LABORATORIO 7 - 18 Aprile 2019

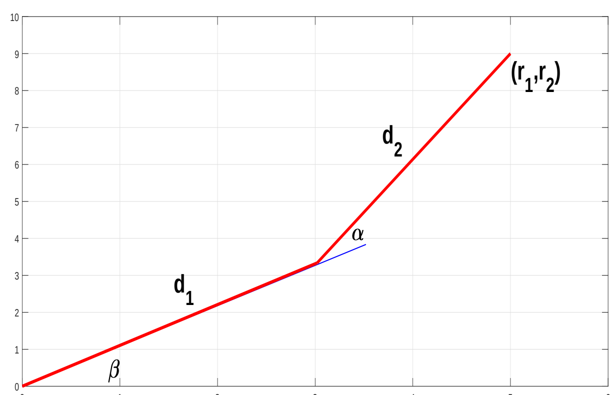
Argomento: sistemi di equazioni non lineari

1. Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineari:

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1x_2 + x_3 & = & 0 \\ x_2^3 + x_3^2 & = & 0 \\ x_1x_3 & = & 1 \end{cases}$$

la cui soluzione esatta è $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (1, -1, 1)^T$. Si risolva il sistema con il metodo di Newton usando il vettore $x_0 = (0.5, -0.5, 0.1)^T$ come approssimazione iniziale. Eseguire un numero massimo di iterazioni $n_{\max} = 20$ e arrestare il metodo quando la norma euclidea dell'errore assoluto soddisfa $||x - x_n||_2 \leq tol$ con $tol = 1.0e - 10$. Sperimentare, prendendo approssimazioni iniziali diverse, il comportamento del metodo.

2. Un braccio meccanico è formato da due parti collegate da uno snodo ed è incernierato per un estremo a un punto fisso. Il braccio è vincolato a muoversi nel primo quadrante di un sistema di assi cartesiani come illustrato nella figura.

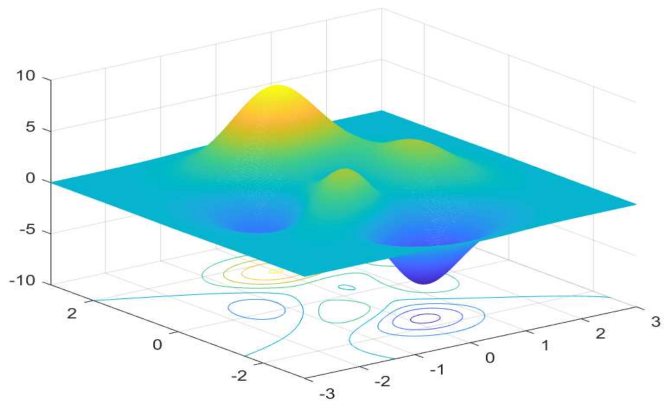


Le coordinate (r_1, r_2) dell'appendice del braccio sono funzioni degli angoli α e β e soddisfano il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} d_1 \cos\beta + d_2 \cos(\alpha + \beta) - r_1 & = & 0 \\ d_1 \sin\beta + d_2 \sin(\alpha + \beta) - r_2 & = & 0 \end{cases}$$

in cui $d_1 = 4.5$ e $d_2 = 6$ sono le lunghezze dei due bracci. Determinare gli angoli α e β affinché l'appendice del braccio raggiunga la posizione (5,9). Utilizzare il metodo di Newton. Successivamente approssimare le derivate della matrice Jacobiana con dei rapporti incrementali, scegliendo incrementi delle variabili indipendenti sempre piú piccoli, e riapplicare il metodo di Newton. Commentare i risultati.

3. Determinare il massimo della superficie



di equazione

$$z = 3(1-x^2)e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\,(x/5 - x^3 - y^5)\,e^{-x^2-y^2} - 1/3\,e^{-(x+1)^2-y^2}$$

nel dominio $T = \{-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}$, utilizzando sia la *function* `fsolve` di Matlab che il metodo di Newton. Partire dal vettore $x_0 = (0.4, 1.5)^T$ e poi da $x_0 = (0.5, 1.5)^T$. Commentare i risultati.