

**Sorozatok**

- 1) Egy mértani sorozat első tagja 8, hányadosa 0,5. Számítsa ki a sorozat ötödik tagját! (2 pont)
- 2) Egy számtani sorozat második tagja 17, harmadik tagja 21.
  - a) Mekkora az első 150 tag összege? (5 pont)Kiszámoltuk ebben a sorozatban az első 111 tag összegét: 25 863.
  - b) Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!) (3 pont)
  - c) Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám néggyel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!) (4 pont)
- 3) Egy kultúrpalota színháztermének a nézőtere szimmetrikus trapéz alaprajzú, a széksorok a színpadtól távolodva rövidülnek. A leghátsó sorban 20 szék van, és minden megelőző sorban 2-vel több, mint a mögötte lévőben. 500 diák és 10 kísérő tanár pont megtöltik a nézőteret. Hány széksor van a nézőtéren? (12 pont)
- 4) Mennyi annak a mértani sorozatnak a hányadosa, amelynek harmadik tagja 5, hatodik tagja pedig 40? (2 pont)
- 5) Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.
  - a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám? (8 pont)
  - b) Melyik az összeadottak között a legkisebb olyan szám, amelynek a prímtényezős felbontásában két különböző prímszám szerepel, és a négyzete ötre végződik? (4 pont)
- 6) Egy számtani sorozat első eleme 8, differenciája  $-\frac{2}{3}$ . Mekkora a sorozat negyedik eleme? (2 pont)
- 7) Egy útépítő vállalkozás egy munka elkezdésekor az első napon 220 méternyi utat aszfaltoz le. A rákövetkező napon 230 métert, az azutánin 240 métert és így tovább: a munkások létszámát naponta növelve minden következő munkanapon 10 méterrel többet, mint az azt megelőző napon.
  - a) Hány méter utat aszfaltoznak le a 11-edik munkanapon? (3 pont)
  - b) Az összes aszfaltozandó út hossza ebben a munkában 7,1 km. Hányadik munkanapon készülnek el vele? (8 pont)
  - c) Hány méter utat aszfaltoznak le az utolsó munkanapon? (3 pont)
  - d) A 21-edik napon kétszer annyian dolgoztak, mint az első napon. Igaz-e az a feltételezés, hogy a naponta elkészült út hossza egyenesen arányos a munkások létszámával? (Válaszát indokolja!) (3 pont)
- 8) Egy mértani sorozat második eleme 32, hatodik eleme 2. Mekkora a sorozat hányadosa? Írja le a megoldás menetét! (3 pont)
- 9) a) Határozza meg azt a háromjegyű számot, amelyről a következőket tudjuk:
  - számjegyei a felírás sorrendjében egy számtani sorozat egymást követő tagjai;
  - a szám értéke 53,5-szerese a számjegyei összegének;
  - ha kivonjuk belőle az első és utolsó jegy felcserélésével kapott háromjegyű számot, akkor 594 az eredmény. (10 pont)b) Sorolja fel azokat a 200-nál nagyobb háromjegyű számokat, amelyeknek

számjegyei a felírás sorrendjében növekvő számtani sorozat tagjai! (4 pont)

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a b) kérdésben szereplő számok közül véletlenszerűen egyet kiválasztva, a kiválasztott szám osztható 9-cel! (3 pont)

- 10) Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának összege? Válaszát indokolja! (3 pont)

- 11) Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

- a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt? (3 pont)

- b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg? (3 pont)

Szabó nagymama sálát kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon mindennap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

- c) Hány nap alatt készült-el a 2 méter hosszúra tervezett sál? (11 pont)

- 12) Egy számtani sorozat első tagja  $-3$ , differenciája  $-17$ . Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját! Számítását részletezze! (2 pont)

- 13) Egy mértani sorozat első tagja  $-3$ , a hányadosa  $-2$ . Adja meg a sorozat ötödik tagját! Írja le a megoldás menetét! (3 pont)

- 14) Egy mértani sorozat első tagja  $-5$ , hányadosa  $-2$ . Számítsa ki a sorozat tizenegyedik tagját! Indokolja a választ! (1 pont)

- 15) Angéla a pihenőkertjük egy részére járólapokat fektetett le. Az első sorba 8 járólap került, minden további sorba kettővel több, mint az azt megelőzőbe. Összesen 858 járólapot használt fel.

- a) Hány sort rakott le Angéla? (6 pont)

A járólapokat 225-ös csomagolásban árusítják. Minden csomagban bordó színű a járólapok 16 %-a, a többi szürke. Angéla 4 csomag járólapot vásárolt. Csak bordó színű lapokat rakott le az első és az utolsó sorba. Ezen kívül a többi sor két szélén levő 1-1 járólap is bordó, az összes többi lerakott járólap szürke.

- b) Adja meg, hogy hány szürke és hány bordó járólap maradt ki a lerakás után! (6 pont)

- 16) a) Egy számtani sorozat első tagja  $-7$ , a nyolcadik tagja 14. Adja meg  $n$  lehetséges értékeit, ha a sorozat első  $n$  tagjának összege legfeljebb 660. (9 pont)

- b) Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak  $-7$ , a negyedik tagja  $-189$ . Mekkora az  $n$ , ha az első  $n$  tag összege  $-68887$ ? (8 pont)

- 17) Melyik a 201-edik pozitív páros szám? Válaszát indokolja! (3 pont)

- 18) Egy számtani sorozat ötvenedik tagja 29, az ötvenegyedik tagja 26. Számítsa ki a sorozat első tagját! (3 pont)

- 19) Egy számtani sorozat első tagja 3, differenciája  $(-2)$ . Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét! (2 pont)

- 20) Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben

tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámokkal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.

- a) Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat? (2 pont)  
 b) Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma! (2 pont)

A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):

Olimpia sorszáma	20.	22.
Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből	75	192

Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).

- c) Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától! (8 pont)
- 21) a) Egy számtani sorozat első tagja 2, első hét tagjának összege 45,5. Adja meg a sorozat hatodik tagját! (5 pont)  
 b) Egy mértani sorozat első tagja 5, második és harmadik tagjának összege 10. Adja meg a sorozat első hét tagjának az összegét! (7 pont)
- 22) Az  $\{a_n\}$  számtani sorozat első tagja és differenciája is 4. Adja meg a sorozat 26. tagját! (2 pont)
- 23) A  $\{b_n\}$  mértani sorozat hányadosa 2, első hat tagjának összege 94,5. Számítsa ki a sorozat első tagját! Válaszát indokolja! (3 pont)
- 24) Egy számtani sorozat első tagja 5, második tagja 8.  
 a) Adja meg a sorozat 80. tagját! (2 pont)  
 b) Tagja-e a fenti sorozatnak a 2005? (Válaszát számítással indokolja!) (3 pont)  
 c) A sorozat első  $n$  tagját összeadva az összeg 1550. Határozza meg  $n$  értékét! (7 pont)
- 25) a) Iktasson be a 6 és az 1623 közé két számot úgy, hogy azok a megadottakkal együtt egy számtani sorozat szomszédos tagjai legyenek! (5 pont)  
 b) Számítsa ki a 6 és az 1623 közötti néggyel osztható számok összegét! (7 pont)
- 26) Egy számtani sorozat hatodik tagja 15, kilencedik tagja 0. Számítsa ki a sorozat első tagját! Válaszát indokolja! (3 pont)
- 27) A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ( $2 \cdot 10^{-6}$  m), átmérője 0,5 mikrométer ( $5 \cdot 10^{-7}$  m).  
 a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét  $\text{m}^3$ -ben, illetve  $\text{m}^2$ -ben, normálalakban adja meg! (5 pont)

Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.

b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével? (4 pont)

A baktériumok számát a tápoldatban  $t$  perc elteltével a  $B(t) = 3000000 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$  összefüggés adja meg.

c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót? Válaszát egészre kerekítve adja meg! (8 pont)

28) a) Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első  $n$  tagjának összege 440. Adja meg  $n$  értékét! (5 pont)

b) Egy mértani sorozat első tagja 5, hányadosa 1,2. Az első tagtól kezdve legalább hány tagot kell összeadni ebben a sorozatban, hogy az összege elérje az 500-at? (7 pont)

29) A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.

a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyi-szorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben  $1,5 \text{ m}^2$ -en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a  $27 \text{ m}^2$ -es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hány-szorosára növekedett az algás terület! (4 pont)

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

b) Hány  $\text{m}^2$  területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében? (8 pont)

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-sárga-kék).

c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha vízsugaraknak csak a színe változik? (5 pont)

30) Péter lekötött egy bankban 150 000 forintot egy évre, évi 4%-os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel egy év elteltével, ha év közben nem változtatott a lekötésen? (2 pont)

31) A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az A Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? (3 pont)

A Nagy család a B Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

- b) Hány százalékos volt a *B* Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel? (10 pont)
- c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.) (4 pont)
- 32) Csilla és Csongor ikrek, és születésükkor mindkettőjük részére takarékkönyvet nyitottak a nagyszülők. 18 éves korukig egyikőjük számlájáról sem vettek fel pénzt.  
Csilla számlájára a születésekor 500 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg évi 8 %-kal kamatozik.
- a) Legfeljebb mekkora összeget vehet fel Csilla a 18. születésnapján a számlájáról, ha a kamat mindvégig 8 %? (A pénzt forintra kerekített értékben fizeti ki a bank.) (5 pont)
- Csongor számlájára a születésekor 400 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg félévente kamatozik, mindig azonos kamatlábbal.
- b) Mekkora ez a félévenkénti kamatláb, ha tudjuk, hogy Csongor a számlájáról a 18. születésnapján 2 millió forintot vehet fel? (A kamatláb mindvégig állandó.) A kamatlábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)
- 33) Statisztikai adatok szerint az 1997-es év utáni években 2003-mal bezárólag a világon évente átlagosan 1,1%-kal több autót gyártottak, mint a megelőző évben. A 2003-at követő években, egészen 2007-vel bezárólag évente átlagosan már 5,4 %-kal gyártottak többet, mint a megelőző évben. 2003-ban összesen 41,9 millió autó készült. Válaszait százezerre kerekítve adja meg!
- a) Hány autót gyártottak a világon 2007-ben? (4 pont)
- b) Hány autót gyártottak a világon 1997-ben? (4 pont)
- 2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évinek ugyanakkora százalékaival csökken a termelés.
- c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során? Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! (4 pont)
- d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3 %-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76 %-a? (4 pont)
- 34) Egy autó ára újonnan 2 millió 152 ezer forint, a megvásárlása után öt évvel ennek az autónak az értéke 900 ezer forint.
- a) A megvásárolt autó tulajdonosának a vezetési biztonságát a vásárláskor 90 ponttal jellemezhetjük. Ez a vezetési biztonság évente az előző évinek 6 %-ával nő. Hány pontos lesz 5 év elteltével az autótulajdonos vezetési biztonsága? Válaszát egész pontra kerekítve adja meg! (4 pont)
- b) Az első öt év során ennek az autónak az értéke minden évben az előző évi értékének ugyanannyi százalékaival csökken. Hány százalék ez az éves

csökkenés?

(8 pont)

Válaszát egész százalékra kerekítve adja meg!

- 35) Egy sejtenyészetben 2 naponta kétszereződik meg a sejtek száma. Az első nap kezdetén 5000 sejtől állt a tenyészet. Hány sejt lesz a tenyészetben 8 nap elteltével?

Számításait részletezze!

(3 pont)

- 36) A 2000 eurós tőke évi 6 %-os kamatos kamat mellett hány teljes év elteltével nőne 4024 euróra? Megoldását részletezze!

(4 pont)

- 37) Egy számtani sorozat első tagja 56, differenciája  $-4$ .

a) Adja meg a sorozat első 25 tagjának összegét!

(2 pont)

b) Számítsa ki az  $n$  értékét és a sorozat  $n$ -edik tagját, ha az első  $n$  tag összege 408.

(8 pont)

Egy mértani sorozat első tagja  $10^{25}$ , hányadosa  $0,01$ .

c) Hányadik tagja ennek a sorozatnak a 100 000?

(7 pont)

- 38) Egy bomlási folyamatban a radioaktív részecskék száma kezdetben  $6 \cdot 10^{23}$ , amely érték percenként az előző érték századrészére csökken. Számítsa ki a radioaktív részecskék számát 10 perc elteltével!

(2 pont)

- 39) Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban.

a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal?

(7 pont)

Zsuzsa egyik testvére hét évvel idősebb a másik testvérénél. A két testvér életkorának mértani közepe 12.

b) Hány éves Zsuzsa két testvére?

(5 pont)

- 40) Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $a$  és 18.

a) Határozza meg az  $a$  értékét és a sorozat differenciáját!

(3 pont)

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $b$  és 18.

b) Határozza meg a  $b$  értékét és a sorozat hányadosát!

(5 pont)

A 32;  $c$  és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá  $32 > c > 18$ .

c) Határozza meg a  $c$  értékét!

(5 pont)

- 41) Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja  $-5$ . Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze!

(3 pont)

- 42) A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló fizetés 200000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló fizetés 200000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

- a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál? (7 pont)

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

- b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott! (6 pont)

- 43) A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

- a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig? (2 pont)

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg:  $f(x) = 51 \cdot 1,667^x$ , ahol  $x$  az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.

- b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén? (3 pont)

A kezdeti időszakban a mobilhálózathoz indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

- c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót? (6 pont)

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózathoz indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb 8%-kal csökkent.

- d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózathoz 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban? (6 pont)

- 44) Egy mértani sorozat második tagja 6, harmadik tagja  $-18$ . Adja meg a sorozat ötödik tagját! (2 pont)

- 45) Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

- a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására? (7 pont)

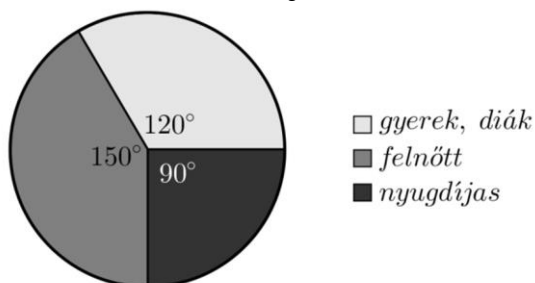
A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a  $4 \cdot H - R + F$  képlettel történik, ahol  $H$  a helyes válaszok,  $R$  a rossz feladatok,  $F$  pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera? (5 pont)

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem? (5 pont)

46) Az alábbi kördiagramm egy balatoni strandon a júliusban megvásárolt belépőjegyek típusának eloszlását mutatja.



Júliusban összesen 16416 fő vásárolt belépőjegyet. A belépőjegyek árát az alábbi táblázat tartalmazza.

<i>gyerek, diák</i>	350 Ft/fő
<i>felnőtt</i>	700 Ft/fő
<i>nyugdíjas</i>	400 Ft/fő

a) Mennyi volt a strand bevétele a júliusban eladott belépőkből? (5 pont)

A tapasztalatok szerint júliusban folyamatosan nő a strandolók száma. Ezért a strandbüfében rendszer, hogy július 1-jei megrendelést követően július 2-től kezdve július 31-ig minden nap ugyanannyi literrel növelik a nagykereskedésből megrendelt üdítő mennyiségét. A könyvelésből kiderült, hogy július 1-jén, 2-án és 3-án összesen 165 litert, július 15-én pedig 198 litert rendeltek.

b) Hány liter üdítőt rendeltek júliusban összesen? (7 pont)

47) Egy mértani sorozat második tagja 5, ötödik tagja 40. Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze! (4 pont)

48) Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja  $-2$ .

a) Számítsa ki a sorozat első 120 tagjának az összegét! (5 pont)

b) Adott egy szakasz két végpontja:  $A(0;4)$  és  $B(2;3)$ . Írja fel az  $AB$  szakasz felezőmerőlegesének egyenletét! (5 pont)

c) Egy elsőfokú függvény a 0-hoz 4-et, a 2-höz 3-at rendel. Írja fel a függvény hozzárendelési szabályát! (4 pont)

49) Egy számtani sorozat negyedik tagja 8, ötödik tagja 11. Számítsa ki a sorozat első tíz tagjának összegét! Megoldását részletezze! (4 pont)



- 50) Az edzésen megsérült Cili térdé, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

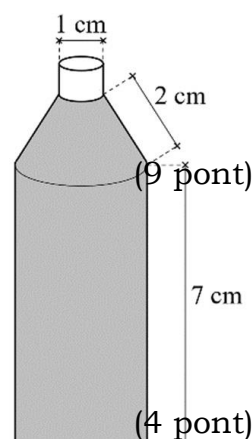
a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!” Hányadik napon mondhatta ezt először?(6 pont)

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta  $2 \times 25$  csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában?(2 pont)

A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csonkakúp alakú részből áll. A folyadék a csonkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csonkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.

c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi?



- 51) A Molnár házaspár építési telket vásárolt. Öt évvel korábban egy bankban 7 millió Ft-ot helyeztek el kamatos kamatra. Az 5 év elteltével Molnárék 8115000 Ft-ot vehettek fel a bankból.

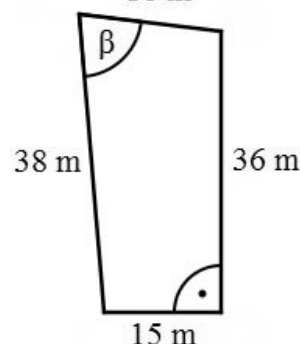
a) Hány százalékos kamatot fizetett évente a bank, ha a kamatláb az 5 év során nem változott?

Az építési telket egy olyan övezetben vásárolták, ahol a telkek területének a 20 százaléka építhető be. A megvásárolt telek méretei az ábrán láthatók. A telek 15 méteres és 36 méteres oldala merőleges egymásra.

b) Határozza meg a 18 méter és a 38 méter hosszú oldalak által bezárt szög ( $\beta$ ) nagyságát, és számítsa ki a telken beépíthető rész területét! (9 pont)

Molnár úr kulcscsomóján négy ugyanolyan kinézetű kulcs van, amelyek közül az egyik az új telek kapuját nyitja. Molnár úr általában nem találja el elsőre, hogy melyik kulcs való ebbe a zárba.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kapuhoz érve Molnár úr először nem a megfelelő kulccsal próbálja kinyitni a kaput, de a második próbálkozása már sikeres lesz! (Molnár úr két különböző kulcsot próbál a zárba.) (4 pont)



- 52) Egy mértani sorozat második tagja 6, harmadik tagja -12.

Számítsa ki a sorozat első tíz tagjának összegét! Megoldását részletezze!

(4 pont)

- 53) Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)

a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot?

(5 pont)

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
elektromos autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon! (3 pont)

Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma  $x$ , akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az  $f(x) = 0,122 \cdot 2^{0,822x}$  összefüggés adja meg.

c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot? (5 pont)

Egy elektromos autókat gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másikban nem.) (4 pont)

54) Egy mértani sorozat első tagja 6, negyedik tagja 48. Adja meg a sorozat harmadik tagját! (2 pont)

55) a) Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét! (7 pont)

b) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkora a háromszög oldalai? (7 pont)

56) Anna öt napon át egy 200 méter hosszú futókörre jár futni. Az előző nap 5 kört fut, majd a második naptól kezdve minden nap 1 körrel többet fut, mint az előző napon. Hány métert fut Anna összesen 5 nap alatt? (2 pont)

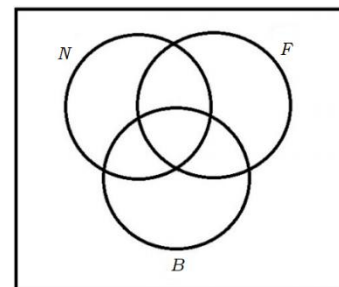
57) Egy erdészetben azt tervezték, hogy 30 nap alatt összesen 3000 fát ültetnek el úgy, hogy a második naptól kezdve minden nap 2-vel több fát ültetnek el, mint az azt megelőző napon.

a) Hány fát kellett elültetni az első napon, és hány fát kellett elültetni a 30. napon a terv teljesítéséhez? (5 pont)

A telepítés után egy évvel három szempontból vizsgálják meg a telepített fák állapotát. Ha valamelyik nem fejlődik megfelelően akkor  $N$  jelet kap. Ha fertőző betegség tünetei mutatkoznak rajta, akkor  $B$  jelet, ha pedig valamilyen fizikai kár érte (pl. a szél megrongálta), akkor az  $F$  jelet kapja. Egy fa több jelet is kaphat.

Az összes jelölés elvégzése és összesítése után kiderült, hogy a telepített 3000 fa közül  $N$  jelet 45,  $B$  jelet 30,  $F$  jelet 20 fa kapott. Ezekben belül  $N$  és  $B$  jelet 21,  $N$  és  $F$  jelet 13,  $B$  és  $F$  jelet 4 fának adtak. 2 olyan fa van, amely mindhárom jelet megkapta.

- b) Töltse ki az alábbi halmazábrát a megfelelő adatokkal! Állapítsa meg, hogy hány olyan fa van a telepítettek között, amelyik nem kapott semmilyen jelet! (6 pont)



Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most  $10\,000\text{ m}^3$ .

- c) Hány év múlva éri el az erdő faállománya a  $16\,000\text{ m}^3$ -t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik? (6 pont)

- 58) Egy mértani sorozat első tagja  $\frac{1}{2}$ , második tagja 3. Határozza meg a sorozat harmadik tagját! (2 pont)

- 59) a) Gondoltam egy számra. A szám feléből kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam? (5 pont)

- b) Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját! (5 pont)

- 60) Egy számtani sorozat második tagja 8, negyedik tagja 18. Határozza meg a sorozat első tagját! (2 pont)

- 61) a) Az  $x \mapsto mx + b$  lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel. Adja meg  $m$  és  $b$  értékét! (5 pont)

Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

- b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban? (8 pont)

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

- c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora? (4 pont)

- 62) Egy sorozat első tagja 5. A második tagtól kezdve minden tag az előző tag  $(-2)$ -szeresénél 1-gyel nagyobb szám. Adja meg a sorozat második és harmadik tagját! (3 pont)

- 63) a) Egy számtani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. Hány százalékkal nagyobb a sorozat első 16 tagjának összege a sorozat 106. tagjánál? (8 pont)

- b) Egy mértani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. A sorozat tagjai között hány olyan van, amelyik kisebb, mint  $10\,000\,000$ ? (9 pont)