
Examen final de Métodos Numéricos

10 de Diciembre de 2021

Problema 1

(2 pts.) Uno de los métodos utilizados para evaluar un examen en una escala de 1 a 10 en base al porcentaje obtenido es conocido como método de corrección polinómica. Para aplicar este método se desea obtener el polinomio que interpola los puntos conocidos (0, 1), (60, 4) y (100, 10), donde la primera componente del punto indica el porcentaje del examen realizado correctamente, y el segundo se refiere a la nota que le corresponde.

Considerando los puntos dados obtenga lo siguiente:

- El polinomio de Lagrange que los interpola, presente explícitamente los coeficientes de Lagrange involucrados.
- Grafique de manera aproximada el comportamiento de cada polinomio de Lagrange.
- ¿Qué nota corresponde a un examen que tiene un 90%?

Problema 2

(3 pts.) Calcular la siguiente integral mediante la regla del Trapecio compuesta:

$$I = \int_0^2 x \frac{df}{dx} dx$$

donde la función $f(x)$ está dada en forma discreta:

x	$f(x)$
0.00	1.000
0.25	1.384
0.50	1.849
0.75	2.417
1.00	3.118
1.25	3.990
1.50	5.082
2.00	8.189

El cálculo de la derivada primera se debe realizar con un esquema de **segundo orden**.

Presentar una tabla con los valores de las **derivadas en cada punto**, la **expresión con la que se calculó** y el **valor de la integral**.

Problema 3

(3 ptos.) Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt}/y - (4y - t^2) = 0 \text{ con } y(0) = 1$$

Se desea conocer el valor de $y(3)$ mediante el método de **Euler** y mediante el método de **RK4**. En ambos casos utilizar $h = 0.1$. Calcular el error relativo en $t = 1, 2$ y 3 . El error se calcula mediante $e_{rel} = \frac{(y^E - y^{RK4})}{y^{RK4}}$. **Mostrar los valores de $y(1)$, $y(2)$ e $y(3)$ calculados con Euler y RK4 y los errores relativos para cada uno de ellos.**

Problema 4

(3 ptos) Armar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{14} \\ x_{15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolver mediante Gauss Seidel haciendo 20 iteraciones con un factor de sobrerelajación $w = 1.75$. Mostrar los valores de x_1, x_5, x_{10}, x_{15} . Mostrar el error que se comete en esos valores si se compara con la solución obtenida mediante un método directo (Eliminación Gaussiana).

$$err = \frac{\sum_{i=1}^{15} |x_i^G - x_i^D|}{\sum_{i=1}^{15} |x_i^G|}$$