \text{Texte affiché au final : } x= \dots \text{ et } n= \dots \\ \text{ et } n= \dots \\ \text{Texte affiché au final : } x= \dots \text{ et } n= \dots \\ \text{ et } n= \dots
```

Un exercice très classique consiste à créer un programme qui détermine le premier indice $n \in \mathbb{N}$ tel qu'une certaine propriété $\mathcal{P}(n)$ est réalisée.

```
n = 0 # on initialise avec la premiere valeur de n
while (not P(n)) : # tant que la condition voulue n'est pas satisfaite...
n = n + 1 # ...on augmente la valeur de n
print(n) # quand on sort de la boucle, on affiche ou on renvoie n
```

ℰ Exercice 2

On définit :
$$\forall n \in \mathbb{N}, \ u_n = \frac{2n^2 + 5n + 1}{n^3 + 1}$$
. On a donc $\lim_{n \to +\infty} u_n = \dots$

Proposer un programme qui affiche le premier entier $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \leqslant \frac{1}{10}$.

♠ Exercice 3

On pose, pour tout
$$n \in \mathbb{N}^*$$
, $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$.

On admet dans cet exercice que $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$. Ainsi, par définition de la limite : Quel que soit A>0, il existe un rang $N_A\in\mathbb{N}^*$ tel que $\forall n\geqslant N_A,\ S_n>A$.

Compléter le script suivant pour que l'appel de indice(A) renvoie le premier indice $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $S_n > A$.

- Premier indice tel que $S_n > 0$: Premier indice tel que $S_n > 3$:
- Premier indice tel que $S_n > 5$: Premier indice tel que $S_n > 10$:

On peut également adapter cette méthode pour des suites récurrentes.

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_0=-1$ et $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}=2\sqrt{u_n+3}$.

1. On admet que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et majorée par 6 (récurrence facile). On note $\ell\in\mathbb{R}$ sa limite. Déterminer (rapidement) la valeur de ℓ .

2. Par définition de la limite, on sait que quel que soit $\varepsilon > 0$,

Il existe $N_{\varepsilon} \in \mathbb{N}$ tel que $\forall n \geqslant N_{\varepsilon}, |u_n - 6| < \varepsilon$.

Compléter la fonction indice qui prend en entrée un réel $\varepsilon > 0$ et renvoie le premier rang $n \in \mathbb{N}$ pour lequel $|u_n - 6| < \varepsilon$.

```
def indice(eps) :
    n = ...; u = ...
    while .......
    u = .......
    u = ......
    return(....)
```

Pour $\varepsilon = 10^{-1}$: on obtient le rang $n = \dots$ Pour $\varepsilon = 10^{-3}$: on obtient le rang $n = \dots$ Pour $\varepsilon = 10^{-10}$: on obtient le rang $n = \dots$

Bonus : le jeu du "plus ou moins"

ℰ Exercice 5

On donne les commandes suivantes :

- Après avoir effectué l'importation import numpy.random as rd, l'instruction
- a = rd.randint(1,101) stocke dans a un entier aléatoire entre 1 et 100.
- L'instruction b = int(input("mon texte : ")) affiche à l'écran le texte "mon texte : ", attend que l'utilisateur tape une valeur entière dans la console, puis stocke cette valeur dans la variable b.

A l'aide de ces commandes, créer un programme Python qui génère un entier aléatoire que l'utilisateur essaiera de deviner. Précisément :

- Le programme génère une valeur aléatoire entre 1 et 100, inconnue de l'utilisateur.
- Le programme demande à l'utilisateur de taper un nombre entre 1 et 100.
- Si l'utilisateur propose une valeur trop élevée, le programme affiche le texte "C'est moins!". Sinon, le programme affiche le texte "C'est plus!".
- Le programme continue d'interroger ainsi l'utilisateur jusqu'à ce qu'il ait deviné la bonne valeur. Il affiche alors un message de victoire!