

Statisztika Megoldások

- 1) Egy dolgozatnál az elérhető legmagasabb pontszám 100 volt. 15 tanuló eredményeit tartalmazza a következő táblázat:

Elért pontszám	100	95	91	80	65	31	17	8	5
A dolgozatok száma	3	2	1	2	1	2	2	1	1

- a) Határozza meg az összes dolgozat pontszámának átlagát (számtani közepét), móduszát és mediánját! (5 pont)
 b) A dolgozatok érdemjegyeit az alábbi táblázat alapján kell megállapítani!

Pontszám	Osztályzat
80-100	jeles
60-79	jó
40-59	közepes
20-39	elégséges
0-19	elégtelen

Ennek ismeretében töltsse ki a következő táblázatot! (2 pont)

Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma					

- c) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek értékét is! (5 pont)

Megoldás:

- a) Számtani átlag: $\frac{3 \cdot 100 + 2 \cdot 95 + 91 + 2 \cdot 80 + 65 + 2 \cdot 31 + 2 \cdot 17 + 8 + 5}{15} = 61$

(2 + 1 pont)

Módusz: 100

(1 pont)

Medián: 80

(1 pont)

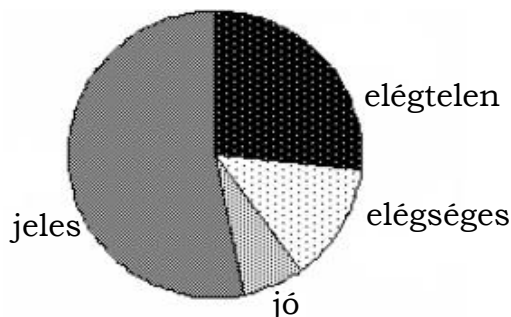
- b)

Osztályzat	Jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma	8	1	0	2	4

(2 pont)

- c) jeles: 192°
 jó: 24°
 elégséges: 48°
 elégtelen: 96°

(2 pont)



Ábra:

(3 pont)

Összesen: 12 pont

2) A fizika órai tanulókísérlet egy tömegmérési feladat volt. A mérést 19 tanuló végezte el. A mért tömegre gramm pontossággal a következő adatokat kapták: 37, 33, 37, 36, 35, 36, 37, 40, 38, 33, 37, 36, 35, 35, 38, 37, 36, 35, 37.

- a) Készítse el a mért adatok gyakorisági táblázatát! (3 pont)
- b) Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal? (3 pont)
- c) Mekkora a kapott eredmények mediánja, módusza? (2 pont)
- d) Készítsen oszlopdiagramot a mérési eredményekről! (4 pont)

Megoldás:

a)

$m(g)$	33	34	35	36	37	38	39	40
$n(db)$	2	0	4	4	6	2	0	1

(3 pont)

b) $\bar{m} = \frac{2 \cdot 33 + 4 \cdot 35 + 4 \cdot 36 + 6 \cdot 37 + 2 \cdot 38 + 40}{19} =$

(1 pont)

$= 36,21$

(1 pont)

$36,21 \approx 36 \text{ gramm}$

(1 pont)

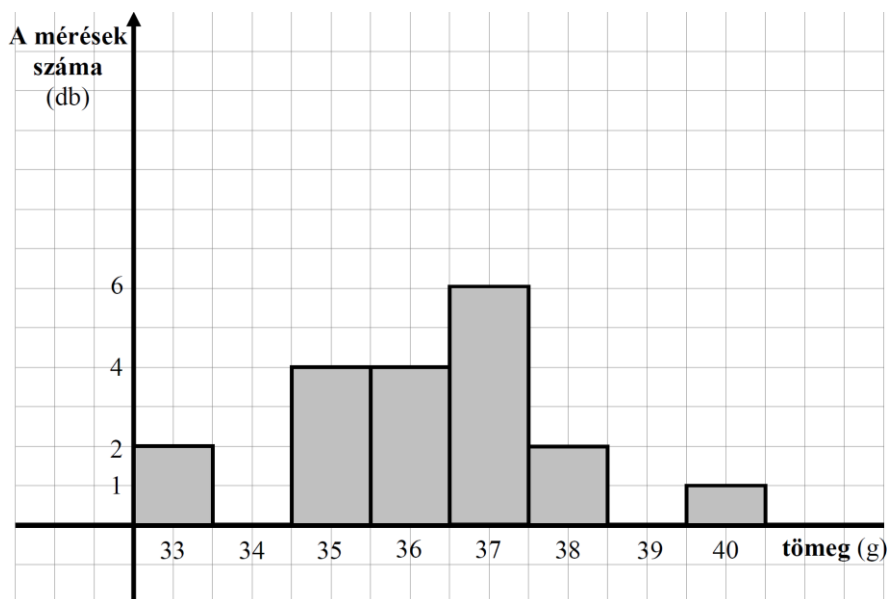
c) **Medián: 36**

(1 pont)

Módusz: 37

(1 pont)

d)



(4 pont)

Összesen: 12 pont

3) Egy osztály történelem dolgozatot írt. Öt tanuló dolgozata jeles, tíz tanulóé jó, három tanulóé elégséges, két tanuló elégtelen dolgozatot írt.

- a) Hányan írtak közepes dolgozatot, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,410-nál nagyobb és 3,420-nál kisebb? (10 pont)
- b) Készítsen gyakorisági táblázatot, és ábrázolja oszlopdiagrammal az osztályzatok gyakoriságát! (4 pont)
- c) A párhuzamos osztályban 32 tanuló írta meg ugyanezt a dolgozatot, és ott 12 közepes dolgozat született. Melyik osztályban valószínűbb, hogy a dolgozatok közül egyet véletlenszerűen elővéve éppen közepes dolgozat kerül a kezünkbe? (3 pont)

Megoldás:

- a) Ha
- x
- tanuló írt közepes dolgozatot, akkor az átlag:

$$\frac{5 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + x \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{20 + x} \quad (2 \text{ pont})$$

$$3,410 < \frac{5 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + x \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{20 + x} < 3,420 \quad (2 \text{ pont})$$

$68,2 + 3,41x < 73 + 3x < 68,4 + 3,42x$ (Szabad az egyenlőtlenséget a tört nevezőjével szorozni, mert az pozitív szám.)

Az első egyenlőtlenségből: $x < 11,7$ (2 pont)

A második egyenlőtlenségből: $10,95 < x$ (2 pont)

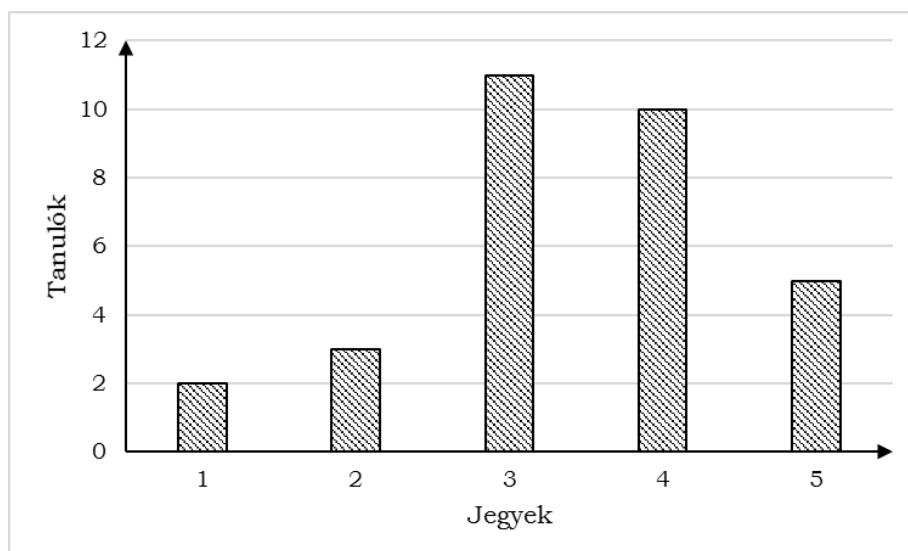
Tehát 11 tanuló írt közepes dolgozatot. (1 pont)

Ellenőrzés: így az átlag $\frac{106}{31} \approx 3,419$. (1 pont)

- b)

jegyek	5	4	3	2	1
tanulók	5	10	11	3	2

(1 pont)



(3 pont)

- c) Az eredeti osztályban
- $\frac{11}{31}$
- a közepes dolgozat kiválasztásának valószínűsége.

(1 pont)

A párhuzamos osztályban $\frac{12}{32}$ a valószínűség.

(1 pont)

$$\frac{11}{31} < \frac{12}{32}$$

Tehát a párhuzamos osztályban nagyobb a közepes dolgozat kiválasztásának a valószínűsége. (1 pont)

Összesen: 17 pont

- 4) Az alábbi adatok március első hetében mért napi hőmérsékleti maximumok (az adatokat °C-ban mérték):

hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
5,2	1,6	3,1	-0,6	-1,1	1,6	0

Mennyi volt ezen a héten a hőmérsékleti maximumok átlaga? (2 pont)

Megoldás:

$$\frac{9,8^\circ}{7} = 1,4^\circ$$

(2 pont)

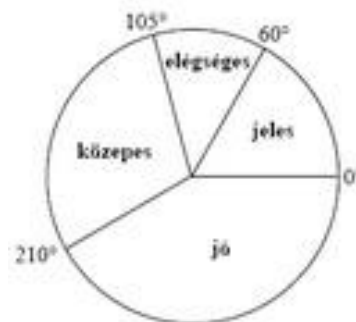
- 5) A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.

a) Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották? (3 pont)

b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti:

Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplő érdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlopdiagramon is! (6 pont)

c) Az összes megírt dolgozathoz véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe? (3 pont)



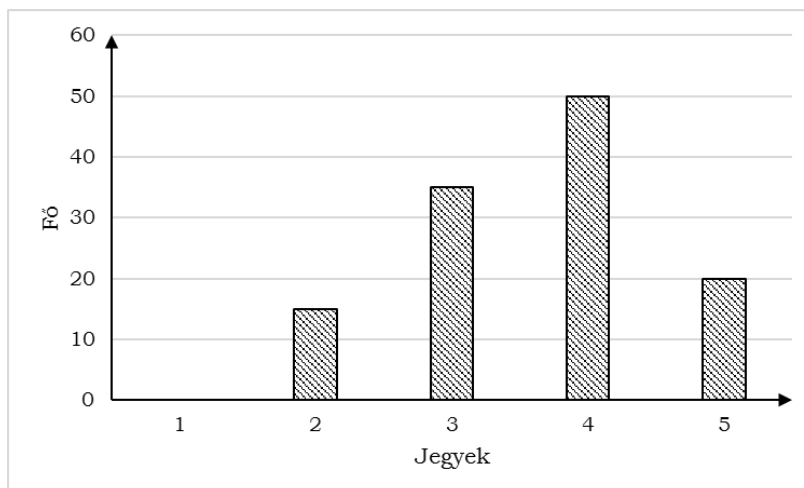
Megoldás:

a) Lásd: Kombinatorika 42. feladat

b)

jegyek	2	3	4	5
fok	45°	105°	150°	60°
fő	15	35	50	20

(4 pont)



(2 pont)

c) Lásd: Valószínűségyszámítás 7. feladat

Összesen: 12 pont

- 6) Egy márciusi napon öt alkalommal mérték meg a külső hőmérsékletet. A kapott adatok átlaga 1 °C, mediánja 0 °C. Adjon meg öt ilyen lehetséges hőmérséklet értéket! (4 pont)

Megoldás:

Például: -2 °C ; -1 °C ; 0 °C ; 1 °C ; 7 °C (megfelel mindkét középértéknek).

(4 pont)

Összesen: 4 pont

- 7) Egy tanulmányi verseny döntőjében 8 tanuló vett részt. Három feladatot kellett megoldaniuk. Az első feladat maximálisan elérhető pontszáma 40, a másodiké 50, a harmadiké 60. A nyolc versenyző feladatonkénti eredményeit tartalmazza az alábbi táblázat:

Versenyző sorszáma	I.	II.	III.	Összpontszám	Százalékos teljesítmény
1.	28	16	40		
2.	31	35	44		
3.	32	28	56		
4.	40	42	49		
5.	35	48	52		
6.	12	30	28		
7.	29	32	45		
8.	40	48	41		

- a) Töltsd ki a táblázat hiányzó adatait! A százalékos teljesítményt egészre kerekítve adja meg!
Melyik sorszámu versenyző nyerte meg a versenyt, ki lett a második, és ki a harmadik helyezett? (5 pont)
- b) A nyolc versenyző dolgozata közül véletlenszerűen kiveszünk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 75%-osnál jobb teljesítményű dolgozat került a kezünkbe? (2 pont)
- c) Egy tanuló betegség miatt nem tudott megjelenni a döntőn. Másnap megkapta, és megoldotta a feladatokat. Eredményét később összehasonlította a nyolc döntős versenyző eredményével. Észrevette, hogy az első feladatot a versenyzők I. feladatra kapott pontszámainak a mediánjára teljesítette (egészre kerekítve), a második feladatot pedig a nyolc versenyző II. feladata pontszámainak a számtani közepére (szintén egészre kerekítve). A III. feladatot 90%-ra teljesítette.
Mennyi lett ennek a tanulónak az összpontszáma? Ezzel hányadik helyen végzett volna? (5 pont)

Megoldás:

a)

Versenyző sorszáma	I.	II.	III.	Összpontszám	Százalékos teljesítmény
1.	28	16	40	84	56
2.	31	35	44	110	73
3.	32	28	56	116	77
4.	40	42	49	131	87
5.	35	48	52	135	90
6.	12	30	28	70	47
7.	29	32	45	106	71
8.	40	48	41	129	86

(2+2 pont)

- 1. helyezett: 5. sorszámu versenyző;**
2. helyezett: 4. sorszámu versenyző;
3. helyezett: 8. sorszámu versenyző.

(1 pont)

- b) Lásd: Valószínűségszámítás 11. feladat

- c) Az I. feladat pontszámainak mediánja: 31,5 (ami kerekítve 32),
 a II. pontszámainak számtani közepe: $\frac{279}{8} = 34,875$ (ami kerekítve 35).
 (1 pont)
 Az I. feladat pontszámainak mediánja: 31,5 (ami kerekítve 32), (1 pont)
 a II. pontszámainak számtani közepe: $\frac{279}{8} = 34,875$ (ami kerekítve 35).
 (1 pont)
 III. feladatra kapható 60 pont 90%-a: 54 pont. (1 pont)
 A megfelelő kerekítéseket elvégezve, összesítve $32 + 35 + 54 = 121$ pont,
 ami a **4. helyezést** jelenthette volna. (1 pont)

Összesen: 12 pont

- 8) Máté a tanév során 13 érdemjegyet kapott matematikából. Ezek időrendben: 4, 4, 3, 4, 4, 2, 5, 4, 3, 1, 3, 3, 2. Adja meg a jegyek móduszát és mediánját!
 (2 pont)

Megoldás:

Módusz: 4 (1 pont)
 Medián: 3 (1 pont)

Összesen: 2 pont

- 9) Egy gimnáziumban 50 diák tanulja emelt szinten a biológiát. Közülük 30-an tizenegyedikesek és 20-an tizenkettedikesek. Egy felmérés alkalmával a tanulóktól azt kérdezték, hogy hetente átlagosan hány órát töltenek a biológia házi feladatok megoldásával. A táblázat a válaszok összesített eloszlását mutatja.

A biológia házi feladatok megoldásával hetente eltöltött órák száma*	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
Tanulók száma	3	11	17	15	4

* A tartományokhoz az alsó határ hozzátartozik, a felső nem.

- a) Ábrázolja oszlopdiagramon a táblázat adatait! (3 pont)
 b) Átlagosan hány órát tölt a biológia házi feladatok megoldásával hetente ez az 50 tanuló? Az egyes időintervallumok esetében a középvértékekkel (1, 3, 5, 7 és 9 órával) számoljon! (3 pont)
 Egy újságíró két tanulóval szeretne interjút készíteni. Ezért a biológiát emelt szinten tanuló 50 diák névsorából véletlenszerűen kiválaszt két nevet.
 c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kiválasztott tanuló tizenegyedikes, a másik pedig tizenkettedikes? (6 pont)
 d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott tanuló legalább 4 órát foglalkozik a biológia házi feladatok elkészítésével hetente? (5 pont)

Megoldás:

a)



(3 pont)

b) A középértékekkel számított átlag: $\frac{3 \cdot 1 + 11 \cdot 3 + 17 \cdot 5 + 15 \cdot 7 + 4 \cdot 9}{50} = \frac{262}{50}$ (2 pont)

= 5,24 **A tanulók tehát átlagosan 5,24 órát (\approx 5 óra 14 perc) töltenek a biológia házi feladatok megoldásával hetente.** (1 pont)

c) Lásd: Valószínűségszámítás 12. feladat

d) Lásd: Valószínűségszámítás 12. feladat

Összesen: 17 pont

10) Öt szám átlaga 7. Az öt szám közül négyet ismerünk, ezek az 1, a 8, a 9 és a 12. Határozza meg a hiányzó számot! Válaszát számítással indokolja! (3 pont)

Megoldás:

Legyen az ötödik szám x , ekkor $\frac{1 + 8 + 9 + 12 + x}{5} = 7$ (1 pont)

$x = 5$ (2 pont)

Összesen: 3 pont

11) Rozi irodalomból a tanév során a következő jegyeket kapta: 2; 4; 3; 5; 2; 4; 5; 3; 5. Mi lenne az év végi osztályzata, ha az a kapott jegyek mediánja lenne? (2 pont)

Megoldás:

Az év végi osztályzat medián esetén **4**. (2 pont)

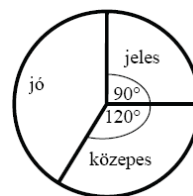
12) A kézilabdaedzéseken 16 tanuló vesz részt, átlagmagasságuk 172 cm. Mennyi a magasságaik összege? (2 pont)

Megoldás:

A 16 tanuló magasságának összege:

$(16 \cdot 172 =)$ **2752 (cm)** (2 pont)

13) Egy iskolában 120 tanuló érettségizett matematikából. Nem volt sem elégtelen, sem elégséges dolgozat. Az eredmények megoszlását az alábbi kördiagram szemlélteti.



Hányan kaptak jeles, jó, illetve közepes osztályzatot? (3 pont)

Megoldás:

A jeles osztályzatok száma: **30**.

(1 pont)

A jó osztályzatok száma: **50**.

(1 pont)

A közepes osztályzatok száma: **40**.

(1 pont)

Összesen: 3 pont

14) Számítsa ki a 12 és 75 számok mértani közepét!

(2 pont)

Megoldás:

A mértani közép: **30**.

(2 pont)

15) Egy 2000. január elseji népesség-statisztika szerint a Magyarországon élők kor és nem szerinti megoszlása (ezer főre) kerekítve az alábbi volt:

Korcsoport (év)	Férfiak száma (ezer fő)	Nők száma (ezer fő)
0 – 19	1214	1158
20 – 39	1471	1422
40 – 59	1347	1458
60 – 79	685	1043
80 -	75	170

a) Melyik korcsoport volt a legnépesebb? A táblázat adatai alapján adja meg, hogy hány férfi és hány nő élt Magyarországon 2000. január elsején? (3 pont)

b) Ábrázolja egy közös oszlopdiagramon, két különböző jelölésű oszloppal a férfiak és a nők korcsoportok szerinti megoszlását! (5 pont)

c) Számítsa ki a férfiak százalékos arányát a 20 évnél fiatalabbak korcsoportjában, valamint a legalább 80 évesek között! (4 pont)

Megoldás:

a) A 20-39 éves korcsoport volt a legnépesebb (2 893 ezer fő).

(1 pont)

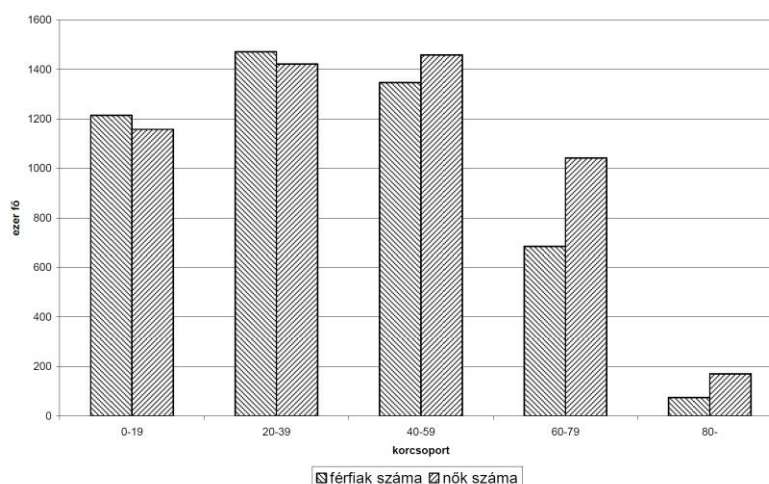
4792 ezer (4 792 000) férfi

(1 pont)

és **5251 ezer** (5 251 000) nő élt az országban.

(1 pont)

b)



(5 pont)

- c) A 20 évnél fiatalabb férfiak száma 1214 ezer, a korcsoport lélekszáma 2372 ezer fő volt, (1 pont)

tehát a férfiak százalékos aránya:

$$\frac{1214}{2372} \approx 0,512 = 51,2\% . \quad (1 \text{ pont})$$

A legalább 80 éves férfiak száma 75 ezer, a korcsoport lélekszáma 245 ezer fő volt, (1 pont)

tehát a férfiak százalékos aránya:

$$\frac{75}{245} \approx 0,306 = 30,6\% \quad (1 \text{ pont})$$

Összesen: 12 pont

- 16) Számítsa ki 25 és 121 számtani és mértani közepét! (2 pont)**

Megoldás:

A számtani közép értéke: **73**. (1 pont)

A mértani közép értéke: **55**. (1 pont)

Összesen: 2 pont

- 17) Melyik az a legnagyobb szám az alábbi 12 szám közül, amelynek elhagyásával a megmaradt 11 szám mediánja 6?**

6; 4; 5; 5; 1; 10; 7; 6; 11; 2; 6; 5 (2 pont)

Megoldás:

Az elhagyott szám: **5**. (2 pont)

- 18) Az alábbi táblázat egy 7 fős csoport tagjainak cm-ben mért magasságait tartalmazza. Mekkora a csoport átlagmagassága? A csoport melyik tagjának a magassága van legközelebb az átlagmagassághoz?**

Anna	Bea	Marci	Karcsi	Ede	Fanni	Gábor
155	158	168	170	170	174	183

(3 pont)

Megoldás:

Az átlag fogalmának helyes használata. (1 pont)

Az átlag: **$\approx 168,3$ cm**. (1 pont)

Az átlagmagassághoz legközelebb **Marci** magassága van. (1 pont)

Összesen: 3 pont

- 19) Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:**

Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.

A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!

a) A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál. (1 pont)

b) Nincs hármasnál rosszabb dolgozat. (1 pont)

Megoldás:

a) **igaz** (1 pont)

b) **hamis** (1 pont)

Összesen: 2 pont

- 20) Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8. (12 pont)**

Megoldás:

(Jelölje a két keresett számot x és y .)

A számtani közép $\frac{x+y}{2}$, (1 pont)

A mértani közép \sqrt{xy} , (1 pont)

$x+y=16$ (1 pont)

$x \cdot y = 23,04$ (1 pont)

$y=16-x$, $(16-x)x=23,04$ (1 pont)

Az egyenletrendszerből adódó másodfokú egyenlet

$x^2 - 16x + 23,04 = 0$ (2 pont)

melynek gyökei $x_1 = 1,6$ és $x_2 = 14,4$. (2 pont)

$y_1 = 14,4$ és $y_2 = 1,6$, (2 pont)

A két szám az **1,6** és a **14,4**. (1 pont)

Összesen: 12 pont

- 21) Megkérdeztek 25 családot arról, hogy hány forintot költöttek az elmúlt hónapban friss gyümölcsre. A felmérés eredményét mutatja az alábbi táblázat:**

3500	4500	5600	4000	6800
4000	3400	5600	6200	4500
500	5400	2500	2100	1500
9000	1200	3800	2800	4500
4000	3000	5000	3000	5000

(Az adatokat tekintsük pontos értékeknek!)

- a) **Hány forintot költöttek átlagosan ezek a családok friss gyümölcs vásárlására az elmúlt hónapban?** (3 pont)

- b) **Ossza 1000 Ft terjedelmű osztályokba a fenti értékeket, kezdve a 0-1000 Ft, 1001-2000 Ft stb. osztályokkal, és ábrázolja ezeknek az osztályoknak a gyakoriságát oszlopdiagramon!** (5 pont)

- c) **Az 500 Ft és a 9000 Ft kiugró értékek.** (6 pont)

Mennyi a megmaradt adatok átlaga, ha ezeket a kiugró értékeket elhagyjuk az adatok közül?

Hány százalékos változást jelent ez az eredeti átlaghoz képest, és milyen irányú ez a változás?

Mennyi az így keletkezett új adatsor terjedelme?

(Az átlagot forintra, a százaléklábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

- d) **Az eredeti mintát a vizsgálatot végző cég két új család megfelelő adatával bővítette. Az egyik az eredeti átlagnál 1000 Ft-tal többet, a másik ugyanennyivel kevesebbet költött havonta friss gyümölcsre.**

Mutassa meg számítással, hogy így az átlag nem változott! (3 pont)

Megoldás:

- a) A 25 elemű mintában az elemek összege 101400. (1 pont)

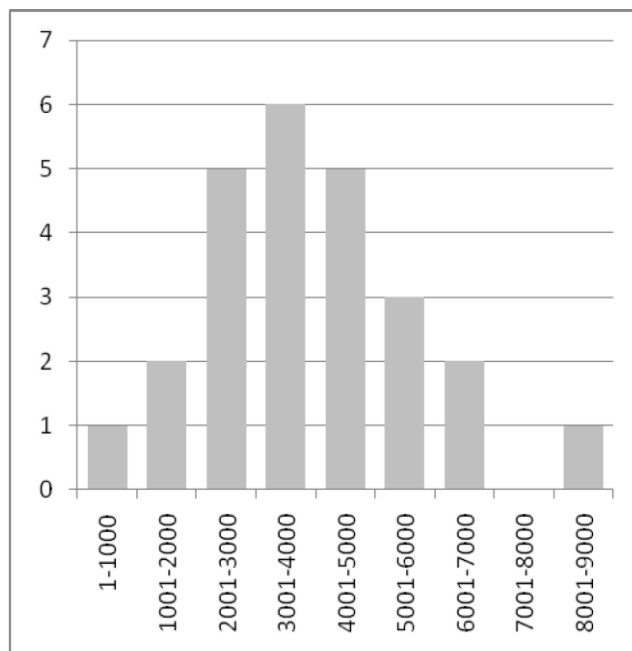
$$\text{Így az átlag } \frac{101400}{25} =$$

$$= \mathbf{4056 \text{ (Ft)}}. \quad (1 \text{ pont})$$

- b) Az 1000 Ft-os osztályokba sorolt adatok gyakorisági táblázata:

Havi költség Ft-ban	Családok száma
1-1000	1
1001-2000	2
2001-3000	5
3001-4000	6
4001-5000	5
5001-6000	3
6001-7000	2
7001-8000	0
8001-9000	1

(3 pont)



(2 pont)

- c) A két szélső adat elhagyásával az új átlag: $\frac{91900}{23} \approx$ (1 pont)

$$\approx 3996 \text{ (Ft)}. \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Mivel } \frac{3996}{4056} \approx 0,9852, \quad (1 \text{ pont})$$

ezért az átlag $\approx 1,48\%$ -kal csökkent. (1 pont)

Az új adatsor legkisebb eleme 1200 Ft, legnagyobb eleme 6800 Ft, (1 pont)

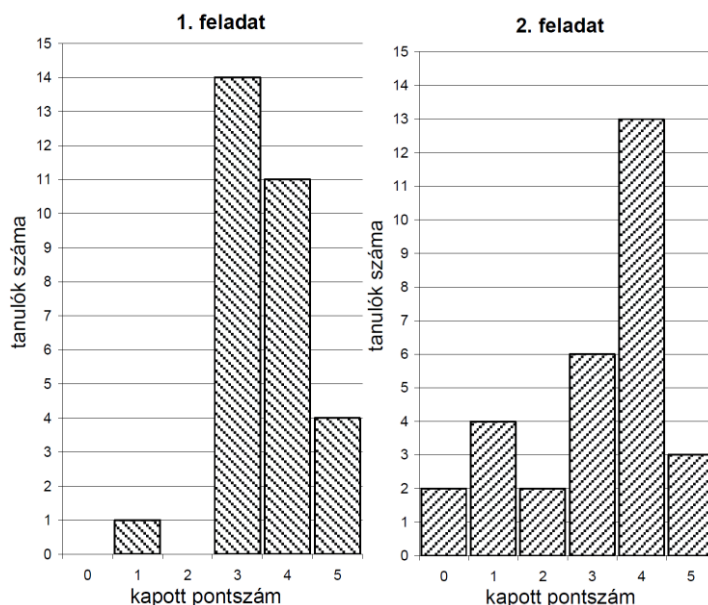
így terjedelme **5600 Ft**. (1 pont)

- d) Az új átlag $\frac{25 \cdot 4056 + (4056 - 1000) + (4056 + 1000)}{27} =$ (2 pont)

$$= \frac{27 \cdot 4056}{27} = \mathbf{4056}. \quad (1 \text{ pont})$$

Összesen: 17 pont

22) Egy iskolai tanulmányi verseny döntőjébe 30 diák jutott be, két feladatot kellett megoldaniuk. A verseny után a szervezők az alábbi oszlopdiagramokon ábrázolták az egyes feladatokban szerzett pontszámok eloszlását:

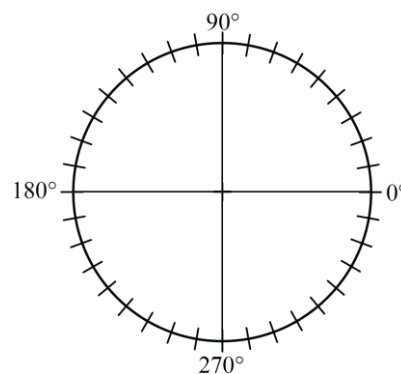


- a) A diagramok alapján töltsé ki a táblázat üres mezőit! Az első feladatra kapott pontszámok átlagát két tizedes jegyre kerekítve adja meg! (3 pont)

	1. feladat	2. feladat
pontszámok átlaga		3,10
pontszámok mediánja		

- b) A megfelelő középponti szögek megadása után ábrázolja kördiagramon a 2. feladatra kapott pontszámok eloszlását!

- c) A versenyen minden tanuló elért legalább 3 pontot. Legfeljebb hány olyan tanuló lehetett a versenyzők között, aki a két feladat megoldása során összesen pontosan 3 pontot szerzett?



Megoldás:

a)

	1. feladat	2. feladat
pontszámok átlaga	3,57	3,10
pontszámok mediánja	3,5	4

(3 pont)

- b) Egy tanulóhoz tartozó középponti szög: 12°.

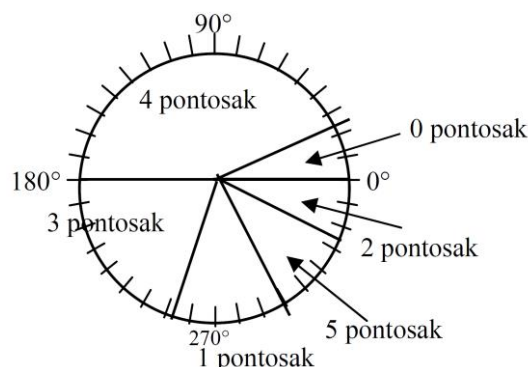
(1 pont)

13 tanulóhoz 156°, 6 tanulóhoz 72°, 4 tanulóhoz 48°, 3 tanulóhoz 36°, 2 tanulóhoz 24° tartozik.

(1 pont)

Ábra

(2 pont)



- c) Egy tanuló 3 pontot négyféleképpen érhetne el:
 $0+3$; $1+2$; $2+1$; $3+0$. (1 pont)
 A diagram alapján nem valósulhat meg: $0+3$; $2+1$. (1 pont)
 $1+2$ pontot 1 tanuló kaphatott. (1 pont)
 $3+0$ pontot 2 tanuló kaphatott. (1 pont)
Legfeljebb 3 tanuló érhetett el pontosan 3 pontot. (1 pont)

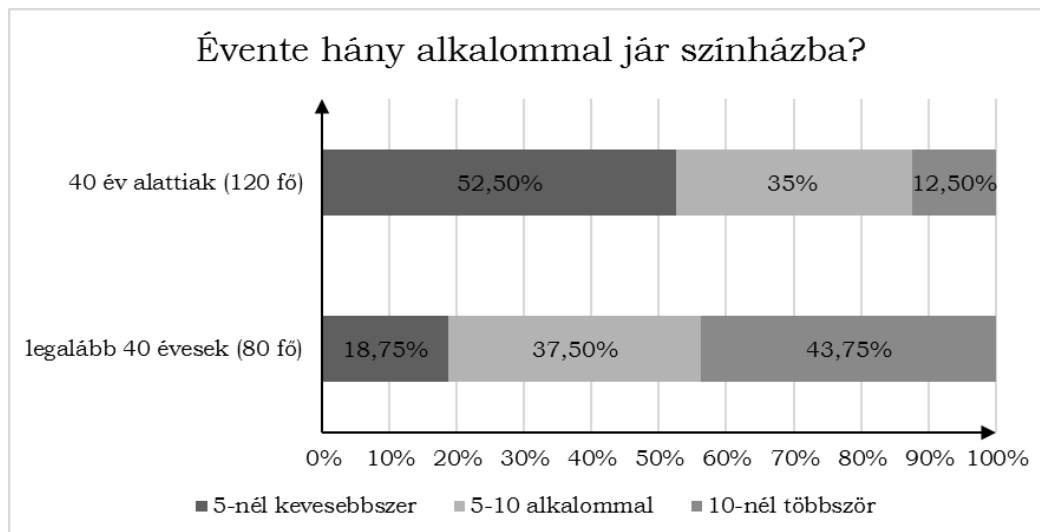
Összesen: 12 pont

23) Adja meg a 2; 11; 7; 3; 17; 5; 13 számok mediánját! (2 pont)

Megoldás:

A medián: 7. (2 pont)

24) Egy felmérés során két korcsoportban összesen 200 embert kérdeztek meg arról, hogy évente hány alkalommal járnak színházba. Közülük 120-an 40 évesnél fiatalabbak, 80 válaszadó pedig 40 éves vagy annál idősebb volt. Az eredményeket (százalékos megoszlásban) az alábbi diagram szemlélteti.



- a) **Hány legalább 40 éves ember adta azt a választ, hogy 5-nél kevesebbszer volt színházban?** (3 pont)
 b) **A megkérdezettek hány százaléka jár évente legalább 5, de legfeljebb 10 alkalommal színházba?** (4 pont)
 c) **A 200 ember közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy közülük legfeljebb az egyik fiatalabb 40 évesnél?**
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

Megoldás:

- a) A legalább 40 éveseknek a 18,75%-a adta az idézett választ. (1 pont)
 $80\text{-nak a } 18,75\text{-a: } 80 \cdot 0,1875$. (1 pont)
 Tehát **15** legalább 40 éves ember adta az „5-nél kevesebbszer” választ. (1 pont)
 b) A 40 év alattiak közül $120 \cdot 0,35 = 42$, (1 pont)
 a legalább 40 évesek közül $80 \cdot 0,375 = 30$, (1 pont)
 azaz összesen 72 olyan ember van, aki évente 5–10 alkalommal jár színházba. (1 pont)
 Ez a szám a megkérdezettek **36%-a**. (1 pont)
 c) *Lásd: Valószínűségszámítás 29. feladat*

Összesen: 12 pont

25) Az alábbi táblázat András és Bea érettségi érdemjegyeit mutatja.

	András	Bea	Cili
Magyar nyelv és irodalom	3	4	
Matematika	4	5	
Történelem	4	4	
Angol nyelv	3	5	
Fölrajz	5	5	

a) Számítsa ki András jegyeinek átlagát és szórását! (3 pont)

Cili érettségi eredményéről azt tudjuk, hogy jegyeinek átlaga András és Bea jegyeinek átlaga közé esik, továbbá Cili jegyeinek a szórása 0.

b) Töltse ki a táblázatot Cili jegyeivel! (3 pont)

Dávid is ebből az 5 tárgyból érettségizett, az 5 tárgy az ő bizonyítványában is a fenti sorrendben szerepel. Eredményeiről azt tudjuk, hogy jegyeinek mediánja 4, átlaga pedig 4,4 lett.

c) Határozza meg Dávid osztályzatait és azt, hogy hányféleképpen lehetne ezekkel az osztályzatokkal kitölteni az érettségi bizonyítványát! (7 pont)

Az ábra a 24 fős osztály érettségi eredményeinek megoszlását mutatja matematikából. Tudjuk, hogy jeles osztályzatot 4 tanuló ért el.

d) Az osztály tanulói közül hányan érettségiztek közepes eredménnyel matematikából? (4 pont)



Megoldás:

a) András jegyeinek átlaga 3,8, (1 pont)

így jegyeinek szórása $\sqrt{\frac{(3-3,8)^2 + \dots + (5-3,8)^2}{5}} \approx$ (1 pont)

$\approx 0,75$ (1 pont)

b) András jegyeinek átlaga 3,8, Bea jegyeinek átlaga 4,6. (1 pont)

Mivel Cili jegyeinek szórása 0, ezért minden jegye azonos. (1 pont)

Így Cilinek **minden jegye 4-es**. (1 pont)

c) Lásd: Kombinatorika 43. feladat

d) Jeles osztályzatot az osztály $\frac{1}{6}$ része ért el, a hozzájuk tartozó körcikk

középponti szöge 60° . (1 pont)

A közepes osztályzatot elérőkhöz tartozó középponti szög $360^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 150^\circ) = 105^\circ$, (1 pont)

az ehhez tartozó diákok száma: $\frac{105^\circ}{360^\circ} \cdot 24$, (1 pont)

vagyis közepes osztályzatot **7 diák** szerzett. (1 pont)

Összesen: 17 pont

26) Egy teherautóval több zöldségboltba almát szállítottak. Az egyik üzletbe 60 kg jonatánt, 135 kg starkingot, 150 kg idaredet és 195 kg golden almát vittek. A jonatán és az idared alma kilóját egyaránt 120 Ft-ért, a starking és a golden kilóját 85 Ft-ért árulta a zöldséges.

a) Hány százalékkal volt drágább a jonatán alma kilója a goldenéhez képest? (2 pont)

- b) Mennyi bevételhez jutott a zöldséges, ha a teljes mennyiséget eladta? (2 pont)
- c) A zöldségeshez kiszállított árukészlet alapján számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe került nála 1 kg alma! (3 pont)
- d) Ábrázolja kördiagramon a zöldségeshez érkezett alma mennyiségének fajták szerinti megoszlását! (6 pont)
- A jonatán alma mérete kisebb, mint az idaredé, így abból átlagosan 25%-kal több darab fér egy ládába, mint az idaredből. Rakodásnál mindkét fajtából kiborult egy-egy tele láda alma, és tartalmuk összekeveredett.
- e) A kiborult almákból véletlenszerűen kiválasztva egyet, mekkora a valószínűsége annak, hogy az jonatán lesz? (4 pont)

Megoldás:

a) $\frac{120}{85} \approx 1,41$

Kb. **41%-kal drágább** a jonatán alma.

b) Lásd: Szöveges feladatok 21. feladat

c) Az összes alma mennyisége 540 kg.

Átlagos almaár: $\frac{53250}{540} \approx 98,6$

Tehát átlagosan **98,6 Forintba került** egy alma.

d) Az egyes almafajták mennyiségéhez tartozó középponti szögek:

60kg: $\frac{60 \cdot 360^\circ}{540} = 40^\circ$

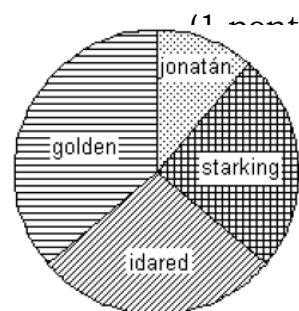
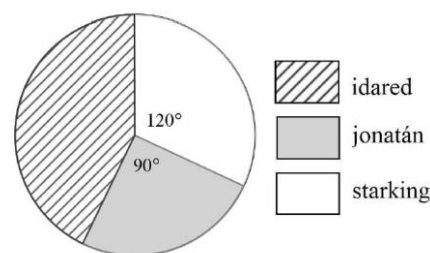
135 kg: **90°**

150 kg: **100°**

195 kg: **130°**

Kördiagram:

e) A Lásd: Valószínűségi számítás 38. feladat



(2 pont)

(4 pont)

Összesen: 17 pont

27) Egy gyümölcsáros háromféle almát kínál a piacon. A teljes készletről kördiagramot készítettünk.

Írja a táblázat megfelelő mezőibe a hiányzó adatokat! (3 pont)

Megoldás:

Minden hiányzó adat megadásáért 1-1 pont jár:

Alma fajtája	A körcikk középponti szöge (fok)	Mennyiség (kg)
jonatán	90	36
idared	150	60
starking	120	48

(3 pont)

Összesen (3 pont)

28) Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.

a) Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek. A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője? (6 pont)

- b) Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról! (4 pont)

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

- c) Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:
Minden háztartásban van televízió.
 Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!
 A) Semelyik háztartásban nincs televízió.
 B) Van olyan háztartás, ahol van televízió.
 C) Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.
 D) Nem minden háztartásban van televízió. (2 pont)

Megoldás:

- a) A mosogatógéppel rendelkezők számát jelölje x , a mikrohullámú sütővel rendelkezők számát $2x$. (1 pont)
 Valamelyik géppel 141-en rendelkeznek:
 $2x + x - 63 = 141$, (2 pont)
 amiből $x = 68$. (1 pont)
 Nincs mikrohullámú sütője $150 - 2 \cdot 68 = 14$ megkérdezettnek, (1 pont)
 ők az összes megkérdezett kb. **9,3%-át** jelentik. (1 pont)
- b) Az egy háztartásban található számítógépek számának átlaga:

$$\frac{3 \cdot 0 + 94 \cdot 1 + 89 \cdot 2 + 14 \cdot 3}{200} =$$
 (1 pont)
 $= 1,57$. (1 pont)
 A **medián 2**, (1 pont)
 a **módusz 1**. (1 pont)
- c) Lásd: Logika, gráfok 20. feladat

Összesen: 12 pont

- 29) Kóstolóval egybekötött termékbemutatót tartottak egy új kávékeverék piaci megjelenését megelőzően. Két csoport véleményét kérték úgy, hogy a terméket az 1-től 10-ig terjedő skálán mindenkinek egy-egy egész számmal kellett értékelnie. Mindkét csoport létszáma 20 fő volt. A csoportok értékelése az alábbi táblázatban látható.

pontszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság az 1. csoportban	0	0	1	0	6	8	2	2	1	0
gyakoriság a 2. csoportban	0	8	0	2	0	1	0	0	0	9

a) **Ábrázolja közös oszlopdiagramon, különböző jelölésű oszlopokkal a két csoport pontszámait! A diagramok alapján fogalmazzon meg véleményt arra vonatkozóan, hogy melyik csoportban volt nagyobb a pontszámok szórása! Véleményét a diagramok alapján indokolja is!**

(5 pont)

b) **Hasonlítsa össze a két csoport pontszámainak szórását számítások segítségével is!**

(5 pont)

Kétféle kávéból 14 kg 4600 Ft/kg egységárú kávékeveréket állítanak elő. Az olcsóbb kávéfajta egységára 4500 Ft/kg, a drágábbé pedig 5000 Ft/kg.

c) **Hány kilogramm szükséges az egyik, illetve a másik fajta kávéból?**

(7 pont)

Megoldás:

a) Az 1. csoporthoz tartozó diagram helyes. (1 pont)

A 2. csoporthoz tartozó diagram helyes. (1 pont)

A vizsgázó a két csoport adatait megfelelően megkülönböztette egymástól. (1 pont)

(1 pont)

Az első csoporthoz

tartozó diagramon a nagy magasságú oszlopok (az átlaghoz közel) közepén vannak, a másodikon pedig a két szélén;

(1 pont)

ez azt jelenti, hogy a második esetben nagyobb lehet a szórás.

(1 pont)

b) Az 1. csoport pontszámainak átlaga **6**,

(1 pont)

szórása $\sqrt{1,7} \approx 1,30$.

(1 pont)

A 2. csoport pontszámainak átlaga **6**,

(1 pont)

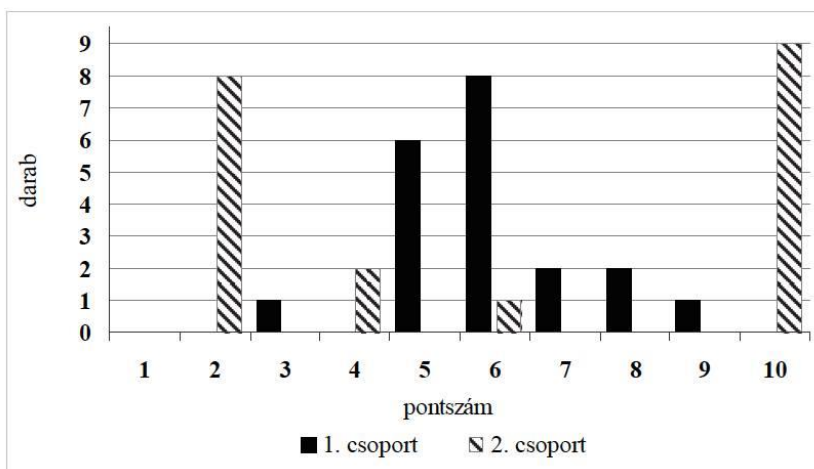
szórása $\sqrt{14} \approx 3,74$.

(1 pont)

A 2. csoport pontszámainak szórása nagyobb.

(1 pont)

c) *Lásd: Szöveges feladatok 25. feladat*



Összesen: 17 pont

30) Egy kis cégnél nyolcan dolgoznak: hat beosztott és két főnök. A főnökök átlagos havi jövedelme 190 000 Ft, a beosztottaké 150 000 Ft.

Hány forint a cég nyolc dolgozójának átlagos havi jövedelme? (2 pont)

Megoldás:

Az átlagos jövedelem **160 000 Ft**.

(2 pont)

31) Réka év végi bizonyítványában a következő osztályzatok szerepelnek: 4; 2; 3; 5; 5; 4; 5; 5; 4. Adja meg Réka osztályzatainak móduszát és mediánját!

(2 pont)

Megoldás:

A módusz **5**, a medián **4**.

(1+1 pont)

Összesen: 2 pont

32) Az egyik világbajnokságon részt vevő magyar női vízilabdacsapat 13 tagjának életkor szerinti megoszlását mutatja az alábbi táblázat.

Életkor	17	18	19	21	22	23	24	25	26	31
Gyakoriság	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1

a) Számítsa ki a csapat átlagéletkorát! (2 pont)

Jelölje A azt az eseményt, hogy a csapatból 7 játékost véletlenszerűen kiválasztva, a kiválasztottak között legfeljebb egy olyan van, aki 20 évnél fiatalabb.

b) Számítsa ki az A esemény valószínűségét! (8 pont)

A világbajnokság egyik mérkőzésén a magyar kezdőcsapat 6 mezőnyjátékosáról a következőket tudjuk:

- a legidősebb és a legfiatalabb játékos életkorának különbsége 12 év,
- a játékosok életkorának egyetlen módusza 22 év,
- a hat játékos életkorának mediánja 23 év,
- a hat játékos életkorának átlaga 24 év.

c) Adja meg a kezdőcsapat hat mezőnyjátékosának életkorát! (7 pont)

Megoldás:

a) Az életkorok átlaga: $\frac{17 \cdot 2 + 18 + 19 + \dots + 25 + 26 + 31}{13} = \frac{289}{13} (\approx 22,23 \text{ év}).$

(2 pont)

b) *Lásd: Valószínűségszámítás 35. feladat*

c) (A legidősebb és legfiatalabb játékos életkorának különbsége csak egyféleképpen lehet 12 év, ha) a legidősebb játékos ($a_6 =$) **31**,

(1 pont)

a legfiatalabb pedig ($a_1 =$) **19** éves.

(1 pont)

A móduszból következik, hogy a játékosok közül ketten (a_2 és a_3) **22** évesek.

(1 pont)

Mivel hat játékos van, ezért a medián a_3 és a_4 számtani közepe, azaz az egyik játékos ($a_4 =$) **24** éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban). (2 pont)

Az átlagból következik, hogy $\frac{118 + a_5}{6} = 24$

(1 pont)

vagyis ez a játékos ($a_5 =$) **26** éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban).

(1 pont)

Összesen: 17 pont

33) Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az A, B, és C sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni), vagy azt, hogy egyiket sem nézi.

Tegyen X-et a megfelelő mezőbe!

- Nézem az **A** sorozatot. ☐
- Nézem a **B** sorozatot. ☐
- Nézem a **C** sorozatot. ☐
- Egyik sorozatot sem nézem. ☐

Ha az utolsó mezőbe X-et tett, akkor a másik három mezőt hagyja üresen!

Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az A sorozat összesen 90 jelölést kapott, a B sorozat összesen 290-et, a C sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.

a) A válaszolók hány százaléka nézte az A sorozatot? (2 pont)

b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem? (5 pont)

A második felmérés során kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámoztak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.

c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett! (5 pont)

Megoldás:

a) Az A sorozatot a válaszolók $\frac{90}{600} \cdot 100 =$ (1 pont)

15%-a nézte. (1 pont)

b) Lásd: Halmazok 25. feladat

c) Az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek: (az A-val jelölt 55°), a B-vel jelölt 135° , a C-vel jelölt 170° . (2 pont)

A kördiagramon 1° -nak $\frac{576}{360} = 1,6$ válaszadó felel meg. (1 pont)

Az A sorozatra $55 \cdot 1,6 = 88$

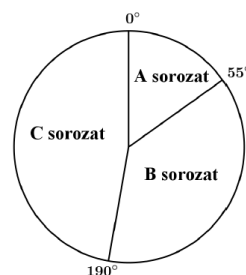
A B sorozatra $135 \cdot 1,6 = 216$ (2 pont)

A C sorozatra $170 \cdot 1,6 = 272$ jelölés érkezett.

Összesen: 12 pont

34) Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezét fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezét, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezét fogtak az edzés előtt! (3 pont)



b) Hány kézfogás történt összesen? (2 pont)

Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot! (5 pont)

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják. Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyeset.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál? A valószínűség pontos értékét adja meg! (7 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Logika, gráfok 21. feladat

b) Lásd: Logika, gráfok 21. feladat

- c) A vizsgázó által megadott számok egyetlen **módusza 2**, (1 pont)
mediánja 3, (1 pont)
átlaga 4, (1 pont)
terjedelme 5. (1 pont)
 Egy lehetséges megoldás például 2; 2; 2; 2; 2; 3; 6; 6; 6; 6; 7. (1 pont)
- d) *Lásd: Valószínűségszámítás 45. feladat*

Összesen: 17 pont

- 35) Egy mérőállomáson az egyik év júliusának tizenhárom egymást követő napján az alábbi csapadéértékeket mérték (milliméterben): 2; 26; 8; 1; 21; 10; 22; 49; 5; 25; 9. Adja meg az adatsor terjedelmét és mediánját!** (3 pont)

Megoldás:

- A terjedelem **48**. (1 pont)
 A medián **9**. (2 pont)

Összesen: 3 pont

- 36) Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adnia. Az adatok alapján a 25560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.**

- a) **Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is!** (5 pont)

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

- b) **Adja meg annak a valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb!** (4 pont)

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-al költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

- c) **Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek!** (8 pont)

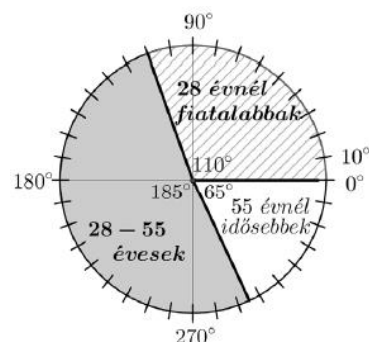
Megoldás:

- a) A 28 évesnél fiatalabbakat ábrázoló körcikk középponti szöge $\frac{7810}{25560} \cdot 360^\circ = 110^\circ$. (1 pont)

- Az 55 évesnél idősebbeket ábrázoló körcikk középponti szöge $\frac{4615}{25560} \cdot 360^\circ = 65^\circ$. (1 pont)

- A 28 és 55 év közöttieket ábrázoló körcikk középponti szöge $360^\circ - (110^\circ + 65^\circ) = 185^\circ$. (1 pont)

Az egyes körcikkek megjelenítése a megfelelő méretben, egyértelmű jelmagyarázattal: (1 pont)



- b) *Lásd: Valószínűségszámítás 47. feladat*
 c) *Lásd: Szöveges feladatok 34. feladat*

Összesen: 17 pont

- 37) Határozza meg az alábbi adatsor terjedelmét, átlagát és szórását!**
1; 1; 1; 1; 3; 3; 3; 3; 5; 5; 7 (4 pont)

Megoldás:

A terjedelem a legkisebb és legnagyobb adat különbsége:

$$7 - 1 = 6. \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Átlag: } \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 7}{10} = 3 \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Szórás: } \sqrt{\frac{4(1-3)^2 + 3(3-3)^2 + 2(5-3)^2 + (7-3)^2}{10}} = 2 \quad (2 \text{ pont})$$

Összesen: 4 pont

38) Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; a és 18.

a) Határozza meg az a értékét és a sorozat differenciáját! (3 pont)

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; b és 18.

b) Határozza meg a b értékét és a sorozat hányadosát! (5 pont)

A 32; c és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá $32 > c > 18$.

c) Határozza meg a c értékét! (5 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Sorozatok 40. feladat

b) Lásd: Sorozatok 40. feladat

c) A három szám mediánja c . (1 pont)

$$\text{Átlaga: } \frac{32 + c + 18}{3}. \quad (1 \text{ pont})$$

$$\text{Ezután az alábbi összefüggés írható fel a szöveg alapján: } \frac{32 + c + 18}{3} = c - 2. \quad (1 \text{ pont})$$

Az egyenletet rendezzük, és a megoldás $c = 28$ lesz. (2 pont)

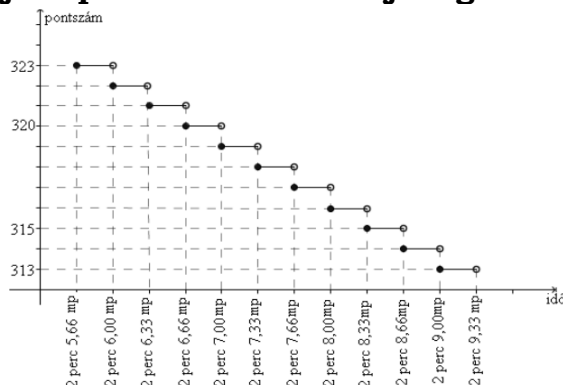
Összesen: 13 pont

39) Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt? (3 pont)

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett? (3 pont)

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményeként járó pontszámot mutatja a grafikon.



c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!

Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc? (2 pont)

A: 320

B: 321

C: 322

D: 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

A: 2 perc 7,00 mp

B: 2 perc 7,60 mp

C: 2 perc 7,80 mp

D: 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugrania. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: A, B vagy C típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab A, majd a négy darab B, végül a három darab C típusú akadályokon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

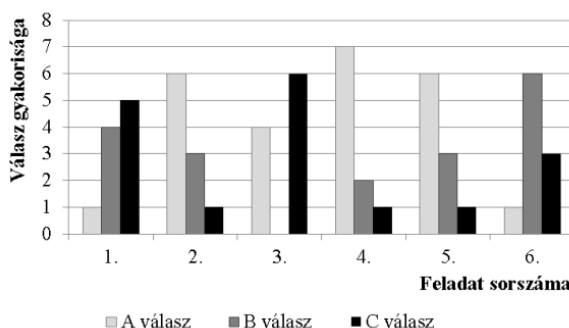
d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt! (4 pont)

Megoldás:

- a) Péter összesen 30 mérkőzést játszott le, melyből 25-öt megnyert. A 21 győzelemért megkapta a 250 pontot, a további 4 győzelemért pedig 7-7 pontot kapott, így az ő pontszáma összesen $250 + 7 \cdot 4 = 278$. (3 pont)
- b) Bence nem kapta meg a 250 pontot, tehát 21-nél kevesebb győzelme volt. Minden hiányzó győzelemért 7-7 pontot vontak le a 250-ból. Ez összesen $250 - 215 = 35$ pont, ebből következik, hogy 5-ször vontak le 7 pontot, vagyis **16** győzelmet aratott. (3 pont)
- c) A grafikon leolvasása után a megoldás: **C : 322** és **C : 2 perc 7,80 mp**. (2 pont)
- d) *Lásd: Kombinatorika 30. feladat*

Összesen: 12 pont

40) Egy hat kérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett választani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott választok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

- a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot! (4 pont)
- b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja! (3 pont)

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten? (5 pont)
Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?

(5 pont)

Megoldás:

a) A jó válaszok száma 35, a rossz válaszok száma 25.

(1 pont)

A 10 diák összesen 60 választ adott, ezért 1 válasz 6° -nak felel meg a kördiagramon.

(1 pont)

Így a jó válaszok számát egy 210° -os körcikk, a rossz válaszok számát pedig egy 150° -os körcikk szemlélteti.

(2 pont)

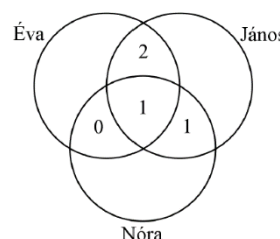
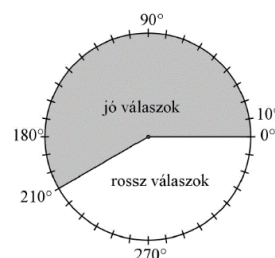
b) Az ábráról leolvasva, ha az állítás igaz lenne, akkor tanulók összesen $5 + 6 + 6 + 7 + 6 + 6 = 36$ pontot szereztek volna, viszont azt tudjuk, hogy 35 jó válasz volt, ezért az állítás **hamis**.

(3 pont)

c) Lásd: Halmazok 29. feladat

d) Lásd: Valószínűségszámítás 52. feladat

Összesen: 17 pont



41) A 8-nak és egy másik pozitív számnak a mértani közepe 12. Melyik ez a másik szám? (2 pont)

Megoldás:

$$\sqrt[2]{8 \cdot x} = 12 \Rightarrow x = 18$$

(2 pont)

Összesen: 2 pont

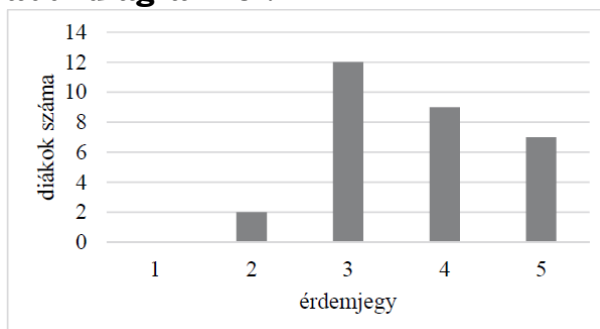
42) Egy adathalmazban öt adat van: 0; 1; 2; 3; 4. Számítsa ki az adathalmaz szórását! (2 pont)

Megoldás:

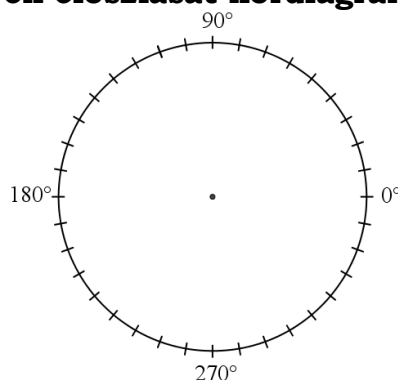
Az adatok átlaga 2, szórása $\sqrt{\frac{2^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5}} = \sqrt{2} \approx 1,41$ (2 pont)

Összesen: 2 pont

43) Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának eredményjei olvashatók le az alábbi diagramról.



- a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát! (4 pont)
 b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon! (4 pont)



Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

Megoldás:

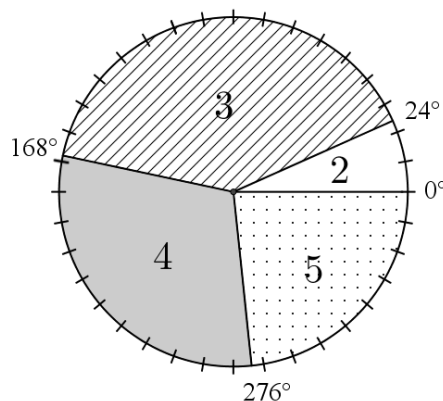
- a) A jegyek átlaga $\frac{2 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 7 \cdot 5}{30} = 3,7$. (2 pont)

A jegyek mediánja **4**. (1 pont)

A jegyek módusza **3**. (1 pont)

- b) 1 főnek 12° -os középponti szög felel meg az ábrán. Az egyes osztályzatokhoz tartozó középponti szögek: 2-es 24° ; 3-as: 144° ; 4-es: 108° , 5-ös: 84° . (2 pont)

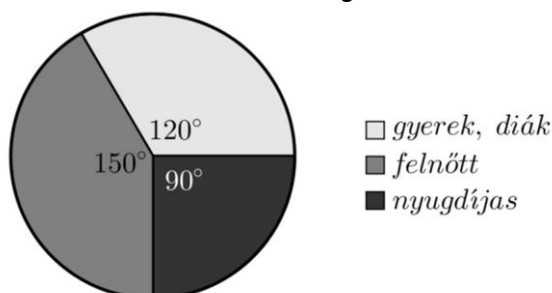
Ábrázolás... (2 pont)



- c) Lásd: Valószínűségszámítás 55. feladat

Összesen: 12 pont

- 44) Az alábbi kördiagramm egy balatoni strandon a júliusban megvásárolt belépőjegyek típusának eloszlását mutatja.



Júliusban összesen 16416 fő vásárolt belépőjegyet. A belépőjegyek árát az alábbi táblázat tartalmazza.

<i>gyerek, diák</i>	350 Ft/fő
<i>felnőtt</i>	700 Ft/fő
<i>nyugdíjas</i>	400 Ft/fő

a) Mennyi volt a strand bevétele a júliusban eladott belépőkből? (5 pont)
A tapasztalatok szerint júliusban folyamatosan nő a strandolók száma. Ezért a strandbüfében rendszer, hogy július 1-jei megrendelést követően július 2-től kezdve július 31-ig minden nap ugyanannyi literrel növelik a nagykereskedésből megrendelt üdítő mennyiségét. A könyvelésből kiderült, hogy július 1-jén, 2-án és 3-án összesen 165 litert, július 15-én pedig 198 litert rendeltek.

b) Hány liter üdítőt rendeltek júliusban összesen? (7 pont)

Megoldás:

a) A kördiagramon 10° ($16416 : 36 =$) 456 főnek felel meg. (1 pont)

A jegyek száma rendre 5472, 6840, 4104. (2 pont)

A jegybevétel júliusban $5472 \cdot 350 + 6840 \cdot 700 + 4104 \cdot 400 =$ (1 pont)

8344800 forint volt. (1 pont)

b) Lásd: Sorozatok 46. feladat

Összesen: 12 pont

45) Egy 20 fős társaság tagjait az április havi szabadidős tevékenységeikről kérdezték. Mindenki három eldöntendő kérdésre válaszolt (igennel vagy nemmel).

I. Volt-e moziban?

II. Olvasott-e szépirodalmi könyvet?

III. Volt-e koncerten?

A válaszokból kiderült, hogy tizenketten voltak moziban, kilencen olvastak szépirodalmi könyvet, és négy fő járt koncerten. Öten voltak, akik moziban jártak és szépirodalmi könyvet is olvastak, négyen pedig moziban és koncerten is jártak. Hárman mindhárom kérdésre igennel válaszoltak.

a) Hány olyan tagja van a társaságnak, aki mindhárom kérdésre nemmel válaszolt? (6 pont)

A társaság 20 tagja közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy legalább egyikük volt moziban április folyamán! (5 pont)

Attól a kilenc személytől, akik olvastak áprilisban szépirodalmi könyvet, azt is megkérdezték, hogy hány könyvet olvastak el a hónapban. A válaszok (pozitív egész számok) elemzése után kiderült, hogy a kilenc szám (egyetlen) módusza 1, mediánja 2, átlaga $\frac{16}{9}$, terjedelme pedig 2.

c) Adja meg ezt a kilenc számot! (6 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Halmazok 32. feladat

b) Lásd: Valószínűségszámítás 58. feladat

- c) Az adatok terjedelme 2, továbbá az adatok között szerepel az 1 és a 2, ezért a válaszok az 1, 2 és 3 számok közül kerülnek ki. (1 pont)
 A számok egyetlen módusza az 1, ezért legalább négy 1-es válasz volt. (1 pont)
 A nagyság szerint sorba rendezett válaszok közül az ötödik 2 (így pontosan négy 1-es válasz volt). (1 pont)
 A válaszok összege (az átlag alapján) 16. (1 pont)
 A számok között szerepel legalább egy 3-as, így a hiányzó három szám (melyek 2-esek vagy 3-asok) összege 7. Ez a három szám 2, 2, 3. (1 pont)
A kilenc szám: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3. (1 pont)

Összesen: 17 pont

- 46) Máté ebben a tanévben hat dolgozatot írt matematikából. A dolgozataira kapott osztályzatok mindegyike egész szám (1, 2, 3, 4 vagy 5). A hat osztályzat között csak egy 3-as van, az osztályzatok átlaga pedig 4,5. Adja meg ezt a hat osztályzatot!** (2 pont)

Megoldás:

Tudjuk, hogy $4,5 = \frac{3+x}{6}$, ahonnan $x=24$, azaz a maradék öt osztályzat

összege 24. Ez pedig csak úgy jöhet ki, ha négy darab 5-öst és egy darab 4-est írt. A hat osztályzat tehát: **3, 4, 5, 5, 5, 5.** (2 pont)

Összesen: 2 pont

- 47) Adja meg az alábbi adathalmaz móduszát, mediánját és terjedelmét!**

2; 6; 6; 6; 6; 6; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5

(4 pont)

Megoldás:

Módusz (a leggyakrabban előforduló elem): **6** (1 pont)

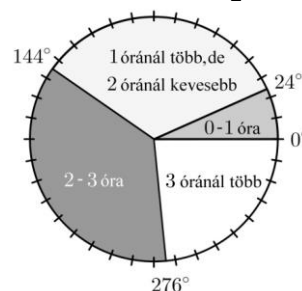
A medián (középső elem) megállapításához rendezzük az adathalmaz elemeit növekvő sorrendbe: 2; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6. Innen a közepen álló elem: **5** (2 pont)

Terjedelem (a legnagyobb és a legkisebb elem különbsége): $6 - 2 = 4$ (1 pont)

Összesen: 4 pont

- 48) Egy 30 fős osztályban felmérést készítettek a diákok internetezési szokásairól. Az egyik kérdés az volt, hogy naponta átlagosan ki hány órát használja az internetet a szabadidejében. A válaszok alapján az itt látható kördiagram készült.**

- a) Hány olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább 2 órát használja az internetet a szabadidejében?** (3 pont)



Egy másik kérdés az volt, hogy a mobiltelefon, a laptop, illetve a táblagép (tablet) közül melyiket használják internetezésre. A mobiltelefont mind a 30-an, a laptopot 24-en, a táblagépet 16-an jelölték meg. A felmérésből az is kiderült, hogy a mobiltelefon, a laptop és a táblagép közül pontosan kétféle eszközt 14 diák használ.

- b) Hányan használják mind a háromféle eszközt internetezésre? (8 pont)**
A vezeték nélküli hálózati kapcsolatot létrehozó egységek (wifi routerek) 3%-a 2 éven belül meghibásodik (ezt úgy tekinthetjük, hogy 0,03 annak a valószínűsége, hogy egy készülék meghibásodik 2 év alatt). A meghibásodott eszközt garanciálisan kicserélik. Az iskola 20 ilyen eszközt vásárolt.

- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy 2 év alatt legfeljebb egy hibásodik meg a vásárolt eszközök közül?** (6 pont)

Megoldás:

- a) Egy diáknak $360^\circ : 30 = 12^\circ$ -os középponti szög felel meg. (1 pont)
2-3 órát 11 diák, 3 óránál többet 7 diák használja az internetet naponta. (1 pont)

Összesen **18** olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább két órát internetezik. (1 pont)

- b) Lásd: Halmazok 35. feladat

- c) Lásd: Valószínűségi számítás 61. feladat

Összesen: 17 pont

- 49) Egy cukrászdában nyitáskor háromféle sütemény várja a vendégeket: 32 szelet rétes, 100 szelet torta és 12 minyon. Ábrázolja kördiagramon a cukrászda nyitó süteménykészletének eloszlását! Megoldását részletezze!**

(4 pont)

Megoldás:

Összesen 144 sütemény van nyitáskor. (1 pont)

A diagramon egy sütemény $\frac{360^\circ}{144} = 2,5^\circ$ nagyságú

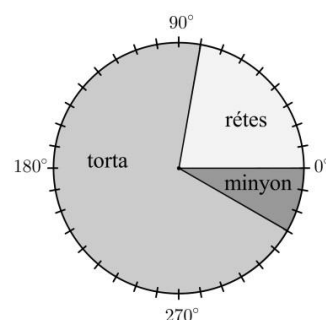
középponti szöget jelöl. (1 pont)

Az egyes süteménytípusokhoz tartozó középponti szögek nagysága tehát: rétes: $32 \cdot 2,5^\circ = 80^\circ$,

torta: $100 \cdot 2,5^\circ = 250^\circ$, minyon: $12 \cdot 2,5^\circ = 30^\circ$

(1 pont)

Kördiagramon ábrázolva:



(1 pont)

Összesen: 4 pont

- 50) Egy desszertes dobozban hat darab csoki van, melyek tömege grammban mérve: 15; 14,7; 15,3; 14,9; 15,2; 14,9. Hány gramm a csokik tömegének terjedelme, átlaga és szórása?**

(4 pont)

Megoldás:

A terjedelem, azaz a legnagyobb és legkisebb elem különbsége: $15,3 - 14,7 = 0,6$ (gramm).

A csokik tömegének átlaga:
$$\frac{15 + 14,7 + 15,3 + 14,9 + 15,2 + 14,9}{6} = 15$$
 (gramm).

A szórás képletébe behelyettesítve:

$$= \sqrt{\frac{(15 - 15)^2 + (14,7 - 15)^2 + (15,3 - 15)^2 + (14,9 - 15)^2 + (15,2 - 15)^2 + (14,9 - 15)^2}{6}}$$

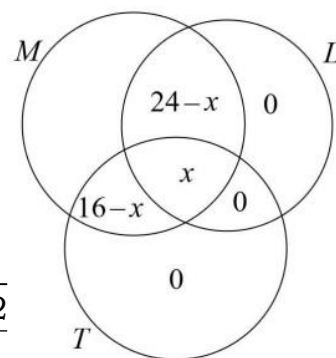
0,2 gramm.

(2 pont)

Összesen: 4 pont

- 51) Barnabás telefonján a képernyő átlója 5,4 col (1 col $\approx 25,4$ mm), a képernyő oldalainak aránya 16:9. A telefon téglalap alakú előlapján a képernyő alatt és felett 12-12 mm, két oldalán 3-3 mm szélességű szegély van.**

- a) Mekkora a telefon előlapjának oldalai? Válaszát egész mm-re kerekítve adja meg! (6 pont)



(1 pont)

Az írásbeli érettségi vizsga megkezdése előtt a felügyelő tanár megkéri a vizsgázókat, hogy telefonjaikat kikapcsolt állapotban tegyék ki a tanári asztalra. Általános tapasztalat, hogy egy-egy diák a „vizsgaláz” miatt 0,02 valószínűséggel bekapcsolva felejt a telefonját.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a teremben lévő 12 vizsgázó közül legalább egy bekapcsolva felejt a telefonját? (3 pont)

A vizsgateremben lévő 12 egyszemélyes pad négy egymás melletti oszlopba van rendezve. Mindegyik oszlopban három egymás mögötti pad áll. Julcsi és Tercsi jó barátok, elhatározzák, hogy a vizsgán két egymás melletti padba ülnek. (Például ha Julcsi a B-vel jelölt padban ül, akkor Tercsi az A vagy C jelű padot foglalja el.)

Tanár			
A	B	C	

c) Hányféleképpen ülhet le a 12 vizsgázó a teremben úgy, hogy Julcsi és Tercsi valóban két egymás melletti padban üljön? (5 pont)

Az iskolában érettségiző 100 tanuló matematika írásbeli érettségi vizsgájának pontszámairól készült összesítést mutatja a táblázat.

Pontszám	Tanulók száma
0-20	0
21-30	8
31-40	12
41-50	8
51-60	18
61-70	20
71-80	12
81-90	16
91-100	6

d) A táblázat alapján mennyi a 100 tanuló pontszámának lehetséges legmagasabb átlaga? (3 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Síkgeometria 51. feladat

b) Lásd: Valószínűségszámítás 64. feladat

c) Lásd: Kombinatorika 37. feladat

d) A legmagasabb lehetséges átlagot akkor kapjuk, ha az egyes osztályközök felső határával számolunk. (1 pont)

Így a pontszámok átlagának lehetséges maximuma:

$$\frac{1}{100} \cdot (30 \cdot 8 + 40 \cdot 12 + 50 \cdot 8 + 60 \cdot 18 + 70 \cdot 20 + 80 \cdot 12 + 90 \cdot 16 + 100 \cdot 6) = 66.$$

(1 pont)

Összesen: 17 pont

52) Az alábbi táblázat egy biológiaolgozat eredményeit mutatja. Adja meg az adathalmaz móduszát és mediánját! (3 pont)

érdemjegy	1 (elégtelen)	2 (elégséges)	3 (közepes)	4 (jó)	5 (jeles)
dolgozatok száma	0	1	3	5	6

Megoldás:

A módusz (a leggyakoribb elem): **5-ös.** (1 pont)

A medián (a középső elem): **4-es.** (2 pont)

Összesen: 3 pont

- 53) Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)**
- a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot? (5 pont)**

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

- b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon! (3 pont)**

Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma x , akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az $f(x) = 0,122 \cdot 2^{0,822x}$ összefüggés adja meg.

- c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot? (5 pont)**

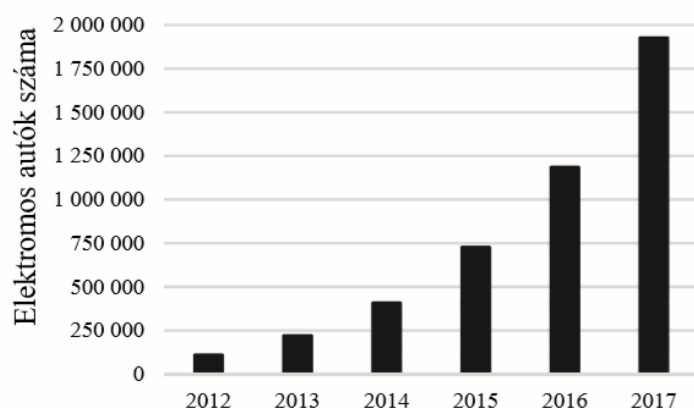
Egy elektromos autót gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

- d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másokban nem.) (4 pont)**

Megoldás:

- a) *Lásd: Sorozatok 53. feladat*

b)



(3 pont)

c) Lásd: Exponenciális és logaritmusos feladatok 35. feladat

d) Lásd: Kombinatorika 39. feladat

Összesen: 17 pont

54) Samunak ebben az évben egy 2-es, két 3-as, egy 4-es és négy 5-ös osztályzata volt matematikából. Adja meg Samu matematika jegyeinek átlagát és szórását! (3 pont)

Megoldás:

$$\text{Samu jegyeinek átlaga: } \frac{2 + 2 \cdot 3 + 4 + 4 \cdot 5}{1 + 2 + 1 + 4} = 4. \quad (1 \text{ pont})$$

Samu jegyeinek szórása:

$$\sqrt{\frac{(2-4)^2 + 2(3-4)^2 + (4-4)^2 + 4(5-4)^2}{8}} = \sqrt{1,25} \approx 1,12 \quad (2 \text{ pont})$$

Összesen: 3 pont

55) A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt? (4 pont)

A gyorsajtás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó! (4 pont)

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorsajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorsajtáshoz? Válaszát egész fokra kerekítve adja meg! (3 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Szöveges feladatok 51. feladat

b) Lásd: Szöveges feladatok 51. feladat

c) A gyorsajtás miatt bekövetkezett balesetek aránya: $\frac{440}{1178}$. (1 pont)

A kördiagramon ehhez az arányhoz $\frac{440}{1178} \cdot 360 \approx 134^\circ$ -os középponti szög tartozik. (2 pont)

Összesen: 11 pont

56) Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a baloldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.

a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre? (2 pont)

b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek? (3 pont)

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna és Béla jegye egymás mellé szól, ha a fenti négy jegyet véletlenszerűen osztjuk ki közöttük? (4 pont)

A színház 1200 személyes. A szombati előadásra az összes jegy elkel. Az eladott jegyek 40%-a 800 Ft-os, 25%-a 1000 Ft-os, 20%-a 1200 Ft-os, 15%-a 1500 Ft-os jegy volt.

d) Ábrázolja kördiagramon az eladott jegyek jegyárak szerinti százalékos megoszlását! (3 pont)

e) Számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe kerül egy színházjegy! (5 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Kombinatorika 22. feladat

b) Lásd: Kombinatorika 22. feladat

c) Lásd: Valószínűségi számítás 37. feladat

d) A megadott százaléktételeknek megfelelő szögek:

800 Ft, 40%: 144° ,

1000 Ft, 25%: 90° ,

1200 Ft, 20%: 72° ,

1500 Ft, 15%: 54° .

(1 pont)

Helyes diagram

(2 pont)

e) Kiszámolható, hogy a különböző árú jegyekből hány darab fogyott:

480 db – 800 Ft-os jegy;

300 db – 1000 Ft-os jegy;

240 db – 1200 Ft-os jegy;

180 db – 1500 Ft-os jegy.

(2 pont)

$$\frac{480 \cdot 800 + 300 \cdot 1000 + 240 \cdot 1200 + 180 \cdot 1500}{1200} = 1035$$

(2 pont)

Az átlagár tehát 1035 Ft.

(1 pont)

Összesen: 17 pont

57) Egy több száz fős gimnázium diákjai életkorának eloszlását mutatja az alábbi kördiagram.

Állapítsa meg a diákok életkorának terjedelmét, móduszát és mediánját!

Megoldás:

A terjedelem: **6 (év)**

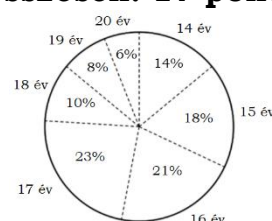
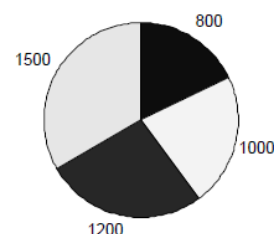
A módusz **17 (év)**

(1 pont)

A medián: **16 (év)**

(1 pont)

Összesen: 3 pont



58) A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenysorozatának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az „x” az érvénytelen dobást jelzi.

Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams Új-Zéland	19,79	20,42	19,80	x	x	20,39		
Michelle Carter Egyesült Államok	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-csiao Kína	18,98		19,18	x	x	x	19,39	
Márton Anita Magyarország	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders Egyesült Államok	18,88	x	x	x	x	19,35		

a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét! (3 pont)

b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását! (3 pont)
A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel: „A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vashól vagy sárgarézből készült, gömb alakú tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.”

c) Hány centiméter a sárgarézből készült 4 kg-os golyó átmérője, ha 1 cm^3 sárgaréz tömege 8,73 gramm? (6 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Szöveges feladatok: 57. feladat

b) Az átlag (m):

$$\frac{17,60 + 18,72 + 19,39 + 19,38 + 19,10 + 19,87}{6} = \mathbf{19,01} \quad (1 \text{ pont})$$

A szórás (m):

$$\sqrt{\frac{1,42^2 + 0,29^2 + 0,38^2 + 0,37^2 + 0,09^2 + 0,86^2}{6}} \approx \quad (1 \text{ pont})$$

$$\approx \mathbf{0,72} \quad (1 \text{ pont})$$

c) Lásd: Térgeometria 47. feladat

Összesen: 12 pont

59) Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csomakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.

a)

Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza? (2 pont)
A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

b)

Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége $7,8 \text{ g/cm}^3$? (8 pont)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága	a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1	140-144	10
125-129	2	135-149	7
130-134	6	150-154	5
135-139	17	155-159	2

c)

Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján! (3 pont)

d)

Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközeppekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon! (4 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Térgeometria 49. feladat

b) Lásd: Szöveges feladatok 61. feladat

c)



(3 pont)

- d) A medián a 25. és a 26. adat átlaga, ami **137 darab**. (1 pont)
 Az átlag $\frac{1 \cdot 122 + 2 \cdot 127 + \dots + 2 \cdot 157}{50} = \mathbf{140,4 \text{ db}}$. (3 pont)

Összesen: 17 pont

- 60) Négy osztálytárs megmérte, hogy hány perc alatt érnek be kedden reggel az iskolába. A kapott adatok: 38; 30; 26; 26. Számítsa ki az időtartamok átlagát és szórását!** (3 pont)

Megoldás:

Az átlag **30 perc**. (1 pont)

A szórás $\sqrt{\frac{(38 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + 2 \cdot (26 - 30)^2}{4}}$ (1 pont)

Tehát a szórás $\sqrt{24} \approx \mathbf{4,9 \text{ perc}}$. (1 pont)

Összesen: 3 pont

- 61) a) Az $x \mapsto mx + b$ lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel. Adja meg m és b értékét!** (5 pont)

Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

- b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban?** (8 pont)

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

- c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora?** (4 pont)

Megoldás:

a) Lásd: Függvények 70. feladat

b) Lásd: Sorozatok 61. feladat

c) A résztvevők 0,36 része nő, 0,64 része férfi. (1 pont)

Súlyozott átlaggal számolva: $0,36 \cdot 35 + 0,64 \cdot 38 \approx \mathbf{37 \text{ év}}$ az összes induló átlagéletkora. (3 pont)

Összesen: 17 pont

- 62) Egy diákmunka-közvetítéssel foglalkozó cég 25 állást hirdetett meg. Az állások órabérét és ezek gyakoriságát az alábbi táblázat tartalmazza. Adja meg a hirdetésekben szereplő órabérek terjedelmét, móduszát, mediánját és átlagát!**

Órabér (Ft)	1000	1200	1500	1600
Állások száma (db)	9	4	5	7

(4 pont)

Megoldás:

Terjedelem: $1600 - 1000 = \mathbf{600 \text{ Ft}}$. (1 pont)

Módusz: a leggyakoribb elem, tehát **1000 Ft**. (1 pont)

Medián: nagysági sorrendben a középső elem (25 elem esetén a 13.), vagyis **1200 Ft**. (1 pont)

Átlag: $\frac{9 \cdot 1000 + 4 \cdot 1200 + 5 \cdot 1500 + 7 \cdot 1600}{9 + 4 + 5 + 7} = \mathbf{1300 \text{ Ft}}$. (1 pont)

63) Dávidnak ebben a félévben három darab 3-as és két darab 5-ös érdemjegye van angolból. Jánosnak is öt jegye van angolból. Az ő jegyeinek mediánja 1-gyel nagyobb, mint Dávid jegyeinek mediánja, az átlaga viszont 1-gyel kisebb Dávid jegyeinek átlagánál.

a) Határozza meg János angoljegyeit! (A jegyek egész számok.) (6 pont)
Eszter az első félévben 9 jegyet szerzett angolból, és ezek átlaga pontosan 3. A második félévben 6 jegyet szerzett, ezek átlaga pontosan 4,5.

b) Mennyi Eszter egész évben szerzett angoljegyeinek az átlaga?

Az $\{1;2;3;4;5\}$ halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk két különbözőt. (3 pont)

c) Mennyi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám átlaga egész szám lesz? (4 pont)

Megoldás:

a) Dávid jegyeinek mediánja 3, átlaga pedig $\frac{3 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{5} = 3,8$. (2 pont)

Így János jegyeinek mediánja 4, átlaga 2,8. (1 pont)

Ha János jegyeit nagyság szerint növekvő sorba rendezzük, akkor a harmadik jegy 4-es. Mivel $2,8 \cdot 5 = 14$, így a többi négy jegy összege 10. (1 pont)

A negyedik és ötödik jegye is csak 4-es lehet (5-ös jegye nem lehet, mert az összeg nagyobb lenne, mint 14.) A maradék két jegy összege csak úgy lehet 2, ha mindkét jegy 1-es. (1 pont)

János jegyei tehát **1, 1, 4, 4, 4**. (1 pont)

b) Az egész évben szerzett jegyek összege $9 \cdot 3 + 6 \cdot 4,5 = 54$. (1 pont)

Összesen 15 jegyet kapott, ezek átlaga $\frac{54}{15} = 3,6$. (2 pont)

c) *Lásd: Valószínűségszámítás 81. feladat*

Összesen: 13 pont

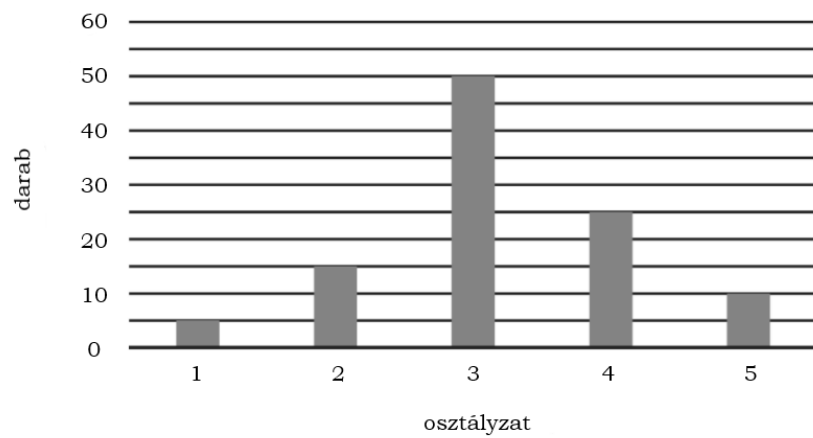
64) Egy középiskola végzős évfolyamának matematika-próbaérettségi eredményeit tartalmazza az alábbi táblázat. Készítsen az adatokat szemléltető oszlopdiagramot! (3 pont)

osztályzat	darab
1	5
2	15
3	50
4	25
5	10

Megoldás:

Ábra.

(3 pont)



Összesen: 3 pont