

Métodos Numéricos en Computadoras: Primer Parcial

Nombre:

Problema n° 1: Se propone un nuevo esquema de localización de raíces basado en el método de Newton-Raphson, en el que la derivada de la función en cada punto se aproxima por la siguiente expresión:

$$f'(x) = \frac{3f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)}{2h}$$

- Desarrolle un algoritmo que implemente este método (escriba y entregue en papel el pseudo-código).
- Localice las raíces de la ecuación $2x + \log(x) - \sin(3x) = 0$, primero graficamente, y luego, con un error de 1×10^{-6} , aplicando método descripto arriba (usar $h = 0.01$).
- Repita el inciso b) usando el método de punto fijo.

En ambos casos tomar como valor inicial $x_0 = 0.5$ y escribir: valor obtenido de la raíz, error obtenido y número de iteraciones realizadas.

Problema n° 2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones con una matriz 100×100 en banda

- Desarrolle un algoritmo que escriba la matriz correspondiente a este sistema (entregue el pseudo-código).
- Resuelva el sistema usando un metodo apropiado de su elección. Justifique dicha elección y escriba el resultado obtenido, así como (si corresponde) valor inicial, error deseado y error obtenido.

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 4.5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 &= 6 \\ x_3 + 2x_4 + x_5 &= 6 \\ &\vdots \\ x_{97} + 2x_{98} + x_{99} &= 6 \\ x_{98} + 2x_{99} + x_{100} &= 6 \\ x_{99} + 2x_{100} &= 4.5 \end{aligned}$$

Problema n° 3: Los datos de la tabla pueden ser ajustados por una función de la forma $f(x) = a * \exp(x^2) + b$

x	0.5	0.8	1.3	2.0
y	-0.716	-0.103	3.419	52.598

- Mediante regresión lineal obtener los valores de a y b que mejor ajustan los datos.
- Obtener el polinomio de Lagrange que interpola los datos de la tabla.
- Calcular analíticamente la raíz positiva de $f(x)$.
- A partir de los datos de la tabla, determinar el intervalo que contiene dicha raíz, y localizarla usando el metodo de bisección, con una tolerancia de 1×10^{-8} . ¿Cuánto valen el error absoluto (exacto) y el error porcentual?
- Repita el inciso d), pero usando el polinomio de Lagrange obtenido en el inciso b).