

Regulární množiny, regulární výrazy

ZPRACUJE: Mystik

Obsah

- 1 Způsoby prezentace regulárních jazyků
 - 1.1 Regulární množiny
 - 1.2 Regulární výrazy (RV)
 - 1.3 Kleeneho algebra
 - 1.4 Regulární přechodový graf
- 2 Rovnice nad regulárními výrazy
- 3 Algoritmus převodu RV na rozšířený KA

Způsoby prezentace regulárních jazyků

- Všechny tyto způsoby zápisu jsou ekvivalentní
- Všechny umožňují zapsat jazyky typu 3 Chomského hierarchie

Pozitivní iterace a^+

$$a^+ = (a^* - \varepsilon)$$

	Alternativa	Konkatenace	Iterace	Pozitivní iterace	Neutr. prvek alternativa	Neutr. prvek konkatenace
Regulární množiny	$P \cup Q$	$P \cdot Q$	P^*	P^+	\emptyset	$\{\varepsilon\}$
Regulární výrazy	$p + q$	pq	p^*	p^+	\emptyset	ε
Kleeneho algebra	$p + q$	pq	p^*	p^+	0	1

Regulární množiny

Regulární množinu nad abecedou Σ definujeme takto:

- 1) Prázdná množina \emptyset je regulární množina
 - 2) Množina obsahující pouze prázdný řetězec $\{\varepsilon\}$ je regulární množina
 - 3) Množina $\{a\}$ po všechna $a \in \Sigma$ je regulární množina
 - 4) Jsou-li P a Q regulární množiny pak také jejich sjednocení $(P \cup Q)$, konkatenace $(P \cdot Q)$ a iterace (P^*) jsou regulární množiny
 - 5) Regulárními množinami jsou pouze množiny, které lze získat aplikací 1 až 4
- Třída regulárních množin je tedy nejmenší třída jazyků, která obsahuje \emptyset , ε , $\{a\}$ pro všechny symboly a a je uzavřena vzhledem k operacím sjednocení, součinu a iterace.

Regulární výrazy (RV)

- představují obvyklou notaci regulárních množin

Regulární výraz nad abecedou Σ definujeme takto:

- 1) \emptyset je regulární výraz označující regulární množinu \emptyset
- 2) ε je regulární výraz označující regulární množinu $\{\varepsilon\}$
- 3) a je regulární výraz označující regulární množinu $\{a\}$ po všechna $a \in \Sigma$
- 4) Jsou-li p a q regulární výrazy označující regulární množiny P a Q pak
 - $(p + q)$ je regulární výraz označující regulární množinu $P \cup Q$
 - (pq) je regulární výraz označující regulární množinu $P \cdot Q$
 - (p^*) je regulární výraz označující regulární množinu P^*

5) Regulárními výrazy jsou právě ty výrazy, které lze získat aplikací 1 až 4

Kleeneho algebra

- algebra se sadou axiomů pro řešení rovnic nad regulárními výrazy

Algebra $(\Sigma, +, 0, \cdot, 1, *)$

- + - operace alternativy (asociativní, komutativní, idempotentní)
- 0 - neutrální prvek operace alternativy, anihilátor operace konkatenace
- - operace konkatenace (asociativní, distributivní nad alternativou)
- 1 - neutrální prvek operace konkatenace
- * - operace iterace

Regulární přechodový graf

Regulární přechodový graf je zobecněný KA, který obsahuje množinu počátečních stavů a regulární výrazy na hranách. Každý reg. přechodový graf je možné převést na reg. přechodový graf s jediným přechodem na kterém je hledaný RV.

Rovnice nad regulárními výrazy

Rovnice jejichž složky jsou koeficienty a neznámé reprezentující dané a hledané regulární výrazy

- při řešení se využívají axiomy Kleeneho algebry a klasické postupy řešení soustav rovnic
- Užitečný vztah:

$$X = aX + b \Rightarrow X = a^*b$$

Důkaz:

$$\begin{aligned} a^*b &= a(a^*b) + b \\ a^*b &= a^+b + b \\ a^*b &= (a^+ + \varepsilon)b \\ a^*b &= (a^*)b \end{aligned}$$

Standardní tvar soustavy rovnic nad RV

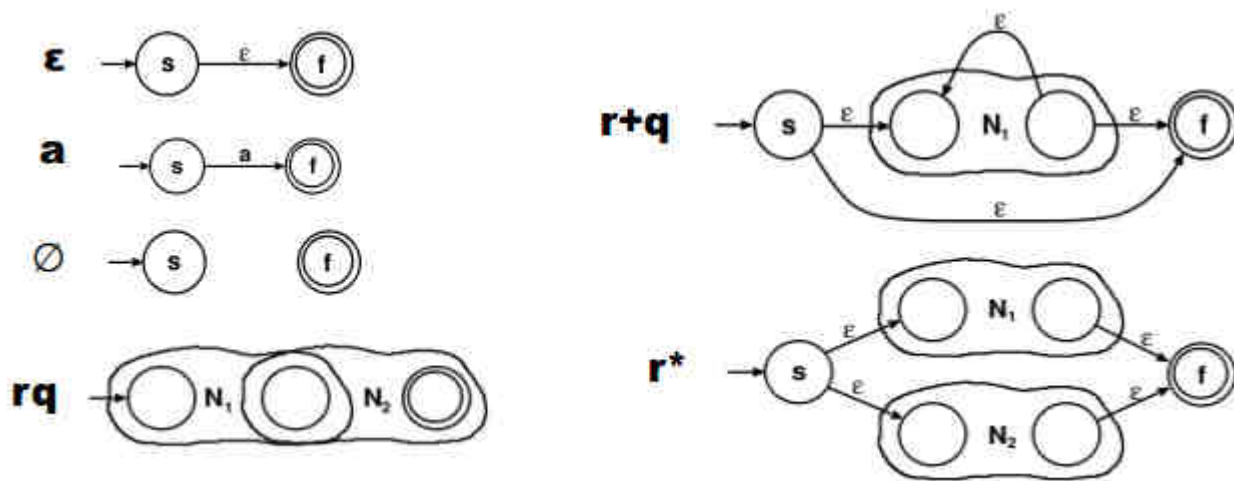
soustava rovnic nad RV je ve standardním tvaru vzhledem k neznámým $\Delta = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ má-li tvar:

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq n} X_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}X_1 + \alpha_{i2}X_2 + \dots + \alpha_{in}X_n$$

- je-li soustava rovnic ve standardním tvaru pak existuje její minimální pevný bod (řešení) a alg. jeho nalazení

Algoritmus převodu RV na rozšířený KA

- pro výraz ε zkonstruujeme ε -přechod
- pro výraz x zkonstruujeme přechod se symbolem x
- pro výraz \emptyset nekonstruujeme žádný přechod
- pro výraz rq sjednotíme koncový stav r a počátečním stavem q
- pro výraz $r + q$ zkonstruujeme z počátečního stavu ε -přechody do počátečních stavů r a q a ε -přechody z koncových stavů r a q do koncového stavu
- pro výraz r^* zkonstruujeme ε -přechod mezi počátečním a koncovým stavem, ε -přechod z počátečního stavu do počátečního stavu r , ε -přechod z koncového stavu r do koncového stavu a ε -přechod z koncového stavu r do počátečního stavu r



EDIT: v obrázku je prehodené $r+q$ a r^*

Kategorie: Státnice 2011 | Teoretická informatika

Stránka byla naposledy editována 28. 5. 2011 v 10:40.