Teorie polí

podpole

Buď $(K,+,0,-,*,1)$ pole typu (2, 0, 1, 2, 0) a $(T,+,0,-,*,1)$ podalgebra (tj. podokruh se stejným jednotkovým prvkem). Je-li $(T,+,0,-,*,1)$ samotná polem, pak se nazývá podpole pole $(K,+,0,-,*,1)$. Platí: T je podpole $\Leftrightarrow$

- $x, y \in T \Rightarrow x + y \in T$
- $0 \in T$
- $x \in T \Rightarrow -x \in T$
- $x, y \in T \Rightarrow x * y \in T$
- $1 \in T$
- $x \in T, x \neq 0 \Rightarrow x^{-1} \in T$

minimální pole

Pole $(K,+,0,-,*,1)$ se nazývá minimální, pokud nemá žádná jiná podpole než sebe sama.

- Každé pole má vždy jediné podpole, které je minimální.

rozšíření pole

Buďte K,L pole a K podpole pole L. Potom se L nazývá nadpole nebo rozšíření pole K.
Je-li L nadpole pole K a $S \subseteq L$, pak definujeme rozšíření K(S) pole K takto:

- $K(S) := \bigcap\{E \subseteq L | E$ je podpole pole L, které obsahuje $K \cup S\}$.

Je-li $S = u_1,...,u_r$ konečné, pak píšeme $K(S) = :K(u_1,...,u_r)$. Je-li speciálně $S = \alpha$ jednoprvkové, pak píšeme $K(S) = :K(\alpha)$ (jednoduché rozšíření pole K).

kořenové pole

Je dáno pole K, $f(x) \in K[x], f(x) \neq 0, grad\ f(x) = n$. Je třeba najít rozšíření L pole K, ve kterém má f(x) právě n kořenů (včetně násobností), tj. ve kterém platí $f(x) = c(x - \alpha_1)...(x - \alpha_n)$, kde $\alpha_i \in L$. Jinými slovy, f(x) lze rozložit na lineární činitele. Takové pole L se nazývá kořenové pole polynomu f(x) vzhledem ke K.

konečné pole

Buď K konečné pole. Potom platí $char K = p \in P$ a minimální podpole P pole K je izomorfní se Z_p. Protože K je vektorový prostor nad podpolem P, existuje báze $a_1,...,a_n$ vektorového prostoru K nad P ($[K : P] = n \in N$). Proto platí $K = \lambda_1 a_1 + ... + \lambda_n a_n | \lambda_i \in P$ a $|K| = p^n$, neboť každý koeficient λ_i lze zvolit |P| = p způsoby.

Stránka byla naposledy editována 25. 5. 2011 v 22:07.