Vlastnosti formálních jazyků

ZPRACUJE: Mystik

Obsah

1 Uzavřenost jazyků vůči operacím
2 Rozhodnutelnost problémů v jazycích
3 Vlastnosti jazyků
3.1 Typ 3 - Regulární jazyky
3.2 Typ 2 - Bezkontextové jazyky
3.3 Typ 0 - Rekurzivně vyčíslitelné jazyky

Uzavřenost jazyků vůči operacím

Substituce
: každý symbol věty nahradíme za některou větu substitučního jazyka pro daný symbol (substituční jazyk je stejné třídy jako jazyk)

Morfismus
: speciální případ substituce, kdy substituční jazyk má vždy jen jednu větu (symbol vždy nahrazujeme za jedu a tu samou větu)

Inv. morfismus
: je operace opačná k morfismu - tj. každá věta jazyka je nahrazena za symbol tak aby náhrada byla inverzní k nějakému morfismu

Ostatní operace jsou obvyklé množinové operace.

Jazyk	Sjednocení	Průnik	Průnik s typem 3	Konkatenace	Iterace	Doplněk	Substituce	Reverze	Morfismus	Inv. morfismus
Typ 3	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
Typ 2 - deterministické	Ne	Ne	Ano	Ne	Ne	Ano	Ne	Ne	Ne	Ano
Typ 2	Ano	Ne	Ano	Ano	Ano	Ne	Ano	Ano	Ano	Ano
Typ 1	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ne	Ano	Ne	Ano
Typ 0 - rekurzivní	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ne	Ano	Ne	Ano
Typ 0	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ne	Ano	Ano	Ano	Ano

Vychází ze S3ervacovy tabulky uzavřenosti jazykových říd.

Rozhodnutelnost problémů v jazycích

Neprázdnost
: obsahuje jazyk alespoň jeden řetezec

Prázdnost
: jazyk neobsahuje žádný řetezec

Konečnost
: obsahuje jazyk konečný počet řetezců

Náležitost řetezce do jazyka
: je daný řetezec řetezcem jazyka

Inkluze

je jazyk generovaný jedno gramatikou podmnožinou jazyku generovaného druhou gramtikou

Ekvivalence gramatik

generují dvě gramatiky stejné jazyky

Jazyk	Neprázdnost	Prázdnost	Konečnost	Náležitost	Inkluze	Ekvivalence
Typ 3	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
Typ 2 - deterministické	Ano	Ano	Ano	Ano	Ne	Ano
Typ 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
Typ 1	??	Ne	Ne	Ano	Ne	Ne
Typ 0 - rekurzivní	částečně	Ne	Ne	Ano	Ne	Ne
Typ 0	částečně	Ne	Ne	částečně	Ne	Ne

Vlastnosti jazyků

Typ 3 - Regulární jazyky

Pumpig lemma

Nechť L je nekonečný regulární jazyk. Pak existuje celočíselná konstanta p ≥ 0 taková, že platí:

$$w \in L \wedge |w| \geq p \Rightarrow w = xyz \wedge 0 < |y| < p \wedge xy_iz \in L(i \geq 0)$$

Neformálně: V každé dostatečně dlouhé větě každého regulárního jazyka jsme schopni najít poměrně krátkou sekvenci, kterou je možné vypustit, resp. zopakovat libovolně krát přičemž dostáváme stále věty daného jazyka.

- často se používá k důkazu, že jazyk není regulární (ilustrační příklad viz příklad 3.30 v opoře TIN)

Prefixová ekvivalence ($\sim_L$)

dva prvky u, v jsou prefixově ekvivalentí ($u \sim_L v$) pokud platí:

$$\forall w \in \Sigma^* : uw \in L \Leftrightarrow vw \in L$$

- tj. pokud lze oba řetězce přidat jako prefix jakémukoli řetězci jazyka a vzniklá slova buď obě budou nebo obě nebudou v jazyce L
- Pozn.: index ekvivalence je počet tříd rozkladu podle ekvivalence

Pravá konguruence

ekvivalence je pravou kongruencí pokud platí, že za dva ekvivalentní prvky lze připojit nějaký symbol abecedy a prvky budou stále ekvivalentní

Myhill-Nerodova věta

1. varianta:

Nechť L je jazyk nad Σ pak následující tvrzení jsou ekvivalntní:

- L je jazyk přijímaný deterministickým konečným automatem
- L je sjednocení některých tříd rozkladu určeného pravou kongruencí na Σ^* s konečným indexem
- Relace $\tilde{}_L$ má konečný index

2. varianta:

Počet stavů libovolného minimálního deterministického konečného automatu přijímajícího L je roven indexu $\tilde{}_L$ (takový DKA existuje právě tehdy, když $\tilde{}_L$ je konečný)

Každý konečný jazyk je regulární

Typ 2 - Bezkontextové jazyky

Pumpig lemma

Pokud je jazyk *L* bezkontextový, existuje číslo *p* > 0 tak, že každé slovo *w* z *L*, pro které platí |*w*| ≥ *p*, lze zapsat ve tvaru *w* = *uvxyz*, kde pro slova *u*, *v*, *x*, *y* a *z* platí, že |*vxy*| ≤ *p*, |*vy*| ≥ 1, a uv^ixy^iz patří do *L* pro každé *i* ≥ 0.

Problém, zda daný bezkontextový jazyk je deterministický bezkontextový jazyk, není obecně rozhodnutelný.

Problém, zda daná gramatika je nebo není víceznačná, je nerozhodnutelný.

Typ 0 - Rekurzivně vyčíslitelné jazyky

Riceova věta

Každá netriviální vlastnost rekurzivně vyčíslitelných jazyků je nerozhodnutelná.

Každá netriviální nemonotónní vlastnost rekurzivně vyčíslitelných jazyků není ani částečně rozhodnutelná.

- Pozn.: Triviální vlastnost - je vždy pro všechny množiny pravdivá nebo nepravdivá
- Pozn.: Monotónní vlastnost - pokud monotónní vlastnost platí v podmnožině tak platí i v nadmnožině

Jsou-li jazyky L i $\overline{L}$ rekurzivně vyčíslitelné jsou oba rekurzivní.

Kategorie: Státnice 2011 | Teoretická informatika

Stránka byla naposledy editována 28. 5. 2011 v 09:23.