



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
ESCUELA DE ESTADÍSTICA Y CIENCIAS ACTUARIALES

MEDICION DEL RIESGO POR LONGEVIDAD A
TRAVES DE LA PROYECCIÓN DE TABLAS DE
MORTALIDAD EN PORTUGAL

Trabajo Especial de Grado

PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:
Licenciado en Ciencias Actuariales

AUTOR:

Br. Oliver Triveño

TUTOR:

Prof. Teodoro Thonon

Primeramente a Dios, por en todo momento darme su guía y fortaleza en este largo camino.

A mis padres, por darme su cariño, ánimo, confianza, por estar conmigo y apoyarme en cada momento.

A mi hermano por siempre estar pendiente y darme ánimos.

A mis abuelos Esteban, Petra y Dora los amo y extraño.

A mi familia, por siempre alentarme a seguir adelante.

***Mil Gracias
Oliver Triveño***

Agradecimientos

En primer lugar les agradezco a mis padres que siempre me han brindado su apoyo incondicional para poder cumplir todos mis objetivos personales y academicos. Ellos son los que con su cariño me han impulsado siempre a perseguir mis metas y nunca abandonarlas frente a las adversidades. Ustedes han sido siempre el motor que impulsa mis sueños y esperanzas, quienes estuvieron siempre a mi lado en los días y noches mas difíciles. Gracias por ser quienes son y por creer en mi.

A mis abuelas, por todo su amor y cariño en cada momento, aunque en vida no esten siempre las llevo conmigo en cada cosa que hago. A mi abuelo, quien es mi mas grande modelo a seguir. Los amo y los extraño muchísimo. Gracias por darme la familia que tengo.

A mi familia por darme animos y apoyo dia tras dia.

A Daniela, Yeisbellys, Patricia, Zainab, Leonardo, Alfredo, Karen, Katherinne, por darme su amistad y acompañarme en este camino.

A mi tutor Teodoro Thonon, por su dedicacion, apoyo y guia en la realizacion del presente trabajo.

A todos los profesores de la EECA, por compartir sus conocimientos y dedicar un valioso tiempo en la enseñanza.

A Jessika Tovar y Raquel Saab, por no solo darme mi primera oportunidad, sino tambien guiarme, enseñarme, prepararme, apoyarme, por su cariño y amistad.

A todos quienes de una u otra forma hicieron presencia a lo largo de estos años.

¡Eternamente agradecido!

Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
Introducción	X
1. Planteamiento del Problema	1
1.1. Antecedentes	3
1.1.1. El riesgo por longevidad y su aplicación práctica a solvencia II Modelos Actuariales avanzados para su gestión	3
1.1.2. El manejo del riesgo de longevidad en los sistemas públicos de pensiones. Una propuesta de uso de swaps de longevidad para México	4
1.1.3. Proyección de Tablas de Mortalidad Dinámicas y Análisis Actuarial del Riesgo de Longevidad	4
1.1.4. Estudio de la longevidad aplicando Redes Neuronales Artificiales	4
1.2. Finalidad	4
1.3. Limitaciones	5
1.4. Objetivos	5
1.4.1. Objetivo General	5
1.4.2. Objetivos Específicos	5
1.5. Cobertura	5
1.5.1. Horizontal	5
1.5.2. Vertical	6
1.6. Periodo de Referencia	6
2. Marco Teórico	7
2.1. Fundamentos Teóricos	7
2.2. Función de Distribución	7
2.3. Función de Supervivencia	8
2.4. Tablas de Mortalidad	9
2.4.1. Tipos de Tablas de Mortalidad	11
2.5. Funciones de las Tablas de Mortalidad	12

2.5.1.	Sobrevivientes l_x	12
2.5.2.	Defunciones d_x	12
2.5.3.	Probabilidad de muerte q_x	13
2.5.4.	Probabilidad de sobrevivencia p_x	15
2.5.5.	Tiempo vivido entre x y $x + n$ (${}_nL_x$)	16
2.5.6.	Tiempo vivido entre x y w (T_x)	16
2.5.7.	Esperanza de vida a la edad x (e_x^0)	17
2.5.8.	Tasa instantánea de mortalidad por edad (μ_x)	17
2.5.9.	Tasa central de mortalidad m_x	19
2.6.	Población Estacionaria	19
2.6.1.	La población	20
2.6.2.	Las defunciones	20
2.6.3.	Población Estacionaria: Principales Características	20
2.7.	Limitaciones de las Tablas de Mortalidad	21
2.8.	Clasificación de las Tablas de Mortalidad	22
2.8.1.	Tablas Estáticas Vs. Tablas Dinámicas	22
2.8.2.	Tablas Completas Vs. Tablas Abreviadas	22
2.8.3.	Tablas Actuales Vs. Tablas Generadas	22
2.9.	Tablas Estáticas de Mortalidad	23
2.9.1.	Ley de DeMoivre	23
2.9.2.	Ley de Gompertz	24
2.9.3.	Ley de Makeham	24
2.9.4.	Ley de Weibull	24
2.9.5.	Ley de Heligman y Pollard	25
2.9.6.	Splines	25
2.9.7.	Ley de Whittaker-Henderson	26
2.10.	Tablas Dinámicas de Mortalidad	27
2.10.1.	Modelo Lee-Carter	30
2.10.1.1.	Estimación de los parámetros	31
2.10.2.	Modelo Li an Lee	34
2.10.2.1.	Estimación de los parámetros	35
2.10.3.	Modelo Cairns-Blake-Dowd	37
2.10.3.1.	Estimación de los parámetros	37
2.10.4.	Modelo Renshaw-Haberman	38
2.11.	Aplicaciones de las Tablas de Mortalidad	40
2.11.1.	Aplicaciones Actuariales de las Tablas de Mortalidad	41
2.11.1.1.	Rentas Vitalicias o actuariales	42
2.11.1.2.	Seguros de vida	44
2.11.1.3.	Rentas fraccionadas	45
2.11.1.4.	Plan de pensiones	45
2.11.1.5.	Elementos de un Plan de pensiones	46
2.11.1.6.	Ventajas de los Planes de pensiones	46
2.12.	Riesgo por Longevidad	47

3. Marco Metódico	50
3.1. Fuente de Datos	50
3.1.1. Human Mortality Database	50
3.1.2. Banco Mundial	52
3.2. Manejo de Datos	52
3.2.1. R	53
3.2.1.1. Rstudio	53
3.2.2. Demography	53
3.2.3. StMoMo	54
3.2.4. Forecast	54
3.3. Procesamiento y adecuación de la data	55
3.4. Metodología	56
3.4.1. Modelo Lee-Carter	57
3.4.1.1. Estimación de Parámetros	59
3.4.2. Modelo Cairns-Blake-Dowd	60
3.4.2.1. Estimación de Parámetros	61
3.4.3. Modelo Renshaw-Haberman	62
3.4.3.1. Estimación de Parámetros	62
4. Análisis de Resultados	64
4.1. Perfil demográfico de Portugal	64
4.1.1. Evolución histórica de la población	65
4.1.2. Pirámide Poblacional	66
4.1.3. Crecimiento Poblacional	69
4.1.4. Relación de dependencia demográfica	70
4.1.5. Índice de Envejecimiento	71
4.1.6. Esperanza de vida al nacer	72
4.1.7. Tasa de mortalidad infantil	73
4.1.8. Tasa global de fecundidad	74
4.1.9. Tasa de migración	75
4.2. Aplicación de los modelos	76
4.2.1. Modelo Lee-Carter	76
4.2.1.1. Estimación de Parámetros	76
4.2.2. Modelo Cairns-Blake-Dowd	82
4.2.2.1. Estimación de Parámetros	82
4.2.3. Modelo Renshaw-Haberman	86
4.2.3.1. Estimación de Parámetros	86
4.3. Comparación de modelos	87
4.4. Evaluación de productos Actuariales	93
4.4.1. Rentas vitalicias	93
4.4.2. Seguros de Vida	95
4.4.3. Planes de Pensión	96
5. Conclusiones y Recomendaciones	103

6. Líneas de Investigación	105
Lista de Referencias	106
Anexos	108

Índice de figuras

2.1. Comportamiento de la Función de Supervivencia	9
2.2. Comportamiento de la función de sobrevivientes	12
2.3. Comportamiento de la función de defunción	13
2.4. Tasas de mortalidad experimentadas frente a esperadas	48
3.1. Página principal del sitio web de la Human Mortality Database	51
3.2. Tasa central de mortalidad de hombres y mujeres para Portugal 1940 - 2021	57
4.1. Serie histórica población de Portugal 1940 - 2021	65
4.2. Transición demográfica en Portugal	67
4.3. Evolución de la tasa de crecimiento en Portugal	69
4.4. Evolución de la relación de dependencia demográfica (RD) en Portugal .	70
4.5. Evolución del índice de envejecimiento en Portugal	71
4.6. Evolución de la Esperanza de vida al nacer en Portugal	72
4.7. Evolución de la tasa de mortalidad infantil en Portugal	73
4.8. Evolución de la tasa global de fecundidad en Portugal	74
4.9. Evolución de la tasa de migración en Portugal	75
4.10. Parámetros α_x , β_x y k_t para la población total	77
4.11. Parámetros α_x , β_x y k_t para la población de mujeres	78
4.12. Parámetros α_x , β_x y k_t para la población de hombres	79
4.13. Proyección de k_t para la población total	80
4.14. Proyección de k_t para la población de hombres	80
4.15. Proyección de k_t para la población de mujeres	81
4.16. Proyección de e_0 para el periodo 2011 - 2060	81
4.17. Logit de las probabilidades de fallecimiento	82
4.18. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Total	83
4.19. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Femenina	83
4.20. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Masculina	84
4.21. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Total	84
4.22. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Femenina	85
4.23. Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Masculina	85

4.24. Proyección de e_0 para el periodo 2011 - 2060	86
4.25. Parámetros a_x , b_x k_t y cohorte estimados	87
6.1. Poblacion total periodo 2011-2015	108
6.2. Poblacion total periodo 2016-2020	110
6.3. Poblacion total periodo 2021-2025	112
6.4. Poblacion total periodo 2026-2030	114
6.5. Poblacion total periodo 2031-2035	116
6.6. Poblacion total periodo 2036-2040	118
6.7. Poblacion total periodo 2041-2045	120
6.8. Poblacion total periodo 2046-2050	122
6.9. Poblacion total periodo 2051-2055	124
6.10. Poblacion total periodo 2056-2060	126
6.11. Tabla de Mortalidad 2020 - 2022	128

Índice de tablas

2.1. Estructura de una tabla de mortalidad.	10
2.2. Probabilidades anuales de muerte en un contexto dinámico.	27
4.1. Valores de AIC.	88
4.2. Valores de BIC.	89
4.3. Valores ECM del modelo Lee-Carter.	89
4.4. Valores ECM del modelo Cairns-Blake-Dowd.	90
4.5. Valores ECM del modelo Renshaw-Haberman.	90
4.6. Valores EPAM del modelo Lee-Carter.	91
4.7. Valores EPAM del modelo Cairns-Blake-Dowd.	92
4.8. Valores EPAM del modelo Renshaw-Haberman.	92
4.9. Parámetros de la renta vitalicia.	94
4.10. Diferencia de valor actual actuarial de las Rentas vitalicias	94
4.11. Probabilidades de Fallecimiento 2020 - 2022.	95
4.12. Parámetros del Seguro de vida.	95
4.13. Coste del Seguro de vida considerando tabla de mortalidad INE vs. Lee-Carter.	96
4.14. Probabilidades de Fallecimiento 2020 - 2022.	96
4.15. Parámetros del Plan de Pensión.	97
4.16. Flujo de las aportaciones.	99
4.17. Continuacion flujo de las aportaciones.	100
4.18. Flujo de las prestaciones.	101
4.19. Continuacion flujo de las prestaciones.	102
4.20. Riesgo de longevidad.	102

Introducción

En el marco de los fenómenos económicos y sociales que como actuarios enfrentamos, uno de los de mayor importancia es la longevidad, o mejor dicho el riesgo por longevidad, lo cual se traduce en que la población viva más de lo que en principio esperamos, esto debido a mejoras sanitarias, económicas, calidad de vida, entre otros. Sin embargo dicho fenómeno puede vulnerar nuestro sistema de seguridad social, seguros de vida y rentas vitalicias, dejando de reservar esas prestaciones que no están siendo contempladas por los años adicionales que no se previeron, generando así un déficit.

Es lo planteado anteriormente lo que motiva la realización del presente trabajo cuyo objetivo general es hacer una medición del riesgo por longevidad para la población portuguesa.

El presente trabajo establece en el Planteamiento del Problema (Capítulo I) la situación o problema del cual nace la necesidad de realizar esta investigación, así como los objetivos que se quieren lograr. En el Marco Teórico (Capítulo II) se presenta la definición formal del riesgo por longevidad, así como ciertos puntos que son de gran importancia, como la esperanza de vida o las tablas de mortalidad, además se realizó el desarrollo teórico de cada uno de los métodos de proyección de tablas de mortalidad más frecuentes.

El Capítulo Método de Trabajo (Capítulo III) está conformado por todo el manejo y procesamiento de los datos a utilizar para las proyecciones de tablas de mortalidad, así como también la aplicación práctica de los métodos presentados en el Marco Teórico. Seguidamente en el Análisis y Presentación de Resultados (Capítulo IV) se espera hacer un análisis actuarial del riesgo por longevidad.

Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones que surgieron de todo lo antes mencionado, así como también se dejan abiertas varias líneas de investigación que puedan continuar y complementar lo desarrollado en este trabajo.

Planteamiento del Problema

A nivel internacional, la longevidad se ha vuelto un tema cada vez más importante, de la mano de los constantes avances tecnológicos y de la medicina, la esperanza de vida se ha visto afectada de manera muy positiva, aumentando sus valores. De acuerdo a los datos que arrojan las Naciones Unidas, la esperanza de vida al nacer ha aumentado en 26 años, situándose en 45 años en el año 1950, quedando para el año 2021 en 71 años.

La Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), menciona en su informe “Dinámica Demográfica y Desarrollo en América Latina y el Caribe” de 2005, que “en todos los países de la región, la proporción y el número absoluto de personas de 60 años y más se incrementarán sostenidamente en los próximos decenios”, para continuar estimando que en los años 2050, la proporción de personas mayores a 60 años se triplicaría y que uno de cada cuatro latinoamericanos será mayor de 60 años. Del mismo modo, hacen referencia a que la región se enfrenta a cambios demográficos en la actualidad, como lo son la disminución de las tasas de fecundidad y la reducción sostenida de la mortalidad, estos importantes cambios han hecho que en promedio la región gane 20 años de vida, lo cual representa una dificultad de cara a la protección de los Derechos Humanos para las personas de edad avanzada.

Cada población se estructura particularmente en función de su dinámica demográfica, es decir, existe una proporción de población masculina y otra de población femenina, agrupados por rangos de edad, estableciéndose así tres bloques primordiales, la población joven, la población adulta y la población envejecida. Al analizar la dinámica poblacional mundial nos encontramos que la población está compuesta por un 25 % de personas con edad entre 0 a 15 años (Población Joven), un 65 % de personas con edades comprendidas entre 16 y 65 años (Población Adulta) y por último un 10 % de población mayor a 65 años de edad (Población Envejecida), lo que hace referencia a una población joven con mucha presencia en las edades activas (laboralmente), y una población posiblemente dependiente (mayores a 65 años) que ocupa la menor cantidad de población.

Del mismo modo, al evaluar a la población europea tenemos que, la población me-

nor a 15 años de edad constituye un 15 % del total, la población con edades mayores a 15 y menores a 65 años representan un 65 %, igual que lo observado a nivel mundial, mientras que para el grupo de personas mayores de 65 años de edad tenemos una representación del 20 %, lo que indica que con respecto a la población mundial, la población europea conserva la misma proporción de personas en edad dependiente (menores a 15 años y mayores a 65 años), sin embargo la mayor concentración en la población europea se encuentra en los mayores a 65 años, lo que nos está indicando que es una población más envejecida.

Ahora bien, evaluemos el caso puntual de un país de la región europea, como es el caso de Portugal, cuando revisamos los datos del país observamos que, la población menor a 15 años de edad es de apenas el 13 %, mientras que la población con edades comprendidas entre 15 y 65 años es el 64 %, aquí ya podemos ver una muy leve disminución de este grupo con respecto a las dos poblaciones analizadas anteriormente, por lo que los grupos en edades dependiente levemente aumenta, y por ultimo tenemos el grupo de personas con edades mayores a los 65 años de edad, el cual representa el 23 % de la población total portuguesa. Como se dijo anteriormente los grupos en edades dependientes ha aumentado con respecto a la población mundial y la población europea, disminuyendo casi a la mitad el grupo menor a 15 años y aumentando más del doble el grupo mayor a 65 años, concluyendo así que la población portuguesa es una población envejecida.

Como se mencionó anteriormente, los avances tecnológicos, los avances de la medicina, avances económicos, mejores condiciones de vida, entre otros, han sido determinantes en una experiencia de vida mucho más prolongada. Sin embargo estos avances tecnológicos, demográficos no se traducen únicamente en buenas noticias, esto también supone un importante reto económico y financiero para la seguridad social, para los seguros de vida, para las condiciones de salud, para garantizar el bienestar en la vejez, entre otros.

Dado el riesgo latente que supone la prolongación de la vida humana, cada región/país, debe tomar medidas que permitan controlar y mitigar los riesgos, así como garantizar una vida plena para sus habitantes.

En el presente trabajo haremos énfasis en la eventualidad de que las personas sobrevivan más años, que el número medio de años que se esperaba que esa persona viviera, es decir, estudiaremos el riesgo de que la población sobreviva más años de los que se había determinado en su esperanza de vida, lo que se conoce como riesgo por longevidad.

Entendiendo que, el riesgo por longevidad se refiere al riesgo financiero que enfrentan los sistemas de seguridad social, los fondos de pensiones y las compañías de seguros debido al aumento en la esperanza de vida de la población. Este riesgo se deriva del hecho de que los pagos de las pensiones y los seguros de vida se basan en la duración

de la vida de los beneficiarios, lo que significa que si la población vive más tiempo de lo previsto, los pagos a lo largo del tiempo también serán mayores.

La longevidad es uno de los riesgos más importantes que enfrentan los sistemas de seguridad social y los fondos de pensiones a largo plazo, ya que puede aumentar significativamente los costos y reducir la solvencia financiera de los sistemas. Además, la longevidad también puede tener un impacto significativo en las finanzas personales de los individuos, especialmente en su capacidad para financiar su jubilación.

Debido a esto, se plantea las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Cuáles son los modelos actuariales más apropiados para estimar el riesgo por longevidad?
2. ¿Cómo afecta el aumento en la esperanza de vida a la sostenibilidad financiera?
3. ¿Cuáles son las estrategias que se pueden implementar para mitigar el riesgo por longevidad?

1.1. Antecedentes

Debido a su importancia, se han realizado una gran variedad de trabajos relacionados con el riesgo por longevidad y las proyecciones de tablas de mortalidad, los cuales fueron de vital importancia y orientación en el desarrollo del presente trabajo de investigación.

Entre ellos tenemos:

1.1.1. El riesgo por longevidad y su aplicación práctica a solvencia II Modelos Actuariales avanzados para su gestión

Fundación Mapfre (2014) Trabajo realizado por profesionales en las áreas de las Ciencias Actuariales, Ciencias Estadísticas y Matemáticas, en este se da un análisis bastante amplio del riesgo por longevidad, la gestión del mismo, la esperanza de vida, las tablas de vida, algunos métodos estocásticos para la proyección de las tablas de vida, el marco regulatorio bajo solvencia II, su aplicación en el mercado asegurador, así como algunos instrumentos de mitigación del riesgo por longevidad.

1.1.2. El manejo del riesgo de longevidad en los sistemas públicos de pensiones. Una propuesta de uso de swaps de longevidad para México

Rodríguez-Reyes, Luis Raúl (2017) En el artículo se propone un swap de longevidad como mecanismo para reducir la exposición al riesgo de longevidad, usando el hedge natural de las posiciones respecto a la longevidad de las dos instituciones (sistema de pensiones y seguros de vida). Para su aplicación a las obligaciones pensionarias del gobierno federal mexicano, se modificó el método general de estructuración y valuación de este tipo de instrumentos con la inclusión de un índice de longevidad proporcional y de una variable de monetización.

1.1.3. Proyección de Tablas de Mortalidad Dinámicas y Análisis Actuarial del Riesgo de Longevidad

Benchimol, Andrés Gustavo (2016) En el presente trabajo se expone a grandes rasgos enfoques clásicos y bayesianos para aplicaciones de modelos de proyección de la mortalidad para con cuyos resultados hacer el análisis correspondiente respecto a algunos tipos de seguros de renta vitalicia.

1.1.4. Estudio de la longevidad aplicando Redes Neuronales Artificiales

Bautista Ramos, Susana (2021) En el trabajo de investigación se hacen distintos comparativos entre los modelos clásicos de proyección de tablas de mortalidad con respecto a un modelo basado en el comportamiento de las Redes Neuronales Artificiales.

1.2. Finalidad

El presente trabajo ha sido orientado a estudiar el riesgo por longevidad y la mitigación del mismo a través del análisis actuarial de la proyección por distintas metodologías de las tablas de mortalidad portuguesas, considerando a Portugal como un país expuesto a las consecuencias de este riesgo.

1.3. Limitaciones

Como limitaciones del presente trabajo de investigación se tiene la poca información fidedigna que se maneja para nuestro país, Venezuela, motivo por el cual se está realizando la investigación haciendo uso de la experiencia poblacional y demográfica de un país de la región europea, en este caso Portugal, esto también debido a que en muchos de los indicadores demográficos más relevantes del país tiene un comportamiento similar o parecido al reflejado en Venezuela.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

- Medir el riesgo por longevidad a través de distintos modelos de proyección de tablas de mortalidad

1.4.2. Objetivos Específicos

- Extraer, gestionar y estructurar la data.
- Revisar y conceptualizar distintas metodologías de proyección de tablas de mortalidad.
- Diseñar e implementar en el software libre R los algoritmos para las proyecciones de tablas de mortalidad.
- Interpretar los resultados de los distintos métodos aplicados.
- Medir el riesgo actuarial por longevidad.

1.5. Cobertura

1.5.1. Horizontal

Abarca la gestión del riesgo por longevidad en Portugal. Se examina el papel del actuario en la gestión del riesgo por longevidad, la medición y proyección de la mortalidad a través de tablas de mortalidad y modelos actuariales, y los desafíos que enfrenta

Portugal en la gestión del riesgo por longevidad.

1.5.2. Vertical

Se examinan los desafíos que enfrenta Portugal en la gestión del riesgo por longevidad.

1.6. Periodo de Referencia

La información utilizada corresponde a data extraída de la Human Mortality Database (HMD) para Portugal desde 1940 hasta 2021.

Marco Teórico

2.1. Fundamentos Teóricos

2.2. Función de Distribución

La variable aleatoria X está definida en el conjunto de números reales positivos, es decir, $X \in (0, \infty)$, aunque debido a la naturaleza de dicha variable, de manera práctica se considera una edad límite w , de esta manera se tiene que X esta entre $(0, w)$.

Además, a partir de X se define la variable ***vida residual*** a la edad x , representada por T_x que denota los años que le restan por vivir a una persona que ha cumplido la edad x . De manera formal, si $X > x$, se define:

$$T_x = X - x \quad (2.1)$$

En consecuencia, T_x toma valores en el intervalo $(0, w - x)$. Más adelante continuaremos desarrollando la función T_x .

La función de distribución F de la variable aleatoria X correspondiente a la edad de fallecimiento, para un número real x , es igual a:

$$F_x = P[X \geq x] \quad (2.2)$$

e indica la probabilidad de que una persona fallezca antes de alcanzar la edad x . Por otro lado, como F es una función de distribución y la edad de fallecimiento es no negativa, esta cumple las siguientes propiedades:

1. $F_0 = 0$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} F_x = 1$ o $F_w = 1$
3. F es una función no decreciente y continua por la derecha.

Mientras que la función de distribución de la variable vida residual a la edad x , $F_{T(x)}$ que por simplicidad se notara por G_x , por su definición, es la misma que $X - x$ condicionado por $X > x$, de modo que:

$$G_x(t) = P[T_x \leq t]$$

$$G_x(t) = P[X - x \leq t | X > x]$$

$$G_x(t) = P[X \leq x + t | X > x] \quad (2.3)$$

y por la definición de probabilidad condicional se deduce que:

$$G_x(t) = \frac{F_{x+t} - F_x}{1 - F_x} \quad (2.4)$$

2.3. Función de Supervivencia

A partir de la función de distribución F_x , se define la función de supervivencia, S , como el complemento de esta, es decir:

$$S_x = 1 - F_x \quad (2.5)$$

para

$$0 \leq x \leq w$$

y representa la probabilidad de que un individuo sobreviva a la edad x . La función de supervivencia tiene las siguientes propiedades.

1. $S_0 = 1$.
2. $\lim_{t \rightarrow \infty} S_t = 0$ o $S_w = 0$
3. S es una función no creciente y continua por la derecha.

De manera gráfica en la figura 2.1 tenemos en la parte izquierda el comportamiento típico de la función de supervivencia, el cual refleja los resultados de observaciones estadísticas sobre mortalidad, del mismo modo en la parte derecha tenemos el aspecto dinámico de la mortalidad, del cual se destacan dos aspectos:

- La curva de supervivencia se mueve hacia una forma rectangular, por lo que se utiliza el término de rectangularización para describir esta característica.
- El punto máximo de la pendiente descendente de la curva de supervivencia se desplaza progresivamente hacia edades muy avanzadas, esta característica se denomina expansión de la función de supervivencia.

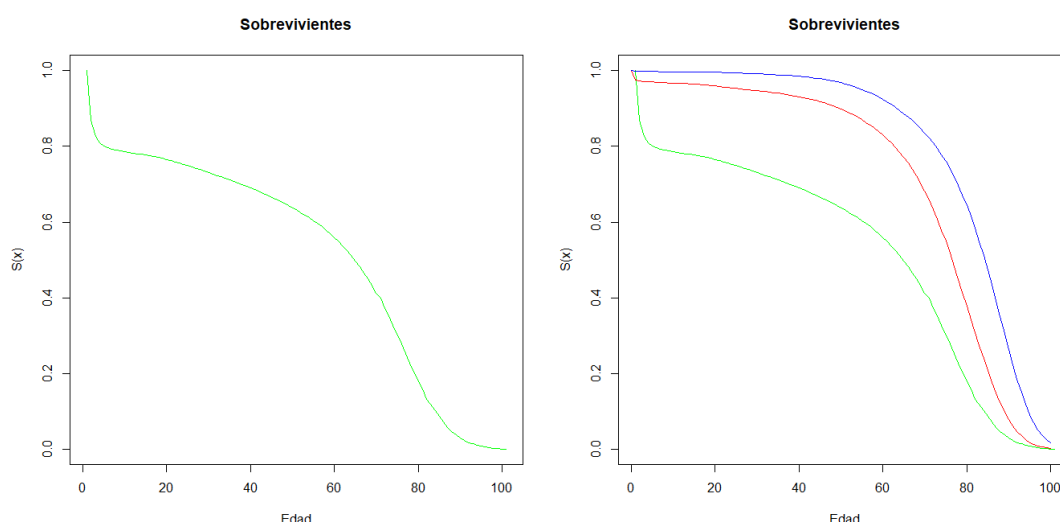


Figura 2.1: Comportamiento de la Función de Supervivencia

2.4. Tablas de Mortalidad

Debido a que la medición de la mortalidad está involucrada en los cálculos respecto al riesgo de la vida humana, la tabla de mortalidad puede ser utilizada en una gran variedad de problemas, entre los cuales se puede mencionar la estimación del nivel y tendencia de la mortalidad, estimaciones y proyecciones, análisis de diversas características sociales y económicas.

La aplicación más frecuente de la tabla de mortalidad consiste en medir el nivel y la tendencia de la mortalidad de una población a través del tiempo, o establecer comparaciones entre los niveles de diferentes países o regiones. Para este propósito suelen

utilizarse diversos indicadores, entre los cuales se puede mencionar, la esperanza de vida al nacer, la proporción de sobrevivientes, la edad modal de las defunciones y las tasas de mortalidad por grupos de edad.

De acuerdo a Ortega A. (1987) La tabla de mortalidad (o tabla de vida), “es un instrumento o esquema teórico que permite medir las probabilidades de vida y de muerte de una población, en función de la edad”, es decir, es una herramienta que aporta la experiencia de vida y muerte de una población determinada, este esquema provee de manera muy completa una descripción estadística de la mortalidad.

En el campo demográfico las tablas de mortalidad tienen cinco características principales:

1. Permite describir el comportamiento de la mortalidad por edades.
2. Permite obtener probabilidades y otras medidas convencionales de la mortalidad.
3. Proporciona medidas resumen de la mortalidad: la esperanza de vida, la tasa bruta de mortalidad, las tasas de mortalidad por edades.
4. Puede ser asimilada a un modelo teórico de la población, llamado población estacionaria.
5. Permite efectuar diversas aplicaciones en una gran variedad de problemas.

En la tabla 2.1 podemos observar la estructura básica, una tabla de mortalidad es un arreglo rectangular que está constituido por funciones en forma de columnas.

x	l_x	d_x	q_x	p_x	e_x
0	l_0	d_0	q_0	p_0	e_0
1	l_1	d_1	q_1	p_1	e_1
...
x	l_x	d_x	q_x	p_x	e_x
$x + 1$	l_{x+1}	d_{x+1}	q_{x+1}	p_{x+1}	e_{x+1}
...
$w - 1$	l_{w-1}	d_{w-1}	q_{w-1}	p_{w-1}	e_{w-1}

Tabla 2.1: Estructura de una tabla de mortalidad.

Como dice Vegas A. (1982), los principios que forman la base fundamental para construir tablas de mortalidad son los principios de: **Homogeneidad, Independencia y Estacionariedad**.

- **Principio de Homogeneidad:** Todos los individuos del grupo son iguales en el sentido de que tienen la misma función de distribución de probabilidad para la variable edad. El grupo es homogéneo.

Se asume que la edad de fallecimiento tiene el mismo comportamiento estadístico para todos los individuos, para dos personas i y j , con edades X_i y X_j respectivamente, se cumple: $F_{X_i(x)} = F_{X_j(x)} = F_{(x)}$ para todo $x \in R$.

- **Principio de Independencia:** Los individuos que integran el grupo se definen como variables independientes, es decir, que un cierto individuo sobreviva o no a una determinada edad es independiente a la supervivencia de cualquier otro individuo del grupo.

Así, para dos personas i y j , se tiene que: $F_{(X_i|X_j=y)(x)} = F_{(x)}$ para todo $x \in R$.

- **Principio de Estacionariedad:** La probabilidad de un individuo de no sobrevivir a una edad x es independiente del año de su cálculo. Descartando de este modo el tiempo cronológico, lo cual implica que las probabilidades no evolucionan a corto plazo.

2.4.1. Tipos de Tablas de Mortalidad

Se diferencian dos tipos de clasificaciones de las tablas:

- De acuerdo al periodo de referencia.
 1. **Tablas por generaciones:** Son aquellas en las cuales se sigue una generación o cohorte de personas a lo largo del tiempo, determinando a cada edad el número de sobrevivientes, hasta que se extingue.
 2. **Tablas de contemporaneos:** Se basan en la experiencia de la mortalidad observada durante un corto periodo de tiempo (usualmente un año), por todas las generaciones de una población real.
- De acuerdo a la extensión del intervalo de edades.
 1. **Tablas completas:** Son aquellas en las que diferentes funciones se elaboran para cada año de edad.
 2. **Tablas abreviadas:** Son aquellas en que las diferentes funciones se calculan por grupos de edades, (generalmente quinquenales), no obstante en el primer grupo de edad (0-5 años), la mayoría de tablas abreviadas, se incluyen las diversas funciones por edades simples, debido a la gran variación en la mortalidad para estas edades.

2.5. Funciones de las Tablas de Mortalidad

Son diversas las funciones que se contemplan en una tabla de mortalidad y de uso frecuente en problemas demográficos. A continuación las nueve principales funciones que comprenden una tabla de mortalidad.

2.5.1. Sobrevivientes l_x

Esta función representa el número de personas que alcanzan con vida la edad exacta x , y se representa por l_x . La generación inicial de nacimientos, se conoce como la raíz de la tabla y se representa por l_0 .

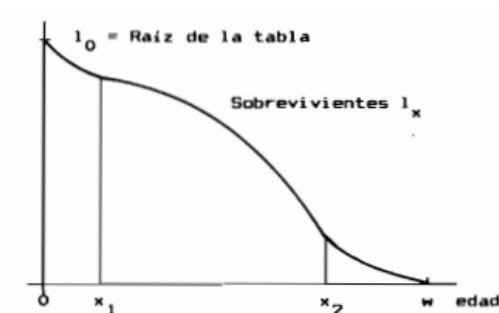


Figura 2.2: Comportamiento de la función de sobrevivientes

Como se observa en la figura 2.2 esta función es de carácter positiva decreciente, por lo general presenta una curvatura hacia arriba hasta los 10 o 12 años (debido a la mortalidad decrecientes de los primeros años de vida), luego una curvatura hacia abajo hasta los 60 o 70 años, y por ultimo una curvatura hacia arriba en las ultimas edades. Esta misma varía de acuerdo al comportamiento de la población en estudio.

Se suele fijar como raíz de la tabla una constante arbitraria como 100.000 o la unidad (1), se denomina w (omega) al final de la tabla o edad máxima de la tabla, edad en la cual el número de sobrevivientes es cero, por lo general este toma el valor de 100 años.

2.5.2. Defunciones d_x

Esta función representa el número de muertes ocurridas a una generación inicial de l_0 nacimientos, entre las edades exactas x y $x + 1$. Se denomina también defunciones de la tabla, y se expresa por:

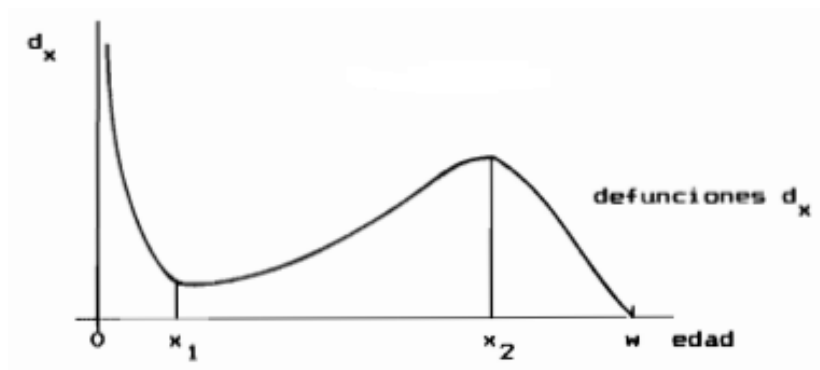


Figura 2.3: Comportamiento de la función de defunción

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (2.6)$$

Si las defunciones se calculan para cualquier intervalo n 2.6 se puede escribir como:

$${}_n d_x = l_x - l_{x+n}. \quad (2.7)$$

Y esta representa el número de muertes ocurridas los sobrevivientes de l_x en las edades exactas x y $x + n$.

De 2.6 y 2.7 se deduce que la suma de todas las defunciones, desde la edad x hasta w , da la función l_x , por lo que se obtiene:

$$l_x = \sum_{a=x}^{w-1} d_a = d_x + d_{x+1} + \dots + d_{w-1} \quad (2.8)$$

El comportamiento teórico de la gráfica de las defunciones se representa en la figura 2.3 comienza en un punto alto con un decrecimiento que corresponde a la mencionada anteriormente mortalidad infantil, para posteriormente tener una curvatura en ascenso hasta llegar a la edad modal de las defunciones, la cual oscila entre los 65 y 80 años de edad, a partir de ahí comienza a decaer nuevamente, no por un descenso en la mortalidad, si no por el número de sobrevivientes en esas edades de la generación l_x .

2.5.3. Probabilidad de muerte q_x

Esta función representa la probabilidad que tiene una persona de edad exacta x de fallecer dentro del año siguiente al momento en que alcanza dicha edad. Se representa

por:

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \quad (2.9)$$

Al ser una probabilidad se trata de una relación entre casos a favor del acontecimiento (en este caso fallecimientos), respecto a los casos posibles. Por lo tanto el resultado de esta función siempre será un valor entre 0 y 1, siendo 0 que no hubo fallecidos, y por el contrario, 1 que fallezcan todos.

Al igual que las defunciones, podemos calcular esta función para un periodo n de años, a partir de:

$${}_nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{{}_nd_x}{l_x} \quad (2.10)$$

De la misma manera, se considera el caso particular de $x = 0$ y $n = 1$, que corresponde a la probabilidad de muerte en el primer año de vida, lo que anteriormente hemos mencionado como mortalidad infantil.

$$q_0 = \frac{l_0 - l_1}{l_0} = \frac{d_0}{l_0} \quad (2.11)$$

Ahora bien, si conocemos los valores de ${}_nq_x$ para cada edad o cada grupo de edad, y una raíz arbitraria de l_0 , podemos obtener los valores l_x y ${}_nd_x$, a través de las siguientes relaciones:

$$l_x \cdot {}_nq_x = d_x \quad (2.12)$$

$$l_x - {}_nd_x = l_{x+n} \quad (2.13)$$

Análogamente, para el caso particular de la mortalidad infantil tenemos:

$$l_0 \cdot q_0 = d_0 \quad (2.14)$$

$$l_0 - d_0 = l_1 \quad (2.15)$$

Ahora bien, dado que ${}_nq_x$ indica la probabilidad de que una persona de edad x fallezca antes de cumplir $x + n$ años, tenemos que:

$${}_nq_x = P[x < X \leq x + n | X > x] \quad (2.16)$$

Y recurriendo al hecho de que ${}_nq_x$ es igual a la distribución de la vida residual a la edad x , G_x , mediante 2.4, tenemos que:

$${}_nq_x = G_x(n) = \frac{F_{x+n} - F_x}{1 - F_x} \quad (2.17)$$

para $n \in (0, w - x)$

Cabe notar que cuando $x = 0$, se obtiene la probabilidad de muertes de un recién nacido.

$${}_nq_x = G_0(n) = F_n = P[X < n] \quad (2.18)$$

2.5.4. Probabilidad de sobrevivencia p_x

Esta función representa la probabilidad que tiene una persona de edad exacta x , de sobrevivir un año. Está representada por:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (2.19)$$

Dado que para cada edad individual, o bien grupo de edad, las personas tienen la posibilidad de sobrevivir o de fallecer, debe verificarse que:

$$p_x + q_x = 1 \quad (2.20)$$

Por lo que tenemos entonces que p_x y q_x son funciones complementarias, quedando:

$$1 - q_x = p_x \quad (2.21)$$

$$1 - p_x = q_x \quad (2.22)$$

De forma más general, tenemos que para intervalos de n años:

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.23)$$

También se puede expresar como:

$${}_np_x = 1 - {}_nq_x = \frac{1 - F_{x+n}}{1 - F_x} \quad (2.24)$$

para $n \in (0, w - x)$

Al igual que con la probabilidad de fallecimiento, al tener $x = 0$, se estaría calculando la probabilidad de supervivencia de un recién nacido.

$${}_np_0 = 1 - {}_nq_0 = P[X > n] \quad (2.25)$$

2.5.5. Tiempo vivido entre x y $x + n$ (${}_nL_x$)

Esta función representa el número de años vividos por la generación l_0 entre las edades x y $x + n$. Se representa por:

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_a da \quad (2.26)$$

Este tiempo puede interpretarse también como el tiempo vivido por las personas que sobreviven al final del intervalo y los que mueren dentro de él. Estableciendo la siguiente igualdad:

$${}_nL_x = n \cdot l_{x+n} + {}_nk_x \cdot {}_nd_x \quad (2.27)$$

donde:

n = Amplitud del intervalo.

l_{x+n} = Supervivientes a la edad $x + n$.

${}_nd_x$ = Fallecidos entre x y $x + n$.

${}_nk_x$ = Tiempo medio vivido en el intervalo por cada una de las personas que fallecen.

2.5.6. Tiempo vivido entre x y w (T_x)

Esta función representa el número total de años vividos por la generación de l_0 nacimientos entre las edades x y w . Se representa por:

$$T_x = \int_x^w l_a da \quad (2.28)$$

Lo cual descomponiendo los intervalos de edad en edades individuales, tenemos que:

$$T_x = \int_x^{x+1} l_a da + \int_{x+1}^{x+2} l_a da + \dots = L_x + L_{x+1} + \dots$$

$$T_x = \sum_{a=x}^{w-1} L_a \quad (2.29)$$

2.5.7. Esperanza de vida a la edad x (e_x^0)

Esta función representa el número de años que en promedio vive una persona desde la edad x en adelante, hasta el final de la vida. Se representa por:

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x} \quad (2.30)$$

Como caso particular tenemos que si $x = 0$, estamos en presencia de la esperanza de vida al nacer (e_0^0), que es una medida resumen de la mortalidad en general que no se ve afectada por la estructura poblacional.

Asociada a esta última función, tenemos también el número total de años que en promedio vive una persona de edad x , desde el nacimiento hasta el final de la vida, y este viene representado por:

$$x + e_x^0 \quad (2.31)$$

La esperanza de vida al nacer o vida media, es el mejor indicador del nivel general de la mortalidad de una población, ya que es una medida única y no está afectada por la composición de edades, lo cual permite hacer comparaciones directas entre diferentes poblaciones. Algunas veces las estimaciones de mortalidad suelen resumirse también en términos de esperanza de vida a la edad 1 o 5, para aislar el fuerte peso de la mortalidad infantil y los errores de diversos tipos que suele afectar a la información básica de las primeras edades. También se utiliza la esperanza de vida a los 15 años, que corresponde aproximadamente al comienzo de la vida activa y reproductiva, y la esperanza de vida a los 65 años, que mide la mortalidad en el periodo de retiro, en el cual se concentra la mayoría de las muertes en las poblaciones de mortalidad moderada o baja.

2.5.8. Tasa instantánea de mortalidad por edad (μ_x)

La tasa instantánea de mortalidad, es una medida de la fuerza o intensidad de la mortalidad a la edad x , para los individuos que han alcanzado dicha edad. Esta función viene representada por:

$$\mu_x = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta t q_x}{\delta t} \quad (2.32)$$

La fuerza de mortalidad se puede expresar de otra forma, para ello si en 2.17 se escoge $t = \delta t$, se tiene que:

$$\delta_t q_x = \frac{F(x + \delta t) - F_x}{1 - F_x} \quad (2.33)$$

y luego se divide por δt .

$$\frac{\delta_t q_x}{\delta t} = \frac{1}{1 - F_x} \cdot \frac{F(x + \delta t) - F_x}{\delta t} \quad (2.34)$$

en donde si se considera que, F es continua y conocida, tal que su función de densidad es $f_x = F'_x$, al tomar los límites se colige que la fuerza de mortalidad es equivalente a:

$$\mu_x = \frac{f_x}{1 - F_x} \quad (2.35)$$

adicionalmente, dado que $F_0 = 0$, se tiene que:

$$\int_0^x \mu_y dy = -\ln[1 - F_x] \quad (2.36)$$

y al efectuar los cálculos necesarios se tiene que:

$$F_x = 1 - \exp\left(-\int_0^x \mu_y dy\right) \quad (2.37)$$

Así, al reemplazar 2.37 en 2.24 se tiene la probabilidad de supervivencia en función de μ_x , y está dada por:

$${}_t p_x = \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu_y dy\right) \quad (2.38)$$

y, por complemento la probabilidad de fallecimiento es:

$${}_t q_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu_y dy\right) \quad (2.39)$$

De esta manera, se ha expresado las probabilidades de supervivencia y fallecimiento en función de la tasa instantánea de mortalidad.

Esta función guarda relación con la probabilidad de muerte, ya que ambas dan una medida anual de la mortalidad, siendo μ_x una medida más precisa ya que indica el valor

de la tasa de mortalidad en cada momento, mientras que q_x da un valor promedio de referencia en el intervalo finito determinado.

2.5.9. Tasa central de mortalidad m_x

El comportamiento de la fuerza de mortalidad en el intervalo $(x, x + 1)$ puede ser resumido por la tasa central de mortalidad a la edad x .

Las muertes anuales de personas con edad exacta x antes de alcanzar la edad $x + 1$ son d_x ; el tiempo vivido de individuos con edad entre x y $x + 1$ es L_x ; el cociente entre las dos cantidades proporciona la tasa central de mortalidad, que se expresa como:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x} = \frac{d_x}{\int_x^{x+1} l_x dx} \quad (2.40)$$

Cuando el intervalo de edades es mayor que la unidad, las muertes anuales de personas con edad alcanzada x antes de alcanzar la edad $x + n$ es ${}_n d_x$; el tiempo vivido entre x y $x + n$ es ${}_n L_x$, consecuentemente el cociente entre las dos cantidades proporciona, para este caso, la tasa central de mortalidad, que se expresa como:

$${}_n m_x = \frac{{}_n d_x}{{}_n L_x} = \frac{{}_n d_x}{\int_x^{x+n} l_x dx} \quad (2.41)$$

2.6. Población Estacionaria

Anteriormente se concibió a la tabla de mortalidad como un instrumento teórico, que describe el proceso de extinción de una cohorte hipotética de personas a través del tiempo, debido a la mortalidad, por diversas condiciones y estableciendo a cada edad el número de sobrevivientes.

A partir de aquí se puede interpretar a la tabla de mortalidad como un modelo de población estacionaria. Una población estacionaria es un modelo teórico en el cual la población total, así como su distribución por edades no cambia en el tiempo. En este modelo la tasa de natalidad es igual a la tasa de mortalidad, lo que en consecuencia ocasiona que la tasa de crecimiento natural es igual a cero. Tal población hipotética se puede obtener suponiendo que los nacimientos anuales son constantes e iguales a l_0 .

A continuación, se obtendrán las cuatro relaciones básicas de un modelo de población estacionaria.

2.6.1. La población

Si N_t es la población total en el momento t . B_t el número de nacimientos anuales en el momento t , y p_x la probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad x , por lo que el producto $B_{(t-x)}p_x = N_{(x,t)}$ representa el número de personas que tienen edad x en el momento t .

La población total en el momento t . N_t está formada por la suma de todas las personas que nacieron en $t - x$ y han sobrevivido hasta el momento t , teniendo entonces la edad x . Esta suma se obtiene integrando la función de la población por edad en el momento t . Luego:

$$N_t = \int_0^w B_{(t-x)}p_x dx \quad (2.42)$$

Haciendo un cambio en los límites de la integral, se obtiene el número de personas de un grupo de edades cualesquiera, quedando:

$$N_{(x,x+n)} = \int_x^{x+n} B_{(t-a)}p_a da \quad (2.43)$$

2.6.2. Las defunciones

De igual manera, las defunciones totales D_t se obtienen sumando el producto de las personas que han sobrevivido a la edad x en el momento t , es decir, $B_{t-x}p_x$, por la tasa instantánea de mortalidad μ_x , quedando:

$$D_t = \int_0^w B_{(t-x)}p_x\mu_x dx \quad (2.44)$$

Por ultimo, las defunciones de un grupo de edades, x , $x + n$ se obtienen, como en el caso de la población por edades, haciendo el cambiando de los límites de la integral:

$$D_{(x,x+n)} = \int_x^{x+n} B_{(t-a)}p_a\mu_a da \quad (2.45)$$

2.6.3. Población Estacionaria: Principales Características

De acuerdo al estudio realizado por el Instituto Nacional de Estadística e Informática de Perú, denominado “Perú: Situación y Perspectivas de la Mortalidad por Sexo y Grupos de Edad, Nacional y por Departamentos, 1995-2025”. Las relaciones anteriores se corresponden con el supuesto de mortalidad por edad constante. Agregando ahora

el supuesto de que los nacimientos anuales en el momento t son iguales a l_0 , obteniendo así la población estacionaria, cuyas características son las siguientes:

- Haciendo $B_{(t-x)} = l_0$ y $p_x = \frac{l_x}{l_0}$ en la relación que representa a la población total, se obtiene: $N_t = \int_0^w l_0 \frac{l_x}{l_0} dx = \int_0^w l_x dx = T_0 = \text{constante}$. Este resultado indica que en la población estacionaria, el número total de personas se mantiene constante en el tiempo, y su valor numérico es igual al valor T_0 de la tabla de mortalidad.
- Realizando el mismo reemplazo para la población por grupos de edades, se obtiene la población estacionaria por edades: $N_{(x,x+n)} = \int_x^{x+n} l_a da = {}_nL_x$. Es decir, el número de personas de un grupo de edad cualquier x , $x+n$ es constante en el tiempo e igual al valor numérico de la función ${}_nL_x$ de la tabla de mortalidad.
- Para calcular el número total de defunciones, se realizan los reemplazos de las defunciones y la probabilidad de sobrevivir, de manera que: $D_t = - \int_0^w l_0 \frac{l_x}{l_0} \frac{1}{l_x} \frac{dl_x}{dx} dx = - \int_0^w dl_x = -(l_w - l_0) = l_0$. Esto significa que en la población estacionaria el número total de defunciones que ocurre cada año es constante e igual al número de nacimientos anuales.
- Finalmente, las defunciones por edades, luego de los reemplazos respectivos resulta: $D_{(x,x+n)} = - \int_x^{x+n} dl_a = -(l_{x+n} - l_x) = {}_nd_x$. Se verifica así, que el número de muertes de cada grupo de edades de la población estacionaria, es igual al número de defunciones de la tabla de mortalidad correspondiente.

2.7. Limitaciones de las Tablas de Mortalidad

Como la tabla de mortalidad se construye a partir de los datos de población de los censos oficiales, las limitación que estos tengan afectara la validez de las estimaciones que se realicen.

La tabla de mortalidad presenta las limitaciones de cualquier medida basada en censos de población. Los datos sobre las edades y los registros de muertes pueden estar incompletos o sesgados. La mortalidad infantil tiene un fuerte peso en la esperanza de vida, por lo que el subregistro de este indicador puede afectar de forma importante los resultados de las tablas. Lo mismo puede decirse en relación al procedimiento que se elija para cerrar el intervalo abierto final de la tabla de mortalidad en edad y de los errores de información en dichos intervalos (por ejemplo 95 años y mas, 100 años y más).

2.8. Clasificación de las Tablas de Mortalidad

2.8.1. Tablas Estáticas Vs. Tablas Dinámicas

Las tablas de mortalidad de acuerdo a los parámetros utilizados se clasifican en: tablas estáticas o dinámicas (Felipe y Guillen 1999).

Las tablas de mortalidad estáticas consideran solo al tiempo biológico (Edad), se admite la hipótesis de estacionariedad. En este tipo de tablas solo hacen referencia a la edad, excluyendo al tiempo cronológico (tiempo).

Las tablas dinámicas abarcan ambos parámetros temporales: tiempo biológico y tiempo cronológico, en otras palabras, Edad y Tiempo. Es indudable que este tipo de tabla comparándola con las tablas estáticas, son mucho más reales, ya que con el paso de los años, dado los avances médicos y tecnológicos, mientras la mortalidad disminuye la esperanza de vida aumenta, no es lo mismo (hablando de la probabilidad de supervivencia), un hombre o mujer de 40 años que vivía en los años cincuenta que un hombre o mujer de 40 años actualmente.

2.8.2. Tablas Completas Vs. Tablas Abreviadas

Felipe y Guillen (1999) comentan que, de acuerdo al intervalo en el cual los datos son presentados, las tablas de mortalidad se clasifican en dos formas: Tablas de mortalidad completas o Tablas de mortalidad abreviadas.

Una tabla completa contiene la información de cada año desde la edad de nacimiento hasta el último año de edad del grupo en estudio, es decir, que x (parámetro edad) recorre los valores de 0 a 100 años y más.

La tabla abreviada contiene la información en intervalos de 5 (por quinquenio) o 10 años de edad, por lo que es más fácil de elaborar que la tabla completa. Bajo este criterio, se considera que solo cada 5 años la probabilidad de muerte sufre un cambio significativo, por ejemplo, para el intervalo de edad 5-9 la probabilidad de muerte es idéntica por lo que las edades se agrupan en intervalos de 5 años. Este es un escenario poco realista para edades muy tempranas o muy avanzadas.

2.8.3. Tablas Actuales Vs. Tablas Generadas

Se pueden distinguir dos tipos de tablas de mortalidad (Rocha, I. 2003) con base al año de referencia de la tabla: tablas actuales o tablas generadas (o de cohorte).

La tabla actual se basa en la experiencia sobre un periodo corto de tiempo, por ejemplo, un año, tres años o periodos intercensales, en el cual la tasa de mortalidad no ha sufrido muchos cambios.

El segundo tipo de tablas (generadas o de cohorte), se basa en las tasas de vida relacionadas con el nacimiento, por ejemplo, las personas nacidas en 1900, la experiencia de vida de las personas se observa desde el momento en que nace cada una hasta que cada miembro del grupo muera. Para este tipo de tabla se necesitan largos periodos de años para completar y no es posible generar los datos a partir de observaciones actuales, pues se tendría que esperar hasta cien años (hasta que fallezca el ultimo individuo de la cohorte). Sin embargo, este tipo de tablas es muy útil para estudios como: proyecciones de vida, medición de la fertilidad y reproducción.

2.9. Tablas Estáticas de Mortalidad

Con el objetivo de describir y pronosticar la mortalidad se han propuesto varias leyes a lo largo de la historia. Estas leyes plantean una forma analítica de la fuerza de mortalidad en función únicamente de la edad de la persona, de esta forma se excluye el tiempo cronológico y se mantiene la hipótesis de estacionariedad.

2.9.1. Ley de DeMoivre

Abraham de DeMoivre en 1724, planteo que la fuerza de mortalidad debe aumentar conforme aumenta la edad de las personas, y para ellos propuso que el tanto instantáneo de mortalidad debe seguir la siguiente expresión:

$$\mu_x = \frac{1}{(w - x)'} \quad (2.46)$$

en donde, w es el límite para la edad.

Al reemplazar 2.46 en 2.38, se obtiene que la probabilidad de supervivencia es igual a:

$${}_t p_x = \exp\left(-\int_x^{x+t} \frac{1}{w - y} dy\right) = 1 - \frac{t}{w - x} \quad (2.47)$$

2.9.2. Ley de Gompertz

Benjamín Gompertz en 1825, propuso que el tanto instantáneo de mortalidad crece exponencialmente en función de la edad, de la siguiente forma:

$$\mu_x = Bc^x \quad (2.48)$$

con $x \geq 0$, $B > 0$, $c > 1$.

A partir de 2.48 y 2.38, se determina que la probabilidad de supervivencia es igual a:

$${}_t p_x = \exp\left(-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t - 1)\right) \quad (2.49)$$

2.9.3. Ley de Makeham

William Makeham en 1859 modifico la ley de Gompertz, añadiendo una constante A que representa el riesgo de muerte ante cualquier eventualidad independiente de la edad. En consecuencia, la tasa instantánea de mortalidad se expresa como:

$$\mu_x = A + Bc^x \quad (2.50)$$

con $x \geq 0$, $A \geq -B$, $B > 0$, $c > 1$.

Tras sustituir 2.50 en 2.38 se obtiene que la probabilidad de supervivencia, es igual a:

$${}_t p_x = \exp\left(-A_t - \frac{Bc^x}{\ln c}(c^t - 1)\right) \quad (2.51)$$

2.9.4. Ley de Weibull

En 1939, Waloddi Weibull planteo que el tanto instantáneo de mortalidad crece en función de una potencia de la edad, y es igual a la siguiente expresión:

$$\mu_x = kx^n \quad (2.52)$$

con $k > 0$, $n > 0$, $x \geq 0$.

Cuya probabilidad de supervivencia al reemplazar 2.52 en 2.38 es igual a:

$${}_t p_x = \exp\left(-\frac{k}{n+1}((x+t)^{n+1} - x^{n+1})\right) \quad (2.53)$$

2.9.5. Ley de Heligman y Pollard

Mientras las leyes anteriores modelan razonablemente bien solo algunos rangos de edades, las leyes de Heligman y Pollard (1980), que han sido ampliamente utilizadas en Europa, se pueden usar para todas las edades.

La primera ley es expresada en término de probabilidades, de manera que:

$$\phi_x = A^{(x+b)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x \quad (2.54)$$

La segunda ley establece que la probabilidad de muerte q_x , está dada por:

$$q_x = A^{(x+b)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{1 - GH^x} \quad (2.55)$$

En ambos casos, a edades superiores tenemos que:

$$q_x \approx \frac{GH^x}{1 - GH^x}$$

La tercera ley generalizada a la segunda y, está dada por:

$$q_x = A^{(x+b)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{1 - KGH^x} \quad (2.56)$$

Por último, otra generalización de la segunda ley de Heligman y Pollard, da como resultado la cuarta ley que viene dada por:

$$q_x = A^{(x+b)^c} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{1 - GH^{xk}} \quad (2.57)$$

2.9.6. Splines

Un spline es una función polinomial definida por segmentos. Una alternativa para graduar las tasas brutas de mortalidad es a partir de intervalo de edades en segmentos o subintervalos, y ajustar un polinomio bajo orden en cada uno de los intervalos.

Los puntos de unión de los segmentos son normalmente conocidos como nudos. Un spline de orden k , en el intervalo $[a, b]$ con nudos en x_1, x_2, \dots, x_m es una función tal que

en cada subintervalo $[x_i, x_{i+1}]$ $i = (1, 2, \dots, m-1)$, es un polinomio de grado k o inferior. Para que la curva resultante sea una curva suave en todas las edad, los m polinomios que definen el spline se unen de manera que sea diferenciables $k-1$ veces en cada uno de los nudos.

2.9.7. Ley de Whittaker-Henderson

El enfoque de Whittaker-Henderson se basa en la minimización de una función objetivo. Denotamos z_1, z_2, \dots, z_n a los valores observados de una cantidad dada, y y_1, y_2, \dots, y_n a los valores graduados correspondientes, en referencia a la graduación de las tasas de mortalidad z_h podría representar la tasa bruta de mortalidad a la edad x_h , es decir \hat{m}_{x_h} al valor graduado correspondiente de m_{x_h} .

La función objetivo a minimizar con respecto de y_1, y_2, \dots, y_n es definido de la siguiente manera:

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{h=1}^n w_h (y_h - z_h)^2 + \lambda \sum_{h=1}^{n-k} (\Delta^k y_h)^2 \quad (2.58)$$

donde:

- w_1, w_2, \dots, w_n son pesos atribuidos a las desviaciones al cuadrado.
- $(\Delta^k y_h)^2$ es la k -ésima diferencia directa de y_h , definida como sigue:

$$(\Delta^k y_h)^2 = \sum_{i=0}^{nk} (-1)^i \binom{k}{i} y_{h+k+1}$$

siendo λ una constante positiva.

El primer término del lado derecho de la formula 2.58 proporciona una medida de la discrepancia entre los valores observados y los graduados. La elección de cada peso w_h nos permite atribuir más o menos importancia a la desviación al cuadrado relacionada con la h -ésima observación. En particular, en lo que respecta a la graduación de tasas de mortalidad, una elección adecuada de los pesos debería reflejar una baja importancia atribuida a las tasas brutas de mortalidad en edades muy avanzadas en las que viven poco los individuos y, por lo tanto, los valores observados podrían verse afectados por cambios erráticos. Para este propósito, los pesos pueden elegirse para que sean inversamente proporcionales a la varianza estimada de las tasas de mortalidad observadas.

El segundo término del lado derecho de la formula 2.58 cuantifica el grado de rigurosidad en el conjunto de valores graduados. Por lo general el valor de k se establece igual a 2, 3 o 4. Finalmente el parámetro λ nos permite expresar nuestra “preferencia” respecto a las características de los resultados de graduación. Valores grandes de λ producen curvas más suaves, mientras que valores más pequeños producen curvas más irregulares.

2.10. Tablas Dinámicas de Mortalidad

Mientras en un contexto estático la mortalidad depende exclusivamente de la edad, en un contexto dinámico se asume que la mortalidad es función tanto de la edad como del año calendario (tiempo). Así, con el fin de reflejar de manera explícita la evolución de la mortalidad con el año calendario, la notación clásica q_x es reemplazada por la notación $q_x(t)$ para denotar la probabilidad de que una persona de edad x en el año t muera ese año. A las tablas de mortalidad que capturan la dependencia de la mortalidad del tiempo se les conoce como tablas de mortalidad dinámicas.

De acuerdo con (Pitacco, Denuit, Haberman, Olivieri, 2009) si se supone que la edad x y el año calendario t son variables discretas, la mortalidad $q_x(t)$ se puede representar como una matriz cuyas filas corresponden a la edad y cuyas columnas corresponden al año calendario, como se presenta en la tabla 2.2.

	...	$t - 1$	t	$t + 1$...
0	...	$q_0(t - 1)$	$q_0(t)$	$q_0(t + 1)$...
1	...	$q_1(t - 1)$	$q_1(t)$	$q_1(t + 1)$...
...
x	...	$q_x(t - 1)$	$q_x(t)$	$q_x(t + 1)$...
$x + 1$...	$q_{x+1}(t - 1)$	$q_{x+1}(t)$	$q_{x+1}(t + 1)$...
...
$w - 1$...	$q_{w-1}(t - 1)$	$q_{w-1}(t)$	$q_{w-1}(t + 1)$...

Tabla 2.2: Probabilidades anuales de muerte en un contexto dinámico.

Esta matriz se puede interpretar de las siguientes tres formas:

- como un arreglo por columnas, $[q_0(t), q_1(t), \dots, q_x(t), \dots]$, correspondiente a una

sucesión de tablas de mortalidad de periodo, donde cada tabla se refiere a cierto año calendario t .

- como un arreglo diagonal, $[q_0(t), q_1(t+1), \dots, q_x(t+x), \dots]$, correspondiente a una sucesión de tablas generacionales, con cada tabla refiriéndose a la generación (o cohorte) nacida en el año t .
- como un arreglo por filas $[\dots, q_x(t-1), q_x(t), \dots, q_x(t+1), \dots]$, correspondiente a los perfiles de mortalidad, donde cada perfil se refiere a una edad específica x .

Las tablas de mortalidad de periodo (columna) capturan las tasas de mortalidad de una población durante un periodo específico, y son útiles para comparar la mortalidad de diferentes poblaciones (dos países, hombres y mujeres, entre otros), o para estudiar la tendencia de la mortalidad de una misma población. Sin embargo, no son apropiadas para medir la mortalidad de la una generación en particular, ya que estas probabilidades cambian a través de los años, debido, por factores como avances en medicina, mejores sistemas de salud publica, entre otros.

La cuantificación apropiada de la mortalidad de una generación específica está dada por la tabla de mortalidad generacional que considera el cambio esperado en las tasas de mortalidad en años futuros. Así por ejemplo, para calcular la esperanza de vida a los 60 años de la cohorte nacida en 1950 lo apropiado es utilizar la tasa de mortalidad para la edad 60 en 2010, para la edad 61 en 2011, para la edad 62 en 2012 y así sucesivamente. Este cálculo contrasta la esperanza de vida a los 60 años implícita en la tabla de mortalidad de periodo para el año 2010, calculada utilizando las tasas de mortalidad para la edad 60 en 2010, para la edad 61 en 2010 y para la edad 62 en 2010, y así sucesivamente.

Asumiendo que las tasas de mortalidad disminuyen en los proximos años, la esperanza de vida a partir de la tabla de mortalidad dinámica será mayor que la esperanza de vida en la tabla de mortalidad estática. Análogamente, por ejemplo, los cálculos de primas y reservas de pensiones son subestimados, si se utiliza una tabla de mortalidad por periodo, ignorando los incrementos futuros en la esperanza de vida.

Aunque existe una gran variedad de métodos para la construcción de tablas de mortalidad dinámicas, en el contexto actuarial, son relevantes los métodos de proyección basados en la extrapolación de las tendencias pasadas.

En contraposición a las leyes de mortalidad clásicas, surgen los modelos de mortalidad dinámicos en donde se considera que las probabilidades de fallecimiento, no se relacionan únicamente con la edad y sexo de la persona, sino también con el año calendario en donde la persona alcanza dicha edad, es decir, con el tiempo en el que la persona llega a una determinada edad, convirtiéndose este último en un factor importante para la estimación de estos modelos, excluyendo de este modo la hipótesis de estacionariedad que siguen las leyes clásicas.

Los modelos dinámicos al considerar también al tiempo, según Dylewska y Galindo, son útiles para tarificar seguros de vida que tengan larga duración y planes de pensiones, puesto que estos modelos contemplan los cambios en los indicadores de mortalidad que se producirán en el futuro.

Los métodos se basan en la hipótesis de que el índice de la mortalidad $q_x(t)$ está en función de la edad x , de tal forma que dicha función aunque es la misma a lo largo de los años depende del tiempo a través del valor de sus parámetros, $f(a_1(t), (a_2(t), \dots, (a_n(t)))$. Los valores de los parámetros, $a_1(t), (a_2(t), (a_3(t), \dots, (a_n(t)$ corresponden a los años observados, y pueden ser modelados con la metodología Box-Jenkins (proceso autorregresivo integrado de medias móviles ARIMA) puesto que cada parámetro está representado por series temporales.

De acuerdo a Gujarati y Porter (2009), el método Box-Jenkins considera 4 pasos:

1. **Identificación:** Se verá la forma del correlograma y se encontraran los valores para los parámetros.
2. **Estimación:** Después de identificar los valores de los parámetros, sigue estimar los parámetros de los términos autorregresivos y de promedios móviles incluidos en el modelo.
3. **Examen de diagnóstico:** Después de seleccionar un modelo ARIMA específico y estimar sus parámetros. Se requiere de habilidad para seleccionar el modelo ARIMA correcto. Una prueba sencilla del modelo elegido es ver si los residuales estimados son de ruido blanco. Si lo son, se acepta el modelo particular, sino se empieza de nuevo. Se dice que la metodología Box-Jenkins es un proceso iterativo.
4. **Pronóstico:** En muchos casos, los pronósticos obtenidos por este método son más confiables que los obtenidos de modelos econométricos tradicionales.

Un enfoque más riguroso de los pronósticos de mortalidad debería tener en cuenta las características estocásticas de la mortalidad. En particular, los siguientes puntos deben sustentar un modelo de proyección estocástica:

- Las tasas de mortalidad observadas son resultados de variables aleatorias que representan la mortalidad pasada.
- Las tasas de mortalidad pronosticadas son estimaciones de variables aleatorias que representan la mortalidad futura.

2.10.1. Modelo Lee-Carter

El modelo dinámico Lee-Carter fue publicado en 1992 por Ronald D. Lee y Lawrence R. Carter, y utilizado en primera instancia para modelar la mortalidad de la población de Estados Unidos. Lee y Carter, en donde la premisa básica que se plantea es la existencia de una relación lineal entre el logaritmo de las tasas específicas de mortalidad m_x y dos factores explicativos: el intervalo de edad x y el tiempo t . Así al aplicar el modelo a tasas específicas de mortalidad, las mismas se descomponen, a través de un proceso de estimación, en dos parámetros a y b llamados base y un índice k_t llamado índice general de la mortalidad. Este se trata de un índice que refleja la tendencia general que presenta la mortalidad. Se considera que las tasas centrales de mortalidad m_{xt} para las edades $x \in 0, 1, 2, 3, \dots, X$ y año calendario $t \in 1, 2, 3, \dots, T$ se ajustan a la expresión:

$$m_{xt} = \exp(a_x + b_x k_t + \epsilon_{xt}) \quad (2.59)$$

y, aplicando logaritmo:

$$\ln m_{xt} = a_x + b_x k_t + \epsilon_{xt} \quad (2.60)$$

con

$$\epsilon_{xt} \sim N(0, \sigma^2)$$

donde los errores ϵ_{xt} son independientes.

En este modelo, los parametros tienen la siguiente interpretacion:

- a_x : Describe el patrón general de la mortalidad para cada edad.
- b_x : Determina la fuerza de aumento o disminución de la mortalidad para cierta edad a través del tiempo.
- k_t : Expresa la tendencia de la mortalidad en el periodo t .
- ϵ_{xt} : Recogen los cambios en la mortalidad no descritos en el modelo.

La principal característica del modelo es que los parámetros a_x y b_x se estiman a partir de la información histórica y estos no cambian con el transcurso del tiempo, pues dependen netamente de la edad.

Con a_x se denomina el parámetro de “formaz el conjunto de las estimaciones de dicho parámetro para cada uno de los grupos etarios describe la forma general o el patrón de las tasas específicas de la mortalidad. Dicho parámetro se estima con el promedio de los logaritmos de las tasas específicas de cada edad en cada tiempo.

El parámetro b_x (o función base) llamado de “sensibilidad” describe el cambio en la mortalidad en el intervalo de edad x , frente a cambios en el índice k_t . Este parámetro representa la intensidad en el crecimiento o decrecimiento de la tasa de mortalidad, para un grupo de edad a través del tiempo.

Los parámetros a estimar en el modelo en total son $2(X + 1) + T$, que tratan de describir las $(X + 1)T$ tasas centrales de mortalidad, no obstante, para hallar dichos parámetros se establecen ciertas restricciones para obtener unicidad en la solución, pues si a, b y k son solución para cierta edad x y periodo t , se puede comprobar que $a - b \cdot c$, b y $k + c$ para cualquier escalar $c \neq 0$, también es solución, de la misma manera que $a, b \cdot c$ y k/c . Por lo tanto, distintas combinaciones de parámetros pueden generar la misma tasa de mortalidad central y debido a estos los autores añaden las siguientes restricciones para conseguir una única solución:

$$\sum_{x=0}^X b_x = 1 \quad \sum_{t=1}^T k_t = 0 \quad (2.61)$$

2.10.1.1. Estimación de los parámetros

El parámetro a_x se estima usando máxima verosimilitud. Para ello dado que los errores ϵ_{xt} del modelo 2.60 siguen una distribución normal y son independientes, se deduce que el logaritmo de las tasas centrales de mortalidad son independientes y siguen una distribución normal, como se muestra a continuación:

$$\ln m_{xt} \sim N(a_x + b_x k_t, \sigma^2) \quad (2.62)$$

Por consiguiente, la función de densidad conjunta de las variables m_{xt} con $t \in 1, 2, 3, \dots, T$ para cierta edad x es:

$$L = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\ln m_{xt} - a_x - b_x k_t)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.63)$$

en la cual al aplicar el logaritmo natural, se tiene:

$$l = \sum_{t=1}^T \left(-\ln(\sqrt{2\pi}\sigma) - \frac{(\ln m_{xt} - a_x - b_x k_t)^2}{2\sigma} \right) \quad (2.64)$$

y al derivar parcialmente con respecto a a_x e igualar a cero,

$$\frac{dl}{da_x} = \sum_{t=1}^T \left(\frac{\ln m_{xt} - a_x - b_x k_t}{\sigma^2} \right) = 0 \quad (2.65)$$

y, al usar las restricciones 2.61 se determina que el estimador de este primer parámetro es:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln m_{xt} \quad (2.66)$$

para cada edad $x = 0, 1, 2, \dots, X$.

mientras que los estimadores de los vectores $b = (b_0, b_1, \dots, b_X)$ y $k = (k_1, k_2, \dots, k_T)$, corresponderán a los vectores singulares izquierdo y derecho normalizados, respectivamente de la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} \ln m_{01} - \hat{a}_0 & \dots & \ln m_{0T} - \hat{a}_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln m_{X1} - \hat{a}_X & \dots & \ln m_{XT} - \hat{a}_X \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

Por tanto, dada la descomposición en valores singulares (SVD) de la matriz M :

$$SVD(M) = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^{\min(X,T)} \sigma^i u_x^i (v_t^i)^T \quad (2.68)$$

donde σ^2 es el i -ésimo valor singular (todos estos ordenados descendientemente) asociado a M , y $u_x^i v_t^i$ son los vectores singulares izquierdo y derecho, respectivamente, asociados a este valor singular. Se tiene que las estimaciones de los vectores normalizados son:

$$\hat{b} = \frac{1}{c} u_x^1 \quad (2.69)$$

$$\hat{k} = c \cdot \sigma^1 u_t^1 \quad (2.70)$$

en donde $c = \sum_{x=0}^X u_x^1$. Cabe recalcar que con esta normalización los parámetros van a cumplir las restricciones 2.61.

Por otro lado, como el número de fallecimientos registrados D_{xt} y el derivado por el modelo \hat{D}_{xt} pueden diferir para los periodos de estudio, los autores proponen reestimar el parámetro k_t . El parámetro reajustado $\hat{k}_t^{(adj)}$ se selecciona de tal manera que cumpla la siguiente condición:

$$D_t = \sum_{x=0}^X \hat{D}_{xt} = \sum_{i=0}^X E_{xt}^c \exp(\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t) \quad (2.71)$$

Con los parámetros estimados del modelo se procede a proyectar el parámetro $\hat{k}_t^{(adj)}$ mediante la metodología Box-Jenkins. Los autores recomiendan emplear primero un proceso $ARIMA(0, 1, 0)$ con deriva:

$$\hat{t} = \delta + \hat{k}_{t-1}^{(adj)} + \epsilon_t \quad (2.72)$$

para $t = (2, 3, \dots, T)$.

en donde δ es la constante del modelo y $\hat{k}_t^{(adj)}$ es un valor inicial conocido, mientras que los ϵ_t son los errores que van a ser independientes e idénticamente distribuidos, cada uno con esperanza cero y varianza constante σ_{RWD}^2 , cuyas estimaciones son:

$$\begin{aligned} \hat{\delta} &= \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (\hat{k}_t^{(adj)} - \hat{k}_{t-1}^{(adj)}) \\ \sigma_{RWD}^2 &= \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (\hat{k}_t^{(adj)} - \hat{k}_{t-1}^{(adj)} - \hat{\delta})^2 \end{aligned}$$

De modo que las tasas centrales de mortalidad para los años futuros se pueden obtener como:

$$\ln \hat{m}_{x,T+j} = \hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_{T+j} \quad (2.73)$$

para $x = 0, 1, 2, \dots$

O bien, encontrar un modelo para la tendencia de la mortalidad k_t , utilizando la metodología Box-Jenkins, los autores llegan a la siguiente ecuación:

$$k_t = c + k_{t-1} + u_t \quad (2.74)$$

donde, c es una constante y u_t un ruido blanco. Con este modelo, la predicción de k_t varia linealmente y cada índice predicho de muerte varia con índice exponencial constante.

2.10.2. Modelo Li an Lee

El modelo Li-Lee publicado por Li y Lee en 2005, es una modificación al modelo original Lee-Carter. Los autores consideran que existe una estrecha relación entre las poblaciones, debido a que están continuamente comunicadas a través del comercio y el transporte, compartiendo así la misma tecnología e incluso las mismas enfermedades. Por ello, Li y Lee indican que es inadecuado realizar pronósticos de mortalidad para las poblaciones de cada nación de forma aislada y mucho más para las regiones dentro de un país. Lo mismo sucede al proyectar la mortalidad para hombres y mujeres por separado ya que ambos sexos coexisten en el mismo medio teniendo igualdad de condiciones.

Los autores también señalan que las proyecciones de mortalidad aisladas tenderán a crear una divergencia en la esperanza de vida a largo plazo, contradiciendo una marcada tendencia a la convergencia que se ha ido observando con el pasar del tiempo.

Por lo expuesto Li y Lee, agregan un término común al modelo original Lee-Carter que representa la interacción entre las poblaciones. De forma que las tasas centrales de mortalidad m_{xt}^i de cada grupo de edad $x \in 0, 1, \dots, X$ y el año calendario $t \in 1, 2, \dots, T$, se ajustan a la siguiente expresión:

$$\ln m_{xt}^i = a_x^i + B_x K_t + b_x^i k_t^i + \epsilon_{xt}^i \quad (2.75)$$

con

$$\epsilon_{xt}^i \sim i.i.dN(0, \sigma^2)$$

Los parámetros B_x y K_t son poblacionales, mientras que a_x^i, b_x^i, k_t^i son específicos para cada grupo y en nuestro caso se consideran dos grupos que corresponden a los hombres y mujeres, por lo tanto $i \in [1 = \text{hombres}, 2 = \text{mujeres}]$.

Con el fin de garantizar la unicidad en las estimaciones de los parámetros del modelo se establecen las siguientes restricciones:

$$\sum_{x=0}^X b_x^i = 1. \quad \forall i$$

$$\sum_{t=1}^T k_t^i = 0. \quad \forall i$$

$$\sum_{x=0}^X B_x = 1$$

$$\sum_{t=1}^T K_t = 0$$

2.10.2.1. Estimación de los parámetros

Para estimar los valores poblacionales B_x y K_t , los autores siguieron aplicar el modelo Lee-Carter, usando las tasas centrales de mortalidad poblaciones m_{xt} , es decir, no se distinguirá entre grupos de poblaciones.

En tanto que para estimar los parámetros a_x^i de cada grupo, se usa el método de máxima verosimilitud, para ello se tiene que la función de verosimilitud de cada grupo es:

$$L_i = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} \exp\left(-\frac{(\ln m_{xt}^i - a_x^i - B_x K_t - b_x^i k_t^i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad i \in [1, 2] \quad (2.76)$$

y al derivar parcialmente con respecto a a_x , igualar a cero y despejar se concluye que:

$$\hat{a}_x^i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln m_{xt}^i \quad (2.77)$$

para $x = 0, 1, \dots, X; i \in [1, 2]$

Una vez obtenidos estos parámetros, con el fin de determinar la calidad del ajuste con la inclusión de los parámetros poblacionales B_x y K_t , se utiliza el indicador RC para cada grupo, que calcula el porcentaje de variación en las tasas que es explicado por este modelo que incorpora los parámetros poblacionales. El indicador RC es igual a la siguiente expresión:

$$RC_i = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{x=0}^X (\ln m_{xt}^i - a_x^i - B_x K_t)^2}{\sum_{t=1}^T \sum_{x=0}^X (\ln m_{xt}^i - a_x^i)^2} \quad (2.78)$$

Por otro lado, los estimadores de los vectores $B^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_X^i)$ y $K^i = (k_1^i, k_2^i, \dots, k_T^i)$, como lo señalan los autores corresponde a los vectores singulares izquierdo y derecho normalizados, respectivamente de la matriz R , definida por:

$$\hat{r}_{xt} = \ln m_{xt}^i - \hat{a}_x^i - B_x K_t, \text{ para } x = 0, 1, \dots, X; t = 1, 2, \dots, T$$

$$R = \begin{pmatrix} \hat{r}_{01} & \hat{r}_{02} & \dots & \hat{r}_{0T} \\ \hat{r}_{11} & \hat{r}_{12} & \dots & \hat{r}_{1T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_{X1} & \hat{r}_{X2} & \dots & \hat{r}_{XT} \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

Por tanto, dado la descomposición en valores singulares (SVD) de la matriz R :

$$SVD(R) = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^{\min(X,T)} \sigma^i u_x^i (v_t^i)^T \quad (2.80)$$

donde σ^i es el i -ésimo valor singular (todos ordenados descendientemente) de la matriz R y u_x^i y v_t^i son los vectores singulares izquierdo y derecho, respectivamente, asociados a dicho valor singular. Se tiene que las estimaciones de los vectores normalizados son:

$$\hat{b}_i = \frac{1}{c} u_x^i \text{ y } \hat{k}^i = c \sigma^1 v_t^1 \quad (2.81)$$

en donde $c = \sum_{x=1}^X u_x^1$.

Cabe recalcar que con esta normalización los parámetros estimados van a cumplir las restricciones anteriormente señaladas.

Nuevamente, para medir la calidad el ajuste al considerar estos nuevos parámetros, se utiliza el indicador RAC para cada grupo, que calcula el porcentaje de variación en las tasas que es explicado por este modelo que incorpora los parámetros poblacionales y específicos de cada grupo. El indicador RAC es igual a la siguiente expresión:

$$RAC_i = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{x=0}^X (\ln m_{xt}^i - \hat{a}_x^i - B_x K_t - b_x^i k_t^i)^2}{\sum_{t=1}^T \sum_{x=0}^X (\ln m_{xt}^i - \hat{a}_x^i)^2} \quad (2.82)$$

De acuerdo a Li y Lee, para estimar las proyecciones de los parámetros K_t y K_t^i de cada grupo indexados por el tiempo se deben utilizar modelos $ARIMA$ o AR con deriva. Para finalizar, debido a la especificación del modelo las tasas centrales de mortalidad proyectadas para cada grupo están dadas por:

$$\ln \hat{m}_{x,T+j}^i = \hat{a}_x^i + \hat{B}_x \hat{K}_{T+j} + \hat{b}_x^i \hat{k}_{T+j}^i \quad (2.83)$$

para, $x = 0, 1, \dots, X$; $j = 1, 2, \dots i \in [1, 2]$

2.10.3. Modelo Cairns-Blake-Dowd

El modelo fue propuesto por Cairns, Blake and Dowd, en el 2006. Para su formulación, los autores partieron del hecho empírico de que el logit de la probabilidad de fallecimiento.

$$\ln\left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}}\right) \quad (2.84)$$

es casi lineal en la variable x (años) para valores fijos de t en las edades avanzadas. Y postularon que para cada grupo de edad $x \in (x_0, x_0 + 1, \dots, X)$ y año calendario $t \in (1, 2, \dots, T)$, el logit de la probabilidad de fallecimiento es igual a la siguiente expresión:

$$\text{logit}(q_{xt}) = \ln\left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}}\right) = k_t^1 + (x - \bar{x})k_t^2 \quad (2.85)$$

donde:

- k_t^1 = describe el patrón general de la mortalidad a lo largo del tiempo.
- k_t^2 = se conoce como la pendiente del modelo. Y es creciente si las mejoras en la mortalidad de las edades más bajas fueron mayores que en las edades avanzadas.
- x_0 = es la edad inicial que se toma para el modelo y se fija en los 60 años.
- \bar{x} = es el promedio del rango de las edades en estudio y es igual a $\bar{x} = \frac{x_0 + X}{2}$

Cabe destacar que en el modelo no se establece ninguna restricción sobre los parámetros a estimar, debido a que no existe ningún problema de unicidad de las soluciones.

2.10.3.1. Estimación de los parámetros

Para estimar los parámetros k_t^1 y k_t^2 se utiliza el método de mínimos cuadrados, de tal manera que el objetivo es minimizar la función:

$$SSE = \sum_{x=x_0}^X \sum_{t=1}^T [\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2]^2 \quad (2.86)$$

Para ello se deriva parcialmente la anterior expresión con respecto a k_t^1 y k_t^2 y se iguala a cero para cada t , obteniendo:

$$\sum_{x=x_0}^X [\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2] = 0 \quad (2.87)$$

$$\sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2] = 0 \quad (2.88)$$

Tras resolver el sistema de ecuaciones, se obtiene que los estimadores de los parámetros son:

$$\hat{k}_t^1 = \frac{\sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 \sum_{x=x_0}^X \text{logit}(q_{xt}) - \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x}) \sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt})]}{(X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 - (\sum_{x=x_0}^X x - \bar{x})^2} \quad (2.89)$$

$$\hat{k}_t^2 = \frac{-\sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x}) \sum_{x=x_0}^X \text{logit}(q_{xt}) + (X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt})]}{(X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 - (\sum_{x=x_0}^X x - \bar{x})^2} \quad (2.90)$$

Por otro lado para proyectar los parámetros \hat{k}_t^1 y \hat{k}_t^2 se diseña el vector.

$$k_t = (\hat{k}_t^1 \hat{k}_t^2) \quad (2.91)$$

Y se modela mediante una serie temporal bivalente, y de acuerdo a Pitacco et. al, es recomendable empezar usando un camino aleatorio bivalente con derivas. De esta forma, las probabilidades de fallecimiento futuras están dadas por:

$$\hat{q}_{x.T+j} = \frac{\exp(\hat{k}_{T+t}^{(1)} + (x - \bar{x})\hat{k}_{T+t}^{(2)})}{1 + \exp(\hat{k}_{T+t}^{(1)} + (x - \bar{x})\hat{k}_{T+t}^{(2)})} \quad (2.92)$$

para $x = x_0, x_0 + 1, \dots, X$. $j = 1, 2, \dots$

2.10.4. Modelo Renshaw-Haberman

Renshaw y Haberman (2006) propusieron una extensión del modelo Lee-Carter mediante la incorporación de un conjunto de parámetros que recogen el efecto cohorte.

El efecto cohorte explica una variación en la mortalidad que una generación experimenta debido a cambios sociales o de contexto respecto a las generaciones previas

y/o posteriores y se prolonga a lo largo del tiempo en dicha generación. Puede surgir por diversos motivos, por ejemplo: diferentes hábitos de consumo de tabaco entre generaciones, una peor nutrición en los primeros años de vida de las personas durante un periodo de guerra respecto a los años previos y posteriores (como puede ser el caso de la Segunda Guerra Mundial), generaciones que se vieron beneficiadas por haber nacido mientras se desarrollaba en su país un servicio de salud público o que crecieron en un momento en que la investigación medica avanzo de manera considerable en disminución de las tasas de mortalidad infantil.

Este modelo constituye hoy en día el modelo de referencia en la modelización de la mortalidad en efecto cohorte, habiendo sido el primero de una serie de modelos conocidos como edad-periodo-corte.

La especificación del modelo RH es la siguiente:

$$\log(m_x(t)) = \alpha_x + \beta_x^1 k_t + \beta_x^2 \gamma_{t-x} + \epsilon_{x,t} \quad (2.93)$$

Donde los parámetros α_x tienen el mismo significado que en el modelo Lee-Carter, k_t , al igual que en el modelo Lee-Carter, es una serie temporal latente que recoge el efecto del periodo, y la novedad es el factor γ_{t-x} que es una serie temporal latente que recoge el efecto cohorte.

Al igual que en el modelo Lee-Carter, también es necesario imponer un conjunto de restricciones para poder estimar los parámetros:

$$\sum_t k_x = 0$$

$$\sum_x \beta_x^1 = 1$$

$$\sum_t \gamma_{t-x} = 0$$

$$\sum_x \beta_x^2 = 1$$

Una vez impuestas estas restricciones se fija una solución particular y se obtienen las estimaciones $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x^1$, $\hat{\beta}_x^2$, \hat{k}_t y $\hat{\gamma}_{t-x}$.

El modelo RH asume que k_t y γ_t siguen camino aleatorio y deriva, respectivamente:

$$k_t = k_{t-1} + \theta_1 + \omega_{1t}$$

$$\gamma_t = \gamma_{t-1} + \theta_2 + \omega_{2t}$$

Utilizando la metodología Box-Jenkins se proyectan los valores futuros \hat{k}_t y $\hat{\gamma}_{y-x}$. Y de manera análoga a como se explicó para el modelo Lee-Carter, si se tienen datos hasta un año dado t^* , las predicciones del modelo Renshaw-Haberman de las tasas de mortalidad se calculan para t donde $t > t^*$ como:

$$\hat{m}_x(t) = \exp(\alpha_x + \beta_x^1 k_t + \beta_x^2 \gamma_{t-x}) \quad (2.94)$$

2.11. Aplicaciones de las Tablas de Mortalidad

La tabla de mortalidad describe el proceso de extinción de una generación hasta la desaparición del último de sus individuos bajo la experiencia de vida observada en un periodo dado. Las tablas de mortalidad se caracterizan por finalizar con la muerte de todos los sujetos y la diferencia fundamental entre tablas la constituye la velocidad con la que se alcanza ese final. La tabla de mortalidad puede calcularse para el total de la población o para un subgrupo de la población en específico (por ejemplo: mujeres, hombres, personas con cierta enfermedad, entre otros).

En su forma más simple, se genera a partir de las tasas de mortalidad por edad y los valores resultantes se usan para medir la mortalidad, la supervivencia y la esperanza de vida, siendo este último dato el indicador de la tabla más utilizado.

Las tablas se utilizan esencialmente en los siguientes temas:

1. **Salud pública:** Se pueden utilizar para estudiar el impacto de una causa o un grupo de causas de muerte. Se trata de construir una tabla con todas las defunciones y otra eliminando la causa o causas de interés. Al compararlas se observa el impacto que las muertes eliminadas tienen en los diferentes indicadores de la tabla de mortalidad.

Un monitoreo constante del comportamiento de la mortalidad en una población mediante la construcción de una tabla de mortalidad, permite analizar el impacto que las políticas de medicina preventiva han tenido en los segmentos de población de un país y periodo determinado.

2. **Seguridad Publica:** Los institutos de seguridad publica utilizan las tablas de mortalidad para el cálculo de jubilaciones y pensiones.

Las diferencias en la mortalidad se traducen en diferencias en la esperanza de vida, por lo que a mayor mortalidad, menor esperanza de vida, y caso contrario a menor mortalidad, mayor esperanza de vida. Por lo tanto, se requieren diferentes niveles de ahorro o de recursos financiados por la seguridad social para otorgar una cantidad de pensión.

3. **Demografía:** Se utilizan para estudiar la longevidad, la fertilidad, las migraciones, el crecimiento de la población y calcular proyecciones de población.
4. **Actuarial y Financiero:** Estas tablas son indispensables para calcular la esperanza de vida de un determinado grupo de individuos, y así calcular la prima de los seguros de vida, planes de pensiones privados, planes de retiro o rentas actuariales.
5. **Economía:** Las tasas de mortalidad se combinan con datos demográficos para construir un modelo más complejo que permita medir el efecto combinado de la mortalidad y los cambios bajo características socioeconómicas. Una de las ventajas principales de la tabla de mortalidad es que no requiere el uso de una población estándar para comparar los niveles de vida de diferentes poblaciones. La esperanza de vida está directamente relacionada con el nivel socioeconómico del individuo o grupo de individuos, de tal forma que en un nivel socioeconómico alto, la esperanza de vida es también alta. Por lo que las tablas de mortalidad también se convierten en un buen indicador sobre la situación económica de un país.

2.11.1. Aplicaciones Actuariales de las Tablas de Mortalidad

Las compañías de seguros de vida deben ser capaces de determinar reservas y primas suficientes para cubrir las cantidades que deben pagar en el caso de muerte del asegurado. En consecuencia, la predicción adecuada de las probabilidades de muerte constituyen una base fundamental para reducir el riesgo que estas asumen.

En la práctica, es necesario trabajar con las tablas de mortalidad dinámicas, puesto que la estacionariedad que es un supuesto de las tablas estáticas, y es difícil que se presente en las poblaciones, sobre todo cuando se estudia la vida en un periodo largo de tiempo.

Las rentas actuariales, a diferencia de las rentas financieras, consideran la supervivencia como un elemento base en su operación. Las rentas se pueden considerar como una sucesión de pagos constante o variable.

Además, los pagos pueden hacerse al principio de cada periodo, y se llaman anticipados, o al final de cada periodo y se llaman vencidos. Las rentas vitalicias también llamadas rentas actuariales, se aplican mientras viva el individuo, a diferencia de los seguros que son pagaderos por el acontecimiento de un evento, básicamente el fallecimiento, y por lo tanto calculan la suma a pagar para una persona en caso de muerte.

2.11.1.1. Rentas Vitalicias o actuariales

Díaz Mata (2006), describe una renta actuarial como aquella cuya cantidad ha sido calculada no solo teniendo en cuenta cálculos financieros (rentabilidad del dinero) sino también cálculos actuariales (probabilidad de supervivencia, esperanza de vida, entre otros). En consecuencia, las rentas actuariales suelen ser vitalicias, lo cual quiere decir que se garantiza su pago durante toda la vida del beneficiario.

En esta operación, un individuo desea percibir de forma periódica, una unidad monetaria por un plazo de tiempo estipulado. En consecuencia, en la determinación del monto total de esa cantidad intervendrán dos elementos:

1. **Factor financiero:** Mediante la valoración de los capitales donde interviene una tasas de interés
2. **Factor aleatorio:** Mediante las probabilidades de supervivencia a cada edad. Naturalmente, no será igual la cantidad que puedan percibir individuos de distintas edades ni tampoco, en general, las que perciban individuos de igual edad pero situados en distintas épocas.

En lo que respecta a la duración, las rentas pueden ser:

- **Vitalicias:** Cuando el plazo de duración de la renta se considera indefinido, esto es, cuando el individuo va a percibir la renta mientras viva.
- **Temporales:** Cuando el plazo de duración de la renta alcanza un numero dado de n años conocido.
- **Diferidas:** Cuando el origen de la renta se desplaza respecto del momento en el que se ha convenido. Las rentas diferidas pueden ser vitalicias o temporales.

En el caso de las prestaciones relacionadas con la vida de las personas, las probabilidades de muerte no son estimadas, sino que se deducen de una tabla de mortalidad. Por lo tanto, las bases técnicas de una valoración actuarial son en la práctica, el tipo de interés y la tabla de supervivencia, que se pueden llamar respectivamente, base financiera y base demográfica.

Para las rentas vitalicias (Villalon 1997), el caso más sencillo consiste en obtener que se conoce como capital diferido. Se trata de un capital K , cuyo pago es un suceso aleatorio, condicionado a que una persona de edad x este viva al cabo de n años para recibirlo. Por tanto, el precio para este suceso vendría dado por la esperanza matemática U :

$$U = K(1+i)^{-n} {}_n p_x \quad (2.95)$$

donde:

K = Capital.

${}_n p_x$ = Probabilidad de supervivencia aplicada para $t = n$.

$(1+i)^{-n}$ = Factor que actualiza el capital depositado en un momento futuro (n años) hasta un momento presente x . Se suele denotar por $V = (1+i)^{-1}$. Quedando:

$$U = KV^n {}_n p_x \quad (2.96)$$

Considerando que $K = 1$, tenemos que el factor de actualización es:

$${}_n E_x = (1+i)^{-n} {}_n p_x = (1+i)^{-n} \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.97)$$

Es muy importante señalar que esta operación, y en general todas las operaciones actuariales, solamente tienen sentido desde el punto de vista técnico, si se realizan para una colectividad grande de personas. Este factor de actualización permite deducir su inverso, el factor de capitalización, es decir, cuando queremos calcular un capital futuro después de n periodos:

$${}_n l_x = (1+i)^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.98)$$

Consideremos $D_x = l_x V_x = l_x (1+i)^{-x}$ de cuya expresión se deduce que representaría el número de supervivientes l_x descontados al tipo de interés por un tiempo equivalente a su edad V_x . Con este símbolo podremos expresar el factor de actualización como:

$${}_n E_x = (1+i)^{-n} \frac{l_{x+n}}{l_x} \frac{V^{x+n}}{V^x} = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (2.99)$$

El cálculo del valor actual de una renta actuarial es similar al cálculo del valor actual de una renta financiera, es decir, trasladar hasta el momento actual el valor de cada una de las cuotas anuales utilizando para ello el factor de actualización.

Para simplificar se introduce la siguiente igualdad:

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (2.100)$$

2.11.1.2. Seguros de vida

El caso más simple de cálculo de prima única, pagadera al comienzo del año a la edad x , que garantice el pago a un beneficiario de una suma asegurada si el fallecimiento se produce dentro del año, es decir, antes de alcanzar la edad $x + 1$. Cuando el capital sea pagadero solo al final del año, cualquiera que sea el momento del fallecimiento del asegurado, se calcula mediante:

$${}_1A_x = \frac{d_x}{l_x} V \frac{V^x}{l_x} = \frac{C_x}{D_x} \quad (2.101)$$

Si se generaliza este caso para más años, el cálculo de la prima única o valor actual que debe pagar una persona de edad actual x para el caso en que su muerte se produzca en cualquier momento a partir de la edad x , se lleva a cabo teniendo en cuenta que dicha prima es la suma de primas anuales de cada una de las opciones.

$${}_1A_x = \frac{d_x}{l_x} V + \frac{d_{x+1}}{l_x} V^2 + \dots + \frac{d_w}{l_x} V^{w+1-x} \quad (2.102)$$

Simplificando esta expresión usando símbolos conmutativos. El primero de ellos es:

$$M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w \quad (2.103)$$

Hasta ahora solo se ha analizado el caso de la prima única que debería pagar un asegurado de edad x al principio de la contratación del seguro. Para hacer una forma mas generalizada de este pago mediante primas periódicas P a pagar mientras viva el asegurado, es necesario combinar los conceptos de rentas y de seguros. Así, la prima periódica vitalicia a pagar por un asegurado de edad x se obtendrá al igualar la prima P , por la renta vitalicia anticipada.

$$P\ddot{a}_x = A_x \quad (2.104)$$

por consiguiente se obtiene:

$$P = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{M_x}{N_x} \quad (2.105)$$

2.11.1.3. Rentas fraccionadas

Hasta aquí solo se han visto las rentas con forma de pago anual, pero en la práctica se utiliza también el pago fraccionado. Si las bases de cálculo (anual, semestral, trimestral, mensual, entre otros.) coinciden con la forma de pago, no hay problema, pero cuando no coinciden, la solución más sencilla para no volver a calcular la tabla, es la de hacer cálculos de acuerdo a la forma de pago.

2.11.1.4. Plan de pensiones

Un plan de pensiones, es una modalidad de ahorro a largo plazo, complementaria a la pensión de la Seguridad Social. Son instrumentos de previsión libre y voluntaria, creadas a favor de un beneficiario y basadas en una serie de aportaciones económicas que reeditarán en futuras prestaciones a sus participantes (Betzen, 1989). Estas contribuciones a su vez serán invertidas en un fondo de pensiones. Los planes de pensiones establecen obligaciones y derechos entre sus partes y están regulados por medio de un contrato.

De acuerdo con Lecina (1989), un plan de pensiones es una operación actuarial en la que una serie de individuos pertenecientes a un colectivo aportan una prima durante una parte de su vida activa laboral, con el fin de recibir una cantidad a partir de su jubilación. Respecto a los colectivos pueden considerarse abiertos o cerrados.

- Un colectivo es cerrado cuando se consideran únicamente los miembros existentes en la fecha de valoración, teniendo en cuenta las posibles salidas por diferentes causas pero asumiendo que no se producirá ninguna entrada.
- Un colectivo se considera abierto si contempla como unidad de riesgo no solo el conjunto de miembros existentes en la fecha de valoración del plan sino también, los de las generaciones futuras de trabajadores, es decir, permite entradas al plan.

2.11.1.5. Elementos de un Plan de pensiones

A continuación se mencionan los elementos que deben fijarse para diseñar un plan de pensiones (Lecina 1989):

1. La función de supervivencia o función que represente el índice de vida.
2. El tipo de interés técnico, que debe ser mayor a la inflación.
3. El porcentaje de crecimiento anual acumulativo del salario.
4. Definir si se trata de un plan de aportaciones definidas o de prestaciones definidas.
5. Si hay o no aportaciones por parte de la empresa, es decir, si se trata de un plan de empresas o no.
6. La edad de jubilación, que en la mayoría de casos es a los 65 años.
7. Indicar si la pensión se basa en el salario bruto o neto. Señalando el coeficiente a aplicar sobre el salario final.
8. Indicar si la prestación es revalorizable o no, es decir, si se incluyen algunas garantías como las prestaciones por invalidez, el reconocimiento de algún derecho adquirido si el participante cambia de empresa.
9. El sistema financiero, que normalmente se aplica es de capitalización individual, pero también puede ser de capitalización colectiva.
10. Es frecuente considerar un grupo cerrado, aunque sería más realista considerar un grupo abierto.

2.11.1.6. Ventajas de los Planes de pensiones

Los planes de pensiones brindan varias ventajas para todos aquellos que deseen invertir parte de su dinero, aunque siempre hay que ser precavido y analizar cual será el que mejores beneficios ofrece según sus características y exigencias. Las principales

ventajas son:

1. Deducibilidad de las aportaciones.
2. Control de las inversiones por parte de los propios participantes.
3. Aportaciones flexibles.
4. Liquidez para determinar contingencias como enfermedades graves, y desempleo prolongado.
5. Capitalización positiva del ahorro y obtención de prestaciones con valores actuales superiores a la inflación.

2.12. Riesgo por Longevidad

A continuación tratamos los riesgos de mortalidad que soporta un proveedor de rentas vitalicias, en particular, el riesgo de longevidad que se origina en la evolución incierta de la mortalidad en la edad adulta y en la vejez.

De acuerdo con (Pitacco, Denuit, Haberman, Olivieri, 2009) el riesgo de mortalidad puede surgir de diferentes maneras. En particular, pueden contemplarse tres casos:

1. Un individuo puede vivir más o menos que el promedio de vida de la población a la que pertenece, esto puede resultar en tasas de mortalidad observadas mayores a las esperadas en algunos años, menores a las esperadas en otros, sin una tendencia aparente en dichas desviaciones.
2. El tiempo de vida promedio de una población puede ser diferente de lo que se espera, esto resulta en tasas de mortalidad observadas en el tiempo en la población, se encuentran sistemáticamente por encima o por debajo de las que provienen de la tabla de mortalidad correspondiente.
3. Las tasas de mortalidad en una población pueden experimentar saltos repentinos, debido a condiciones de vida críticas, como epidemias, influenza, condiciones climáticas severas, desastres naturales, entre otros.

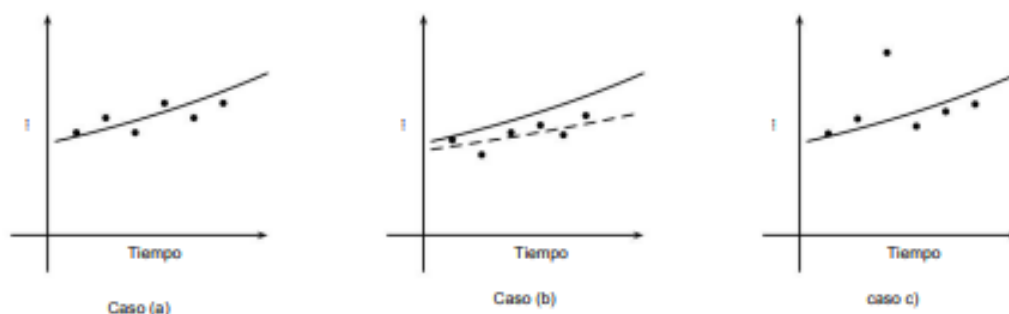


Figura 2.4: Tasas de mortalidad experimentadas frente a esperadas

En los tres casos de la figura 2.4 se experimentan desviaciones en las tasas de mortalidad con respecto a lo esperado.

El caso (1) es la conocida situación de posibles desviaciones en torno a las tasas de mortalidad esperada, el riesgo de mortalidad aquí surge como un riesgo de fluctuaciones aleatorias, lo cual es tradicional en el negocio asegurador, tanto en el ramo de vida como en el de no vida (patrimoniales, automóviles, salud, funerario, entre otros). A menudo se denomina riesgo de proceso o también riesgo de seguro. Se refiere a la posición individual, y como tal, su gravedad se reduce a medida que posición individual se vuelve insignificante con respecto a la cartera general. El riesgo de proceso puede cubrirse mediante la realización de un efecto de mancomunación adecuado, ya que se reduce tan pronto como la cartera se compone de pólizas similares y su tamaño es lo suficientemente grande.

En el caso (2), las desviaciones son de los valores esperados, en lugar de alrededor de ellos, de ahí su naturaleza sistemática. Esto puede ser el resultado de una mala especificación del modelo de mortalidad relevante, o de una evaluación sesgada de los parámetros relevantes. El primer aspecto se denomina riesgo de modelo y el segundo, riesgo de parámetro. El termino riesgo de incertidumbre se utiliza a menudo para referirse al riesgo de modelo y parámetro conjuntamente, lo que significa incertidumbre en la representación de un fenómeno. Cuando se trata de adultos mayores, el riesgo de incertidumbre puede surgir en particular debido a una reducción no anticipada en las tasas de mortalidad. En este caso, se utiliza el término riesgo de longevidad en lugar de riesgo de incertidumbre. Debe enfatizarse que el riesgo de longevidad se refiere a la mortalidad agregada.

En el caso (3), surge un riesgo de catástrofe, el riesgo de un aumento repentino y de corto plazo en la frecuencia de las muertes. Similar al caso anterior, se trata de mortalidad agregada, sin embargo, cuando se compara con el riesgo de longevidad, se

debe destacar el lapso de tiempo involucrado por la aparición del riesgo: a corto plazo en el caso (3) y a largo plazo (posiblemente permanente) en el caso (2). Claramente se requiere una cobertura adecuada del riesgo de catástrofe cuando se trata de beneficios por muerte.

Tanto los riesgos de mortalidad como los de longevidad están destinados a resultar del riesgo de incertidumbre. El riesgo de mortalidad aborda posibles situaciones de extramortalidad, la preocupación aquí es por un negocio con beneficios por muerte. Por el contrario, el riesgo de longevidad atiende a la posible realización de extrasupervivencia, claramente en este caso se trata de un negocio con beneficios en vida.

Los autores Pitacco, Denuit, Haberman, Olivieri (2009) mencionan que con respecto a las herramientas tradicionales de transferencias de riesgos, los acuerdos tradicionales (reaseguro excedente, reaseguro XL, entre otros) al menos en principio pueden aplicarse a las carteras de rentas vitalicias. Sin embargo debe destacarse que tales soluciones de transferencia de riesgo se basan principalmente en la mejora de la diversificación de riesgos cuando estos son asumidos por el reasegurador, gracias a un mayor efecto de mancomunidad. En particular, dicha mejora puede lograrse en relación con el riesgo de proceso, mientras que el riesgo de incertidumbre no puede diversificarse dentro del proceso seguro-reaseguro. Por lo tanto, para ser más efectivos, la transferencia de reaseguro debe contemplarse con una transferencia adicional, es decir, una transferencia a los mercados de capitales. Tal transferencia puede realizarse a través de bonos cuyo rendimiento está ligado a algún índice de mortalidad/longevidad, de modo que los propios bonos generen flujos que cubran el pago de los beneficios de rentas vitalicias. Mientras que los bonos de mortalidad ya existen, los bonos de longevidad aún no han aparecido en el mercado.

Las estrategias de cobertura en general consisten en asumir la existencia de un riesgo que compensa otro riesgo asumido por la aseguradora. En algunos casos, las estrategias de cobertura involucran varias carteras o líneas de negocio, o incluso toda la compañía de seguros, por lo que no pueden ubicarse en el marco de la cartera como se muestra en la figura anterior. En particular la cobertura natural consiste en compensar riesgos en diferentes líneas de negocio. Por ejemplo, suscribir seguros de vida que proporcionen beneficios por muerte y rentas vitalicias para grupos similares de asegurados puede ayudar a proporcionar una cobertura contra el riesgo de longevidad.

Marco Metódico

En esta sección se presentan las metodologías y/o test necesarios relacionados con la práctica divulgada en el marco teórico, así como las fuentes de datos.

3.1. Fuente de Datos

Los datos utilizados para las proyecciones de las tablas de mortalidad son los correspondientes al país Portugal pertenecientes al proyecto “*Human Mortality Database*” (HMD) <https://www.mortality.org/Home/Index>, la cual es la principal fuente de datos científicos sobre la mortalidad humana. Al momento de realizar este trabajo la fuente de datos de la HMD consta de 41 países, entre los que se encuentran países como: Chile, Japón, Estados Unidos, Alemania, Francia, Portugal, Italia, Nueva Zelanda, entre otros.

Es necesario mencionar que tanto para la consulta o descarga de los datos almacenados en la HMD es necesario contar con un usuario. En la figura 3.1 se puede observar el panel principal de su sitio web, donde se contempla la lista de 41 países que al momento están disponibles.

A manera de complementar la información de la HMD, se estará usando la Base de datos del Banco mundial.

3.1.1. Human Mortality Database

La HMD, es un proyecto que comenzó en el año 2000 por iniciativa de Jhohn Wilmoth y James Vaupel. Este se estableció como un proyecto científico desarrollado conjuntamente por investigadores de Berkeley (Universidad de California) y el Instituto Max-Planck de Investigaciones Demográficas (MPIDR por sus siglas en ingles).

HMD HOME PROJECT PEOPLE METHODS DATA RESEARCH LINKS

Human Mortality Database
Reliability and Accuracy Matter

The Human Mortality Database (HMD) is the world's leading scientific data resource on mortality in developed countries. The HMD provides detailed high-quality harmonized mortality and population estimates to researchers, students, journalists, policy analysts, and others interested in the human longevity. The HMD follows open data principles.

- > Short-Term Mortality Fluctuations
- > Citing HMD
- > Research Team
- > Acknowledgements

Data by country or area

Australia	Denmark	Ireland	Norway	Switzerland
Austria	Estonia	Israel	Poland	Taiwan
Belarus	Finland	Italy	Portugal	U.K.
Belgium	France	Japan	Republic of Korea	U.S.A.
Bulgaria	Germany	Latvia	Russia	Ukraine
Canada	Greece	Lithuania	Slovakia	
Chile	Hong Kong	Luxembourg	Slovenia	
Croatia	Hungary	Netherlands	Spain	
Czechia	Iceland	New Zealand	Sweden	

Figura 3.1: Página principal del sitio web de la Human Mortality Database

Desde su creación la HMD se pensó como una importante fuente de datos para incentivar la investigación sobre los cambios en la longevidad, que estaban impactando en un incremento de la esperanza de vida en los últimos 100 años con respecto a toda la vida humana anterior.

El principal interés del proyecto fue realizar estudios y análisis respecto de la supervivencia en edades avanzadas, por lo que era estrictamente necesario incluir edades superiores a 100 años en tantos países como fuese posible, manteniendo la precisión de la información y siendo consistentes en los largos periodos de tiempo, lo cual para los años 2000 ninguna base de datos internacional tenía y que la HMD pudo cumplir.

En 1997, el mismo John Wilmoth lanzó la Base de datos de mortalidad de Berkeley (BMD), que proporcionaba estimaciones de mortalidad por año desde el nacimiento hasta los 110 años de edad para Francia, Japón, Estados Unidos y Suecia. De esta manera el proyecto HMD adoptó los formatos de presentación y varios métodos de cálculos realizados del BMD. Se previó que la base de datos incluyese un total de entre 40 y 45 países con sistemas fiables de registros y censos.

Para la primavera del 2002, se lanzó el sitio web del HMD constituida por aquel entonces por un total de 17 países.

En la actualidad, es uno de los insumos de datos más utilizados y citados en trabajos demográficos y se ha convertido en una referencia común para las ciencias sociales, estadística, salud pública, econometría, biometría, epidemiología, gerontología, ciencia actuarial y otras disciplinas.

La HMD está financiada por sus tres instituciones patrocinadoras, siendo estas: el Departamento de Demografía de la Universidad de Berkeley, el Instituto Max Planck de Investigaciones Demográficas y el Instituto Francés de Estudios Demográficos. El proyecto contó también con el apoyo de premios del Instituto Nacional sobre el Envejecimiento, y desde el 2016 recibe contribuciones adicionales de la Sociedad de Actuarios, del Instituto Canadiense de Actuarios, Hannover Re, SCOR, Reinsurance Group of America, el Fondo de Investigación AXA, Miliman, el Instituto y Facultad del Reino Unido de Actuarios, Club Vita, Munich Re y la Real Asociación Actuarial de Holanda.

Cabe resaltar que a partir de la década de 2010, la División de Población de las Naciones Unidas utiliza como fuente de datos directa para actualizar las series estadísticas en los países que están contemplados en el HMD.

3.1.2. Banco Mundial

El Banco Mundial creado en 1944, es una organización multinacional especializada en finanzas y asistencia, cuyo propósito general es reducir la pobreza.

Es una de las fuentes más importantes de financiamiento y conocimiento para los países desarrollados, está conformado por 189 países e integrado por cinco (5) instituciones:

1. El Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).
2. La Asociación Internacional de Fomento (AIF).
3. La Corporación Financiera Internacional (IFC).
4. El Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (MIGA).
5. El Centro Internacional de Arreglo de Diferencias Relativas a Inversiones (CIADI).

3.2. Manejo de Datos

Para el procesamiento y adecuación de la data almacenada en la página del proyecto HMD se utilizó el software libre **R** y su entorno de desarrollo integrado (IDE) de

nombre *Rstudio*.

3.2.1. R

R es un proyecto GNU similar al lenguaje de programación y entorno S desarrollado en Bell Laboratories por John Chambers y su equipo. R es un lenguaje de programación, entorno gráfico y computación estadística que proporciona una amplia gama de técnicas estadísticas y graficas altamente extensible. Disponible a través del siguiente link: <https://www.r-project.org/about.html>.

Es un conjunto integrado de funciones de software para la manipulación de datos, cálculos y visualización gráficas. Entre sus características están:

- Instalación eficaz para el tratamiento y almacenamiento de datos.
- Conjunto de operadores para cálculos sobre matrices.
- Gran colección de herramientas para el manejo de datos.
- Instalación grafica para el análisis y visualización de datos.
- Lenguaje de programación simple y eficaz con condicionales, bucles, funciones recursivas, entre otros

3.2.1.1. Rstudio

Es un entorno desarrollado integrado (IDE) para R. Incluye una consola, un editor de sintaxis que admite la ejecución directa de código y herramientas para el trazado, historial, depuración y gestión del espacio de trabajo. Disponible a través del siguiente link: <https://posit.co/products/open-source/rstudio/>

3.2.2. Demography

El paquete “Demography” versión 2.0 de febrero 2023 contiene funciones para análisis demográfico, cálculos de tablas de vida, aplicación del modelo de proyección de tablas de mortalidad Lee-Carter, análisis de datos respecto a las tasas de mortalidad, migración, fertilidad y pronósticos estocásticos de la población. Fue diseñado por Rob Hyndman con contribuciones de Heather Booth, Leonie Tickle, John Maindonald, Simon Wood y el core de R. Este paquete requiere que los objetos del data frame a trabajar sean de tipo demogdata para poder aplicar las distintas funciones que tiene incorporado.

Este paquete contiene funciones directamente relacionadas con el core de la Human Mortality Database, ya que está estructurado para descargar toda la información necesaria de cualquiera de los países disponibles a partir de un usuario y su contraseña.

Para mayor información respecto a todo el contenido incluido en el paquete, consultar la siguiente dirección: <https://cran.r-project.org/web/packages/demography/demography.pdf>

3.2.3. StMoMo

Este paquete “StMoMo” versión 0.4.1 de octubre 2022 contiene funciones para la implementación de la familia de cohorte generalizada de edad-periodo-cohorte. Modelos estocásticos de mortalidad. Abarca una amplia diversidad de modelos propuestos en la literatura actuarial y demográfica donde se incluyen el modelo Lee-Carter, el modelo Cairns-Blake-Dowd. Funciones para ajustar los modelos de mortalidad, funciones para el análisis de bondad del ajuste, para realizar proyecciones y estimaciones. Fue diseñado por Andres Villegas, Pietro Milossovich y Vladimir Kaishev. Al igual que el paquete anterior es necesario tener los objetos a usar con tipo demogdata.

Dentro de la gran gama de funciones que están incorporadas en este paquete hay variedad de modelos de mortalidad bajo el enfoque de edad-periodo-cohorte, de igual manera extensiones del modo básico de lee-carter, para ambos casos asumiendo que la mortalidad sigue una distribución Poisson (log) o sigue una distribución binomial (logit).

Para mayor información respecto a todo el contenido incluido en el paquete, consultar la siguiente dirección: <https://cran.r-project.org/web/packages/StMoMo/StMoMo.pdf>

3.2.4. Forecast

El paquete “Forecast” versión 8.21.1 de agosto 2023 una variedad de funciones, métodos y herramientas que permiten disponer y analizar series de tiempo univariantes, así mismo hacer proyecciones considerando modelos ARIMA. En la creación de este paquete están involucrado una serie de participantes, entre las que destaca Rob Hyndman.

Este paquete ofrece una gran variedad de funciones respecto a la modelación y proyección de series de tiempo, incluyendo en si una función de mucha utilidad llamada “auto.arima” que permite establecer y arrojar el mejor modelo de acuerdo con sus valores de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC).

Para mayor información respecto a todo el contenido incluido en el paquete, consultar la siguiente dirección: <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/>

[forecast.pdf](#)

3.3. Procesamiento y adecuación de la data

En esta sección comenzaremos a establecer los códigos y resultados del procesamiento de la data

Paquetes a usar

```
install.packages("demography") Instala el paquete demography  
library("demography") Carga en el proyecto el paquete demography  
install.packages("StMoMo") Instala el paquete StMoMo  
library("StMoMo") Carga en el proyecto el paquete StMoMo
```

Con el código anterior únicamente se está descargando de CRAN los paquetes demography y StMoMo, instalando en el proyecto de R y por ultimo cargando para hacer uso de la gama de funciones que contemplan estos paquetes.

```
portugal <- hmd.mx("PRT" , "olivertc43@gmail.com" , "O124101995+" ,  
"Portugal") Carga en el proyecto de R la base de datos de  
Portugal directamente de la Base de datos de la HMD  
portugal
```

Mortality **data for** Portugal

```
Series: female male total  
Years: 1940 – 2021  
Ages: 0 – 110
```

A partir del código anterior se crea un objeto de tipo demogdata con toda la información de la mortalidad almacenada en la base de datos de la HMD correspondiente al país en estudio, la cual está conformada por la serie histórica de 1940 - 2021 para mujeres, hombres y ambos sexos en conjunto con edades entre 0 y 110 años. Como se refleja en la parte izquierda de la función, tenemos el nombre que se le está dando al objeto, para este caso "Portugal", continuando con la formula a usar "hmd.mx", seguido de la abreviación del país, los datos de usuario para acceder a la Base de datos y por ultimo un nombre de etiqueta (opcional).

Separa la **data** en 3 objetos correspondientes a la poblacion total , a la poblacion **de** mujeres y a la poblacion **de** hombres

```
portugal_ambos <- lifetable(  
  portugal ,  
  series = names(portugal$rate)[3] ,  
  years = portugal$year ,
```

```
    ages = portugal$age ,
    max.age = min(100, max(portugal$age)) ,
    type = c("period", "cohort")
)

portugal_hombres <- lifetable(
  portugal ,
  series = names(portugal$rate)[2] ,
  years = portugal$year ,
  ages = portugal$age ,
  max.age = min(100, max(portugal$age)) ,
  type = c("period", "cohort")
)

portugal_mujeres <- lifetable(
  portugal ,
  series = names(portugal$rate)[1] ,
  years = portugal$year ,
  ages = portugal$age ,
  max.age = min(100, max(portugal$age)) ,
  type = c("period", "cohort")
)
```

Como se observa en el código anterior pese a mencionar anteriormente que la Base de Datos contiene edades hasta los 110 años y más, se considera como un rango más adecuado a fines prácticos, trabajar con edades hasta los 100 años para las tres (3) poblaciones, la población de ambos sexos, la población de mujeres y la de hombres.

3.4. Metodología

En el capítulo anterior se establecieron cuatro (4) modelos de proyección sobre tablas de mortalidad dinámicas, siendo estos: Lee-Carter (1992), Li and Lee (2005), Cairns-Blake-Dowd (2006) y por ultimo Renshaw-Haberman (2006). Estos cuatros modelos han sido de cierta forma los pioneros en las metodologías de proyección.

Antes de pasar al desarrollo de los modelos, es necesario evaluar la tasa central de mortalidad en Portugal en el periodo de estudio, haciendo una acotación importante antes de seguir, debido a que la base de datos de la HMD suministra información referente a la mortalidad desde los 0 a los 110 años, sin embargo a fines de la futuras comparaciones que se realizaran se considera un rango más adecuado trabajar con el rango de edad de 0 a 100 años de edad, ya que la mayoría de las personas no llegan a vivir mas de 100 años y que este rango permite obtener resultados mas precisos.

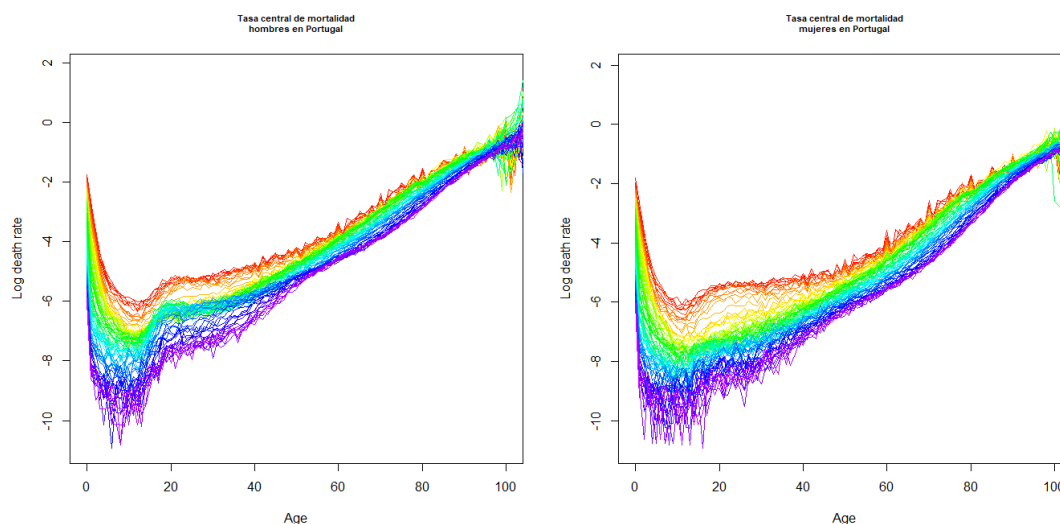


Figura 3.2: Tasa central de mortalidad de hombres y mujeres para Portugal 1940 - 2021

Como se observa en la figura 3.2 el comportamiento de la mortalidad es similar en hombres y mujeres. Sin embargo se refleja que el tanto central de mortalidad para hombres está por encima que para las mujeres en todas las edades.

3.4.1. Modelo Lee-Carter

En la actualidad los estudios destinados a la demografía y las ciencias actuariales se han inclinado más por los modelos estocásticos iniciados por Lee y Carter en 1992.

El modelo Lee-Carter base su proyección en la tendencia histórica que presentan las variables (tasa de mortalidad, esperanza de vida, índice de mortalidad), a través de series de tiempo para así estimar el comportamiento futuro.

La principal diferencia con respecto a las leyes de mortalidad presentadas en el capítulo 2 y lo que le agrega a su nombre el termino “Dinámico”, es la incorporación de la mortalidad en dos dimensiones, es decir, evaluarla en el tiempo. El modelo Lee-Carter asume que la dinámica de la mortalidad responde al índice de mortalidad, y que a partir de este índice se puede proyectar el comportamiento de la mortalidad haciendo uso de la metodología Box - Jenkins.

Para el modelo la variable de interés a estimar es la fuerza de mortalidad $\mu_{x,t}$, entre más alto sea el valor de esta, mayor será la probabilidad de muerte del individuo. El

modelo Lee-Carter parte de $\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t$, donde α_x , β_x y k_t son los parámetros a estimar. Como resultado, la fuerza de mortalidad en t_1 es similar a la fuerza de mortalidad en las demás cohortes, la diferencia se presenta en el valor k_t que representa la tendencia en la mortalidad y mide los efectos que se producen en la cohorte.

El modelo inicialmente planteado por Lee y Carter propone una estimación a través de un modelo ARIMA (Modelo Autorregresivo de Medias Móviles), donde la dinámica de la mortalidad se pretende analizar mediante la proyección a través del tiempo.

Si bien es cierto que a través de los años el modelo original de Lee-Carter ha tenido algunas modificaciones para formularlo como un modelo log-bilineal de regresión Poisson, (GLM tipo Poisson), o también a través de distribuciones Binomial Negativas o Binomiales en vez de Poisson. En el presente trabajo se abordara el modelo clásico establecido en 1992, el cual realiza sus estimaciones a través de la Descomposición singular de matrices (SVD).

El modelo Lee-Carter parte de una regresión lineal entre el logaritmo de la tasa central de mortalidad y sus variables explicativas, es decir, edad (x) y tiempo (t). Se presenta de la siguiente forma:

$$m_{xt} = \exp(a_x + \beta_x k_t + \epsilon_{xt}) \quad (3.1)$$

y, aplicando logaritmo:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + \beta_x k_t + \epsilon_{xt} \quad (3.2)$$

con

$$\epsilon_{xt} \sim N(0, \sigma^2)$$

donde los errores ϵ_{xt} son independientes e idénticamente distribuidos.

Y considerando las restricciones:

$$\sum_{x=0}^X b_x = 1 \quad \sum_{t=1}^T k_t = 0 \quad (3.3)$$

Este modelo no puede ser ajustado por regresión debido a que no tiene variables explicativas observadas en el lado derecho de 3.2 que cumpla $\frac{\delta \log(m_{x,t})}{\delta T} = \beta_x \frac{\delta k_t}{\delta T}$ por lo que, para las edades x cuyo valor β_x tenga valor absoluto más grande, son más sensibles a los cambios de variación temporal de k_t .

Se asume la fuerza de mortalidad constante, garantizando así la uniformidad en la dinámica de la mortalidad cada año, es decir, $\mu_{x+s,t} = \mu_{x,t}$ $0 \leq s < 1$ por tanto

$l_{x+1,t} = l_{x,t}e^{(-\mu_{x,t})} = l_{x,t}e^{(-\epsilon^{\alpha_x + \beta_x k_t})}$ también se cumple $q_{x,t} = 1 - \epsilon^{(-\epsilon^{\alpha_x + \beta_x k_t})}$.

Este supuesto nos permite calcular la probabilidad $T(x) \leq 1 = q_x$ como ${}_s q_x = 1 - \epsilon^{s \log(1-q_x)}$. Considerando que los datos que trabajaremos se reportan por periodos (años), se puede asumir que la disminución poblacional se da al final del periodo.

3.4.1.1. Estimación de Parámetros

La metodología original para estimar el modelo Lee-Carter 3.2 se basa en la minimización de la función:

$$D(\alpha, \beta, k) = \sum_{x,t} (\log(m_{x,t}) - (\alpha_x + \beta_x k_t))^2 \quad (3.4)$$

con respecto a (α, β, k) . En forma matricial, si $M = [\log(m_{x,t})]$

$$D(\alpha, \beta, k) = \| M - \alpha 1'_{n_c} - \beta'_k \|_2^2 \quad (3.5)$$

Donde,

$$\| A \|_2^2 = \sqrt{\sum_i \sum_j |A_{i,j}|^2} \quad (3.6)$$

es la forma Frobenius (sistema de ecuaciones) para matrices. A partir de la ecuación $\frac{\delta D}{\delta \alpha} = 0$ las restricciones 3.3 permiten obtener como solución el vector que arroja los promedios de las filas $M, \hat{\alpha} = \frac{1}{n_c} M 1_{n_c}$. Reemplazando esta solución en 3.6 queda entonces minimizar con respecto a (β, k) la función:

$$D(\beta, k) = \| M - \alpha 1'_{n_c} - \beta'_k \|_2^2 \quad (3.7)$$

Minimizar 3.7 es un caso particular del problema general de aproximar una matriz M por una matriz de rango igual o inferior, X , es decir, se trata de encontrar \hat{X} , de manera que:

$$\hat{X} = \operatorname{argmin}_{\operatorname{rang}(X) \leq r} \| M - X \|_2 \quad (3.8)$$

donde $r = \operatorname{rango}(M)$. La solución \hat{X} se puede encontrar mediante la SVD(M).

El teorema de descomposición singular de una matriz. establece que: dada una matriz $M \in R^{m \times n}$ se puede definir dos matrices ortogonales (sus columnas son vectores ortogonales) $U \in R^{m \times n}$ y $V \in R^{m \times n}$, tales que $M = U \Sigma V'$, donde $\Sigma \in R^{m \times n}$ es una matriz diagonal $\Sigma = \operatorname{diag}(\theta_1, \dots, \theta_p)$ con $p = \min(m, n)$ y $\theta_1 \geq \dots \geq \theta_p \geq 0$. Los valores

θ_j se denominan valores singulares derechos. Si $r \leq \min(m, n)$ es el rango de M se cumple $\theta_r > 0$ y $\theta_{r+1} = 0$. El siguiente resultado es un corolario de este teorema. Si $U = [u_1, \dots, u_m]$, $V = [v_1, \dots, v_n]$ entonces se cumple la descomposición siguiente.

$$M = \sum_{j=1}^r \sigma^j u_x^j (v_t^j)^T \quad (3.9)$$

Si la matriz original es real, no se generaran números complejos ya que los valores singulares θ_j son reales no negativos y los valores u_j, v_j son reales.

La solución \hat{X} al problema 3.8 para $\text{rango}(X) = h < r = \min(m, n)$ está dada por la siguiente expresión:

$$\hat{X} = \sum_{j=1}^h \sigma^j u_x^j (v_t^j)^T \quad (3.10)$$

Aplicando este resultado a la matriz $M - \hat{\alpha}1'_{nc}$ asumiendo $n_\alpha = m < n = n_c$ con $r = n_\alpha$,

$$M - \hat{\alpha}1'_{nc} = \sum_{j=1}^h \sigma^j u_x^j (v_t^j)^T \quad (3.11)$$

En el modelo Lee-Carter se aproxima el rango $h = 1$ y por tanto se estima $\hat{\beta} = \sqrt{\theta_1 u_1}$ y $\hat{k} = \sqrt{\theta_1 v_1}$, respectivamente. Este resultado se puede colocar de manera tal que:

$$M \approx \hat{\alpha}1'_{nc} + \hat{\beta}\hat{k}' \quad (3.12)$$

3.4.2. Modelo Cairns-Blake-Dowd

Un modelo alternativo al de Lee-Carter es el propuesto por Andrew Cairns, David Blake y Kevin Dowd (CBD) en 2006, quienes son pioneros en los modelos de proyección dinámicos de la mortalidad proponiendo así una modelo con estructura de dos términos **edad** y **periodo**.

Este modelo considera dos factores temporales $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$, que impactan de manera distinta a las edades, y que para evitar valores mayores a uno (1) en $m_{x,t}$, se ajustó el logit de la probabilidad de muerte.

$$\text{logit}(\hat{q}_{x,t}) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} \cdot (\hat{x} - x) + \epsilon_{x,t} \quad (3.13)$$

3.4.2.1. Estimación de Parámetros

Para estimar los parámetros k_t^1 y k_t^2 a diferencia del modelo Lee-Carter, se utiliza el método de mínimos cuadrados, de tal manera que el objetivo es minimizar la función:

$$SSE = \sum_{x=x_0}^X \sum_{t=1}^T [\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2]^2 \quad (3.14)$$

La expresión anterior se deriva parcialmente con respecto a k_t^1 y k_t^2 para posteriormente igualarla a cero para cada valor t , quedando:

$$\sum_{x=x_0}^X [\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2] = 0 \quad (3.15)$$

$$\sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt}) - k_t^1 - (x - \bar{x})k_t^2] = 0 \quad (3.16)$$

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones, los estimadores de los parámetros son:

$$\hat{k}_t^1 = \frac{\sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 \sum_{x=x_0}^X \text{logit}(q_{xt}) - \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x}) \sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt})]}{(X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 - (\sum_{x=x_0}^X x - \bar{x})^2} \quad (3.17)$$

$$\hat{k}_t^2 = \frac{-\sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x}) \sum_{x=x_0}^X \text{logit}(q_{xt}) + (X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X [(x - \bar{x})\text{logit}(q_{xt})]}{(X - x_0 + 1) \sum_{x=x_0}^X (x - \bar{x})^2 - (\sum_{x=x_0}^X x - \bar{x})^2} \quad (3.18)$$

Para proyectar los parámetros \hat{k}_t^1 y \hat{k}_t^2 :

$$k_t = (\hat{k}_t^1 \hat{k}_t^2) \quad (3.19)$$

Y se modela mediante una serie temporal bivalente. De esta forma, las probabilidades de fallecimiento futuras están dadas por:

$$\hat{q}_{x.T+j} = \frac{\exp(\hat{k}_{T+t}^{(1)} + (x - \bar{x})\hat{k}_{T+t}^{(2)})}{1 + \exp(\hat{k}_{T+t}^{(1)} + (x - \bar{x})\hat{k}_{T+t}^{(1)})} \quad (3.20)$$

para $x = x_0, x_0 + 1, \dots, X$. $j = 1, 2, \dots$

3.4.3. Modelo Renshaw-Haberman

Renshaw y Haberman (2006) proponen una extensión al modelo Lee-Carter que recoge el efecto cohorte a partir de un conjunto de parámetros.

La especificación del modelo RH es la siguiente:

$$\log(m_x(t)) = \alpha_x + \beta_x^1 k_t + \beta_x^2 \gamma_{t-x} + \epsilon_{x,t} \quad (3.21)$$

Donde los parámetros α_x tienen el mismo significado que en el modelo Lee-Carter, k_t , al igual que en el modelo Lee-Carter, es una serie temporal que recoge el efecto del periodo, y la novedad es el factor γ_{t-x} que es una serie temporal que recoge el efecto cohorte.

Al igual que en el modelo Lee-Carter, es necesario imponer un conjunto de restricciones para estimar los parámetros:

$$\begin{aligned} \sum_t k_t &= 0 \\ \sum_x \beta_x^1 &= 1 \\ \sum_t \gamma_{t-x} &= 0 \\ \sum_x \beta_x^2 &= 1 \end{aligned}$$

3.4.3.1. Estimación de Parámetros

Una vez impuestas estas restricciones se fija una solución particular y se obtienen las estimaciones $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x^1$, $\hat{\beta}_x^2$, \hat{k}_t y $\hat{\gamma}_{t-x}$.

El modelo RH asume que k_t y γ_t siguen camino aleatorio y deriva, respectivamente:

$$k_t = k_{t-1} + \theta_1 + \omega_{1t}$$

$$\gamma_t = \gamma_{t-1} + \theta_2 + \omega_{2t}$$

Haciendo uso de la metodología Box-Jenkins se proyectan los valores futuros \hat{k}_t y $\hat{\gamma}_{y-x}$. Y de manera análoga a como se explicó para el modelo Lee-Carter, si se tienen datos hasta un año dado t^* , las predicciones del modelo Renshaw-Haberman de las

tasas de mortalidad se calculan para t donde $t > t^*$ como:

$$\hat{m}_x(t) = \exp(\alpha_x + \beta_x^1 k_t + \beta_x^2 \gamma_{t-x}) \quad (3.22)$$

Análisis de Resultados

En el capítulo anterior se detallaron las metodologías a usar en el presente trabajo.

En el presente capítulo se iniciará dando un contexto demográfico del país, analizando los principales indicadores para conocer como ha sido la evolución en el tiempo para posteriormente aplicar la metodología descrita en el capítulo 3, comparar los resultados de los modelos para determinar cuál sería el que mejor se adapta a su comportamiento para luego evaluar algunos productos actuariales.

4.1. Perfil demográfico de Portugal

Un perfil demográfico es un conjunto de estimadores, tablas y representaciones gráficas que permite de manera resumida contextualizar las características más relevantes de una población estudio. Esta información nos permite establecer acciones y estrategias dirigidas a sectores específicos de la población en función de los posibles riesgos a los que pueda estar expuesta.

Entre el conjunto de estimadores, tablas y representaciones gráficas, tenemos:

1. Población total.
2. Composición por sexo y grupos de edad.
3. Tasa de crecimiento de la población.
4. Relación de dependencia demográfica.
5. Índice de envejecimiento.
6. Evolución de la esperanza de vida al nacer.

7. Tasa de mortalidad infantil.
8. Tasa global de fecundidad.
9. Tasa de migración.

A continuación se realizara un breve perfil demográfico de Portugal a razón de enmarcar la situación histórica y actual del país.

4.1.1. Evolución histórica de la población

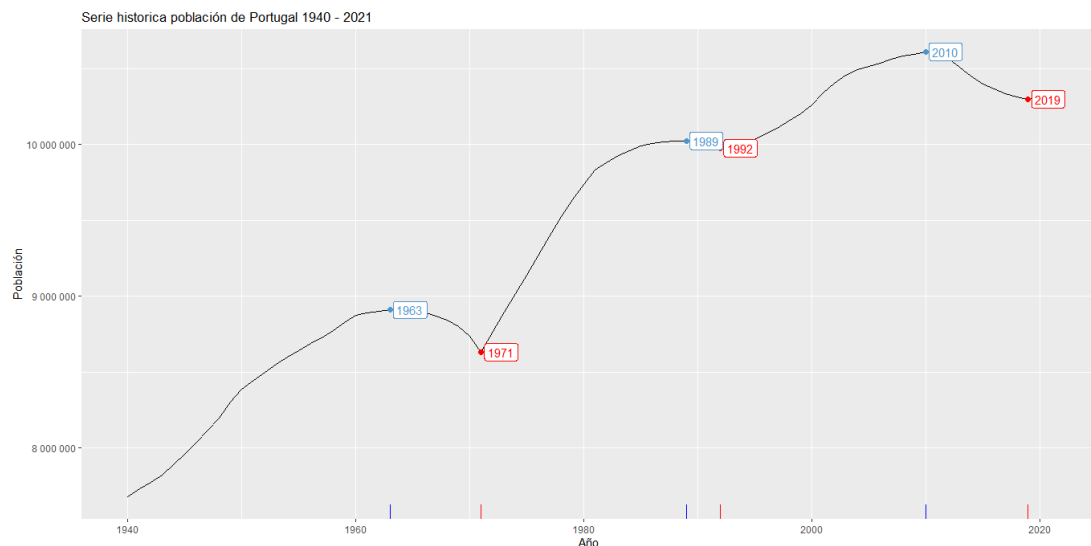


Figura 4.1: Serie histórica población de Portugal 1940 - 2021

En la figura 4.1 podemos observar la evolución histórica de la población de Portugal desde 1940 hasta 2021. Donde se destacan principalmente tres (3) puntos donde la población decae con respecto al comportamiento que venía demostrando.

En primer lugar tenemos el año 1971, para los años 70 Portugal era un país en vías de desarrollo, sin embargo para inicios de esta década se enfrentó a un retroceso en su expansión económica registrando apenas un 5 % de crecimiento en volumen del PIB, de esta manera las diferencias entre Portugal y el resto de países europeos industrializados se fueron agrandando. Esto impactó en una reducción de las ofertas de empleo en los sectores de producción, por lo que la población se vio en la necesidad de buscar un mejor futuro en otros horizontes. De acuerdo a las cifras de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) alrededor de 160.000 portugueses abandonaban el país cada año, siendo el año 1971 donde más casos se reportaron con un

aproximado de 183.000 emigrantes.

En 1986 Portugal consigue entrar en la Unión Europea, consiguiendo con los fondos otorgados por esta, sobrepasar a muchos países en crecimiento económico, tomando así un conjunto de medidas en el derecho laboral que no fueron del agrado de muchos trabajadores y condujeron a una serie de huelgas y la paralización del país. Sin embargo el crecimiento económico que estaba reflejando no duraría mucho ya que para el año 1992 cae el comercio en la Comunidad Europea lo que hizo que Portugal tuviese nuevos competidores en los mercados de producción, dejando en evidencia atrasos en el sector agrario portugués, nuevamente para este año se produjeron una ola de manifestaciones y huelgas que condujeron a la elección de una nueva administración, sin embargo las medidas económicas se mantuvieron intactas lo que ocasiono una creciente inflación y un estancamiento económico. Durante la crisis financiera mundial Portugal vio cómo su PIB apenas crecía o incluso decrecía, aumentando la tasa de paro.

Por ultimo para 2019, el Instituto Nacional de Estadística de Portugal publica una tasa de 6,5 % (7,1 % mujeres y 5,8 % hombres) de desempleo que representa a un total de 339.500 portugueses, superando las provisiones del Estado que había estimado un 6,3 %. De igual forma la tasa de desempleo juvenil (población entre 15 y 24 años) se situó en 18,3 % ascendiendo así a 68.200 habitantes. A esta caída de desempleo también ha contribuido la disminución de la población activa en el país que se venía registrando desde 2010, tanto por la emigración masiva (alrededor de medio millón) y el saldo natural negativo (más defunciones que nacimientos).

4.1.2. Pirámide Poblacional

En la figura 4.2 tenemos las pirámides poblacionales donde podemos observar la evolución histórica de la composición poblacional de Portugal para el periodo 1940 - 2021.

La pirámide poblacional es una herramienta que nos permite representar gráficamente la estructura poblacional de un territorio diferenciado por sexo y edad. De acuerdo a sus características la pirámide puede adoptar tres (3) formas distintas:

- **Progresiva:** Normalmente representa la estructura poblacional de los países subdesarrollados, donde se reflejan esperanzas de vida cortas y una alta tasa de natalidad.
- **Estacionaria:** Por lo general representa países en vías de desarrollo, en los que la mortalidad comienza a disminuir, y se mantienen tasas de natalidad muy altas.
- **Regresiva:** Asociada principalmente a países desarrollados. Se caracteriza por tener una tasa de natalidad más baja, un alto porcentaje de población en edades

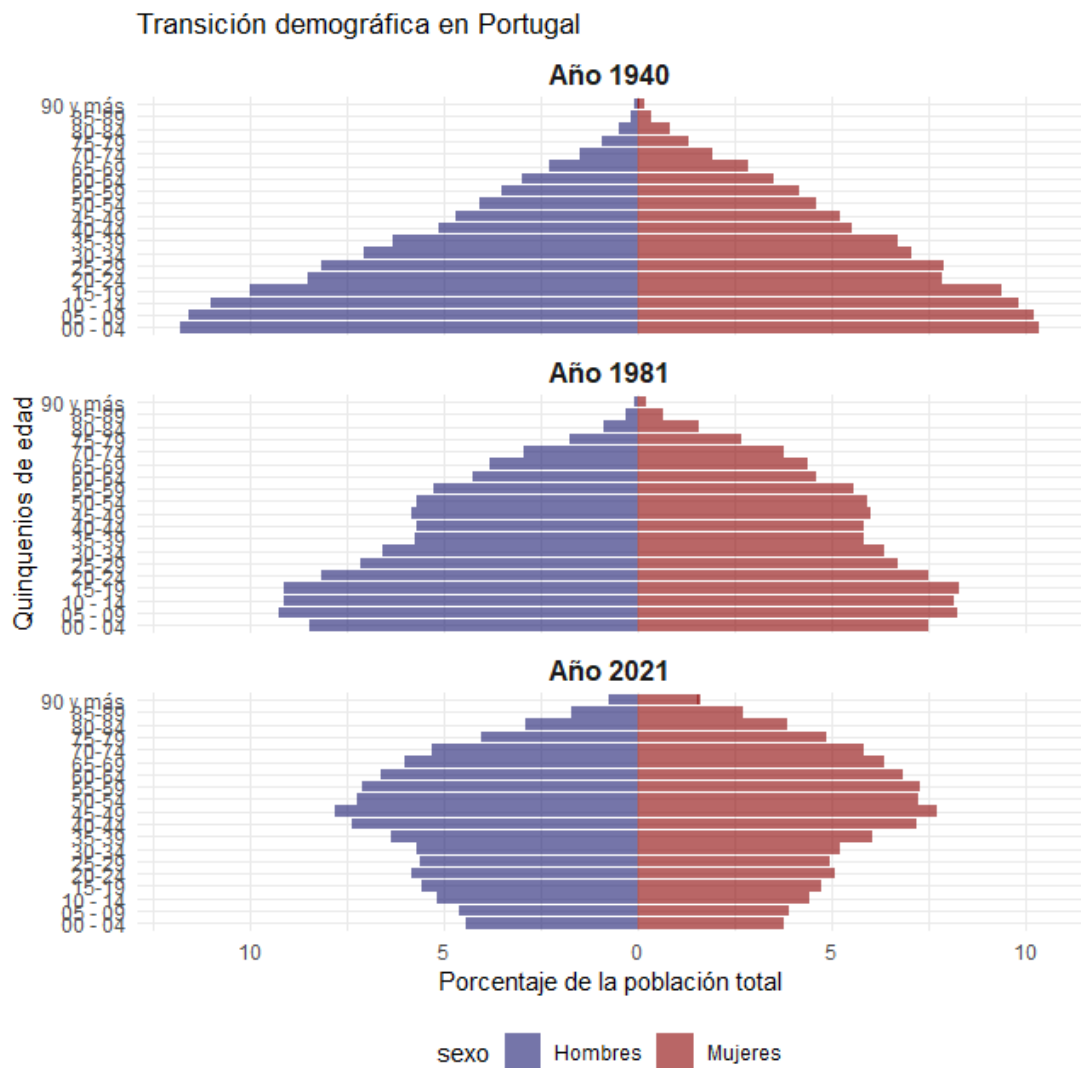


Figura 4.2: Transición demográfica en Portugal

avanzadas por lo que existe una mayor esperanza de vida y un deceso en la mortalidad. Típica de poblaciones envejecidas.

Volviendo a la figura 4.2 podemos apreciar como la población portuguesa a lo largo de los años ha pasado por las tres formas en su dinámica poblacional, como se menciona anteriormente en las pirámides de corte **Progresiva** existen tasas de natalidad muy altas lo que hace que la base de nuestra pirámide sea muy ancha, para 1940 Portugal tenía una tasa de natalidad que superaba el 25 %, por otra lado la otra característica fundamental de este tipo de pirámides es la esperanzas de vida al nacer la cual para este año en Portugal era de apenas 51 años de edad (49 años para los hombres y 54 años para las mujeres).

Al pasar los años la población fue cambiando llegando así para los años 80 a tener una representación en la pirámide de corte **Estacionaria** (a fines ilustrativo se está tomando el año 1981, sin embargo en toda la década se puede observar este comportamiento), lo que significa que ya Portugal se encontraba en vías de ser un país desarrollado lo cual se contrasta un poco con lo dicho en la sección anterior ya que fue para 1986 que entro en la Unión Europea, para esta década la tasa de natalidad a caído hasta encontrarse en valores entre los 15,40 % y los 11,70 %, como bien se observa en la base en comparación a 1940, esta se ha reducido, mientras que la esperanza de vida ha crecido considerablemente estando entre los 72 y 74 años de edad.

A lo largo de los años la estructura poblacional portuguesa ha ido cambiando, llegando así al 2021 con una pirámide poblacional ya de corte **Regresiva**, característica de ser ya un país desarrollado, sin embargo en esta podemos observar como las tasas de natalidad se han ido disminuyendo aún mas (reflejándose así en una base mucho más contraída a como estaba en 1981), situándose en apenas 7,70 %, mientras que la esperanza de vida ronda los 82 años de edad (79 para hombres y 84 para mujeres).

4.1.3. Crecimiento Poblacional

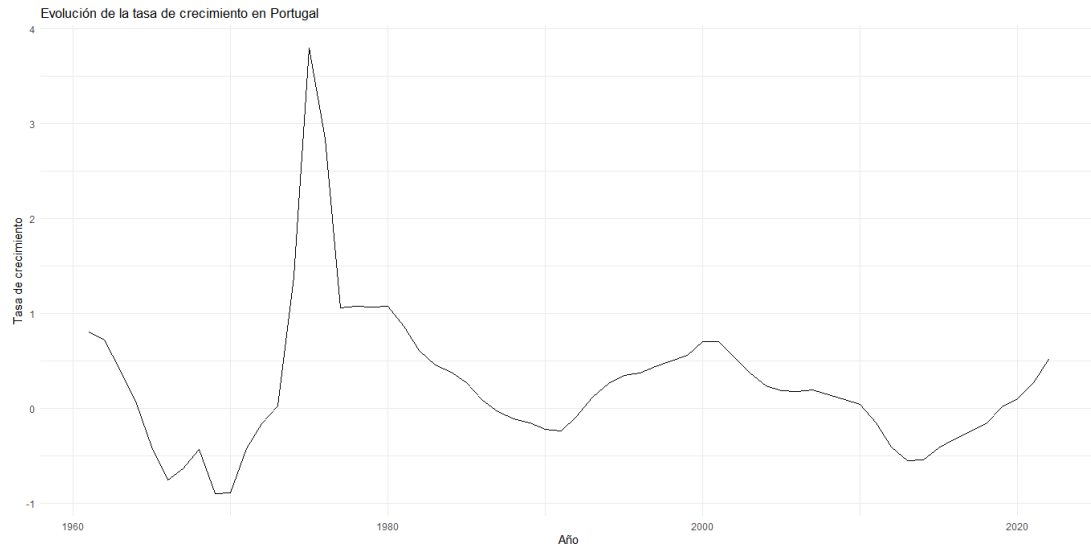


Figura 4.3: Evolución de la tasa de crecimiento en Portugal

La tasa de crecimiento es el aumento o disminución de la población durante un año determinado resultado de la natalidad, la mortalidad y la migración, a través de este indicador podemos observar cómo año tras año ha crecido o disminuido la población total de Portugal, en la figura 4.3 podemos observar que el pico más alto lo tenemos para el año 1975 en el que Portugal comenzaba a dejar atrás esos saldos migratorios (diferencia entre las entradas y salidas por migración) negativos que arrastraba desde inicios de los 70 donde tuvo los menores índices de saldos migratorios producto de las contracciones económicas que tuvieron y el déficit de oportunidades de empleo.

En los siguientes años, como se mencionó anteriormente se ha visto afectada tanto por la crisis financiera mundial (2008), como las distintas medidas políticas, económicas y sociales que se han tomado, lo que ha resultado en esos altibajos a lo largo de los años, hasta que a partir de 2019 se ha mantenido un pequeño crecimiento progresivo.

4.1.4. Relación de dependencia demográfica

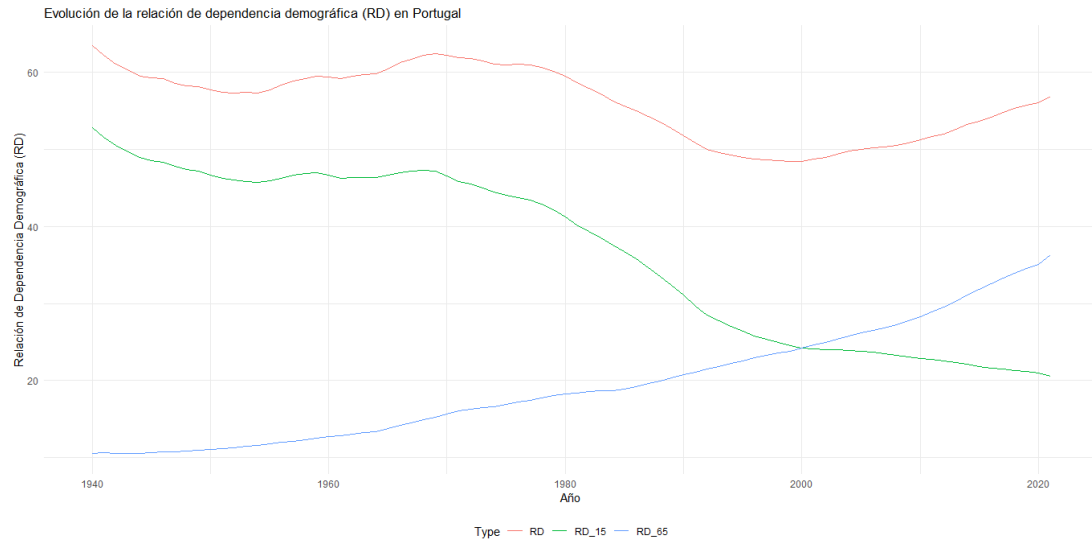


Figura 4.4: Evolución de la relación de dependencia demográfica (RD) en Portugal

La relación de dependencia demográfica representa el número de personas en edad inactiva con respecto a las personas en edad “activas” laboralmente hablando, como su nombre lo dice es un indicador que nos permite conocer que tan dependiente es la población, es decir, compara la población dependiente con la fuerza laboral.

En la figura 4.4 se refleja cómo ha ido evolucionando este indicador, inicialmente se observa en descenso ya que la población al tener una esperanza de vida alrededor de los 50 años y de no haber una gran proporción de adultos mayores, esta relación se mantenía con los nacimientos, no obstante al ir controlando (disminuyendo) la tasa de natalidad se fue reduciendo esta relación, lo que posteriormente se vuelve a incrementar debido a los saldos migratorios negativos producto de la reducción de oportunidades laborales, impactando nuevamente en el crecimiento de la relación de dependencia lo cual también altero pero no significativamente la tasa de natalidad (1950 - 1980), para luego al controlar nuevamente los nacimientos y la población mayor todavía no representar un peso considerable se vuelve a ver disminución en los valores de esta relación (1980-2005). Por último, como se mencionó anteriormente Portugal ha conseguido a lo largo de los años catalogarse como un país desarrollado, y esto trae consigo ciertas características ya mencionadas (tasas de natalidad bajas y esperanza de vida altas), lo que repercute en un incremento en la relación de dependencia siendo esta vez mas influenciado por la población envejecida y no por la población joven como en un principio, representando esto una posible alteración para la viabilidad del sistema de pensiones.

Cuanto mayor sea la tasa de dependencia en adultos mayores a 65 años, mas difícil

puede resultar que los pensionistas reciban un importe que les permita vivir dignamente. En el caso de Portugal se observa como esta dependencia ha ido en aumento año tras año y lo que se estima es que continúe de esta manera, en la actualidad solo hay 3 personas en edad de trabajar por cada persona en edad de 65 años y más, lo que para los años 40 era una relación de 14:1.

4.1.5. Índice de Envejecimiento

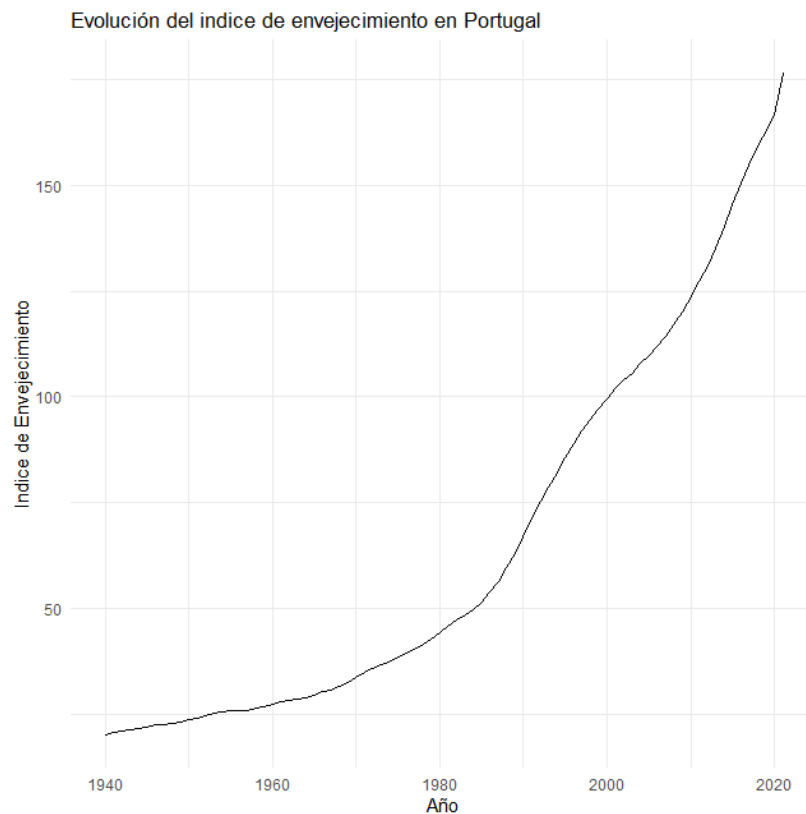


Figura 4.5: Evolución del índice de envejecimiento en Portugal

El índice de envejecimiento es la proporción de población mayor a 65 años en comparación con la población de hasta 15 años. Con este cálculo podemos conocer la relación demográfica que existe entre la población más adulta y la población joven.

En Portugal el índice de envejecimiento con las cifras al 2021 es de 176,58 %. Siendo muy superior el número de adultos mayores que de adolescentes, por lo que podemos concluir nuevamente que con la prolongación de la esperanza de vida y la disminución de la natalidad, se generó ese efecto visto en la pirámide poblacional y no es más que

una población envejecida.

De acuerdo a la figura 4.5 podemos observar que este aumento ha sido progresivo y sostenido en el tiempo, creciendo año tras año. Para el 2021 la población mayor a 65 años en Portugal es de 2.390.085 habitantes lo que representa casi un 400 % de aumento con respecto a la población en este mismo grupo etario en 1940.

Cada vez hay menos personas jóvenes y más personas adultas, y esto es algo positivo ya que significa que la esperanza de vida cada vez va más en aumento, sin embargo es necesario estudiar cómo afecta la calidad de vida. Siendo el sistema de pensiones uno de los principales afectados y viéndose obligados a aumentar la edad de jubilación (retrasar el retiro) y/o aumentar el número de cotizaciones, sin embargo puede que estas medidas no sean suficientes.

4.1.6. Esperanza de vida al nacer

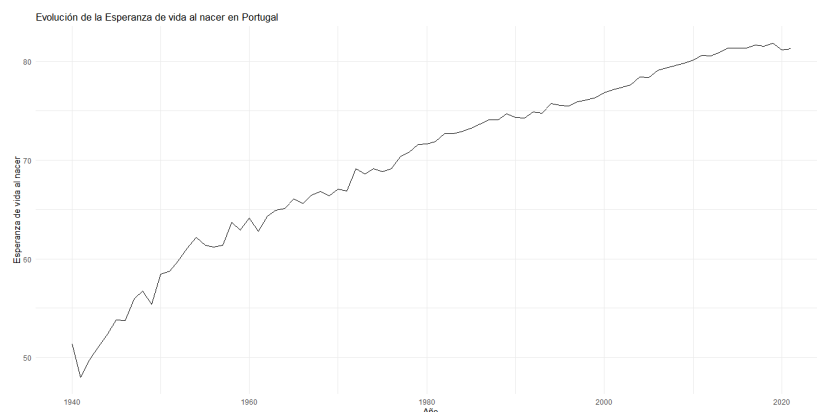


Figura 4.6: Evolución de la Esperanza de vida al nacer en Portugal

La esperanza de vida al nacer indica la cantidad de años que vivirá un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes en el momento de su nacimiento se mantienen constantes en el tiempo.

Como se puede observar en el grafico 4.6 la esperanza de vida ha sufrido tanto incrementos como disminución en los años de estudio, sin embargo pese a los pequeños retrasos que ha llegado a presentar no cambia el patrón de crecimiento que trae desde los años 40, la esperanza de vida en Portugal para el 2021 es de alrededor 81 años en general (78 años para hombres y 83 años para mujeres), siendo esta una de las más altas de los países europeos, para ser mas exactos Portugal se encuentra en la posición 11 en el ranking de países europeos por esperanza de vi-

da, ranking que encabezan España, Suecia e Italia con 83,3 años, 83,1 años y 82,7 años respectivamente según estudios de euronews (el ranking completo lo pueden observar por medio del siguiente enlace: [https://es.euronews.com/next/2023/04/17/que-paises-de-la-ue-tienen-mayor-y-menor-esperanza-de-vida#:~:text=El%20pa%C3%ADs%20con%20mayor%20esperanza,\(73%2C1%20a%C3%B1os\).](https://es.euronews.com/next/2023/04/17/que-paises-de-la-ue-tienen-mayor-y-menor-esperanza-de-vida#:~:text=El%20pa%C3%ADs%20con%20mayor%20esperanza,(73%2C1%20a%C3%B1os).)).

4.1.7. Tasa de mortalidad infantil

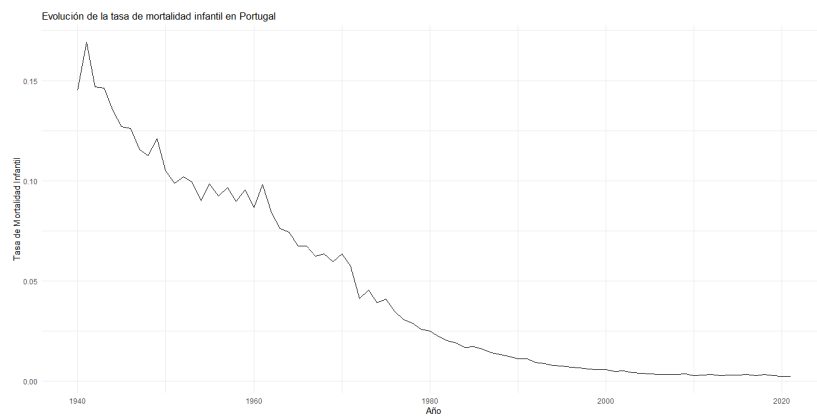


Figura 4.7: Evolución de la tasa de mortalidad infantil en Portugal

Este indicador proporciona el número de muertes en menores de un (1) año de edad, en un año dado por cada 1.000 habitantes nacidos en el mismo año.

Como se refleja en la figura 4.7 la mortalidad infantil ha presentado mejoras en el periodo de estudio significando esto un importante avance en la salud pública del país. Portugal es uno de los países europeos con menor mortalidad infantil, encontrándose este indicador por debajo de la media para la región (3.6).

4.1.8. Tasa global de fecundidad

La tasa global de fecundidad indica el número de hijos que nacieran por mujer, si esta tuviese hijos en todos sus años reproductivos.

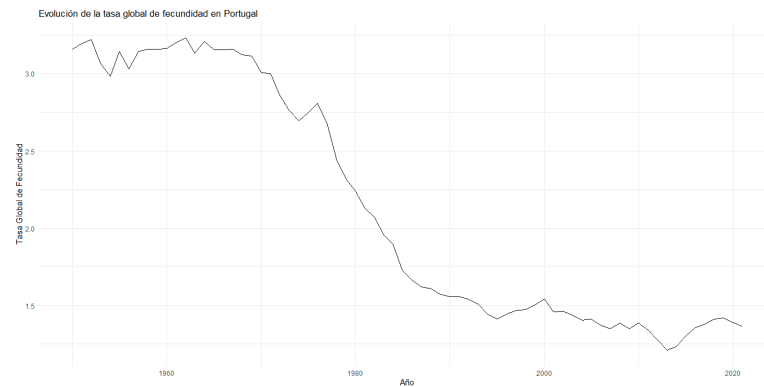


Figura 4.8: Evolución de la tasa global de fecundidad en Portugal

Ahora bien, se observa el comportamiento histórico de la tasa global de fecundidad. De acuerdo a la figura 4.8 podemos observar como este indicador ha variado en el tiempo presentando altibajos y contrayéndose entre los años 70 y 80, para continuar el comportamiento histórico que venía arrastrando de años previos, sin embargo esa contracción importante antes mencionada hizo que disminuyese considerablemente la cantidad de nacimientos en Portugal ubicándose este en apenas 1.35.

4.1.9. Tasa de migración

La tasa de migración muestra el efecto neto de las entradas y salidas de la población en un área determinada.

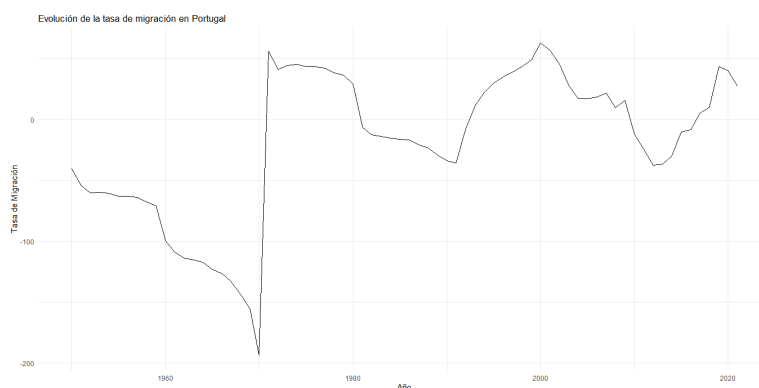


Figura 4.9: Evolución de la tasa de migración en Portugal

Como se observa en la figura 4.9 debido a las distintas políticas de trabajo ejecutadas en los años 70 la población portuguesa tuvo que salir del país en búsqueda de mejores oportunidades laborales, en pro de una mejor calidad de vida, sin embargo también se observan puntos altos (en positivo) con respecto a la migración, esto debido a que Portugal a lo largo de los años ha sufrido varios cambios en política migratoria, ofreciendo a sus visitantes mejores y más accesibles oportunidades de visado, principalmente para aquellos visitantes ajenos a la Unión Europea, adicional a esto en materia de pensiones por muchos años Portugal fue considerado un paraíso para los pensionados por las muy buenas condiciones que ofrece en su plan de pensión pública, lo que ha llevado a que muchos extranjeros busquen residencia en el país para tener un mejor retiro.

Como se pudo observar en el análisis de los indicadores anteriores, Portugal ha sido un país que a lo largo del periodo de estudio paso de ser un país subdesarrollado a un país desarrollado, ubicándose en algunos puntos entre los mejores en la Unión Europea. Portugal ha sufrido cambios en su dinámica poblacional tanto por medidas políticas, sociales, económicas, como también por los avances médicos, todo esto ha evolucionado a que los portugueses tengan una excelente calidad de vida superando muchos baches en el camino.

Sin embargo también como se observa principalmente en la pirámide poblacional, en la relación de dependencia, en el índice de envejecimiento, esperanza de vida y la tasa global de fecundidad, se puede observar como:

1. La población ha envejecido en el tiempo.

2. Se reverso la tendencia que venía hasta los años 2000 que la dependencia demográfica dependía más de la población joven y no de la población más adulta como esta hoy en día.
3. El índice de envejecimiento ha incrementado exponencialmente.
4. La esperanza de vida presenta un incremento progresivo a lo largo del tiempo.
5. La tasa global de fecundidad va en tendencia a seguir disminuyendo.

Tomando en cuenta los puntos anteriores, es una realidad que Portugal es un país candidato a sufrir las consecuencias del riesgo por longevidad en sus planes de pensiones públicas o bien en los productos de vida y rentas vitalicias del sector asegurador, motivo por lo cual se evaluara distintos modelos de proyección de tablas dinámicas de mortalidad para así estudiar el que mejor se adapte a la realidad del país y mejor pueda estimar el futuro, considerando las mejoras en las condiciones de vida.

4.2. Aplicación de los modelos

A continuación se aplicaran las metodologías descritas en el capítulo anterior sobre la data de Portugal de la base de datos de la HMD.

4.2.1. Modelo Lee-Carter

Por medio del paquete (o librería) “demography” de la herramienta R se puede realizar análisis dinámicos de la mortalidad basados en la metodología clásica planteada por Lee y Carter de descomposición en valores singulares.

4.2.1.1. Estimación de Parámetros

En la figura 4.10 podemos observar el comportamiento de los parámetros α_x , β_x y k_t para la población total de Portugal.

En primer lugar el parámetro α_x describe el comportamiento general promedio para cualquier año calendario en función de la edad. Estas estimaciones representan la forma en la que la mortalidad se comporta a través de las edades, para Portugal tenemos una mortalidad alta al comienzo de la vida que disminuye rápidamente hasta llegar a su mínimo alrededor de los 12 años de edad, aumentando rápidamente hasta los 20 años, para a partir de aquí aumenta lentamente hasta llegar a los 37-38 años de edad, y de

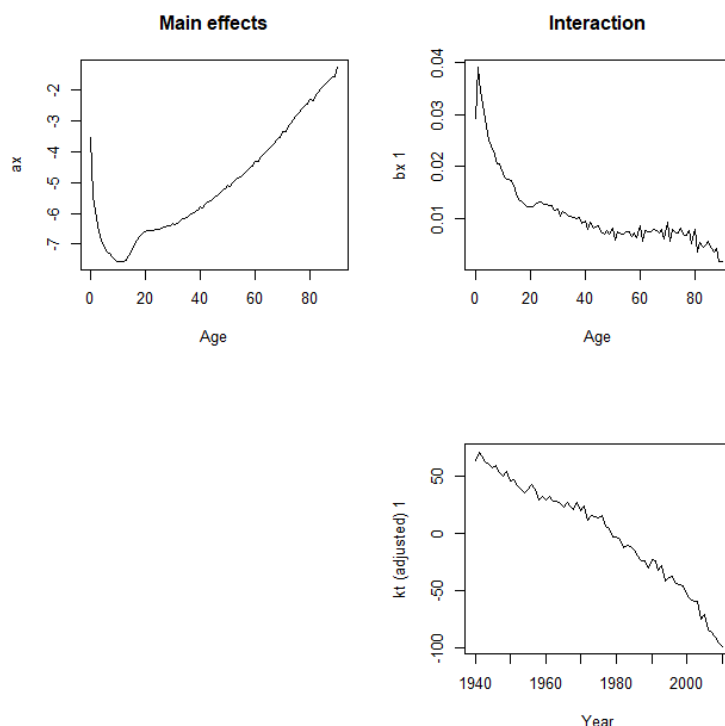


Figura 4.10: Parámetros α_x , β_x y k_t para la población total

aquí en adelante creciendo rápidamente.

En segundo lugar está el parámetro β_x el cual describe la “velocidad” con la que varía la mortalidad en cada edad x que no depende del tiempo. En la figura 4.10 se observa que este parámetro es positivo en todas las edades del periodo de estudio, lo que está indicando disminución en la mortalidad a través del tiempo, independientemente de la edad, se observa un incremento en la mortalidad en los primeros años de vida.

Por ultimo tenemos el parámetro k_t , el cual representa la tendencia de la mortalidad, se observa que para Portugal pese a tener altibajos en los años de estudio, presenta una pendiente hacia abajo, lo que significa la disminución de la mortalidad a través del tiempo.

En el caso de la población femenina de Portugal, en la figura 4.11 podemos observar el comportamiento de sus parámetros

Al igual que en el caso de la población total, se puede observar en el parámetro α_x hay una mortalidad alta (en comparación del resto de edades) en los primeros años de edad, para posteriormente disminuir hasta los 18 años, donde comenzara a ascender lentamente hasta los 40 años, edad en la que el crecimiento de la mortalidad se

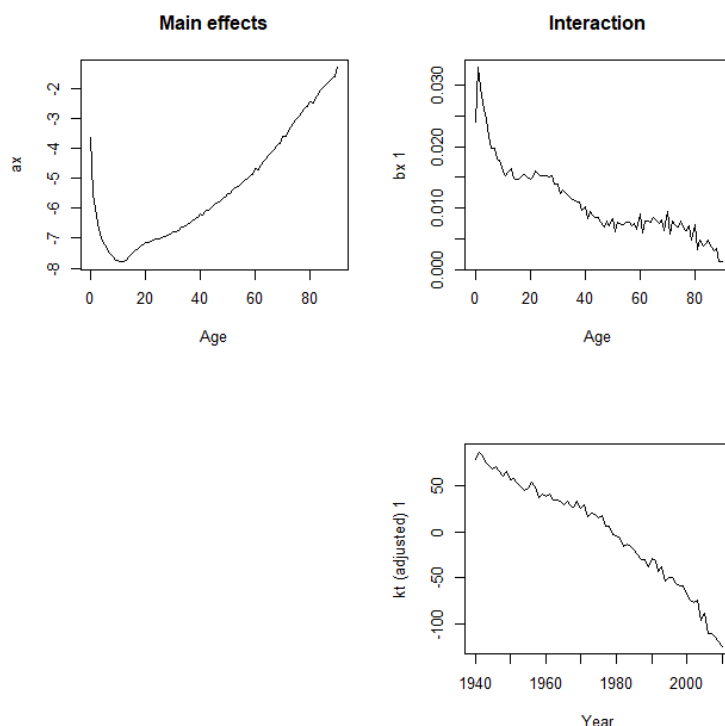


Figura 4.11: Parámetros α_x , β_x y k_t para la población de mujeres

acelera. Para el parámetro β_x tenemos un comportamiento similar, un aumento en su velocidad para los primeros años de edad que al superar cae considerablemente para iniciar una serie de altibajos hasta los últimos años de vida, presentando poco a poco una disminución. En el caso del parámetro k_t el comportamiento es aún más similar que los anteriores con respecto a la población total, se refleja como la tendencia de la mortalidad a rasgos generales va en descenso lo que significa menores tasas de mortalidad.

Ahora se analizara la figura 4.12 la cual refleja el comportamiento de los parámetros de Lee-Carter para la población masculina de Portugal. Aquí visualizamos que es la población masculina lo que le da el efecto de aumento en la mortalidad a la población total en el parámetro α_x , es justamente la porción masculina, por la conocida “joroba de los accidentes” la cual en este caso se encuentra entre los 18 y 30 años de edad. De igual forma en el parámetro β_x es la población masculina la que una vez superada el aumento de la mortalidad en las edades iniciales se observe una disminución considerable en la velocidad con la que varía la mortalidad, para posteriormente presentar descenso escalonado con altibajos. Para el parámetro k_t no se observa en si un cambio radical con las demás poblaciones, se refleja una clara tendencia a la baja.

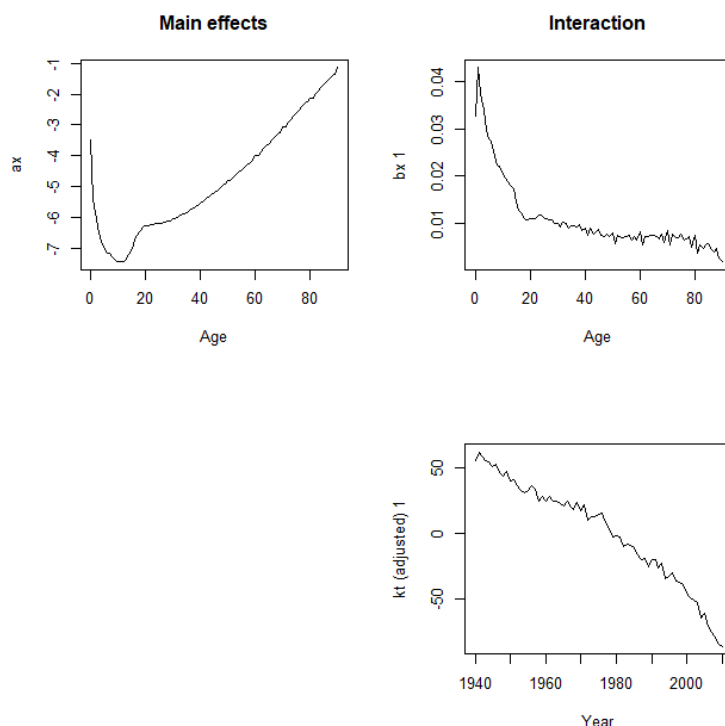


Figura 4.12: Parámetros α_x , β_x y k_t para la población de hombres

Una vez estimado los parámetros α_x , β_x y k_t , se proyectara el parámetro k_t para el periodo 2011-2060, usando 2.72, considerando el ARIMA (0,1,0) establecido originalmente, considerando un intervalo de confianza del 95 %, haciendo uso del paquete **forecast**. En las figuras 4.13, 4.14 y 4.15 están las gráficas de las proyección de k_t para la población total, población masculina y población femenina respectivamente. Como se puede observar, se esperaría que el parámetro k_t que representan la tendencia de la mortalidad continúe disminuyendo progresivamente a lo largo de los años de estudio.

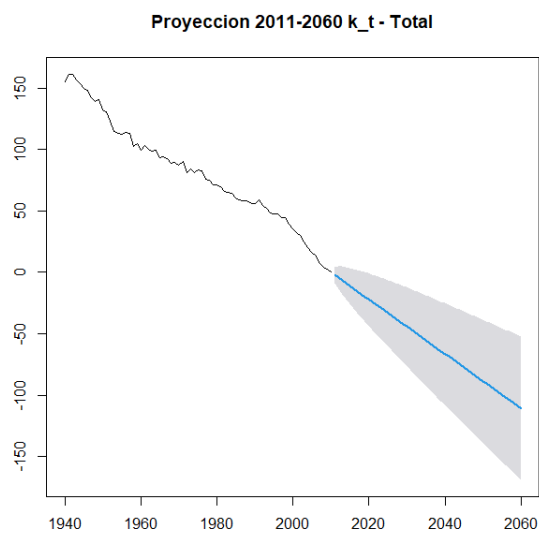


Figura 4.13: Proyección de k_t para la población total

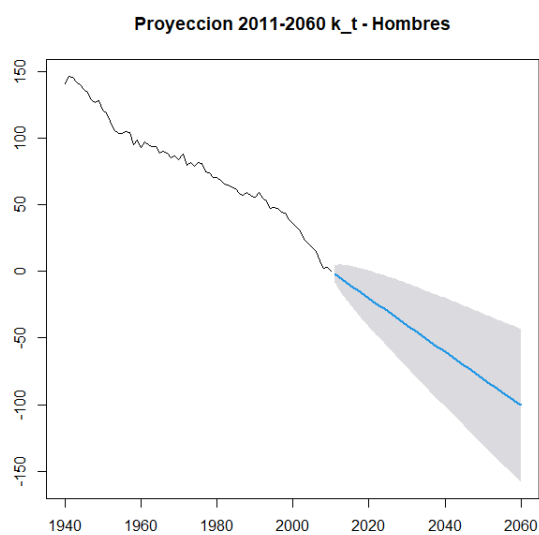


Figura 4.14: Proyección de k_t para la población de hombres

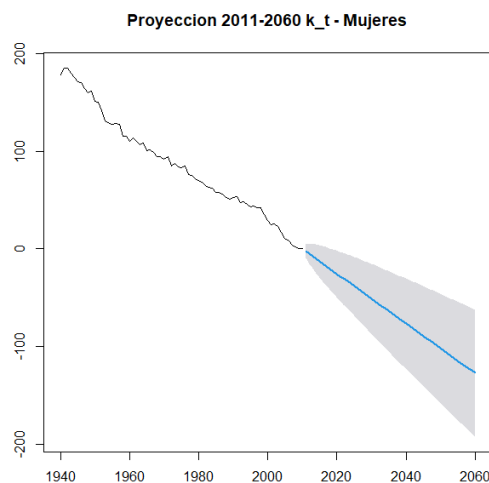


Figura 4.15: Proyección de k_t para la población de mujeres

Usando los valores de k_t proyectado se obtuvo las tablas de mortalidad para cada año calendario de los próximos 50 años, en la figura 4.16 se observa el comportamiento de la esperanza de vida para la población total, de hombres y mujeres de acuerdo a la proyección que arroja el modelo Lee-Carter. Se espera que para el 2060 la esperanza de vida de los portugueses sea de 85 años aproximadamente.

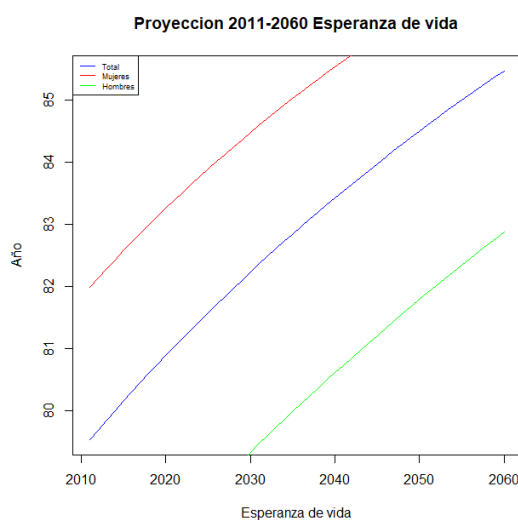


Figura 4.16: Proyección de e_0 para el periodo 2011 - 2060

4.2.2. Modelo Cairns-Blake-Dowd

Haciendo uso de la librería de R “StMoMo” se puede realizar análisis demográficos a partir del modelo de tipo edad-periodo-cohorte (CBD por las siglas de sus autores) propuesto por Andrew Cairns, David Blake y Kevin Dowd. Los autores basan su postulación en que las probabilidades en edades avanzadas tienen un comportamiento casi lineal, en la figura 4.17 podemos observar el comportamiento del logit de la probabilidad de fallecimiento para las poblaciones en tres (3) años específicos, se observa como al pasar los años el comportamiento presentado se asemeja más a una línea en las edades más avanzadas (mayores a 60 años), tal cual lo propuesto por los autores, sin embargo también se observa que a medida que han transcurrido los años este comportamiento se ha extendido a las edades anteriores (mayores a 20 años), por lo que se considera prudente aplicar el modelo CBD a todas las edades.

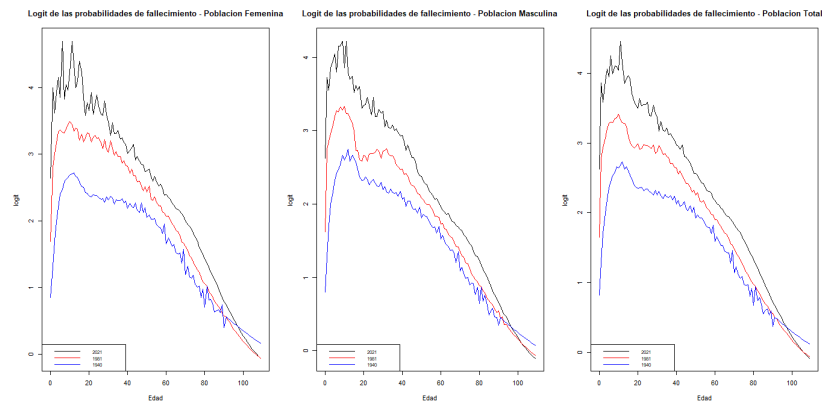


Figura 4.17: Logit de las probabilidades de fallecimiento

4.2.2.1. Estimación de Parámetros

Como se mencionó en el capítulo 2, consta de dos parámetros siendo estos $k_t^{(1)}$ el cual describe el patrón de la mortalidad en el tiempo, y $k_t^{(2)}$ que representa la pendiente de la mortalidad que se traduce en las des/mejoras en la mortalidad.

En las figuras 4.18, 4.19 y 4.20 podemos observar la estimación de los parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ para cada una de las poblaciones (total, femenino, masculino respectivamente) en el transcurso de años del periodo de estudio. Como se observa el parámetro $k_t^{(1)}$ decrece de acuerdo transcurren los años, lo que representa que las probabilidades de fallecimiento se han ido reduciendo, al comparar su comportamiento entre hombres y mujeres. Se observa que decrece más rápido en mujeres que en hombres lo que indica

una menor mortalidad en mujeres.

Continuando con el parámetro $k_t^{(2)}$, este parámetro muestra crecimiento a lo largo de los años, mostrando así mejorías en los niveles de mortalidad de los grupos de edad más jóvenes frente a los de edades más avanzadas.

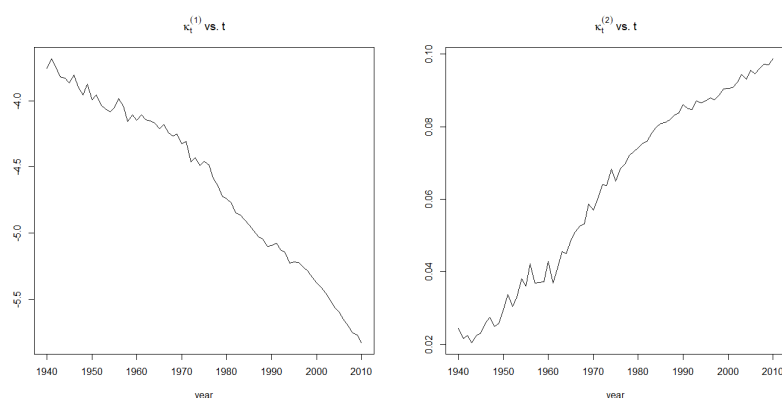


Figura 4.18: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Total

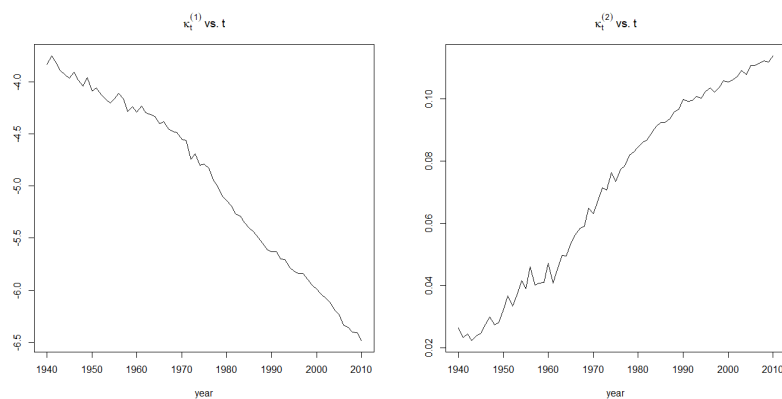


Figura 4.19: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Femenina

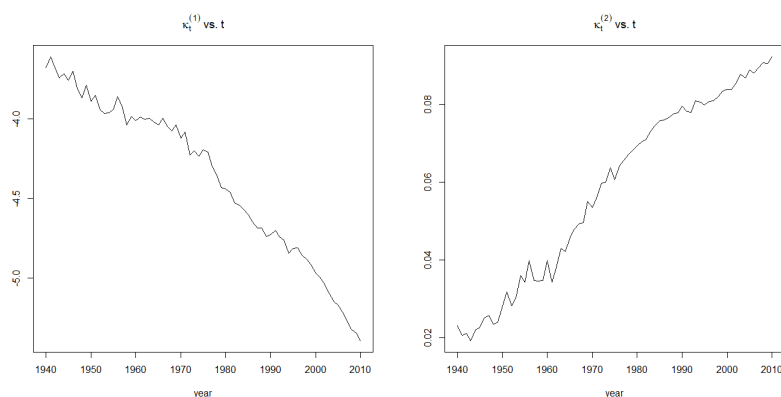


Figura 4.20: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ estimados - Población Masculina

Una vez estimados los parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ se proceden a proyectar para el periodo 2011 - 2060, en las figuras 4.21, 4.22 y 4.23 se reflejan las proyecciones considerando un intervalo de confianza del 95 % y un ARIMA (0,1,0). Como se puede observar en el parámetro $k_t^{(1)}$, se espera que la mortalidad en mujeres siga siendo aún menor que en hombres, de igual forma gracias a la proyección del parámetro $k_t^{(2)}$ se puede decir que en los grupos de edad más joven se mantiene un mejor nivel de mortalidad que en los grupos de edades avanzadas.

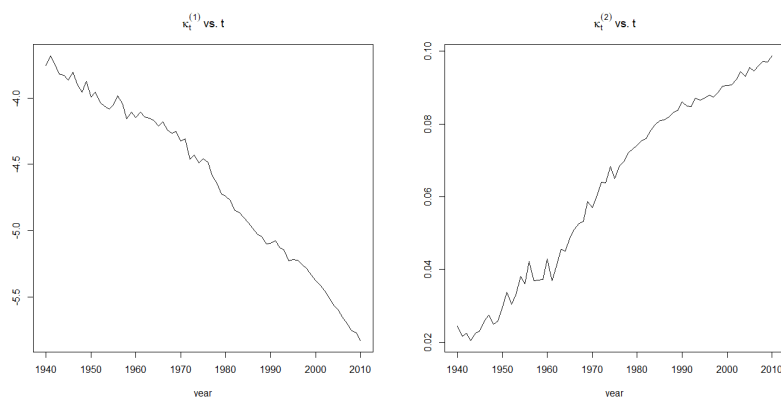


Figura 4.21: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Total

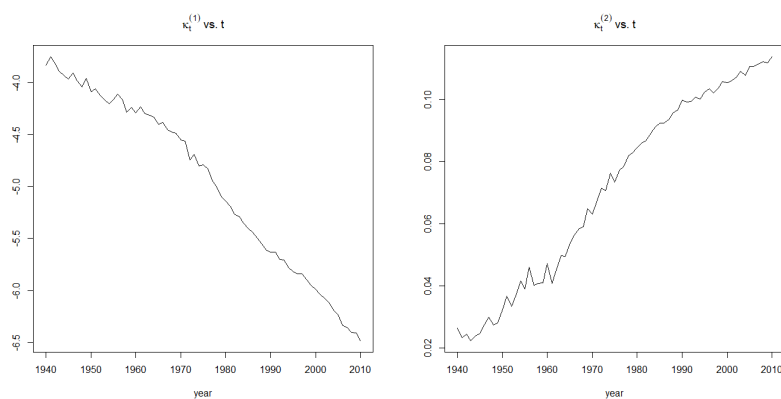


Figura 4.22: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Femenina



Figura 4.23: Parámetros $k_t^{(1)}$ y $k_t^{(2)}$ proyectados - Población Masculina

En la figura 4.24 se observa el comportamiento proyectado de la esperanza de vida al nacer para las tres poblaciones, al igual que con la proyección del modelo Lee-Carter se observa que las esperanzas de vida aumentarían con el tiempo de manera lineal, nuevamente se refleja que la esperanza de vida de las mujeres sea mayor que la de los hombres en por lo menos 3 años.

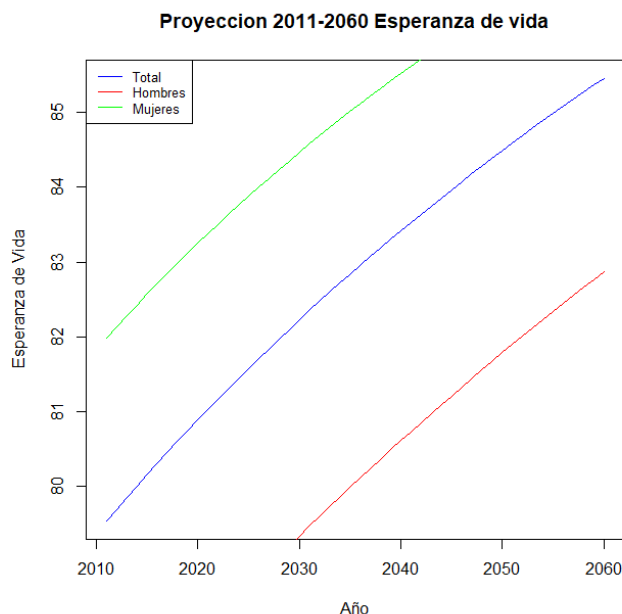


Figura 4.24: Proyección de e_0 para el periodo 2011 - 2060

4.2.3. Modelo Renshaw-Haberman

Haciendo uso nuevamente de la librería de R “StMoMo” se puede hacer análisis usando el modelo propuesto por A.E Renshaw y S. Haberman, los cuales se basan en una extensión del modelo Lee-Carter introduciendo el efecto de la cohorte incorporando el parámetro $\beta_x^2 \gamma_{t-x}$ el cual recoge este efecto y al cual se le añade una restricción.

4.2.3.1. Estimación de Parámetros

En la figura 4.25 se puede observar el comportamiento de los cuatro (4) parámetros involucrados en el modelo Renshaw-Haberman, para la población total, la población masculina y la femenina, ahora bien al evaluar cada uno de los parámetros, el parámetro α_x al igual que en el modelo Lee-Carter, este describe el patrón general de la mortalidad, de acuerdo a la figura 4.25 este parámetro tiene un comportamiento similar tanto para hombres como para mujeres en cada una de las edades, manteniendo en casi todas las edades que el tanto central de mortalidad es mayor en hombres que en mujeres y aumenta con la edad. De igual forma ocurre con el parámetro β_x en el modelo Renshaw-Haberman también describe la fuerza con la que aumenta o disminuye (dependiendo sea el caso) la mortalidad a través del tiempo, en este caso se observa un comportamiento inverso ya que en los hombres recién nacidos el comportamiento es mayor a las mujeres,

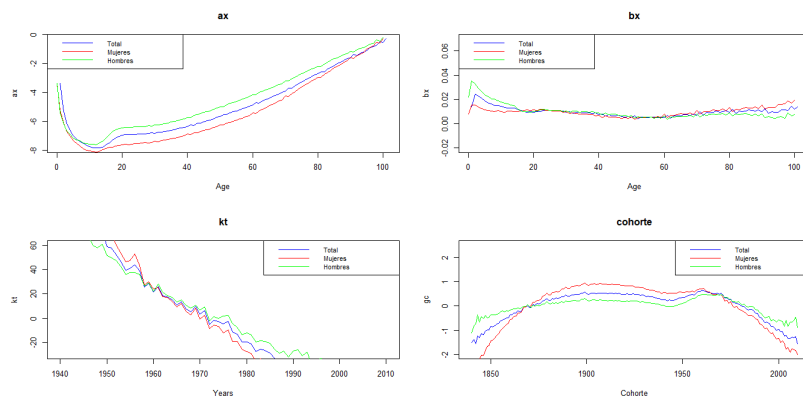


Figura 4.25: Parámetros a_x , b_x , k_t y cohorte estimados

pero a edades avanzadas se invierte siendo más en mujeres, para las edades comprendidas entre 18 a 80 años de edad se observan comportamientos prácticamente iguales. Siguiendo con el parámetro k_t el cual nuevamente describe la tendencia de la mortalidad a través de los años, se puede observar que este decrece más en mujeres que en hombres.

Por ultimo tenemos el parámetro $\beta_x^2 \gamma_{t-x}$ el cual describe el efecto de cohorte, como se mencionó anteriormente el efecto cohorte busca explicar la variación en la mortalidad de una generación debido a cambios sociales que se prolongan a lo largo del tiempo, cuando observamos el comportamiento de este parámetro se tiene que tanto hombres y mujeres se han visto beneficiados y perjudicados por las distintas condiciones en la calidad de vida.

4.3. Comparación de modelos

Para determinar cuál de los tres (3) modelos aplicados anteriormente se ajusta mejor al comportamiento de la serie histórica se compararon sus estimaciones con los datos observados mediante las siguientes medidas:

- **Criterio de información Akaike (AIC):** Es una medida de bondad de ajuste que permite describir la relación entre el sesgo y varianza en la construcción del modelo. No es una prueba de hipótesis, si no que proporciona un medio para la comparación entre modelos como herramienta para la selección. El modelo que tenga menor AIC es el mejor con respecto a los demás. Se define como:

$$AIC = 2k - 2\ln(L)$$

Dónde: k es el número de parámetros y $\ln(L)$ es la función de log-verosimilitud para el modelo estadístico.

- **Criterio de información Bayesiano (BIC):** Es una medida de bondad de ajuste que al igual que el criterio AIC es utilizado como criterio para la selección de modelos entre un conjunto. Se basa en la función de probabilidad logarítmica, se define como:

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(L)$$

Dónde: k es el número de parámetros y $\ln(L)$ es la función de log-verosimilitud para el modelo estadístico.

- **Error Cuadrático Medio (ECM):** Mide las diferencias entre los valores observados y los valores estimados, se define como:

$$ECM = \sqrt{\sum_x \frac{(VA_{obs} - VA_{est})^2}{T}}$$

- **Error Porcentual Absoluto Medio (EPAM):** Mide las diferencias relativas entre los valores observados y los valores estimados, se define como:

$$EPAM = \frac{\sum_x \frac{|VA_{obs} - VA_{est}|}{VA_{obs}}}{T}$$

En las tablas 4.1 y 4.2 se reflejan los valores arrojados por los criterios de información AIC y BIC se observa que para todos los resultados el modelo Lee-Carter es el de menor resultado, sin embargo en la mayoría de los casos el resultado arrojado por el modelo Renshaw-Haberman no difiere tanto.

Modelo	Total	Mujeres	Hombres
Lee-Carter	153,6	104,5	105,4
Cairns-Blake-Dowd	6.084	3.108	3.096
Renshaw-Haberman	159	139,14	114,72

Tabla 4.1: Valores de AIC.

Modelo	Total	Mujeres	Hombres
Lee-Carter	155,4	106,4	107,3
Cairns-Blake-Dowd	6.085	3.109	3.097
Renshaw-Haberman	162,2	114,37	107,95

Tabla 4.2: Valores de BIC.

En las tablas 4.3, 4.4 y 4.5 se reflejan los valores arrojados por cada uno de los años (2011-2021) de la medida de bondad de ajuste ECM para el modelo Lee-Carter, Cairns-Blake-Dowd y Renshaw-Haberman respectivamente, de acuerdo a esta información el modelo Lee-Carter es el que menor bondad de ajuste presenta en la mayoría de años, siendo candidato a ser el modelo a usar para estimar las funciones de la tabla de mortalidad especificadas en el capítulo 2.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,053914	0,058222	0,052701
2012	0,052140	0,056417	0,050231
2013	0,053205	0,057823	0,051323
2014	0,053938	0,058856	0,052020
2015	0,052997	0,057087	0,051615
2016	0,053133	0,057453	0,051495
2017	0,053677	0,058126	0,052048
2018	0,052992	0,057424	0,051125
2019	0,053812	0,058248	0,052198
2020	0,051284	0,055522	0,048802
2021	0,051107	0,055955	0,047875

Tabla 4.3: Valores ECM del modelo Lee-Carter.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,071229	0,068316	0,068856
2012	0,071378	0,068050	0,068966
2013	0,070104	0,067177	0,067678
2014	0,069176	0,066555	0,066770
2015	0,068773	0,066056	0,066098
2016	0,068086	0,065475	0,065431
2017	0,067354	0,064982	0,064752
2018	0,066832	0,064413	0,064162
2019	0,066174	0,064041	0,063643
2020	0,065908	0,063235	0,063031
2021	0,065342	0,062736	0,062595

Tabla 4.4: Valores ECM del modelo Cairns-Blake-Dowd.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,069418	0,070346	0,064707
2012	0,070423	0,071250	0,065119
2013	0,070768	0,071533	0,065016
2014	0,071720	0,072494	0,065755
2015	0,072824	0,073540	0,066064
2016	0,073972	0,074558	0,066791
2017	0,074463	0,074958	0,066948
2018	0,076399	0,076602	0,068559
2019	0,076797	0,077021	0,068686
2020	0,079648	0,079726	0,070041
2021	0,080606	0,080124	0,070684

Tabla 4.5: Valores ECM del modelo Renshaw-Haberman.

De igual forma en las tablas 4.6, 4.7 y 4.8 se reflejan los valores arrojados por cada uno de los años (2011-2021) de la medida de bondad de ajuste EPAM para el modelo Lee-Carter, Cairns-Blake-Dowd y Renshaw-Haberman respectivamente, de acuerdo a esta información el modelo Lee-Carter es el que menor bondad de ajuste presenta en la mayoría de años, reafirmando los resultados arrojados por el ECM siendo este modelo el elegido para estimar las funciones de la tabla de mortalidad especificadas en el capítulo 2.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,191983	0,262217	0,243614
2012	0,167522	0,233832	0,244565
2013	0,196823	0,232273	0,270302
2014	0,213558	0,320403	0,274265
2015	0,219932	0,302412	0,287190
2016	0,273798	0,322004	0,334936
2017	0,222375	0,388914	0,310221
2018	0,204468	0,262764	0,354683
2019	0,210497	0,301563	0,294441
2020	0,170557	0,217208	0,256944
2021	0,186642	0,292526	0,260472

Tabla 4.6: Valores EPAM del modelo Lee-Carter.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,295044	0,399202	0,229393
2012	0,308048	0,417503	0,218159
2013	0,297154	0,414235	0,221931
2014	0,302125	0,427486	0,229063
2015	0,298681	0,419336	0,222140
2016	0,285317	0,419667	0,233235
2017	0,332259	0,446490	0,244134
2018	0,331506	0,466267	0,265144
2019	0,341252	0,478048	0,253177
2020	0,347312	0,463024	0,260193
2021	0,365878	0,465936	0,271463

Tabla 4.7: Valores EPAM del modelo Cairns-Blake-Dowd.

Año	Total	Mujeres	Hombres
2011	0,176432	0,213404	0,188775
2012	0,198725	0,241120	0,189323
2013	0,204373	0,225318	0,205774
2014	0,210255	0,252374	0,206167
2015	0,234293	0,263544	0,212606
2016	0,243130	0,262278	0,252075
2017	0,258859	0,318419	0,253620
2018	0,285426	0,317435	0,237786
2019	0,296968	0,312696	0,265065
2020	0,312005	0,343690	0,257739
2021	0,334086	0,354137	0,278578

Tabla 4.8: Valores EPAM del modelo Renshaw-Haberman.

En el **anexo A**, encontrarán las tablas de probabilidades de supervivencias p_x y esperanzas de vida e_x para el periodo 2011 - 2060 de la población total, y cada subgrupo de población de hombres y mujeres resultante de la proyección por el modelo Lee-Carter.

4.4. Evaluación de productos Actuariales

A continuación se analizará el riesgo por longevidad haciendo uso de la tabla de mortalidad producto de las proyecciones por el modelo Lee-Carter para el periodo 2011-2060, específicamente en la correspondiente al año 2020, y la tabla de mortalidad publicada y actualizada al 31 de mayo de 2023 por el Instituto Nacional de Estadística (INE) de Portugal para el periodo 2020-2022, esta tabla se puede consultar en el anexo B (o a través del siguiente enlace: https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ine_indicadores&indOcorrCod=0004157&contexto=bd&selTab=tab2), como la tabla publicada por el INE es para ambos sexos, haremos uso de la tabla resultado de las proyecciones para la población total.

A fin de analizar el riesgo por longevidad, se considerarán seguros de vida, rentas vitalicias y planes de pensiones. Se evaluarán el riesgo de que las reservas constituidas para enfrentar los pagos de siniestros y prestaciones en estos tipos de productos resulte insuficiente, producto de utilizar tablas de mortalidad cuya probabilidades de supervivencia y fallecimiento este por debajo de lo real.

4.4.1. Rentas vitalicias

En el capítulo 2, se comentó un poco las rentas actuariales en la formula 2.100 tenemos la prima pura única o valor actuarial de un beneficio que consiste en el pago de una unidad monetaria, a una persona de edad x (a la fecha de contratación) al inicio de cada año póliza, mientras la persona este con vida:

$$\ddot{a}_x = v \cdot p_x + v^2 \cdot p_x + \dots = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{D_{x+n-1}}{D_x} = \frac{N_x}{D_x} \quad (4.1)$$

dónde:

- x : Edad de la persona a la fecha de contratación.
- v : factor de descuento $\frac{1}{1+i}$ donde i es la tasa de interés anual efectiva.
- p_x : Probabilidad de que una persona de edad x sobreviva a la edad $x + 1$.
- N_x y D_x : Conmutativos

A fin de medir el riesgo de longevidad para este tipo de productos actuariales se ilustra un ejemplo para su tarificación haciendo uso de las tablas antes mencionadas para después calcular los flujos generados por cada tabla.

Supongamos: La prima pura única para una persona de 60 años a una tasa de interés del 6 % que consiste en el pago de 1.000 unidades monetarias al inicio de cada año póliza mientras el asegurado este con vida.

De acuerdo al ejemplo anterior en la tabla 4.9 tenemos los parámetros establecidos:

Variable	Valor
Edad	60
Sexo	Indiferente
Beneficio	1.000
Interes	6 %

Tabla 4.9: Parámetros de la renta vitalicia.

Con estos parámetros se va a calcular el pago de la renta vitalicia haciendo uso de 4.1, estos valores se ilustraran en la tabla 4.10, esta nos indica que utilizando la tabla publicada por el INE se paga un valor de la renta vitalicia de 12.689,50 el cual resulta menor que el obtenido por el modelo Lee-Carter que es de 13.283,14, como se puede observar en el mismo arroja como diferencia un valor de -593,64 el cual representa el costo no esperado al que el asegurador tiene que hacer frente debido a infravalorar las probabilidades de supervivencia en la tarificación de la renta.

INE - Portugal	Lee-Carter	Diferencia
12.689,50	13.283,14	-593,64

Tabla 4.10: Diferencia de valor actual actuarial de las Rentas vitalicias

En la tabla 4.11 se observan la probabilidad de fallecimiento usada en ambos casos

De la misma forma se puede aplicar para otro tipo de rentas, bien sea temporal, diferida, fraccionada, sean anticipadas o vencidas.

Año	q_x	
	INE	Proyección
2020	0,006952	0,005597

Tabla 4.11: Probabilidades de Fallecimiento 2020 - 2022.

4.4.2. Seguros de Vida

En el capítulo 2, se comentó un poco respecto a los seguros de vida en la fórmula 2.105 tenemos el caso de un seguro ordinario de vida, cuya prima se paga anual nivelada:

A fin de medir el riesgo de longevidad para este tipo de seguros de vida se ilustra un ejemplo para su tarificación haciendo uso de las tablas antes mencionadas para después calcular los flujos generados por cada tabla.

Supongamos: Un seguro de vida vendido en 2020 a una persona de 35 años de edad, con una tasa de interés de 6 %, que consiste en la indemnización de 100.000 unidades monetarias pagaderos al final del año de la muerte.

De acuerdo al ejemplo anterior en la tabla 4.12 tenemos los parámetros establecidos:

Variable	Valor
Edad	35
Sexo	Indiferente
Beneficio	100.000
Interés	6 %

Tabla 4.12: Parámetros del Seguro de vida.

Por otra parte, en la tabla 4.13 se reflejan las diferencias del costo del seguro de vida para personas de 35 años de edad comercializado en el año 2020, en este caso se refleja una diferencia negativa de **86,62** unidades monetarias, con respecto a los cálculos realizados con la tabla de mortalidad del INE, esto debido a que en comparación a la proyectada, esta tabla sobrevalora la probabilidad de mortalidad dado que no se está considerando las mejores en la calidad de vida que se puedan presentar de un año a otro como se observa en la tabla 4.14, si bien es cierto que a las primeras edades se refleja una mayor probabilidad de fallecimiento, a las edades más adultas se observa como disminuye en comparación a la tabla de referencia del INE.

INE - Portugal	Lee-Carter	Diferencia
566,20	479,58	-86,62

Tabla 4.13: Coste del Seguro de vida considerando tabla de mortalidad INE vs. Lee-Carter.

Año	q_x	
	INE	Proyección
35	0,000637	0,000760
36	0,000699	0,000788
37	0,000750	0,000833
38	0,000902	0,000859
39	0,000964	0,001013
...
96	0,388203	0,270300
97	0,427995	0,309055
98	0,468652	0,228147
99	0,511078	0,363648
100	1,000000	1,000000

Tabla 4.14: Probabilidades de Fallecimiento 2020 - 2022.

4.4.3. Planes de Pensión

Ahora bien, se evaluará el riesgo de longevidad en un plan de pensiones de aportación definida. Para ellos se calcularán las prestaciones que recibirá el afiliado considerando la tabla de mortalidad del INE y se comparará los flujos con los resultados obtenidos a través de la proyección con el modelo Lee-Carter.

Supongamos: Un plan de pensiones de aportación definida para una mujer de 25 años de edad, cuyo primer aporte anual es de 650 unidades monetarias, con incremento del 1 % anual, considerando una edad de jubilación a los 65 años, las prestaciones de

este plan se presentan en forma de renta vitalicia con revalorización del 1 % con una tasa de interés efectiva anual del 3 %.

En la tabla 4.15 se presentan los parámetros resumen del plan de pensiones.

Variable	Valor
Edad	25
Sexo	Indiferente
Aporte Inicial	650
Crecimiento del aporte	1 %
Interes	3 %
Edad de jubilacion	60
Prestacion	Renta Vitalicia
Revalorizacion	1 %

Tabla 4.15: Parámetros del Plan de Pensión.

Debido a que las aportaciones y las prestaciones deben cumplir con una ecuación de equilibrio de tipo financiero-actuarial, de tal manera que el valor actual actuarial de las aportaciones debe ser igual al valor actual actuarial de las prestaciones, se establece:

$$\sum_{k=0}^{r-1} P_{k+1} v^k {}_k p_x = \sum_{k=r}^{r+s-1} R_{k-r+1} v^k {}_k p_x \quad (4.2)$$

dónde:

- x : Edad de la persona a contratar el plan de pensiones.
- r : Numero de aportaciones anuales que realiza.
- s : Numero de rentas anuales a recibir.
- v : factor de descuento igual a $\frac{1}{1+i}$, siendo i la tasa de interés efectiva anual.
- P_i : Monto de la i -esima aportación.
- R_j : Monto de la j -esima prestación.
- ${}_k p_x$: Probabilidad de que una persona de edad x sobreviva a la edad $x + k$.

Este caso al ser de tipo creciente, se suponen que las aportaciones y prestaciones están en progresión geométrica con razón $1 + \alpha$ y $1 + \beta$ respectivamente, siendo $\alpha > 0$ y $\beta > 0$, por lo tanto las rentas y los aportes quedan expresado de la siguiente manera:

$$P_i = P(1 + \alpha)^{i-1} \quad i = 1, \dots, r \quad (4.3)$$

$$R_j = R(1 + \beta)^{j-1} \quad j = 1, \dots, s \quad (4.4)$$

Con estos valores y 4.2, se concluye que la primera renta a recibir viene expresada por:

$$R_1 = R = \frac{P \sum_{k=0}^{r-1} v^k (1 + \alpha)^k {}_k p_x}{\sum_{k=r}^{r+s-1} v^k (1 + \beta)^k {}_k p_x} \quad (4.5)$$

el resto de rentas se calculan haciendo uso de 4.4.

En las tablas 4.16, 4.17, 4.18 y 4.19 se encuentran los flujos de aportaciones realizadas y prestaciones recibidas para el caso del ejemplo mencionado anteriormente. La suma de las aportaciones y prestaciones correspondiente a la pensión con la tabla de mortalidad del INE, da como resultado **0**, comprobándose así la ecuación de equilibrio que se planteó en 4.2, sin embargo cuando nos referimos al calculado por la proyección del modelo Lee-Carter, se observa un saldo en negativo de **-339,18**, esta cantidad es la que se constituye (o conoce) como el coste del riesgo de longevidad que se genera al infravalorar la supervivencia y es necesario para poder cumplir las obligaciones con el futuro pensionista.

De acuerdo a este ejemplo se ilustraran simulaciones del mismo plan con diferentes años de edad a razón de visualizar cómo se comporta el riesgo de longevidad a medida que la edad del asegurado al inicio del plan sea mayor, y por contrario la duración de los aportes realizados son menores.

En la tabla 4.20 se observan los valores del riesgo de longevidad para el plan en edades de 30 - 55 años, se refleja que a medida que mayor sea la edad del beneficiario menor es la cuantía del riesgo de longevidad esto debido a que al tener un periodo de tiempo menor las probabilidades de fallecimiento no varían tanto por lo que no se acumulan tantas pérdidas para el asegurador que recibe el plan de pensiones.

Edad	Flujo	VN	VA	VAA - INE	VAA - Lee-Carter
25	1	650,00	650,00	650,00	650,00
26	2	656,50	637,38	637,10	637,23
27	3	663,07	625,00	624,70	624,86
28	4	669,70	612,87	612,64	612,72
29	5	676,39	600,97	600,71	600,82
30	6	683,16	589,30	589,04	589,16
31	7	689,99	577,85	577,48	577,72
32	8	696,89	566,63	566,31	566,50
33	9	703,86	555,63	555,27	555,50
34	10	710,90	544,84	544,51	544,71
35	11	718,00	534,26	533,92	534,13
36	12	725,18	523,89	523,52	523,76
37	13	732,44	513,72	513,33	513,58
38	14	739,76	503,74	503,29	503,61
39	15	747,16	493,96	493,48	493,83
40	16	754,63	484,37	483,89	484,23
41	17	762,18	474,96	474,46	474,83
42	18	769,80	465,74	465,14	465,60

Tabla 4.16: Flujo de las aportaciones.

Edad	Flujo	VN	VA	VAA - INE	VAA - Lee-Carter
43	19	777,50	456,70	456,12	456,56
44	20	785,27	447,83	447,15	447,69
45	21	793,12	439,13	438,40	438,99
46	22	801,05	430,61	429,84	430,46
47	23	809,07	422,25	421,37	422,10
48	24	817,16	414,05	413,09	413,89
49	25	825,33	406,01	404,87	405,85
50	26	833,58	398,12	396,93	397,96
51	27	841,92	390,39	389,18	390,23
52	28	850,34	382,81	381,44	382,64
53	29	858,84	375,38	373,88	375,20
54	30	867,43	368,09	366,50	367,91
55	31	876,10	360,94	359,23	360,76
56	32	884,86	353,93	352,16	353,74
57	33	893,71	347,06	345,17	346,86
58	34	902,65	340,32	338,36	340,11
59	35	911,68	333,71	331,54	333,50

Tabla 4.17: Continuacion flujo de las aportaciones.

Edad	Flujo	VN	VA	VAA - INE	VAA - Lee-Carter
60	1	-1.437,35	-793,52	-416,73	-742,08
61	2	-1.451,73	-785,74	-416,47	-731,96
62	3	-1.466,24	-778,04	-416,25	-720,73
63	4	-1.480,91	-770,41	-415,92	-710,10
64	5	-1.495,72	-762,86	-415,81	-699,35
65	6	-1.510,67	-755,38	-415,43	-688,47
66	7	-1.525,78	-747,97	-415,03	-677,59
67	8	-1.541,04	-740,64	-414,72	-666,33
68	9	-1.556,45	-733,38	-414,30	-654,58
69	10	-1.572,01	-726,19	-413,95	-643,04
70	11	-1.587,73	-719,07	-413,63	-629,96
71	12	-1.603,61	-712,02	-413,13	-618,69
72	13	-1.619,65	-705,04	-412,05	-604,15
73	14	-1.635,84	-698,13	-411,78	-591,32
74	15	-1.652,20	-691,28	-410,76	-577,42
75	16	-1.668,72	-684,50	-409,58	-562,69
76	17	-1.685,41	-677,79	-408,59	-548,66
77	18	-1.702,26	-671,15	-406,69	-532,33
78	19	-1.719,29	-664,57	-404,76	-515,35
79	20	-1.736,48	-658,05	-403,76	-498,94
80	21	-1.753,84	-651,60	-401,27	-476,83
81	22	-1.771,38	-645,21	-398,80	-460,57
82	23	-1.789,10	-638,89	-395,86	-434,22
83	24	-1.806,99	-632,62	-391,96	-411,73
84	25	-1.825,06	-626,42	-387,01	-386,06
85	26	-1.843,31	-620,28	-380,72	-361,13

Tabla 4.18: Flujo de las prestaciones.

Edad	Flujo	VN	VA	VAA - INE	VAA - Lee-Carter
86	27	-1.861,74	-614,20	-374,07	-337,96
87	28	-1.880,36	-608,18	-366,52	-309,83
88	29	-1.899,16	-602,22	-358,19	-279,91
89	30	-1.918,15	-596,31	-348,97	-252,78
90	31	-1.937,33	-590,47	-338,05	-216,26
91	32	-1.956,71	-584,68	-326,87	-193,38
92	33	-1.976,28	-578,94	-314,71	-149,80
93	34	-1.996,04	-573,27	-301,58	-120,38
94	35	-2.016,00	-567,65	-287,48	-91,24
95	36	-2.036,16	-562,08	-272,51	-66,40
96	37	-2.056,52	-556,57	-256,74	-51,47
97	38	-2.077,09	-551,12	-240,04	-37,75
98	39	-2.097,86	-545,71	-222,98	-26,28
99	40	-2.118,83	-540,36	-205,17	-20,41

Tabla 4.19: Continuacion flujo de las prestaciones.

Edad	Valor
25	-339,18
35	-299,51
40	-247,68
45	-193,25
50	-136,08
55	-76,04

Tabla 4.20: Riesgo de longevidad.

Conclusiones y Recomendaciones

1.- De acuerdo a los criterios de información AIC y BIC, más los estadísticos de bondad de ajuste ECM y EPAM, de los tres (3) modelos de proyección de tablas de mortalidad dinámicas, el modelo Lee-Carter fue el que se ajustó mejor al comportamiento observado por lo cual se espera que de cara al futuro la proyecciones realizadas se asemejen a la realidad.

Recomendación Se recomienda explorar o usar otro abanico de modelos en busca de uno que se pueda adaptar mejor al comportamiento observado para así llegar a resultados más satisfactorios.

2.- Al evaluar los productos de rentas y seguros de vida se observó que la tabla de mortalidad publicada por el INE de Portugal arroja un resultado de 4% mayor que el calculado por el modelo Lee-Carter, lo que sugiere que está infravalorando la supervivencia y sobrevalorando la mortalidad.

Recomendación Se recomienda para los cálculos de seguros de vida y rentas vitalicias el uso de tablas resultado de proyecciones bajo un contexto dinámico para así poder considerar mejorías en la calidad de vida de la población.

3.- Para mitigar el riesgo por longevidad se puede hacer uso de distintas estrategias de transferencia de riesgo como es el reaseguro.

Recomendación Se recomienda explorar las oportunidades de transferencias de riesgos a través de los bonos de longevidad, swap de reaseguro, capitalización, entre otros, que permitan mitigar el riesgo para la empresa de seguro y no sea una carga considerable o rechazable para los terceros.

4.- El modelo original Lee-Carter ha sufrido varios ajustes o extensiones desde su publicación en 1992. Cambiando el uso de la matriz de descomposición en valores singulares como metodología para encontrar los parámetros por los GLM, e incluso

considerando los efectos de cohorte.

Recomendación Se recomienda usar para comparar ambas metodologías al igual que otras a razón de establecer la que mejores resultados arroje, haciendo también uso de otras librerías de R.

5.- De acuerdo a lo observado en la tabla 4.14 las probabilidades de fallecimiento cada vez van generando mayor diferencia esto debido a que en el contexto estático de la mortalidad se está usando la experiencia de una sola tabla de mortalidad, sin embargo en el contexto dinámico se están considerando las tres (3) tablas de mortalidad que interactúan, mejorando los resultados por las constantes mejoras en las condiciones de vida.

Recomendación Se recomienda usar tablas de mortalidad resultado de modelos de proyección dinámico a razón de considerar estas mejoras y no sobreestimar el nivel de mortalidad.

6.- Los modelos Cairns-Blake-Dowd y Renshaw-Haberman al considerar no solo los efectos de cohorte si no también los grupos de edad son más efectivos para edades más avanzadas y no tanto de manera general.

Recomendación Se recomienda usar estos modelos diferenciado los grupos de edad para así tener un mejor resultado, ya que al estudiar el riesgo por longevidad la principal prioridad o el principal factor son las personas en edades avanzadas.

7.- Los hombres al tener un mayor nivel de mortalidad que las mujeres se esperaría que el monto bajo concepto de riesgo de longevidad sea mayor que el de las mujeres.

Recomendación Se recomienda usar simular carteras diferenciado sexo y con distintas edades a razón de establecer cual tendría un mayor impacto para así hacer un mejor uso de las técnicas o medidas para mitigar este riesgo.

8.- Debido a las limitaciones de datos en Venezuela, se determino usar la experiencia poblacional de otro país, en este caso Portugal ya que a grandes rasgos en su evolución histórica comparte muchas similitudes con Venezuela.

Recomendación Se recomienda para nuevas investigaciones a realizar hacer uso de las experiencias poblacionales de otros países tanto de la región como del resto.

Lineas de Investigación

En vista de lo muy amplio del tema en investigación, quedan en el aire muchos aspectos importantes a considerar en futuros trabajos, como lo pueden ser:

- 1.** Realizar simulaciones con grupos poblacionales (cartera) para determinar monetariamente el impacto a manera de conocer como esta afectando la estabilidad de la población.
- 2.** Hacer uso de las metodologías teniendo como foco a la población envejecida (poblaciones mayores a 60 años de edad).
- 3.** Realizar simulaciones con distintos tipo de reaseguro como opción para mitigar el riesgo de longevidad.
- 4.** Realizar comparaciones haciendo uso de otro abanico de modelos de proyección de tablas dinámicas de mortalidad.
- 5.** Estudiar el impacto que tiene el riesgo de longevidad con respecto a la estabilidad del sistema de seguridad social.

Lista de Referencias

Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), *Dinámica Demográfica y Desarrollo en América Latina y el Caribe* 2005.

FUNDACIÓN MAPFRE, *El riesgo por longevidad y su aplicación práctica a solvencia II Modelos Actuariales avanzados para su gestión* 2014.

RODRIGUEZ-REYES. LUIS RAUL, *El manejo del riesgo de longevidad en los sistemas públicos de pensiones. Una propuesta de uso de swaps de longevidad para México* 2017.

BENCHIMOL. ANDRÉS GUSTAVO, *Proyección de Tablas de Mortalidad Dinámicas y Análisis Actuarial del Riesgo de Longevidad* 2016.

BAUTISTA RAMOS. SUSANA, *Estudio de longevidad aplicando Redes Neuronales Artificiales* 2021.

ORTEGA. ANTONIO, *Tablas de Mortalidad* 1987.

DIAZ MATA. ALFREDO Y AGUILERA GOMEZ. VICTOR M., *Matemáticas Financieras* 2008.

BETZUEN. AMANCIO, *Planes y fondos de pensiones. Su cálculo y valoración* 1989.

VEGAS PEREZ. AMGEL, *Estadística, aplicaciones económicas y actuariales* 1982.

LECINA GARCIA. JOSE MARÍA, *Los Planes de prevision. Un tratamiento actuarial* 1990.

FELIPE CHECA. MARIA ANGELES Y MONTSERRAT GUILLEN. ESTANY, *Evolución y predicción de tablas de mortalidad dinamicas para la población española* 1999.

ROCHA INCLÁN. MAURICIO, *Tablas de Mortalidad* 2003.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA E INFORMATICA, *Perú: Situación y Perspectivas de la Mortalidad por Sexo y Grupos de Edad, Nacional y por Departamentos, 1990-2025* 2010.

GUJARATI. DAMODAR Y PORTER. DAWN, *Econometría* 2009.

PITACCO. ERMANNO, DENUIT. MICHEL, HABERMAN. STEVEN Y OLIVIERI. ANNAMARIA, *Modelling longevity dynamics for pensions and annuity business* 2009.

CHARPENTIER. ARTHUR, *Computational actuarial science with R* 2015.

LEE. RONALD Y CARTER. LAWRENCE, *Modelling and Forecasting U.S. Mortality* 1992.

LEE. RONALD Y NAN. LI, *Coherent mortality forecasts for a group of populations an extension of the lee-carter method* 2005.

CAIRNS. ANDREW, BLAKE. DAVID Y DOWD. KEVIN, *Pricing Death Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk* 2006.

RENSHAW. ARTHUR Y STEVEN HABERMAN, *A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors* 2006.

DYLEWSKA. EWA Y GALINDO. PURIFICACION, *Construccion de tablas de vida dinamicas para uno o dos sexos* 2012.

Anexo A: Tablas de Mortalidad - Proyección Lee-Carter

Edad	2011		2012		2013		2014		2015	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,997421	79,535576	0,997580	79,694359	0,997730	79,850917	0,997871	80,005319	0,998002	80,157630
1	0,999829	78,741104	0,999843	78,887525	0,999856	79,032458	0,999868	79,175930	0,999879	79,317963
2	0,999874	77,754494	0,999883	77,899838	0,999891	78,043781	0,999899	78,186342	0,999907	78,327537
3	0,999890	76,764254	0,999897	76,908901	0,999904	77,052196	0,999910	77,194155	0,999916	77,334792
4	0,999894	75,772832	0,999901	75,916747	0,999907	76,059544	0,999912	76,201036	0,999917	76,341236
5	0,999896	74,780586	0,999901	74,924243	0,999907	75,066609	0,999912	75,207694	0,999916	75,347510
6	0,999900	73,788331	0,999905	73,931585	0,999910	74,073569	0,999915	74,214292	0,999919	74,353765
7	0,999894	72,795635	0,999899	72,938530	0,999904	73,080171	0,999909	73,220568	0,999913	73,359731
8	0,999893	71,803295	0,999898	71,945837	0,999902	72,087143	0,999906	72,227220	0,999911	72,366077
9	0,999901	70,810935	0,999905	70,953155	0,999909	71,094152	0,999913	71,233933	0,999917	71,372506
10	0,999888	69,817922	0,999892	69,959849	0,999897	70,100565	0,999901	70,240077	0,999905	70,378393
11	0,999879	68,825703	0,999884	68,967334	0,999888	69,107765	0,999893	69,247003	0,999897	69,385055
12	0,999879	67,833944	0,999884	67,975278	0,999888	68,115422	0,999892	68,254384	0,999897	68,392169
13	0,999869	66,842071	0,999874	66,983115	0,999878	67,122980	0,999883	67,261671	0,999887	67,399195
14	0,999834	65,850771	0,999840	65,991508	0,999846	66,131077	0,999851	66,269483	0,999856	66,406732
15	0,999778	64,861598	0,999785	65,001977	0,999792	65,141199	0,999798	65,279269	0,999805	65,416193
16	0,999705	63,875917	0,999714	64,015870	0,999722	64,154677	0,999731	64,292346	0,999739	64,428879
17	0,999650	62,894601	0,999660	63,034040	0,999669	63,172348	0,999679	63,309529	0,999688	63,445389
18	0,999579	61,916473	0,999591	62,055335	0,999602	62,193080	0,999613	62,329713	0,999624	62,465239
19	0,999531	60,942317	0,999544	61,080527	0,999556	61,217635	0,999568	61,353648	0,999579	61,488568
20	0,999507	59,970677	0,999520	60,108193	0,999533	60,244625	0,999545	60,379977	0,999558	60,514252
21	0,999494	58,999999	0,999508	59,136802	0,999521	59,272537	0,999534	59,407207	0,999546	59,540818
22	0,999510	58,029594	0,999523	58,165674	0,999536	58,300705	0,999549	58,434688	0,999562	58,567626
23	0,999518	57,057818	0,999531	57,193185	0,999545	57,327518	0,999557	57,460820	0,999570	57,593095
24	0,999494	56,085119	0,999509	56,219773	0,999522	56,353413	0,999536	56,486039	0,999549	56,617655
25	0,999484	55,113244	0,999498	55,247169	0,999512	55,380098	0,999525	55,512031	0,999538	55,642971
26	0,999459	54,141462	0,999474	54,274673	0,999488	54,406904	0,999502	54,538157	0,999516	54,668434
27	0,999434	53,170505	0,999450	53,302991	0,999464	53,434515	0,999478	53,565079	0,999493	53,694682
28	0,999418	52,200214	0,999434	52,332071	0,999449	52,462884	0,999464	52,592753	0,999479	52,721678
29	0,999365	51,230424	0,999381	51,361439	0,999396	51,491528	0,999411	51,620689	0,999426	51,748923
30	0,999332	50,262671	0,999349	50,392963	0,999366	50,522344	0,999382	50,650813	0,999398	50,778370
31	0,999265	49,295916	0,999281	49,425449	0,999296	49,554088	0,999314	49,681831	0,999329	49,808677
32	0,999260	48,331831	0,999278	48,460639	0,999296	48,588565	0,999313	48,715609	0,999330	48,841770
33	0,999196	47,367264	0,999215	47,495297	0,999234	47,622464	0,999252	47,748765	0,999270	47,874198
34	0,999118	46,404989	0,999138	46,532224	0,999157	46,658609	0,999176	46,784144	0,999195	46,908827
35	0,999066	45,445495	0,999087	45,571934	0,999107	45,697538	0,999128	45,822305	0,999147	45,946235
36	0,999012	44,487521	0,999034	44,613128	0,999056	44,737914	0,999077	44,861880	0,999098	44,985023
37	0,998939	43,531003	0,998962	43,655761	0,998984	43,779715	0,999006	43,902864	0,999028	44,025204
38	0,998875	42,576707	0,998900	42,700605	0,998924	42,823713	0,998948	42,946030	0,998972	43,067534
39	0,998893	41,624102	0,998918	41,747080	0,998943	41,869287	0,998967	41,990719	0,998991	42,111373
40	0,998823	40,677932	0,998851	40,800023	0,998879	40,921354	0,998906	41,041923	0,998933	41,161728
41	0,998840	39,733334	0,998857	39,854446	0,998883	39,974813	0,998909	40,094435	0,998934	40,213308
42	0,9988391	38,795021	0,9988423	38,915271	0,998855	39,034788	0,998868	39,153569	0,998881	39,271611
43	0,9988183	37,856719	0,9988215	37,975930	0,9988246	38,094424	0,9988277	38,212198	0,9988307	38,329248
44	0,9988075	36,924731	0,9988109	37,042962	0,9988143	37,160488	0,9988176	37,277306	0,9988209	37,393413
45	0,9997946	35,994988	0,9997984	36,112184	0,9998021	36,228688	0,9998058	36,344498	0,9998094	36,459609
46	0,9997662	35,068062	0,9997700	35,184138	0,9997737	35,299536	0,9997774	35,414255	0,9997810	35,528290
47	0,9997412	34,149072	0,9997451	34,264099	0,9997490	34,378460	0,9997529	34,492153	0,9997566	34,605173
48	0,9997253	33,236388	0,9997299	33,350371	0,9997344	33,463700	0,9997389	33,576369	0,9997433	33,688375
49	0,9996968	32,326561	0,9997014	32,439339	0,9997059	32,551475	0,9997104	32,662964	0,9997147	32,773804
50	0,9996870	31,423354	0,9996924	31,535000	0,9996978	31,646013	0,9997031	31,756391	0,9997082	31,866129
51	0,9996259	30,520450	0,9996306	30,630744	0,9996352	30,740423	0,9996398	30,849481	0,9996443	30,957915
52	0,9996308	29,633190	0,9996368	29,742470	0,9996428	29,851139	0,9996486	29,959194	0,9996544	30,066630
53	0,9995853	28,741156	0,9995915	28,849060	0,9995977	28,956367	0,9996037	29,063074	0,9996097	29,169175
54	0,9995620	27,858771	0,9995687	27,965337	0,9995753	28,071317	0,9995818	28,176708	0,9995882	28,281505
55	0,9995359	26,979128	0,9995434	27,084305	0,9995507	27,188908	0,9995579	27,292933	0,9995650	27,396377
56	0,9995005	26,102578	0,9995085	26,206247	0,9995164	26,309357	0,9995242	26,411902	0,9995318	26,513879
57	0,994332	25,231116	0,994414	25,333219	0,994494	25,434778	0,994573	25,535786	0,994651	25,636241
58	0,994050	24,372080	0,994144	24,472719	0,994237	24,572823	0,994328	24,672386	0,994418	24,771406

Figura 6.1: Poblacion total periodo 2011-2015

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,993236	23,514979	0,993329	23,613930	0,993421	23,712359	0,993511	23,810264	0,993601	23,907640
60	0,993370	22,671721	0,993494	22,769163	0,993615	22,866092	0,993734	22,962504	0,993851	23,058396
61	0,991631	21,819703	0,991731	21,915006	0,991830	22,009821	0,991928	22,104144	0,992025	22,197971
62	0,991768	20,999641	0,991903	21,093564	0,992035	21,187003	0,992166	21,279953	0,992295	21,372411
63	0,990986	20,169803	0,991134	20,261679	0,991278	20,353088	0,991421	20,444025	0,991561	20,534489
64	0,990146	19,348714	0,990306	19,438462	0,990464	19,527761	0,990619	19,616606	0,990772	19,704995
65	0,989368	18,536300	0,989552	18,623843	0,989732	18,710955	0,989910	18,797631	0,990084	18,883868
66	0,988105	17,730118	0,988300	17,815202	0,988492	17,899878	0,988681	17,984140	0,988866	18,067986
67	0,986556	16,937541	0,986763	17,020190	0,986967	17,102450	0,987168	17,184316	0,987366	17,265784
68	0,985746	16,161537	0,985991	16,241796	0,986232	16,321680	0,986469	16,401185	0,986702	16,480309
69	0,982663	15,388013	0,982892	15,465459	0,983118	15,542555	0,983342	15,619297	0,983562	15,695681
70	0,983388	14,650684	0,983717	14,725944	0,984040	14,800860	0,984357	14,875428	0,984667	14,949644
71	0,977931	13,889729	0,978196	13,961417	0,978458	14,032803	0,978716	14,103882	0,978972	14,174652
72	0,978149	13,191895	0,978523	13,261473	0,978890	13,330749	0,979252	13,399719	0,979607	13,468380
73	0,974733	12,475424	0,975127	12,541570	0,975515	12,607442	0,975898	12,673036	0,976274	12,738349
74	0,971261	11,785853	0,971700	11,848718	0,972133	11,911328	0,972559	11,973681	0,972978	12,035772
75	0,969632	11,119792	0,970161	11,179238	0,970680	11,238448	0,971191	11,297419	0,971692	11,356148
76	0,963468	10,452394	0,964000	10,507702	0,964525	10,562809	0,965042	10,617714	0,965552	10,672413
77	0,959235	9,829765	0,959823	9,881433	0,960402	9,932919	0,960974	9,984221	0,961537	10,035335
78	0,956067	9,226261	0,956778	9,274133	0,957477	9,321841	0,958164	9,369384	0,958841	9,416760
79	0,944020	8,627245	0,944621	8,670505	0,945216	8,713637	0,945804	8,756641	0,946387	8,799515
80	0,948898	8,109185	0,949744	8,149503	0,950577	8,189694	0,951396	8,229755	0,952201	8,269686
81	0,930042	7,518969	0,930575	7,554277	0,931104	7,589505	0,931629	7,624649	0,932150	7,659710
82	0,928404	7,046938	0,929213	7,080558	0,930014	7,114085	0,930805	7,147517	0,931588	7,180852
83	0,916825	6,551820	0,917597	6,581860	0,918362	6,611815	0,919121	6,641683	0,919872	6,671464
84	0,909616	6,100847	0,910532	6,128030	0,911439	6,155125	0,912337	6,182130	0,913226	6,209044
85	0,903830	5,657374	0,904936	5,681036	0,906030	5,704612	0,907112	5,728104	0,908182	5,751509
86	0,885577	5,206131	0,886556	5,225305	0,887528	5,244415	0,888492	5,263461	0,889448	5,282443
87	0,871116	4,814198	0,872053	4,829954	0,872985	4,845651	0,873910	4,861288	0,874829	4,876867
88	0,862618	4,452498	0,863785	4,465240	0,864943	4,477923	0,866092	4,490548	0,867232	4,503114
89	0,830519	4,081979	0,831112	4,090540	0,831702	4,099058	0,832291	4,107534	0,832878	4,115968
90	0,841058	3,812939	0,842536	3,820164	0,844000	3,827338	0,845453	3,834461	0,846893	3,841534
91	0,780675	3,439011	0,780414	3,440680	0,780152	3,442342	0,779890	3,443995	0,779628	3,445641
92	0,780126	3,264705	0,780610	3,268105	0,781094	3,271498	0,781577	3,274885	0,782059	3,278266
93	0,752604	3,043923	0,752632	3,046077	0,752659	3,048224	0,752686	3,050365	0,752714	3,052500
94	0,730890	2,880160	0,730726	2,882899	0,730561	2,885629	0,730396	2,888350	0,730231	2,891062
95	0,737706	2,756522	0,738492	2,761004	0,739277	2,765475	0,740059	2,769937	0,740839	2,774389
96	0,707879	2,558836	0,708338	2,561648	0,708797	2,564449	0,709256	2,567240	0,709713	2,570019
97	0,682307	2,408459	0,682486	2,410542	0,682664	2,412609	0,682842	2,414661	0,683020	2,416698
98	0,700270	2,297065	0,701900	2,299387	0,703523	2,301685	0,705138	2,303960	0,706746	2,306211
99	0,641492	2,066246	0,641388	2,063595	0,641284	2,060949	0,641179	2,058308	0,641075	2,055673
100	0,000000	1,941566	0,000000	1,937830	0,000000	1,934101	0,000000	1,930379	0,000000	1,926664

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2016		2017		2018		2019		2020	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,998126	80,307910	0,998242	80,456218	0,998351	80,602610	0,998453	80,747136	0,998549	80,889847
1	0,999889	79,458582	0,999898	79,597806	0,999906	79,735658	0,999914	79,872157	0,999921	80,007321
2	0,999914	78,467385	0,999920	78,605901	0,999926	78,743100	0,999931	78,879000	0,999936	79,013613
3	0,999922	77,474120	0,999927	77,612154	0,999931	77,748906	0,999936	77,884390	0,999940	78,018617
4	0,999922	76,480155	0,999927	76,617805	0,999931	76,754198	0,999935	76,889345	0,999939	77,023257
5	0,999921	75,486068	0,999925	75,623377	0,999929	75,759449	0,999933	75,894293	0,999937	76,027919
6	0,999923	74,491997	0,999927	74,628998	0,999931	74,764776	0,999935	74,899343	0,999938	75,032706
7	0,999917	73,497668	0,999921	73,634389	0,999925	73,769901	0,999928	73,904214	0,999932	74,037336
8	0,999914	72,503723	0,999918	72,640165	0,999922	72,775411	0,999925	72,909470	0,999929	73,042351
9	0,999921	71,509880	0,999924	71,646061	0,999927	71,781058	0,999931	71,914878	0,999934	72,047529
10	0,999908	70,515519	0,999912	70,651464	0,999916	70,786234	0,999919	70,919836	0,999922	71,052279
11	0,999901	69,521927	0,999904	69,657627	0,999908	69,792162	0,999912	69,925538	0,999915	70,057763
12	0,999900	68,528784	0,999904	68,664236	0,999908	68,798532	0,999911	68,931678	0,999915	69,063680
13	0,999892	67,535559	0,999896	67,670768	0,999899	67,804830	0,999903	67,937750	0,999907	68,069534
14	0,999862	66,542830	0,999866	66,677783	0,999871	66,811596	0,999876	66,944277	0,999880	67,075831
15	0,999811	65,551977	0,999817	65,686626	0,999823	65,820145	0,999828	65,952542	0,999834	66,083820
16	0,999746	64,564284	0,999754	64,698565	0,999761	64,831728	0,999768	64,963777	0,999775	65,094719
17	0,999697	63,580533	0,999705	63,714365	0,999714	63,847091	0,999722	63,978716	0,999730	64,109244
18	0,999634	62,599662	0,999644	62,732987	0,999654	62,865219	0,999663	62,996363	0,999673	63,126422
19	0,999590	61,622400	0,999601	61,755149	0,999612	61,886819	0,999622	62,017414	0,999632	62,146939
20	0,999569	60,647455	0,999581	60,779589	0,999592	60,910658	0,999603	61,040667	0,999613	61,169619
21	0,999558	59,673371	0,999570	59,804871	0,999581	59,935321	0,999593	60,064726	0,999603	60,193088
22	0,999574	58,699523	0,999585	58,830383	0,999597	58,960208	0,999608	59,089002	0,999619	59,216768
23	0,999582	57,724346	0,999594	57,854574	0,999606	57,983783	0,999617	58,111976	0,999628	58,239157
24	0,999562	56,748263	0,999574	56,877865	0,999586	57,006464	0,999598	57,134063	0,999609	57,260664
25	0,999551	55,772920	0,999564	55,901880	0,999576	56,029853	0,999588	56,156842	0,999599	56,282848
26	0,999529	54,797736	0,999542	54,926064	0,999554	55,053421	0,999567	55,179809	0,999578	55,305229
27	0,999506	53,823326	0,999520	53,951014	0,999533	54,077745	0,999545	54,203522	0,999557	54,328346
28	0,999493	52,849661	0,999506	52,976702	0,999520	53,102802	0,999533	53,227963	0,999546	53,352185
29	0,999440	51,876231	0,999454	52,002614	0,999468	52,128072	0,999481	52,252605	0,999494	52,376216
30	0,999413	50,905015	0,999428	51,030749	0,999442	51,155572	0,999456	51,279485	0,999470	51,402488
31	0,999345	49,934628	0,999360	50,059682	0,999374	50,183841	0,999388	50,307103	0,999402	50,429471
32	0,999346	48,967049	0,999362	49,091444	0,999378	49,214955	0,999393	49,337584	0,999408	49,459329
33	0,999287	47,998764	0,999304	48,122461	0,999320	48,245290	0,999337	48,367250	0,999352	48,488340
34	0,999213	47,032657	0,999230	47,155633	0,999247	47,277755	0,999264	47,399023	0,999281	47,519435
35	0,999166	46,069326	0,999185	46,191577	0,999204	46,312987	0,999222	46,433556	0,999239	46,553282
36	0,999118	45,107342	0,999137	45,228835	0,999157	45,349502	0,999175	45,469341	0,999194	45,588352
37	0,999049	44,146735	0,999070	44,267455	0,999090	44,387362	0,999109	44,506456	0,999129	44,624736
38	0,998995	43,188283	0,999017	43,308215	0,999039	43,427348	0,999060	43,545682	0,999081	43,663214
39	0,998815	42,231249	0,998838	42,350342	0,998860	42,468653	0,998883	42,586179	0,998904	42,702918
40	0,998759	41,280767	0,998785	41,399036	0,998810	41,516535	0,998834	41,633262	0,998858	41,749214
41	0,998559	40,331430	0,998583	40,448798	0,998607	40,565409	0,998631	40,681263	0,998654	40,796357
42	0,998545	39,388912	0,998574	39,505469	0,998602	39,621280	0,998630	39,736343	0,998657	39,850655
43	0,998336	38,445573	0,998366	38,561168	0,998394	38,676032	0,998422	38,790163	0,998450	38,903558
44	0,998241	37,508805	0,998272	37,623481	0,998303	37,737436	0,998334	37,850670	0,998364	37,963179
45	0,998129	36,574018	0,998164	36,687724	0,998198	36,800722	0,998231	36,913011	0,998264	37,024587
46	0,997845	35,641638	0,997880	35,754296	0,997915	35,866262	0,997948	35,977532	0,997982	36,088104
47	0,997604	34,717517	0,997640	34,829183	0,997676	34,940166	0,997712	35,050465	0,997747	35,160077
48	0,997476	33,799715	0,997518	33,910386	0,997559	34,020384	0,997600	34,129708	0,997641	34,238353
49	0,997191	32,883992	0,997233	32,993522	0,997275	33,102394	0,997316	33,210603	0,997357	33,318147
50	0,997133	31,975224	0,997183	32,083673	0,997232	32,191473	0,997280	32,298620	0,997327	32,405113
51	0,996488	31,065722	0,996532	31,172898	0,996576	31,279439	0,996619	31,385344	0,996662	31,490608
52	0,996600	30,173443	0,996656	30,279632	0,996711	30,385192	0,996765	30,490120	0,996818	30,594414
53	0,996156	29,274669	0,996214	29,379550	0,996271	29,483817	0,996327	29,587465	0,996383	29,690493
54	0,995945	28,385704	0,996007	28,489304	0,996068	28,592299	0,996129	28,694687	0,996188	28,796466
55	0,995720	27,499235	0,995789	27,601504	0,995856	27,703181	0,995923	27,804263	0,995988	27,904747
56	0,995394	26,615286	0,995468	26,716117	0,995541	26,816369	0,995612	26,916040	0,995683	27,015127
57	0,994728	25,736139	0,994804	25,835476	0,994879	25,934249	0,994953	26,032455	0,995025	26,130090
58	0,994507	24,869880	0,994594	24,967802	0,994680	25,065171	0,994764	25,161982	0,994848	25,258233

Figura 6.2: Poblacion total periodo 2016-2020

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,993689	24,004483	0,993776	24,100789	0,993862	24,196556	0,993946	24,291781	0,994030	24,386459
60	0,993965	23,153764	0,994078	23,248604	0,994188	23,342914	0,994297	23,436689	0,994403	23,529927
61	0,992120	22,291299	0,992215	22,384124	0,992308	22,476442	0,992400	22,568251	0,992491	22,659546
62	0,992421	21,464373	0,992545	21,555835	0,992668	21,646795	0,992788	21,737248	0,992906	21,827193
63	0,991699	20,624473	0,991835	20,713976	0,991968	20,802993	0,992100	20,891522	0,992229	20,979560
64	0,990922	19,792922	0,991070	19,880385	0,991215	19,967381	0,991359	20,053906	0,991499	20,139957
65	0,990255	18,969662	0,990424	19,055010	0,990589	19,139908	0,990752	19,224353	0,990912	19,308342
66	0,989049	18,151411	0,989229	18,234413	0,989405	18,316987	0,989579	18,399132	0,989750	18,480842
67	0,987561	17,346852	0,987753	17,427515	0,987942	17,507771	0,988128	17,587616	0,988311	17,667047
68	0,986931	16,559048	0,987156	16,637398	0,987377	16,715356	0,987595	16,792919	0,987808	16,870084
69	0,983779	15,771705	0,983994	15,847365	0,984206	15,922657	0,984415	15,997580	0,984621	16,072128
70	0,984971	15,023507	0,985269	15,097011	0,985562	15,170156	0,985848	15,242937	0,986129	15,315352
71	0,979224	14,245109	0,979474	14,315250	0,979721	14,385072	0,979964	14,454571	0,980205	14,523744
72	0,979956	13,536729	0,980300	13,604764	0,980637	13,672481	0,980969	13,739877	0,981295	13,806951
73	0,976645	12,803379	0,977009	12,868121	0,977369	12,932575	0,977722	12,996735	0,978071	13,060601
74	0,973391	12,097601	0,973798	12,159162	0,974199	12,220455	0,974594	12,281477	0,974983	12,342225
75	0,972185	11,414634	0,972670	11,472873	0,973146	11,530863	0,973615	11,588603	0,974075	11,646089
76	0,966055	10,726905	0,966550	10,781186	0,967038	10,835255	0,967519	10,889108	0,967994	10,942744
77	0,962093	10,086261	0,962640	10,136995	0,963180	10,187536	0,963713	10,237882	0,964237	10,288030
78	0,959508	9,463967	0,960163	9,511002	0,960809	9,557863	0,961444	9,604550	0,962069	9,651060
79	0,946963	8,842255	0,947533	8,884862	0,948098	8,927332	0,948656	8,969664	0,949208	9,011856
80	0,952994	8,309484	0,953774	8,349148	0,954541	8,388676	0,955296	8,428068	0,956038	8,467321
81	0,932668	7,694684	0,933182	7,729570	0,933691	7,764366	0,934198	7,799072	0,934700	7,833684
82	0,932363	7,214089	0,933129	7,247227	0,933886	7,280264	0,934636	7,313199	0,935377	7,346030
83	0,920617	6,701155	0,921356	6,730757	0,922088	6,760266	0,922813	6,789684	0,923532	6,819007
84	0,914107	6,235866	0,914980	6,262596	0,915843	6,289232	0,916699	6,315774	0,917546	6,342221
85	0,909240	5,774828	0,910287	5,798059	0,911322	5,821203	0,912345	5,844258	0,913358	5,867224
86	0,890396	5,301359	0,891337	5,320210	0,892270	5,338995	0,893195	5,357713	0,894113	5,376365
87	0,875741	4,892385	0,876647	4,907843	0,877548	4,923241	0,878442	4,938579	0,879329	4,953856
88	0,868362	4,515621	0,869484	4,528069	0,870597	4,540458	0,871701	4,552788	0,872796	4,565060
89	0,833463	4,124360	0,834046	4,132711	0,834627	4,141019	0,835207	4,149287	0,835784	4,157512
90	0,848320	3,848556	0,849735	3,855528	0,851139	3,862450	0,852530	3,869322	0,853909	3,876144
91	0,779365	3,447279	0,779103	3,448909	0,778840	3,450532	0,778576	3,452146	0,778313	3,453753
92	0,782540	3,281640	0,783021	3,285008	0,783500	3,288369	0,783978	3,291724	0,784456	3,295072
93	0,752741	3,054628	0,752769	3,056749	0,752796	3,058863	0,752824	3,060972	0,752851	3,063073
94	0,730067	2,893765	0,729902	2,896460	0,729736	2,899145	0,729571	2,901822	0,729406	2,904489
95	0,741617	2,778832	0,742393	2,783264	0,743167	2,787687	0,743939	2,792100	0,744710	2,796503
96	0,710170	2,572788	0,710627	2,575546	0,711083	2,578294	0,711538	2,581030	0,711993	2,583756
97	0,683198	2,418719	0,683376	2,420725	0,683553	2,422716	0,683731	2,424692	0,683909	2,426652
98	0,708346	2,308439	0,709940	2,310644	0,711526	2,312825	0,713105	2,314984	0,714677	2,317120
99	0,640970	2,053043	0,640866	2,050418	0,640761	2,047799	0,640657	2,045185	0,640552	2,042576
100	0,000000	1,922956	0,000000	1,919255	0,000000	1,915562	0,000000	1,911875	0,000000	1,908196

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2021		2022		2023		2024		2025	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,998639	81,030790	0,998723	81,170008	0,998802	81,307543	0,998876	81,443436	0,998946	81,577724
1	0,999927	80,141170	0,999933	80,273720	0,999939	80,404988	0,999944	80,534990	0,999948	80,663742
2	0,999941	79,146954	0,999945	79,279038	0,999949	79,409877	0,999953	79,539485	0,999956	79,667874
3	0,999944	78,151600	0,999948	78,283351	0,999951	78,413881	0,999954	78,543202	0,999957	78,671325
4	0,999943	77,155945	0,999946	77,287419	0,999949	77,417691	0,999952	77,546769	0,999955	77,674664
5	0,999940	76,160338	0,999943	76,291559	0,999946	76,421591	0,999949	76,550444	0,999952	76,678127
6	0,999941	75,164875	0,999944	75,295859	0,999947	75,425667	0,999950	75,554307	0,999952	75,681788
7	0,999935	74,169276	0,999938	74,300042	0,999941	74,429643	0,999944	74,558086	0,999947	74,685380
8	0,999932	73,174060	0,999935	73,304605	0,999938	73,433995	0,999940	73,562238	0,999943	73,689340
9	0,999937	72,179019	0,999939	72,309354	0,999942	72,438543	0,999945	72,566592	0,999947	72,693510
10	0,999925	71,183568	0,999928	71,313712	0,999931	71,442717	0,999934	71,570591	0,999937	71,697340
11	0,999918	70,188842	0,999921	70,318785	0,999924	70,447596	0,999927	70,575282	0,999930	70,701852
12	0,999918	69,194546	0,999921	69,324281	0,999924	69,452893	0,999927	69,580387	0,999930	69,706771
13	0,999910	68,200189	0,999914	68,329722	0,999917	68,458138	0,999920	68,585444	0,999923	68,711646
14	0,999884	67,206263	0,999888	67,335581	0,999892	67,463790	0,999896	67,590895	0,999900	67,716904
15	0,999839	66,213987	0,999844	66,343047	0,999849	66,471006	0,999854	66,597871	0,999859	66,723647
16	0,999782	65,224559	0,999788	65,353302	0,999795	65,480954	0,999801	65,607520	0,999807	65,733006
17	0,999738	64,238682	0,999745	64,367033	0,999752	64,494304	0,999760	64,620500	0,999766	64,745625
18	0,999681	63,255403	0,999690	63,383310	0,999699	63,510147	0,999707	63,635921	0,999715	63,760635
19	0,999642	62,275398	0,999652	62,402795	0,999661	62,529137	0,999670	62,654426	0,999679	62,778668
20	0,999624	61,297520	0,999634	61,424372	0,999643	61,550181	0,999653	61,674951	0,999662	61,798686
21	0,999614	60,320413	0,999624	60,446703	0,999634	60,571962	0,999644	60,696196	0,999654	60,819408
22	0,999629	59,343511	0,999640	59,469232	0,999650	59,593938	0,999659	59,717630	0,999669	59,840313
23	0,999638	58,365328	0,999648	58,490493	0,999658	58,614654	0,999668	58,737816	0,999678	58,859983
24	0,999620	57,386270	0,999631	57,510884	0,999642	57,634509	0,999652	57,757149	0,999662	57,878806
25	0,999610	56,407874	0,999621	56,531923	0,999631	56,654998	0,999642	56,777100	0,999651	56,898234
26	0,999590	55,429684	0,999601	55,553176	0,999612	55,675707	0,999623	55,797279	0,999633	55,917896
27	0,999569	54,452220	0,999581	54,575144	0,999592	54,697122	0,999603	54,818154	0,999614	54,938244
28	0,999558	53,475471	0,999570	53,597823	0,999582	53,719240	0,999593	53,839727	0,999604	53,959283
29	0,999506	52,498905	0,999519	52,620673	0,999531	52,741521	0,999542	52,861452	0,999554	52,980467
30	0,999484	51,524582	0,999497	51,645768	0,999509	51,766048	0,999522	51,885422	0,999534	52,003892
31	0,999416	50,550943	0,999429	50,671522	0,999442	50,791207	0,999455	50,909999	0,999467	51,027901
32	0,999422	49,580191	0,999436	49,700171	0,999450	49,819270	0,999464	49,937487	0,999477	50,054825
33	0,999368	48,608562	0,999383	48,727914	0,999398	48,846399	0,999412	48,964015	0,999426	49,080764
34	0,999297	47,638992	0,999312	47,757694	0,999328	47,875541	0,999343	47,992532	0,999358	48,108669
35	0,999256	46,672167	0,999273	46,790208	0,999289	46,907407	0,999305	47,023763	0,999321	47,139276
36	0,999212	45,706534	0,999229	45,823886	0,999246	45,940409	0,999263	46,056101	0,999280	46,170964
37	0,999148	44,742200	0,999166	44,858847	0,999184	44,974678	0,999202	45,089692	0,999219	45,203888
38	0,999101	43,779944	0,999121	43,895872	0,999141	44,010995	0,999160	44,125313	0,999179	44,238827
39	0,998925	42,818870	0,998946	42,934033	0,998967	43,048406	0,998987	43,161988	0,999007	43,274779
40	0,998882	41,864391	0,998905	41,978790	0,998928	42,092411	0,998950	42,205253	0,998971	42,317315
41	0,998677	40,910689	0,998700	41,024258	0,998722	41,137063	0,998743	41,249102	0,998765	41,360374
42	0,998684	39,964216	0,998710	40,077023	0,998736	40,189075	0,998761	40,300371	0,998786	40,410909
43	0,998477	39,016215	0,998504	39,128133	0,998530	39,239309	0,998556	39,349743	0,998581	39,459433
44	0,998393	38,074962	0,998422	38,186017	0,998450	38,296342	0,998478	38,405935	0,998505	38,514795
45	0,998296	37,135450	0,998328	37,245597	0,998359	37,355025	0,998389	37,463734	0,998419	37,571721
46	0,998014	36,197976	0,998047	36,307146	0,998078	36,415611	0,998109	36,523370	0,998140	36,630420
47	0,997781	35,268998	0,997815	35,377228	0,997848	35,484764	0,997881	35,591604	0,997914	35,697747
48	0,997680	34,346319	0,997719	34,453602	0,997757	34,560201	0,997795	34,666112	0,997832	34,771336
49	0,997397	33,425024	0,997437	33,531230	0,997475	33,636765	0,997514	33,741625	0,997551	33,845809
50	0,997374	32,510947	0,997420	32,616122	0,997465	32,720635	0,997509	32,824483	0,997552	32,927664
51	0,996704	31,595229	0,996745	31,699205	0,996786	31,802533	0,996827	31,905211	0,996866	32,007237
52	0,996870	30,698070	0,996921	30,801087	0,996971	30,903462	0,997021	31,005193	0,997070	31,106277
53	0,996437	29,792896	0,996491	29,894674	0,996544	29,995822	0,996596	30,096339	0,996647	30,196224
54	0,996246	28,897631	0,996304	28,998182	0,996360	29,098114	0,996416	29,197427	0,996471	29,296117
55	0,996053	28,004629	0,996116	28,103908	0,996178	28,202580	0,996240	28,300644	0,996300	28,398098
56	0,995752	27,113626	0,995821	27,211536	0,995888	27,308852	0,995954	27,405574	0,996019	27,501698
57	0,995097	26,227152	0,995167	26,323637	0,995237	26,419544	0,995305	26,514870	0,995373	26,609613
58	0,994929	25,353921	0,995010	25,449043	0,995089	25,543597	0,995167	25,637580	0,995244	25,730989

Figura 6.3: Poblacion total periodo 2021-2025

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,994112	24,480589	0,994193	24,574167	0,994273	24,667191	0,994352	24,759658	0,994430	24,851567
60	0,994508	23,622626	0,994610	23,714782	0,994711	23,806393	0,994809	23,897456	0,994906	23,987969
61	0,992581	22,750325	0,992670	22,840585	0,992758	22,930323	0,992845	23,019537	0,992931	23,108225
62	0,993023	21,916626	0,993137	22,005544	0,993250	22,093944	0,993361	22,181825	0,993470	22,269185
63	0,992356	21,067102	0,992481	21,154148	0,992604	21,240694	0,992725	21,326737	0,992844	21,412276
64	0,991638	20,225532	0,991774	20,310626	0,991908	20,395239	0,992040	20,479367	0,992169	20,563008
65	0,991069	19,391873	0,991223	19,474941	0,991375	19,557546	0,991524	19,639684	0,991671	19,721353
66	0,989919	18,562116	0,990084	18,642951	0,990247	18,723345	0,990407	18,803293	0,990565	18,882795
67	0,988491	17,746061	0,988669	17,824655	0,988844	17,902828	0,989016	17,980575	0,989186	18,057895
68	0,988018	16,946849	0,988225	17,023211	0,988428	17,099166	0,988627	17,174713	0,988823	17,249849
69	0,984825	16,146301	0,985025	16,220095	0,985224	16,293508	0,985419	16,366536	0,985612	16,439179
70	0,986405	15,387399	0,986675	15,459075	0,986939	15,530377	0,987199	15,601304	0,987453	15,671853
71	0,980443	14,592590	0,980678	14,661104	0,980910	14,729285	0,981140	14,797129	0,981366	14,864635
72	0,981616	13,873698	0,981931	13,940117	0,982241	14,006206	0,982545	14,071961	0,982845	14,137382
73	0,978413	13,124170	0,978751	13,187438	0,979083	13,250405	0,979410	13,313067	0,979732	13,375422
74	0,975366	12,402696	0,975743	12,462889	0,976114	12,522801	0,976480	12,582430	0,976840	12,641774
75	0,974527	11,703319	0,974971	11,760291	0,975408	11,817004	0,975837	11,873456	0,976259	11,929643
76	0,968461	10,996161	0,968922	11,049356	0,969376	11,102328	0,969824	11,155074	0,970265	11,207592
77	0,964754	10,337978	0,965264	10,387725	0,965767	10,437269	0,966262	10,486608	0,966751	10,535740
78	0,962684	9,697392	0,963289	9,743543	0,963885	9,789512	0,964471	9,835298	0,965048	9,880898
79	0,949755	9,053906	0,950296	9,095813	0,950831	9,137575	0,951361	9,179190	0,951885	9,220657
80	0,956769	8,506434	0,957487	8,545405	0,958194	8,584235	0,958890	8,622920	0,959574	8,661460
81	0,935199	7,868202	0,935694	7,902624	0,936185	7,936948	0,936673	7,971174	0,937157	8,005298
82	0,936110	7,378756	0,936835	7,411376	0,937552	7,443888	0,938261	7,476291	0,938962	7,508584
83	0,924244	6,848236	0,924950	6,877368	0,925650	6,906404	0,926343	6,935342	0,927030	6,964180
84	0,918385	6,368572	0,919216	6,394826	0,920038	6,420982	0,920853	6,447040	0,921659	6,472999
85	0,914359	5,890101	0,915349	5,912887	0,916329	5,935583	0,917297	5,958189	0,918255	5,980702
86	0,895024	5,394950	0,895927	5,413467	0,896823	5,431916	0,897711	5,450296	0,898592	5,468608
87	0,880211	4,969072	0,881087	4,984227	0,881957	4,999321	0,882821	5,014354	0,883678	5,029324
88	0,873883	4,577273	0,874961	4,589426	0,876030	4,601521	0,877091	4,613557	0,878143	4,625535
89	0,836360	4,165697	0,836934	4,173839	0,837506	4,181941	0,838076	4,190002	0,838644	4,198021
90	0,855276	3,882918	0,856631	3,889642	0,857975	3,896317	0,859307	3,902944	0,860628	3,909522
91	0,778049	3,455352	0,777785	3,456943	0,777520	3,458526	0,777256	3,460102	0,776991	3,461669
92	0,784932	3,298414	0,785407	3,301750	0,785882	3,305079	0,786356	3,308402	0,786829	3,311718
93	0,752878	3,065168	0,752906	3,067257	0,752933	3,069338	0,752961	3,071414	0,752988	3,073482
94	0,729241	2,907148	0,729075	2,909798	0,728910	2,912439	0,728744	2,915071	0,728578	2,917694
95	0,745478	2,800896	0,746244	2,805280	0,747008	2,809653	0,747771	2,814017	0,748531	2,818371
96	0,712447	2,586472	0,712901	2,589177	0,713354	2,591871	0,713806	2,594554	0,714258	2,597228
97	0,684086	2,428598	0,684263	2,430529	0,684441	2,432445	0,684618	2,434346	0,684795	2,436232
98	0,716242	2,319233	0,717799	2,321324	0,719349	2,323392	0,720892	2,325438	0,722428	2,327462
99	0,640448	2,039972	0,640343	2,037374	0,640239	2,034780	0,640134	2,032192	0,640029	2,029610
100	0,000000	1,904524	0,000000	1,900858	0,000000	1,897200	0,000000	1,893549	0,000000	1,889905

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2026		2027		2028		2029		2030	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999011	81,710444	0,999073	81,841630	0,999130	81,971314	0,999184	82,099527	0,999235	82,226299
1	0,999953	80,791258	0,999957	80,917553	0,999960	81,042641	0,999963	81,166535	0,999966	81,289248
2	0,999960	79,795057	0,999963	79,921046	0,999965	80,045852	0,999968	80,169487	0,999970	80,291962
3	0,999960	78,798260	0,999963	78,924019	0,999965	79,048612	0,999967	79,172049	0,999970	79,294340
4	0,999958	77,801387	0,999960	77,926947	0,999963	78,051353	0,999965	78,174615	0,999967	78,296742
5	0,999955	76,804649	0,999957	76,930020	0,999959	77,054249	0,999961	77,177343	0,999964	77,299313
6	0,999955	75,808120	0,999957	75,933309	0,999959	76,057366	0,999961	76,180297	0,999963	76,302112
7	0,999949	74,811534	0,999952	74,936554	0,999954	75,060449	0,999956	75,183228	0,999958	75,304897
8	0,999946	73,815311	0,999948	73,940157	0,999950	74,063886	0,999952	74,186505	0,999955	74,308023
9	0,999949	72,819303	0,999952	72,943980	0,999954	73,067546	0,999956	73,190010	0,999958	73,311379
10	0,999939	71,822972	0,999942	71,947493	0,999944	72,070911	0,999946	72,193233	0,999948	72,314466
11	0,999933	70,827311	0,999935	70,951666	0,999938	71,074924	0,999940	71,197092	0,999942	71,318177
12	0,999932	69,832052	0,999935	69,956234	0,999937	70,079327	0,999940	70,201334	0,999942	70,322264
13	0,999926	68,836751	0,999929	68,960765	0,999931	69,083693	0,999934	69,205544	0,999936	69,326322
14	0,999903	67,841822	0,999907	67,965656	0,999910	68,088411	0,999913	68,210094	0,999916	68,330710
15	0,999863	66,848340	0,999868	66,971956	0,999872	67,094501	0,999876	67,215980	0,999880	67,336399
16	0,999812	65,857418	0,999818	65,980760	0,999823	66,103040	0,999829	66,224261	0,999834	66,344431
17	0,999773	64,869686	0,999780	64,992688	0,999786	65,114635	0,999792	65,235534	0,999798	65,355389
18	0,999723	63,884295	0,999730	64,006906	0,999738	64,128474	0,999745	64,249002	0,999752	64,368497
19	0,999687	62,901868	0,999696	63,024030	0,999704	63,145159	0,999712	63,265261	0,999719	63,384340
20	0,999671	61,921391	0,999680	62,043069	0,999688	62,163727	0,999697	62,283369	0,999705	62,401998
21	0,999663	60,941602	0,999672	61,062782	0,999681	61,182953	0,999689	61,302119	0,999697	61,420285
22	0,999678	59,961991	0,999687	60,082667	0,999695	60,202347	0,999704	60,321033	0,999712	60,438731
23	0,999687	58,981157	0,999696	59,101342	0,999704	59,220542	0,999713	59,338761	0,999721	59,456003
24	0,999671	57,999483	0,999680	58,119185	0,999689	58,237914	0,999698	58,355674	0,999707	58,472468
25	0,999661	57,018402	0,999671	57,137607	0,999680	57,255851	0,999689	57,373139	0,999697	57,489474
26	0,999643	56,037560	0,999653	56,156273	0,999662	56,274039	0,999671	56,390859	0,999680	56,506738
27	0,999624	55,057394	0,999634	55,175606	0,999644	55,292882	0,999654	55,409226	0,999663	55,524639
28	0,999615	54,077912	0,999625	54,195616	0,999635	54,312396	0,999645	54,428256	0,999655	54,543197
29	0,999565	53,098567	0,999576	53,215754	0,999586	53,332031	0,999597	53,447399	0,999607	53,561860
30	0,999546	52,121459	0,999557	52,238126	0,999569	52,353893	0,999580	52,468762	0,999590	52,582736
31	0,999480	51,144913	0,999491	51,261035	0,999503	51,376271	0,999514	51,490621	0,999525	51,604086
32	0,999490	50,171283	0,999502	50,286864	0,999514	50,401567	0,999526	50,515396	0,999538	50,628350
33	0,999440	49,196646	0,999453	49,311663	0,999466	49,425815	0,999479	49,539103	0,999491	49,651529
34	0,999372	48,223952	0,999386	48,338381	0,999400	48,451958	0,999413	48,564683	0,999426	48,676557
35	0,999336	47,253947	0,999351	47,367775	0,999366	47,480763	0,999380	47,592910	0,999394	47,704217
36	0,999296	46,284996	0,999311	46,398198	0,999327	46,510572	0,999342	46,622116	0,999356	46,732832
37	0,999236	45,317267	0,999253	45,429828	0,999269	45,541571	0,999285	45,652498	0,999300	45,762608
38	0,999197	44,351535	0,999215	44,463438	0,999232	44,574535	0,999249	44,684827	0,999266	44,794313
39	0,999026	43,386778	0,999045	43,497984	0,999063	43,608398	0,999082	43,718019	0,999099	43,826848
40	0,998993	42,428597	0,999013	42,539096	0,999034	42,648815	0,999054	42,757751	0,999073	42,865905
41	0,998786	41,470879	0,998806	41,580615	0,998827	41,689582	0,998847	41,797780	0,998866	41,905208
42	0,998810	40,520689	0,998833	40,629710	0,998857	40,737971	0,998879	40,845471	0,998902	40,952211
43	0,998606	39,568378	0,998630	39,676577	0,998654	39,784028	0,998678	39,890733	0,998701	39,996689
44	0,998532	38,622921	0,998558	38,730311	0,998584	38,836965	0,998609	38,942882	0,998634	39,048061
45	0,998448	37,678986	0,998477	37,785527	0,998505	37,891343	0,998533	37,996434	0,998560	38,100797
46	0,998170	36,736762	0,998200	36,842392	0,998229	36,947310	0,998258	37,051515	0,998286	37,155006
47	0,997946	35,803190	0,997977	35,907932	0,998008	36,011972	0,998038	36,115309	0,998068	36,217942
48	0,997868	34,875869	0,997904	34,979711	0,997939	35,082860	0,997973	35,185315	0,998007	35,287075
49	0,997588	33,949316	0,997625	34,052142	0,997661	34,154288	0,997696	34,255752	0,997731	34,356532
50	0,997595	33,030178	0,997637	33,132021	0,997678	33,233194	0,997718	33,333693	0,997758	33,433519
51	0,996906	32,108609	0,996945	32,209325	0,996983	32,309384	0,997021	32,408784	0,997059	32,507524
52	0,997118	31,206713	0,997165	31,306499	0,997211	31,405634	0,997257	31,504116	0,997302	31,601944
53	0,996698	30,295473	0,996748	30,394085	0,996797	30,492058	0,996845	30,589391	0,996893	30,686083
54	0,996525	29,394183	0,996578	29,491623	0,996631	29,588435	0,996682	29,684618	0,996733	29,780170
55	0,996360	28,494938	0,996418	28,591164	0,996476	28,686774	0,996532	28,781765	0,996588	28,876138
56	0,996083	27,597223	0,996146	27,692146	0,996208	27,786467	0,996269	27,880183	0,996329	27,973292
57	0,995439	26,703770	0,995505	26,797340	0,995570	26,890320	0,995633	26,982709	0,995696	27,074505
58	0,995319	25,823824	0,995394	25,916081	0,995467	26,007759	0,995539	26,098856	0,995610	26,189371

Figura 6.4: Poblacion total periodo 2026-2030

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,994507	24,942914	0,994582	25,033698	0,994657	25,123918	0,994731	25,213571	0,994803	25,302655
60	0,995001	24,077931	0,995095	24,167339	0,995186	24,256191	0,995276	24,344486	0,995364	24,432221
61	0,993016	23,196383	0,993099	23,284010	0,993182	23,371104	0,993264	23,457663	0,993345	23,543686
62	0,993577	22,356019	0,993682	22,442328	0,993786	22,528108	0,993888	22,613359	0,993989	22,698078
63	0,992961	21,497308	0,993076	21,581831	0,993189	21,665843	0,993301	21,749343	0,993410	21,832328
64	0,992297	20,646160	0,992423	20,728821	0,992546	20,810988	0,992667	20,892660	0,992787	20,973835
65	0,991815	19,802550	0,991956	19,883274	0,992096	19,963523	0,992232	20,043295	0,992367	20,122587
66	0,990720	18,961848	0,990872	19,040449	0,991022	19,118597	0,991169	19,196290	0,991314	19,273525
67	0,989353	18,134786	0,989517	18,211245	0,989679	18,287270	0,989838	18,362860	0,989995	18,438012
68	0,989016	17,324572	0,989205	17,398881	0,989391	17,472771	0,989574	17,546243	0,989754	17,619294
69	0,985803	16,511432	0,985991	16,583295	0,986177	16,654765	0,986360	16,725840	0,986540	16,796519
70	0,987702	15,742021	0,987946	15,811808	0,988186	15,881210	0,988421	15,950227	0,988651	16,018857
71	0,981590	14,931800	0,981812	14,998621	0,982031	15,065097	0,982247	15,131225	0,982460	15,197004
72	0,983139	14,202465	0,983428	14,267209	0,983712	14,331612	0,983992	14,395672	0,984267	14,459387
73	0,980049	13,437468	0,980362	13,499203	0,980669	13,560626	0,980972	13,621734	0,981269	13,682525
74	0,977195	12,700832	0,977544	12,759600	0,977889	12,818078	0,978227	12,876263	0,978561	12,934154
75	0,976674	11,985566	0,977081	12,041221	0,977481	12,096607	0,977875	12,151723	0,978261	12,206567
76	0,970700	11,259881	0,971128	11,311938	0,971551	11,363763	0,971967	11,415353	0,972377	11,466706
77	0,967232	10,584664	0,967707	10,633378	0,968175	10,681879	0,968636	10,730168	0,969090	10,778242
78	0,965615	9,926312	0,966174	9,971538	0,966723	10,016574	0,967264	10,061419	0,967796	10,106072
79	0,952404	9,261975	0,952917	9,308140	0,953425	9,344153	0,953927	9,385012	0,954424	9,425715
80	0,960246	8,699853	0,960908	8,738099	0,961560	8,776195	0,962200	8,814142	0,962830	8,851938
81	0,937637	8,039321	0,938114	8,073240	0,938588	8,107055	0,939058	8,140763	0,939524	8,174363
82	0,939656	7,540765	0,940342	7,572834	0,941020	7,604789	0,941691	7,636629	0,942355	7,668353
83	0,927711	6,992918	0,928386	7,021556	0,929055	7,050091	0,929718	7,078523	0,930374	7,106852
84	0,922458	6,498858	0,923249	6,524617	0,924032	6,550274	0,924807	6,575830	0,925575	6,601283
85	0,919202	6,003124	0,920138	6,025453	0,921064	6,047690	0,921980	6,069833	0,922886	6,091882
86	0,899466	5,486852	0,900333	5,505025	0,901193	5,523129	0,902046	5,541163	0,902892	5,559127
87	0,884530	5,044234	0,885377	5,059081	0,886217	5,073866	0,887051	5,088589	0,887880	5,103250
88	0,879187	4,637453	0,880222	4,649313	0,881249	4,661114	0,882268	4,672856	0,883279	4,684540
89	0,839211	4,205999	0,839776	4,213937	0,840339	4,221834	0,840900	4,229690	0,841459	4,237506
90	0,861937	3,916053	0,863234	3,922535	0,864521	3,928970	0,865796	3,935357	0,867060	3,941697
91	0,776725	3,463229	0,776460	3,464780	0,776194	3,466324	0,775928	3,467860	0,775662	3,469388
92	0,787300	3,315027	0,787771	3,318330	0,788241	3,321627	0,788710	3,324916	0,789178	3,328200
93	0,753015	3,075544	0,753043	3,077600	0,753070	3,079649	0,753098	3,081691	0,753125	3,083727
94	0,728413	2,920308	0,728247	2,922913	0,728081	2,925509	0,727915	2,928096	0,727749	2,930675
95	0,749289	2,822715	0,750046	2,827049	0,750800	2,831373	0,751553	2,835687	0,752303	2,839991
96	0,714709	2,599890	0,715160	2,602542	0,715610	2,605184	0,716059	2,607815	0,716508	2,610436
97	0,684972	2,438104	0,685149	2,439961	0,685326	2,441804	0,685503	2,443632	0,685680	2,445445
98	0,723957	2,329463	0,725479	2,331443	0,726994	2,333401	0,728502	2,335337	0,730003	2,337251
99	0,639925	2,027032	0,639820	2,024460	0,639715	2,021892	0,639611	2,019330	0,639506	2,016773
100	0,000000	1,886268	0,000000	1,882638	0,000000	1,879015	0,000000	1,875399	0,000000	1,871790

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2031		2032		2033		2034		2035	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999282	82,351658	0,999326	82,475630	0,999368	82,598243	0,999407	82,719519	0,999444	82,839483
1	0,999969	81,410793	0,999972	81,531182	0,999974	81,650427	0,999976	81,768539	0,999978	81,885529
2	0,999972	80,413287	0,999974	80,533475	0,999976	80,652534	0,999978	80,770476	0,999980	80,887310
3	0,999971	79,415495	0,999973	79,535524	0,999975	79,654436	0,999977	79,772241	0,999978	79,888948
4	0,999969	78,417744	0,999971	78,537629	0,999973	78,656407	0,999974	78,774086	0,999976	78,890675
5	0,999966	77,420165	0,999967	77,539911	0,999969	77,658556	0,999971	77,776111	0,999972	77,892583
6	0,999965	76,422818	0,999967	76,542425	0,999969	76,660939	0,999970	76,778369	0,999972	76,894722
7	0,999960	75,425466	0,999962	75,544940	0,999964	75,663329	0,999966	75,780640	0,999967	75,896881
8	0,999957	74,428447	0,999958	74,547784	0,999960	74,666041	0,999962	74,783227	0,999964	74,899348
9	0,999959	73,431660	0,999961	73,550860	0,999963	73,668986	0,999965	73,786046	0,999966	73,902047
10	0,999950	72,434616	0,999952	72,553691	0,999954	72,671698	0,999956	72,788643	0,999958	72,904534
11	0,999944	71,438184	0,999947	71,557122	0,999949	71,674997	0,999951	71,791816	0,999952	71,907584
12	0,999944	70,442123	0,999946	70,560918	0,999948	70,678654	0,999950	70,795339	0,999952	70,910980
13	0,999939	69,446035	0,999941	69,564688	0,999943	69,682288	0,999945	69,798842	0,999947	69,914356
14	0,999919	68,450267	0,999922	68,568770	0,999925	68,686225	0,999927	68,802638	0,999930	68,918016
15	0,999884	67,455765	0,999887	67,574083	0,999891	67,691360	0,999894	67,807601	0,999898	67,922813
16	0,999839	66,463555	0,999843	66,581638	0,999848	66,698687	0,999852	66,814707	0,999857	66,929704
17	0,999804	65,474207	0,999809	65,591993	0,999815	65,708753	0,999820	65,824491	0,999825	65,939214
18	0,999759	64,486964	0,999765	64,604408	0,999772	64,720835	0,999778	64,836249	0,999784	64,950656
19	0,999727	63,502401	0,999734	63,619449	0,999741	63,735489	0,999748	63,850527	0,999755	63,964567
20	0,999713	62,519620	0,999720	62,636241	0,999728	62,751863	0,999735	62,866494	0,999742	62,980137
21	0,999705	61,537455	0,999713	61,653633	0,999721	61,768825	0,999728	61,883035	0,999736	61,996267
22	0,999720	60,555443	0,999728	60,671176	0,999735	60,785932	0,999742	60,899717	0,999750	61,012534
23	0,999729	59,572271	0,999736	59,687571	0,999744	59,801904	0,999751	59,915277	0,999758	60,027693
24	0,999715	58,588301	0,999723	58,703175	0,999731	58,817096	0,999739	58,930066	0,999746	59,042089
25	0,999706	57,604859	0,999714	57,719297	0,999722	57,832792	0,999729	57,945347	0,999737	58,056967
26	0,999689	56,621678	0,999698	56,735683	0,999706	56,848756	0,999714	56,960899	0,999722	57,072118
27	0,999672	55,639125	0,999681	55,752687	0,999689	55,865328	0,999698	55,977050	0,999706	56,087858
28	0,999664	54,657222	0,999673	54,770334	0,999682	54,882535	0,999691	54,993829	0,999699	55,104218
29	0,999617	53,675417	0,999626	53,788072	0,999635	53,899828	0,999644	54,010687	0,999653	54,120652
30	0,999601	52,695816	0,999611	52,808005	0,999621	52,919304	0,999630	53,029717	0,999640	53,139246
31	0,999536	51,716670	0,999547	51,828373	0,999557	51,939198	0,999567	52,049147	0,999577	52,158222
32	0,999549	50,740433	0,999560	50,851645	0,999571	50,961988	0,999581	51,071464	0,999592	51,180077
33	0,999503	49,763094	0,999515	49,873800	0,999527	49,983648	0,999538	50,092640	0,999549	50,200777
34	0,999439	48,787582	0,999452	48,897758	0,999464	49,007087	0,999476	49,115572	0,999488	49,223212
35	0,999408	47,814685	0,999421	47,924316	0,999434	48,033110	0,999447	48,141069	0,999459	48,248195
36	0,999371	46,842720	0,999385	46,951782	0,999398	47,060019	0,999412	47,167431	0,999425	47,274020
37	0,999315	45,871902	0,999330	45,980380	0,999345	46,088044	0,999359	46,194895	0,999373	46,300933
38	0,999282	44,902995	0,999298	45,010873	0,999314	45,117946	0,999329	45,224218	0,999344	45,329687
39	0,999117	43,934884	0,999134	44,042127	0,999151	44,148579	0,999167	44,254240	0,999183	44,359111
40	0,999092	42,973277	0,999111	43,079868	0,999129	43,185677	0,999147	43,290705	0,999165	43,394952
41	0,998885	42,011867	0,998904	42,117756	0,998923	42,222875	0,998941	42,327224	0,998959	42,430805
42	0,998924	41,058189	0,998945	41,163407	0,998966	41,267863	0,998986	41,371559	0,999007	41,474494
43	0,998724	40,101896	0,998746	40,206355	0,998768	40,310065	0,998790	40,413026	0,998811	40,515238
44	0,998658	39,152502	0,998682	39,256204	0,998706	39,359168	0,998729	39,461392	0,998752	39,562877
45	0,998587	38,204434	0,998613	38,307342	0,998639	38,409523	0,998664	38,510975	0,998689	38,611699
46	0,998314	37,257783	0,998341	37,359843	0,998368	37,461188	0,998394	37,561817	0,998420	37,661729
47	0,998098	36,319870	0,998127	36,421092	0,998155	36,521608	0,998184	36,621418	0,998211	36,720520
48	0,998041	35,388139	0,998074	35,488506	0,998106	35,588176	0,998138	35,687148	0,998169	35,785421
49	0,997766	34,456628	0,997799	34,556039	0,997833	34,654764	0,997866	34,752803	0,997898	34,850155
50	0,997797	33,532670	0,997835	33,631146	0,997873	33,728945	0,997910	33,826067	0,997946	33,922512
51	0,997096	32,605602	0,997132	32,703019	0,997168	32,799772	0,997204	32,895862	0,997239	32,991287
52	0,997346	31,699116	0,997390	31,795632	0,997432	31,891491	0,997475	31,986693	0,997516	32,081235
53	0,996940	30,782132	0,996986	30,877538	0,997031	30,972298	0,997076	31,066413	0,997120	31,159882
54	0,996783	29,875090	0,996832	29,969377	0,996881	30,063030	0,996929	30,156048	0,996976	30,248431
55	0,996643	28,969890	0,996697	29,063019	0,996750	29,155527	0,996802	29,247410	0,996853	29,338669
56	0,996389	28,065794	0,996447	28,157688	0,996504	28,248971	0,996560	28,339644	0,996616	28,429705
57	0,995758	27,165708	0,995819	27,256315	0,995879	27,346326	0,995939	27,435739	0,995997	27,524554
58	0,995679	26,279303	0,995748	26,368649	0,995815	26,457409	0,995882	26,545582	0,995947	26,633167

Figura 6.5: Poblacion total periodo 2031-2035

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,994875	25,391170	0,994946	25,479113	0,995015	25,566485	0,995084	25,653283	0,995152	25,739506
60	0,995451	24,519397	0,995536	24,606011	0,995619	24,692061	0,995701	24,777548	0,995781	24,862471
61	0,993424	23,629169	0,993503	23,714114	0,993581	23,798516	0,993658	23,882377	0,993734	23,965694
62	0,994087	22,782263	0,994184	22,865915	0,994280	22,949030	0,994374	23,031609	0,994466	23,113650
63	0,993518	21,914797	0,993624	21,996748	0,993728	22,078181	0,993831	22,159094	0,993932	22,239486
64	0,992905	21,054512	0,993020	21,134689	0,993134	21,214365	0,993246	21,293538	0,993356	21,372207
65	0,992499	20,201399	0,992628	20,279728	0,992756	20,357574	0,992881	20,434935	0,993005	20,511811
66	0,991457	19,350301	0,991598	19,426617	0,991736	19,502471	0,991871	19,577862	0,992005	19,652788
67	0,990150	18,512724	0,990302	18,586996	0,990451	18,660825	0,990599	18,734210	0,990744	18,807150
68	0,989930	17,691923	0,990104	17,764127	0,990275	17,835906	0,990443	17,907257	0,990607	17,978181
69	0,986719	16,866799	0,986895	16,936679	0,987068	17,006157	0,987240	17,075233	0,987409	17,143903
70	0,988877	16,087098	0,989098	16,154948	0,989314	16,222407	0,989527	16,289472	0,989735	16,356143
71	0,982671	15,262431	0,982880	15,327505	0,983086	15,392224	0,983289	15,456587	0,983491	15,520591
72	0,984537	14,522755	0,984802	14,585776	0,985063	14,648447	0,985320	14,710768	0,985572	14,772736
73	0,981563	13,742999	0,981851	13,803153	0,982136	13,862985	0,982416	13,922495	0,982691	13,981681
74	0,978890	12,991750	0,979214	13,049048	0,979533	13,106048	0,979847	13,162748	0,980156	13,219146
75	0,978641	12,261138	0,979015	12,315434	0,979382	12,369453	0,979742	12,423195	0,980097	12,476658
76	0,972782	11,517822	0,973180	11,568698	0,973573	11,619333	0,973960	11,669726	0,974342	11,719875
77	0,969538	10,826099	0,969980	10,873739	0,970416	10,921160	0,970845	10,968361	0,971268	11,015341
78	0,968320	10,150531	0,968835	10,194796	0,969342	10,238864	0,969841	10,282735	0,970332	10,326408
79	0,954916	9,466261	0,955403	9,506649	0,955884	9,546877	0,956361	9,586944	0,956832	9,626848
80	0,963450	8,889581	0,964059	8,927071	0,964659	8,964406	0,965249	9,001586	0,965829	9,038610
81	0,939987	8,207855	0,940447	8,241237	0,940903	8,274507	0,941355	8,307664	0,941805	8,340708
82	0,943011	7,699959	0,943660	7,731448	0,944302	7,762817	0,944936	7,794067	0,945564	7,825194
83	0,931025	7,135075	0,931670	7,163194	0,932309	7,191205	0,932943	7,219110	0,933571	7,246906
84	0,926336	6,626633	0,927088	6,651880	0,927834	6,677022	0,928572	6,702059	0,929303	6,726991
85	0,923781	6,113838	0,924667	6,135699	0,925542	6,157465	0,926408	6,179137	0,927265	6,200713
86	0,903730	5,577020	0,904562	5,594843	0,905388	5,612594	0,906206	5,630274	0,907018	5,647882
87	0,888703	5,117848	0,889520	5,132384	0,890332	5,146857	0,891138	5,161267	0,891939	5,175614
88	0,884282	4,696165	0,885276	4,707731	0,886262	4,719239	0,887241	4,730689	0,888211	4,742080
89	0,842016	4,245281	0,842572	4,253016	0,843126	4,260711	0,843678	4,268365	0,844229	4,275980
90	0,868313	3,947990	0,869555	3,954237	0,870786	3,960437	0,872006	3,966590	0,873215	3,972698
91	0,775395	3,470908	0,775128	3,472420	0,774861	3,473925	0,774594	3,475421	0,774326	3,476909
92	0,789646	3,331476	0,790112	3,334746	0,790577	3,338010	0,791042	3,341267	0,791506	3,344517
93	0,753152	3,085756	0,753180	3,087778	0,753207	3,089794	0,753234	3,091803	0,753262	3,093806
94	0,727583	2,933244	0,727416	2,935804	0,727250	2,938356	0,727084	2,940898	0,726917	2,943432
95	0,753052	2,844285	0,753799	2,848570	0,754543	2,852844	0,755286	2,857108	0,756027	2,861363
96	0,716956	2,613046	0,717404	2,615646	0,717851	2,618236	0,718298	2,620815	0,718743	2,623384
97	0,685856	2,447245	0,686033	2,449030	0,686210	2,450801	0,686386	2,452558	0,686562	2,454301
98	0,731496	2,339144	0,732983	2,341015	0,734463	2,342865	0,735936	2,344694	0,737401	2,346502
99	0,639401	2,014222	0,639296	2,011675	0,639191	2,009133	0,639087	2,006597	0,638982	2,004066
100	0,000000	1,868188	0,000000	1,864592	0,000000	1,861004	0,000000	1,857423	0,000000	1,853848

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2036		2037		2038		2039		2040	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999479	82,958157	0,999511	83,075562	0,999541	83,191719	0,999570	83,306649	0,999596	83,420368
1	0,999980	82,001409	0,999982	82,116189	0,999983	82,229880	0,999984	82,342492	0,999986	82,454035
2	0,999981	81,003046	0,999982	81,117694	0,999984	81,231263	0,999985	81,343763	0,999986	81,455203
3	0,999980	80,004566	0,999981	80,119105	0,999982	80,232573	0,999983	80,344978	0,999984	80,456331
4	0,999977	79,006183	0,999978	79,120619	0,999980	79,233990	0,999981	79,346305	0,999982	79,457573
5	0,999974	78,007980	0,999975	78,122311	0,999977	78,235584	0,999978	78,347807	0,999979	78,458987
6	0,999973	77,010008	0,999975	77,124232	0,999976	77,237405	0,999977	77,349532	0,999978	77,460622
7	0,999969	76,012059	0,999970	76,126182	0,999972	76,239257	0,999973	76,351292	0,999974	76,462295
8	0,999965	75,014411	0,999967	75,128425	0,999968	75,241396	0,999970	75,353332	0,999971	75,464240
9	0,999968	74,016996	0,999969	74,130899	0,999970	74,243765	0,999972	74,355599	0,999973	74,466410
10	0,999960	73,019377	0,999961	73,133180	0,999963	73,245949	0,999964	73,357691	0,999966	73,468413
11	0,999954	72,022310	0,999956	72,136000	0,999958	72,248660	0,999959	72,360298	0,999961	72,470920
12	0,999954	71,025582	0,999956	71,139152	0,999957	71,251697	0,999959	71,363224	0,999960	71,473739
13	0,999949	70,028835	0,999951	70,142288	0,999953	70,254720	0,999955	70,366137	0,999956	70,476546
14	0,999932	69,032366	0,999935	69,145692	0,999937	69,258003	0,999939	69,369303	0,999941	69,479599
15	0,999901	68,037001	0,999904	68,150172	0,999907	68,262332	0,999910	68,373486	0,999913	68,483641
16	0,999861	67,043683	0,999865	67,156652	0,999869	67,268615	0,999873	67,379579	0,999877	67,489550
17	0,999830	66,052928	0,999835	66,165638	0,999840	66,277349	0,999844	66,388068	0,999849	66,497801
18	0,999790	65,064062	0,999796	65,176473	0,999801	65,287893	0,999807	65,398328	0,999812	65,507784
19	0,999761	64,077616	0,999768	64,189677	0,999774	64,300757	0,999780	64,410860	0,999786	64,519993
20	0,999749	63,092797	0,999755	63,204480	0,999762	63,315190	0,999768	63,424933	0,999774	63,533714
21	0,999743	62,108526	0,999749	62,219818	0,999756	62,330147	0,999763	62,439518	0,999769	62,547935
22	0,999756	61,124389	0,999763	61,235286	0,999770	61,345230	0,999776	61,454224	0,999782	61,562275
23	0,999765	60,139157	0,999772	60,249672	0,999778	60,359244	0,999785	60,467876	0,999791	60,575573
24	0,999753	59,153170	0,999760	59,263313	0,999767	59,372522	0,999773	59,480800	0,999780	59,588153
25	0,999744	58,167655	0,999751	58,277414	0,999758	58,386250	0,999765	58,494165	0,999771	58,601163
26	0,999729	57,182414	0,999737	57,291792	0,999744	57,400255	0,999751	57,507807	0,999758	57,614452
27	0,999714	56,197753	0,999721	56,306740	0,999729	56,414822	0,999736	56,522003	0,999743	56,628285
28	0,999707	55,213705	0,999715	55,322294	0,999723	55,429987	0,999730	55,536788	0,999738	55,642701
29	0,999662	54,229725	0,999670	54,337910	0,999679	54,445210	0,999687	54,551627	0,999694	54,657165
30	0,999649	53,247892	0,999658	53,355660	0,999666	53,462552	0,999675	53,568570	0,999683	53,673717
31	0,999587	52,266425	0,999596	52,373760	0,999605	52,480228	0,999614	52,585832	0,999623	52,690575
32	0,999602	51,287826	0,999611	51,394716	0,999621	51,500748	0,999630	51,605925	0,999639	51,710249
33	0,999560	50,308063	0,999570	50,414498	0,999580	50,520086	0,999590	50,624828	0,999600	50,728726
34	0,999499	49,330011	0,999510	49,435969	0,999521	49,541090	0,999532	49,645375	0,999542	49,748826
35	0,999472	48,354488	0,999484	48,459951	0,999495	48,564586	0,999507	48,668394	0,999518	48,771378
36	0,999438	47,379787	0,999450	47,484734	0,999463	47,588863	0,999475	47,692175	0,999486	47,794672
37	0,999386	46,406160	0,999399	46,510577	0,999412	46,614185	0,999425	46,716987	0,999438	46,818984
38	0,999359	45,434355	0,999373	45,538224	0,999387	45,641294	0,999401	45,743568	0,999414	45,845046
39	0,999199	44,463192	0,999215	44,566484	0,999230	44,668989	0,999245	44,770708	0,999260	44,871642
40	0,999182	43,498420	0,999199	43,601109	0,999215	43,703020	0,999232	43,804154	0,999248	43,904512
41	0,998977	42,533618	0,998994	42,635662	0,999011	42,736940	0,999028	42,837452	0,999045	42,937199
42	0,999026	41,576669	0,999046	41,678085	0,999065	41,778742	0,999083	41,878641	0,999102	41,977783
43	0,998832	40,616701	0,998852	40,717417	0,998872	40,817386	0,998892	40,916607	0,998911	41,015083
44	0,998774	39,663624	0,998796	39,763633	0,998818	39,862903	0,998839	39,961437	0,998859	40,059233
45	0,998713	38,711695	0,998737	38,810963	0,998761	38,909503	0,998784	39,007316	0,998806	39,104403
46	0,998446	37,760924	0,998471	37,859403	0,998496	37,957166	0,998520	38,054213	0,998544	38,150545
47	0,998239	36,818916	0,998266	36,916604	0,998292	37,013586	0,998318	37,109861	0,998344	37,205429
48	0,998199	35,882997	0,998230	35,979874	0,998259	36,076053	0,998289	36,171534	0,998317	36,266317
49	0,997930	34,946819	0,997961	35,042797	0,997992	35,138087	0,998023	35,232690	0,998052	35,326607
50	0,997982	34,018278	0,998017	34,113367	0,998052	34,207777	0,998086	34,301510	0,998119	34,394565
51	0,997274	33,086047	0,997308	33,180143	0,997342	33,273572	0,997376	33,366337	0,997409	33,458436
52	0,997557	32,175119	0,997597	32,268344	0,997636	32,360910	0,997675	32,452816	0,997713	32,544062
53	0,997164	31,252705	0,997206	31,344880	0,997249	31,436408	0,997290	31,527288	0,997331	31,617521
54	0,997022	30,340177	0,997068	30,431287	0,997113	30,521760	0,997157	30,611596	0,997200	30,700795
55	0,996904	29,429303	0,996953	29,519311	0,997002	29,608694	0,997051	29,697450	0,997098	29,785581
56	0,996670	28,519154	0,996724	28,607990	0,996776	28,696213	0,996828	28,783822	0,996879	28,870817
57	0,996055	27,612770	0,996111	27,700386	0,996167	27,787402	0,996223	27,873817	0,996277	27,959631
58	0,996012	26,720163	0,996075	26,806570	0,996137	26,892387	0,996199	26,977613	0,996259	27,062249

Figura 6.6: Poblacion total periodo 2036-2040

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,995219	25,825155	0,995284	25,910228	0,995350	25,994725	0,995414	26,078644	0,995477	26,161987
60	0,995860	24,946827	0,995937	25,030618	0,996013	25,113841	0,996087	25,196498	0,996160	25,278586
61	0,993809	24,048466	0,993884	24,130693	0,993957	24,212374	0,994030	24,293508	0,994101	24,374095
62	0,994557	23,195152	0,994646	23,276115	0,994734	23,356537	0,994821	23,436419	0,994906	23,515759
63	0,994031	22,319356	0,994129	22,398703	0,994225	22,477527	0,994320	22,555827	0,994413	22,633602
64	0,993464	21,450372	0,993571	21,528031	0,993676	21,605183	0,993779	21,681829	0,993880	21,757967
65	0,993126	20,588199	0,993245	20,664099	0,993361	20,739510	0,993476	20,814432	0,993589	20,888863
66	0,992136	19,727249	0,992266	19,801242	0,992393	19,874768	0,992518	19,947825	0,992641	20,020413
67	0,990887	18,879644	0,991028	18,951690	0,991167	19,023288	0,991303	19,094436	0,991437	19,165134
68	0,990769	18,048675	0,990929	18,118738	0,991085	18,188370	0,991239	18,257569	0,991390	18,326335
69	0,987576	17,212169	0,987740	17,280027	0,987903	17,347477	0,988063	17,414518	0,988222	17,481150
70	0,989939	16,422418	0,990139	16,488297	0,990336	16,553779	0,990528	16,618862	0,990716	16,683546
71	0,983689	15,584236	0,983886	15,647520	0,984080	15,710442	0,984271	15,773001	0,984461	15,835196
72	0,985820	14,834351	0,986063	14,895612	0,986303	14,956516	0,986538	15,017065	0,986769	15,077256
73	0,982962	14,040542	0,983229	14,099076	0,983492	14,157282	0,983751	14,215160	0,984006	14,272708
74	0,980460	13,275242	0,980760	13,331034	0,981055	13,386521	0,981346	13,441702	0,981633	13,496576
75	0,980445	12,529841	0,980787	12,582743	0,981123	12,635364	0,981454	12,687701	0,981778	12,739754
76	0,974718	11,769779	0,975088	11,819437	0,975453	11,868848	0,975813	11,918010	0,976168	11,966923
77	0,971685	11,062098	0,972096	11,108631	0,972501	11,154939	0,972900	11,201021	0,973294	11,246877
78	0,970815	10,369881	0,971291	10,413154	0,971758	10,456225	0,972218	10,499094	0,972671	10,541760
79	0,957299	9,666590	0,957760	9,706167	0,958217	9,745578	0,958669	9,784822	0,959116	9,823899
80	0,966399	9,075476	0,966961	9,112184	0,967513	9,148733	0,968055	9,185123	0,968589	9,221351
81	0,942251	8,373636	0,942694	8,406449	0,943133	8,439144	0,943569	8,471721	0,944002	8,504178
82	0,946185	7,856200	0,946798	7,887083	0,947405	7,917842	0,948006	7,948476	0,948599	7,978984
83	0,934193	7,274594	0,934809	7,302172	0,935420	7,329639	0,936025	7,356996	0,936625	7,384241
84	0,930026	6,751817	0,930743	6,776536	0,931452	6,801149	0,932155	6,825654	0,932850	6,850051
85	0,928111	6,222193	0,928948	6,243577	0,929776	6,264865	0,930594	6,286056	0,931403	6,307151
86	0,907823	5,665418	0,908621	5,682882	0,909413	5,700274	0,910198	5,717593	0,910976	5,734839
87	0,892734	5,189898	0,893523	5,204120	0,894307	5,218278	0,895085	5,232373	0,895859	5,246404
88	0,889174	4,753413	0,890129	4,764687	0,891076	4,775904	0,892015	4,787062	0,892947	4,798163
89	0,844777	4,283555	0,845324	4,291089	0,845869	4,298585	0,846412	4,306040	0,846954	4,313457
90	0,874414	3,978760	0,875602	3,984776	0,876780	3,990748	0,877947	3,996674	0,879104	4,002555
91	0,774058	3,478389	0,773790	3,479862	0,773521	3,481326	0,773252	3,482783	0,772983	3,484231
92	0,791968	3,347760	0,792430	3,350997	0,792891	3,354227	0,793351	3,357451	0,793810	3,360668
93	0,753289	3,095801	0,753317	3,097791	0,753344	3,099773	0,753371	3,101749	0,753399	3,103719
94	0,726750	2,945956	0,726584	2,948472	0,726417	2,950978	0,726250	2,953476	0,726083	2,955965
95	0,756766	2,865607	0,757503	2,869842	0,758238	2,874066	0,758971	2,878280	0,759702	2,882485
96	0,719189	2,625943	0,719633	2,628492	0,720077	2,631030	0,720521	2,633558	0,720964	2,636077
97	0,686739	2,456030	0,686915	2,457745	0,687091	2,459446	0,687267	2,461133	0,687443	2,462806
98	0,738860	2,348288	0,740312	2,350054	0,741758	2,351800	0,743196	2,353524	0,744628	2,355228
99	0,638877	2,001539	0,638772	1,999018	0,638667	1,996502	0,638562	1,993991	0,638457	1,991485
100	0,000000	1,850280	0,000000	1,846719	0,000000	1,843166	0,000000	1,839618	0,000000	1,836078

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2041		2042		2043		2044		2045	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999621	83,532897	0,999645	83,644252	0,999667	83,754451	0,999688	83,863509	0,999707	83,971443
1	0,999987	82,564518	0,999988	82,673952	0,999989	82,782345	0,999990	82,889708	0,999991	82,996048
2	0,999987	81,565592	0,999988	81,674939	0,999989	81,783252	0,999990	81,890541	0,999990	81,996814
3	0,999985	80,566639	0,999986	80,675910	0,999987	80,784154	0,999988	80,891378	0,999989	80,997591
4	0,999983	79,567801	0,999984	79,676998	0,999985	79,785172	0,999986	79,892331	0,999987	79,998483
5	0,999980	78,569134	0,999981	78,678254	0,999982	78,786355	0,999983	78,893445	0,999984	78,999532
6	0,999979	77,570682	0,999980	77,679721	0,999981	77,787745	0,999982	77,894762	0,999983	78,000780
7	0,999976	76,572272	0,999977	76,681231	0,999978	76,789180	0,999979	76,896126	0,999980	77,002076
8	0,999972	75,574127	0,999974	75,683000	0,999975	75,790867	0,999976	75,897734	0,999977	76,003610
9	0,999974	74,576205	0,999975	74,684989	0,999976	74,792771	0,999977	74,899557	0,999978	75,005354
10	0,999967	73,578123	0,999968	73,686826	0,999970	73,794530	0,999971	73,901241	0,999972	74,006967
11	0,999962	72,580532	0,999964	72,689142	0,999965	72,796757	0,999966	72,903382	0,999968	73,009025
12	0,999962	71,583248	0,999963	71,691759	0,999965	71,799277	0,999966	71,905810	0,999967	72,011364
13	0,999958	70,585954	0,999960	70,694366	0,999961	70,801790	0,999963	70,908232	0,999964	71,013698
14	0,999943	69,588897	0,999945	69,697205	0,999947	69,804527	0,999949	69,910871	0,999951	70,016243
15	0,999916	68,592804	0,999919	68,700980	0,999921	68,808175	0,999924	68,914396	0,999926	69,019649
16	0,999880	67,598533	0,999884	67,706535	0,999887	67,813561	0,999891	67,919619	0,999894	68,024713
17	0,999853	66,606552	0,999857	66,714329	0,999861	66,821137	0,999865	66,926981	0,999869	67,031868
18	0,999817	65,616266	0,999822	65,723781	0,999827	65,830333	0,999832	65,935929	0,999837	66,040574
19	0,999791	64,628161	0,999797	64,735368	0,999802	64,841621	0,999808	64,946925	0,999813	65,051285
20	0,999780	63,641538	0,999786	63,748411	0,999792	63,854337	0,999797	63,959322	0,999803	64,063372
21	0,999775	62,655405	0,999781	62,761932	0,999787	62,867520	0,999793	62,972176	0,999798	63,075904
22	0,999788	61,669387	0,999794	61,775564	0,999800	61,880812	0,999805	61,985135	0,999811	62,088539
23	0,999797	60,682340	0,999802	60,788182	0,999808	60,893102	0,999813	60,997106	0,999819	61,100199
24	0,999786	59,694585	0,999792	59,800100	0,999798	59,904702	0,999804	60,008396	0,999809	60,111187
25	0,999778	58,707250	0,999784	58,812428	0,999790	58,916703	0,999796	59,020078	0,999801	59,122558
26	0,999764	57,720194	0,999771	57,825037	0,999777	57,928984	0,999783	58,032040	0,999789	58,134209
27	0,999750	56,733674	0,999757	56,838172	0,999763	56,941783	0,999770	57,044511	0,999776	57,146361
28	0,999745	55,747728	0,999752	55,851874	0,999759	55,955141	0,999765	56,057534	0,999771	56,159057
29	0,999702	54,761826	0,999709	54,865615	0,999717	54,968535	0,999724	55,070589	0,999731	55,171780
30	0,999691	53,777997	0,999699	53,881413	0,999707	53,983968	0,999714	54,085665	0,999721	54,186508
31	0,999632	52,794459	0,999640	52,897489	0,999648	52,999666	0,999656	53,100994	0,999664	53,201476
32	0,999648	51,813723	0,999657	51,916350	0,999665	52,018133	0,999673	52,119074	0,999681	52,219178
33	0,999610	50,831784	0,999619	50,934004	0,999628	51,035389	0,999637	51,135941	0,999645	51,235663
34	0,999553	49,851445	0,999563	49,953236	0,999572	50,054200	0,999582	50,154341	0,999591	50,253660
35	0,999529	48,873539	0,999539	48,974880	0,999550	49,075404	0,999560	49,175112	0,999570	49,274007
36	0,999498	47,896356	0,999509	47,997230	0,999520	48,097294	0,999531	48,196553	0,999541	48,295008
37	0,999450	46,920177	0,999462	47,020569	0,999473	47,120162	0,999485	47,218957	0,999496	47,316957
38	0,999427	45,945730	0,999440	46,045623	0,999452	46,144725	0,999464	46,243039	0,999476	46,340567
39	0,999274	44,971792	0,999288	45,071161	0,999302	45,169749	0,999316	45,267559	0,999329	45,364593
40	0,999263	44,004096	0,999278	44,102908	0,999293	44,200948	0,999308	44,298219	0,999322	44,394722
41	0,999061	43,036182	0,999077	43,134402	0,999092	43,231862	0,999108	43,328562	0,999123	43,424504
42	0,999119	42,076170	0,999137	42,173801	0,999154	42,270680	0,999171	42,366807	0,999187	42,462183
43	0,998931	41,112814	0,998949	41,209800	0,998968	41,306044	0,998986	41,401547	0,999004	41,496310
44	0,998880	40,156294	0,998900	40,252621	0,998920	40,348213	0,998939	40,443073	0,998958	40,537202
45	0,998828	39,200764	0,998850	39,296399	0,998871	39,391311	0,998892	39,485500	0,998913	39,578967
46	0,998568	38,246162	0,998591	38,341065	0,998614	38,435254	0,998637	38,528731	0,998659	38,621497
47	0,998369	37,300292	0,998394	37,394450	0,998419	37,487904	0,998443	37,580654	0,998467	37,672701
48	0,998345	36,360403	0,998373	36,453792	0,998400	36,546485	0,998427	36,638483	0,998454	36,729787
49	0,998082	35,419836	0,998111	35,512380	0,998140	35,604238	0,998168	35,695412	0,998196	35,785901
50	0,998152	34,486942	0,998184	34,578642	0,998216	34,669665	0,998247	34,760013	0,998277	34,849685
51	0,997441	33,549869	0,997474	33,640638	0,997505	33,730743	0,997537	33,820184	0,997568	33,908961
52	0,997750	32,634650	0,997787	32,724579	0,997823	32,813849	0,997859	32,902462	0,997894	32,990417
53	0,997371	31,707107	0,997411	31,796045	0,997450	31,884337	0,997489	31,971982	0,997526	32,058962
54	0,997243	30,789357	0,997286	30,877282	0,997327	30,964570	0,997368	31,051222	0,997408	31,137239
55	0,997145	29,873085	0,997190	29,959963	0,997236	30,046215	0,997280	30,131841	0,997324	30,216843
56	0,996930	28,957199	0,996979	29,042967	0,997028	29,128121	0,997075	29,212662	0,997123	29,296589
57	0,996330	28,044845	0,996383	28,129457	0,996435	28,213469	0,996487	28,296879	0,996537	28,379689
58	0,996319	27,146294	0,996377	27,229748	0,996435	27,312611	0,996491	27,394884	0,996547	27,476566

Figura 6.7: Poblacion total periodo 2041-2045

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,995539	26,244752	0,995601	26,326940	0,995661	26,408550	0,995721	26,489583	0,995780	26,570038
60	0,996232	25,360107	0,996302	25,441060	0,996371	25,521446	0,996439	25,601263	0,996506	25,680513
61	0,994172	24,454134	0,994242	24,533626	0,994311	24,612569	0,994379	24,690964	0,994447	24,768811
62	0,994990	23,594558	0,995072	23,672815	0,995153	23,750530	0,995233	23,827703	0,995311	23,904335
63	0,994504	22,710852	0,994594	22,787576	0,994682	22,863776	0,994770	22,939449	0,994855	23,014597
64	0,993980	21,833597	0,994078	21,908719	0,994175	21,983331	0,994270	22,057435	0,994363	22,131030
65	0,993700	20,962804	0,993809	21,036253	0,993917	21,109211	0,994022	21,181677	0,994125	21,253652
66	0,992762	20,092531	0,992881	20,164178	0,992998	20,235354	0,993113	20,306059	0,993226	20,376293
67	0,991570	19,235381	0,991700	19,305177	0,991828	19,374521	0,991955	19,443412	0,992079	19,511851
68	0,991539	18,394667	0,991685	18,462565	0,991828	18,530027	0,991969	18,597054	0,992108	18,663645
69	0,988378	17,547370	0,988532	17,613180	0,988684	17,678577	0,988834	17,743562	0,988982	17,808133
70	0,990901	16,747830	0,991082	16,811713	0,991260	16,875196	0,991434	16,938277	0,991604	17,000957
71	0,984648	15,897025	0,984833	15,958487	0,985015	16,019583	0,985196	16,080311	0,985374	16,140670
72	0,986997	15,137088	0,987220	15,196562	0,987440	15,255675	0,987656	15,314429	0,987868	15,372821
73	0,984256	14,329925	0,984503	14,386811	0,984746	14,443365	0,984985	14,499585	0,985221	14,555472
74	0,981915	13,551143	0,982193	13,605401	0,982466	13,659349	0,982736	13,712987	0,983001	13,766315
75	0,982097	12,791522	0,982411	12,843005	0,982719	12,894201	0,983022	12,945110	0,983319	12,995732
76	0,976517	12,015585	0,976862	12,063995	0,977201	12,112153	0,977536	12,160058	0,977866	12,207709
77	0,973682	11,292504	0,974064	11,337903	0,974441	11,383072	0,974813	11,428011	0,975179	11,472718
78	0,973117	10,584221	0,973555	10,626477	0,973986	10,668527	0,974411	10,710370	0,974828	10,752006
79	0,959558	9,862807	0,959995	9,901545	0,960428	9,940113	0,960857	9,978508	0,961281	10,016732
80	0,969115	9,257418	0,969631	9,293323	0,970139	9,329064	0,970639	9,364642	0,971130	9,400056
81	0,944432	8,536514	0,944858	8,568730	0,945281	8,600822	0,945702	8,632791	0,946119	8,664636
82	0,949186	8,009366	0,949767	8,039620	0,950340	8,069746	0,950908	8,099744	0,951469	8,129612
83	0,937219	7,411374	0,937808	7,438393	0,938392	7,465299	0,938970	7,492091	0,939543	7,518768
84	0,933539	6,874340	0,934220	6,898520	0,934895	6,922591	0,935564	6,946553	0,936225	6,970405
85	0,932204	6,328148	0,932995	6,349048	0,933777	6,369851	0,934550	6,390556	0,935315	6,411162
86	0,911749	5,752012	0,912515	5,769112	0,913274	5,786138	0,914027	5,803091	0,914774	5,819971
87	0,896626	5,260372	0,897389	5,274277	0,898146	5,288119	0,898897	5,301896	0,899644	5,315611
88	0,893871	4,809205	0,894788	4,820190	0,895697	4,831117	0,896599	4,841986	0,897493	4,852798
89	0,847494	4,320833	0,848032	4,328171	0,848568	4,335470	0,849103	4,342729	0,849635	4,349950
90	0,880251	4,008391	0,881387	4,014183	0,882514	4,019931	0,883630	4,025636	0,884737	4,031296
91	0,772714	3,485671	0,772444	3,487104	0,772174	3,488528	0,771904	3,489945	0,771633	3,491353
92	0,794268	3,363878	0,794725	3,367081	0,795182	3,370277	0,795637	3,373467	0,796092	3,376650
93	0,753426	3,105682	0,753453	3,107638	0,753481	3,109587	0,753508	3,111530	0,753535	3,113467
94	0,725916	2,958444	0,725749	2,960915	0,725582	2,963377	0,725414	2,965830	0,725247	2,968273
95	0,760432	2,886679	0,761159	2,890863	0,761884	2,895038	0,762608	2,899202	0,763330	2,903356
96	0,721406	2,638585	0,721848	2,641083	0,722289	2,643570	0,722730	2,646048	0,723170	2,648516
97	0,687619	2,464466	0,687795	2,466113	0,687970	2,467746	0,688146	2,469365	0,688321	2,470971
98	0,746052	2,356912	0,747470	2,358576	0,748881	2,360219	0,750286	2,361842	0,751683	2,363446
99	0,638352	1,988984	0,638247	1,986488	0,638142	1,983997	0,638037	1,981512	0,637932	1,979031
100	0,000000	1,832545	0,000000	1,829018	0,000000	1,825498	0,000000	1,821985	0,000000	1,818479

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2046		2047		2048		2049		2050	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999725	84,078268	0,999742	84,183997	0,999758	84,288646	0,999773	84,392228	0,999787	84,494756
1	0,999991	83,101376	0,999992	83,205700	0,999993	83,309028	0,999993	83,411369	0,999994	83,512732
2	0,999991	82,102080	0,999992	82,206347	0,999992	82,309623	0,999993	82,411916	0,999993	82,513235
3	0,999990	81,102801	0,999990	81,207015	0,999991	81,310243	0,999992	81,412492	0,999992	81,513769
4	0,999988	80,103636	0,999988	80,207797	0,999989	80,310975	0,999990	80,413176	0,999990	80,514410
5	0,999985	79,104624	0,999986	79,208728	0,999987	79,311851	0,999987	79,414002	0,999988	79,515187
6	0,999984	78,105807	0,999985	78,209848	0,999986	78,312913	0,999986	78,415008	0,999987	78,516140
7	0,999981	77,107037	0,999982	77,211018	0,999983	77,314024	0,999984	77,416063	0,999984	77,517143
8	0,999978	76,108500	0,999979	76,212412	0,999980	76,315354	0,999981	76,417331	0,999982	76,518352
9	0,999979	75,110170	0,999980	75,214011	0,999981	75,316883	0,999982	75,418796	0,999983	75,519754
10	0,999973	74,111714	0,999974	74,215489	0,999975	74,318299	0,999976	74,420151	0,999977	74,521051
11	0,999969	73,113693	0,999970	73,217391	0,999971	73,320128	0,999972	73,421909	0,999973	73,522741
12	0,999969	72,115946	0,999970	72,219562	0,999971	72,322219	0,999972	72,423923	0,999973	72,524682
13	0,999965	71,118195	0,999967	71,221729	0,999968	71,324308	0,999969	71,425936	0,999970	71,526621
14	0,999953	70,120648	0,999954	70,224095	0,999956	70,326588	0,999958	70,428135	0,999959	70,528741
15	0,999928	69,123939	0,999931	69,227275	0,999933	69,329661	0,999935	69,431103	0,999937	69,531609
16	0,999897	68,128849	0,999900	68,232035	0,999903	68,334276	0,999906	68,435578	0,999909	68,535948
17	0,999873	67,135803	0,999877	67,238793	0,999880	67,340844	0,999883	67,441961	0,999887	67,542150
18	0,999841	66,144274	0,999845	66,247035	0,999850	66,348862	0,999854	66,449762	0,999858	66,549740
19	0,999818	65,154708	0,999823	65,257198	0,999827	65,358762	0,999832	65,459405	0,999836	65,559132
20	0,999808	64,166491	0,999813	64,268686	0,999818	64,369961	0,999823	64,470322	0,999828	64,569775
21	0,999804	63,178710	0,999809	63,280599	0,999814	63,381575	0,999819	63,481645	0,999824	63,580814
22	0,999816	62,191028	0,999821	62,292608	0,999826	62,393283	0,999831	62,493060	0,999835	62,591942
23	0,999824	61,202385	0,999829	61,303670	0,999834	61,404057	0,999838	61,503553	0,999843	61,602161
24	0,999815	60,213080	0,999820	60,314078	0,999825	60,414186	0,999830	60,513411	0,999835	60,611755
25	0,999807	59,224148	0,999812	59,324851	0,999817	59,424673	0,999822	59,523617	0,999827	59,621689
26	0,999795	58,235496	0,999801	58,335903	0,999806	58,435437	0,999811	58,534101	0,999817	58,631899
27	0,999782	57,247335	0,999788	57,347439	0,999794	57,446676	0,999799	57,545051	0,999804	57,642568
28	0,999778	56,259712	0,999784	56,359505	0,999790	56,458438	0,999795	56,556517	0,999801	56,653745
29	0,999737	55,272113	0,999744	55,371590	0,999750	55,470217	0,999757	55,567996	0,999763	55,664932
30	0,999728	54,286500	0,999735	54,385645	0,999742	54,483945	0,999749	54,581406	0,999755	54,678031
31	0,999672	53,301115	0,999679	53,399915	0,999687	53,497879	0,999694	53,595011	0,999701	53,691314
32	0,999689	52,318446	0,999697	52,416882	0,999704	52,514490	0,999711	52,611273	0,999719	52,707234
33	0,999654	51,334558	0,999662	51,432629	0,999670	51,529880	0,999678	51,626314	0,999686	51,721933
34	0,999600	50,352161	0,999609	50,449847	0,999618	50,546720	0,999627	50,642784	0,999635	50,738041
35	0,999579	49,372093	0,999589	49,469371	0,999598	49,565844	0,999607	49,661516	0,999616	49,756390
36	0,999551	48,392661	0,999561	48,489515	0,999571	48,585573	0,999581	48,680838	0,999590	48,775312
37	0,999507	47,414165	0,999518	47,510582	0,999528	47,606212	0,999538	47,701057	0,999548	47,795119
38	0,999488	46,437311	0,999499	46,533274	0,999510	46,628457	0,999521	46,722863	0,999532	46,816496
39	0,999342	45,460852	0,999355	45,556339	0,999367	45,651055	0,999380	45,745004	0,999392	45,838188
40	0,999336	44,490459	0,999350	44,585432	0,999363	44,679643	0,999376	44,773095	0,999389	44,865789
41	0,999138	43,519690	0,999153	43,614121	0,999167	43,707801	0,999181	43,800729	0,999195	43,892910
42	0,999204	42,556811	0,999219	42,650692	0,999235	42,743827	0,999250	42,836220	0,999265	42,927872
43	0,999021	41,590334	0,999038	41,683621	0,999055	41,776172	0,999072	41,867991	0,999088	41,959078
44	0,998977	40,630601	0,998995	40,723271	0,999013	40,815215	0,999031	40,906434	0,999048	40,996930
45	0,998933	39,671713	0,998953	39,763741	0,998972	39,855051	0,998991	39,945644	0,999010	40,035524
46	0,998680	38,713553	0,998702	38,804900	0,998723	38,895539	0,998744	38,985473	0,998764	39,074702
47	0,998490	37,764048	0,998513	37,854694	0,998536	37,944641	0,998558	38,033890	0,998580	38,122444
48	0,998479	36,820398	0,998505	36,910316	0,998530	36,999544	0,998555	37,088082	0,998579	37,175932
49	0,998223	35,875708	0,998250	35,964833	0,998276	36,053276	0,998303	36,141041	0,998328	36,228127
50	0,998307	34,938683	0,998337	35,027008	0,998366	35,114661	0,998394	35,201643	0,998422	35,287955
51	0,997598	33,997076	0,997629	34,084529	0,997658	34,171322	0,997688	34,257456	0,997717	34,342930
52	0,997929	33,077716	0,997963	33,164360	0,997996	33,250349	0,998029	33,335685	0,998061	33,420368
53	0,997564	32,145337	0,997601	32,231047	0,997637	32,316113	0,997672	32,400538	0,997708	32,484321
54	0,997448	31,222620	0,997487	31,307368	0,997526	31,391481	0,997564	31,474962	0,997601	31,557812
55	0,997367	30,301220	0,997409	30,384973	0,997451	30,468103	0,997492	30,550611	0,997532	30,632498
56	0,997169	29,379905	0,997214	29,462608	0,997259	29,544701	0,997303	29,626183	0,997347	29,707055
57	0,996587	28,461900	0,996636	28,543510	0,996685	28,624522	0,996732	28,704935	0,996779	28,784751
58	0,996602	27,557659	0,996656	27,638162	0,996709	27,718076	0,996761	27,797402	0,996813	27,876140

Figura 6.8: Poblacion total periodo 2046-2050

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,995838	26,649917	0,995896	26,729220	0,995952	26,807946	0,996008	26,886097	0,996063	26,963673
60	0,996571	25,759195	0,996635	25,837311	0,996698	25,914861	0,996759	25,991844	0,996820	26,068263
61	0,994513	24,846109	0,994579	24,922860	0,994644	24,999064	0,994709	25,074720	0,994772	25,149830
62	0,995388	23,980425	0,995464	24,055974	0,995538	24,130981	0,995612	24,205448	0,995684	24,279376
63	0,994939	23,089219	0,995022	23,163316	0,995104	23,236888	0,995184	23,309936	0,995263	23,382459
64	0,994455	22,204116	0,994546	22,276693	0,994635	22,348762	0,994722	22,420322	0,994808	22,491374
65	0,994227	21,325134	0,994327	21,396124	0,994425	21,466623	0,994522	21,536630	0,994617	21,606146
66	0,993338	20,446054	0,993447	20,515344	0,993555	20,584162	0,993661	20,652508	0,993765	20,720382
67	0,992201	19,579836	0,992322	19,647369	0,992441	19,714447	0,992558	19,781073	0,992673	19,847246
68	0,992244	18,729800	0,992378	18,795519	0,992510	18,860801	0,992639	18,925646	0,992766	18,990055
69	0,989128	17,872291	0,989272	17,936035	0,989415	17,999366	0,989555	18,062281	0,989694	18,124783
70	0,991771	17,063234	0,991935	17,125109	0,992096	17,186582	0,992253	17,247651	0,992407	17,308319
71	0,985550	16,200659	0,985725	16,260279	0,985897	16,319528	0,986067	16,378407	0,986234	16,436915
72	0,988077	15,430853	0,988282	15,488522	0,988483	15,545829	0,988681	15,602774	0,988876	15,659356
73	0,985453	14,611025	0,985681	14,666243	0,985906	14,721125	0,986127	14,775672	0,986345	14,829883
74	0,983262	13,819331	0,983519	13,872035	0,983773	13,924427	0,984022	13,976506	0,984268	14,028272
75	0,983611	13,046065	0,983899	13,096109	0,984181	13,145864	0,984458	13,195329	0,984731	13,244504
76	0,978190	12,255104	0,978511	12,302244	0,978826	12,349128	0,979137	12,395754	0,979444	12,442124
77	0,975540	11,517194	0,975896	11,561437	0,976246	11,605446	0,976592	11,649222	0,976932	11,692763
78	0,975239	10,793433	0,975643	10,834652	0,976041	10,875661	0,976432	10,916461	0,976817	10,957050
79	0,961700	10,054781	0,962115	10,092657	0,962525	10,130358	0,962931	10,167883	0,963333	10,205231
80	0,971614	9,435305	0,972089	9,470388	0,972556	9,505304	0,973016	9,540054	0,973468	9,574637
81	0,946532	8,696356	0,946943	8,727949	0,947351	8,759415	0,947756	8,790754	0,948157	8,821963
82	0,952024	8,159350	0,952573	8,188957	0,953116	8,218432	0,953652	8,247776	0,954183	8,276986
83	0,940111	7,545330	0,940674	7,571776	0,941231	7,598106	0,941784	7,624318	0,942331	7,650413
84	0,936880	6,994147	0,937529	7,017778	0,938171	7,041298	0,938807	7,064707	0,939436	7,088005
85	0,936071	6,431671	0,936818	6,452082	0,937557	6,472394	0,938288	6,492608	0,939010	6,512722
86	0,915515	5,836776	0,916250	5,853507	0,916978	5,870165	0,917701	5,886747	0,918417	5,903256
87	0,900385	5,329261	0,901121	5,342848	0,901852	5,356371	0,902578	5,369831	0,903298	5,383227
88	0,898380	4,863552	0,899260	4,874249	0,900133	4,884888	0,900998	4,895471	0,901856	4,905996
89	0,850167	4,357132	0,850696	4,364275	0,851224	4,371380	0,851750	4,378447	0,852274	4,385475
90	0,885833	4,036913	0,886920	4,042487	0,887997	4,048018	0,889064	4,053506	0,890122	4,058951
91	0,771363	3,492754	0,771092	3,494146	0,770820	3,495530	0,770549	3,496907	0,770277	3,498275
92	0,796545	3,379827	0,796998	3,382996	0,797450	3,386159	0,797901	3,389315	0,798351	3,392464
93	0,753563	3,115396	0,753590	3,117319	0,753617	3,119236	0,753645	3,121145	0,753672	3,123049
94	0,725079	2,970708	0,724912	2,973134	0,724744	2,975551	0,724576	2,977959	0,724409	2,980358
95	0,764050	2,907500	0,764767	2,911634	0,765483	2,915759	0,766197	2,919873	0,766910	2,923977
96	0,723609	2,650974	0,724048	2,653422	0,724486	2,655860	0,724924	2,658289	0,725361	2,660707
97	0,688497	2,472564	0,688672	2,474143	0,688848	2,475709	0,689023	2,477263	0,689198	2,478803
98	0,753074	2,365029	0,754458	2,366593	0,755836	2,368137	0,757207	2,369662	0,758571	2,371167
99	0,637826	1,976555	0,637721	1,974084	0,637616	1,971618	0,637511	1,969157	0,637406	1,966701
100	0,000000	1,814979	0,000000	1,811486	0,000000	1,808000	0,000000	1,804521	0,000000	1,801048

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2051		2052		2053		2054		2055	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999800	84,596244	0,999813	84,696704	0,999824	84,796147	0,999835	84,894586	0,999845	84,992033
1	0,999994	83,613126	0,999995	83,712557	0,999995	83,811035	0,999996	83,908567	0,999996	84,005161
2	0,999994	82,613587	0,999994	82,712981	0,999995	82,811424	0,999995	82,908925	0,999996	83,005490
3	0,999993	81,614083	0,999993	81,713441	0,999994	81,811851	0,999994	81,909321	0,999994	82,005858
4	0,999991	80,614683	0,999991	80,714002	0,999992	80,812377	0,999992	80,909813	0,999993	81,006318
5	0,999989	79,615415	0,999989	79,714692	0,999990	79,813026	0,999990	79,910424	0,999991	80,006894
6	0,999988	78,616318	0,999988	78,715547	0,999989	78,813836	0,999990	78,911192	0,999990	79,007621
7	0,999985	77,617270	0,999986	77,716452	0,999986	77,814696	0,999987	77,912009	0,999988	78,008397
8	0,999982	76,618423	0,999983	76,717551	0,999984	76,815744	0,999985	76,913008	0,999985	77,009350
9	0,999983	75,619765	0,999984	75,718835	0,999985	75,816973	0,999986	75,914184	0,999986	76,010476
10	0,999978	74,621007	0,999979	74,720025	0,999980	74,818112	0,999981	74,915274	0,999981	75,011520
11	0,999974	73,622632	0,999975	73,721587	0,999976	73,819613	0,999977	73,916717	0,999978	74,012907
12	0,999974	72,624501	0,999975	72,723387	0,999976	72,821348	0,999977	72,918388	0,999978	73,014516
13	0,999971	71,626370	0,999972	71,725188	0,999973	71,823082	0,999974	71,920060	0,999975	72,016127
14	0,999960	70,628413	0,999962	70,727158	0,999963	70,824982	0,999965	70,921891	0,999966	71,017892
15	0,999939	69,631185	0,999941	69,729836	0,999943	69,827569	0,999945	69,924391	0,999947	70,020307
16	0,999912	68,635391	0,999914	68,733914	0,999917	68,831522	0,999919	68,928223	0,999922	69,024022
17	0,999890	67,641418	0,999893	67,739771	0,999896	67,837214	0,999899	67,933754	0,999902	68,029396
18	0,999862	66,648802	0,999866	66,746954	0,999869	66,844202	0,999873	66,940552	0,999876	67,036010
19	0,999841	65,657951	0,999845	65,755865	0,999849	65,852881	0,999853	65,949006	0,999857	66,044243
20	0,999832	64,668325	0,999837	64,765978	0,999841	64,862740	0,999845	64,958615	0,999849	65,053611
21	0,999828	63,679088	0,999833	63,776470	0,999837	63,872968	0,999842	63,968586	0,999846	64,063331
22	0,999840	62,689935	0,999844	62,787045	0,999849	62,883277	0,999853	62,978636	0,999857	63,073127
23	0,999847	61,699888	0,999852	61,796739	0,999856	61,892717	0,999860	61,987829	0,999864	62,082080
24	0,999839	60,709225	0,999844	60,805824	0,999848	60,901559	0,999853	60,996433	0,999857	61,090452
25	0,999832	59,718894	0,999837	59,815235	0,999841	59,910718	0,999846	60,005347	0,999850	60,099128
26	0,999822	58,728837	0,999826	58,824918	0,999831	58,920148	0,999836	59,014531	0,999840	59,108071
27	0,999810	57,739231	0,999815	57,835045	0,999820	57,930014	0,999825	58,024142	0,999829	58,117434
28	0,999806	56,750126	0,999811	56,845665	0,999817	56,940365	0,999822	57,034232	0,999826	57,127269
29	0,999769	55,761028	0,999774	55,856289	0,999780	55,950719	0,999785	56,044321	0,999791	56,137101
30	0,999761	54,773823	0,999767	54,868786	0,999773	54,962925	0,999779	55,056243	0,999784	55,148745
31	0,999708	53,786791	0,999714	53,881448	0,999721	53,975287	0,999727	54,068312	0,999733	54,160528
32	0,999725	52,802377	0,999732	52,896705	0,999739	52,990222	0,999745	53,082932	0,999751	53,174839
33	0,999693	51,816742	0,999700	51,910744	0,999708	52,003941	0,999715	52,096339	0,999721	52,187940
34	0,999643	50,832495	0,999651	50,926150	0,999659	51,019008	0,999666	51,111074	0,999674	51,202349
35	0,999625	49,850467	0,999633	49,943753	0,999641	50,036249	0,999649	50,127960	0,999657	50,218888
36	0,999599	48,868998	0,999608	48,961900	0,999617	49,054020	0,999625	49,145362	0,999634	49,235929
37	0,999558	47,888401	0,999568	47,980907	0,999577	48,072639	0,999586	48,163600	0,999595	48,253794
38	0,999542	46,909356	0,999552	47,001448	0,999562	47,092774	0,999572	47,183336	0,999582	47,273139
39	0,999403	45,930608	0,999415	46,022269	0,999426	46,113171	0,999437	46,203319	0,999448	46,292714
40	0,999402	44,957728	0,999414	45,048915	0,999426	45,139352	0,999438	45,229041	0,999450	45,317986
41	0,999209	43,984345	0,999222	44,075036	0,999235	44,164985	0,999248	44,254196	0,999261	44,342671
42	0,999280	43,018785	0,999294	43,108961	0,999308	43,198403	0,999322	43,287113	0,999335	43,375094
43	0,999104	42,049435	0,999120	42,139065	0,999135	42,227970	0,999150	42,316152	0,999165	42,403613
44	0,999065	41,086704	0,999082	41,175760	0,999098	41,264098	0,999114	41,351721	0,999130	41,438632
45	0,999028	40,124692	0,999046	40,213148	0,999064	40,300897	0,999081	40,387939	0,999099	40,474276
46	0,998784	39,163229	0,998804	39,251054	0,998823	39,338181	0,998842	39,424611	0,998861	39,510345
47	0,998602	38,210303	0,998623	38,297470	0,998644	38,383946	0,998665	38,469733	0,998686	38,554833
48	0,998603	37,263096	0,998626	37,349575	0,998649	37,435371	0,998672	37,520485	0,998694	37,604920
49	0,998354	36,314537	0,998379	36,400271	0,998403	36,485332	0,998427	36,569721	0,998451	36,653440
50	0,998450	35,373599	0,998477	35,458576	0,998503	35,542888	0,998529	35,626536	0,998555	35,709523
51	0,997746	34,427748	0,997774	34,511911	0,997802	34,595418	0,997830	34,678274	0,997857	34,760478
52	0,998093	33,504400	0,998124	33,587783	0,998155	33,670517	0,998185	33,752605	0,998215	33,834048
53	0,997742	32,567464	0,997776	32,649968	0,997810	32,731834	0,997843	32,813064	0,997875	32,893660
54	0,997638	31,640031	0,997674	31,721621	0,997710	31,802584	0,997745	31,882920	0,997779	31,962631
55	0,997571	30,713765	0,997610	30,794413	0,997649	30,874443	0,997687	30,953857	0,997724	31,032655
56	0,997390	29,787319	0,997432	29,866975	0,997473	29,946025	0,997514	30,024470	0,997554	30,102312
57	0,996826	28,863971	0,996871	28,942595	0,996916	29,020624	0,996961	29,098061	0,997005	29,174905
58	0,996863	27,954292	0,996913	28,031859	0,996962	28,108841	0,997011	28,185239	0,997058	28,261056

Figura 6.9: Poblacion total periodo 2051-2055

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,996118	27,040676	0,996171	27,117106	0,996224	27,192963	0,996276	27,268250	0,996327	27,342967
60	0,996879	26,144117	0,996938	26,219408	0,996995	26,294137	0,997051	26,368304	0,997106	26,441911
61	0,994835	25,224393	0,994897	25,298412	0,994958	25,371885	0,995019	25,444815	0,995078	25,517203
62	0,995755	24,352763	0,995824	24,425613	0,995893	24,497924	0,995961	24,569699	0,996027	24,640938
63	0,995340	23,454458	0,995417	23,525935	0,995492	23,596889	0,995566	23,667322	0,995638	23,737234
64	0,994893	22,561919	0,994976	22,631956	0,995058	22,701488	0,995139	22,770513	0,995218	22,839034
65	0,994710	21,675171	0,994802	21,743705	0,994892	21,811749	0,994980	21,879305	0,995067	21,946371
66	0,993868	20,787785	0,993969	20,854717	0,994068	20,921179	0,994165	20,987169	0,994261	21,052691
67	0,992786	19,912965	0,992898	19,978231	0,993007	20,043045	0,993116	20,107407	0,993222	20,171317
68	0,992891	19,054028	0,993014	19,117564	0,993135	19,180664	0,993253	19,243329	0,993370	19,305559
69	0,989831	18,186870	0,989966	18,248543	0,990099	18,309802	0,990230	18,370647	0,990360	18,431078
70	0,992559	17,368583	0,992707	17,428446	0,992852	17,487905	0,992994	17,546963	0,993134	17,605620
71	0,986400	16,495051	0,986564	16,552816	0,986726	16,610209	0,986886	16,667230	0,987044	16,723879
72	0,989068	15,715576	0,989256	15,771433	0,989441	15,826927	0,989622	15,882058	0,989801	15,936827
73	0,986559	14,883758	0,986770	14,937296	0,986978	14,990498	0,987182	15,043363	0,987383	15,095891
74	0,984510	14,079724	0,984748	14,130863	0,984982	14,181687	0,985213	14,232198	0,985441	14,282394
75	0,984998	13,293389	0,985261	13,341983	0,985520	13,390285	0,985774	13,438297	0,986023	13,486017
76	0,979746	12,488235	0,980043	12,534087	0,980336	12,579681	0,980625	12,625015	0,980910	12,670090
77	0,977268	11,736069	0,977599	11,779140	0,977925	11,821975	0,978247	11,864573	0,978563	11,906935
78	0,977195	10,997427	0,977568	11,037593	0,977935	11,077547	0,978295	11,117289	0,978650	11,156818
79	0,963731	10,242403	0,964124	10,279396	0,964513	10,316212	0,964898	10,352848	0,965279	10,389304
80	0,973913	9,609052	0,974350	9,643298	0,974781	9,677376	0,975204	9,711285	0,975620	9,745024
81	0,948556	8,853043	0,948952	8,883993	0,949344	8,914812	0,949734	8,945500	0,950121	8,976055
82	0,954708	8,306063	0,955227	8,335007	0,955740	8,363816	0,956247	8,392490	0,956748	8,421028
83	0,942874	7,676391	0,943411	7,702250	0,943944	7,727990	0,944471	7,753612	0,944994	7,779114
84	0,940059	7,111191	0,940676	7,134265	0,941287	7,157227	0,941892	7,180077	0,942490	7,202814
85	0,939724	6,532739	0,940430	6,552656	0,941128	6,572474	0,941819	6,592193	0,942501	6,611813
86	0,919127	5,919689	0,919832	5,936049	0,920531	5,952333	0,921223	5,968542	0,921910	5,984677
87	0,904014	5,396559	0,904724	5,409828	0,905430	5,423033	0,906131	5,436174	0,906826	5,449252
88	0,902708	4,916465	0,903552	4,926877	0,904389	4,937232	0,905219	4,947530	0,906043	4,957772
89	0,852796	4,392465	0,853317	4,399417	0,853836	4,406331	0,854354	4,413207	0,854869	4,420046
90	0,891170	4,064355	0,892209	4,069716	0,893238	4,075035	0,894258	4,080313	0,895269	4,085549
91	0,770005	3,499635	0,769732	3,500987	0,769459	3,502331	0,769186	3,503667	0,768913	3,504995
92	0,798800	3,395607	0,799248	3,398742	0,799696	3,401871	0,800142	3,404993	0,800588	3,408108
93	0,753699	3,124945	0,753727	3,126835	0,753754	3,128718	0,753781	3,130595	0,753809	3,132465
94	0,724241	2,982748	0,724073	2,985130	0,723905	2,987502	0,723736	2,989865	0,723568	2,992219
95	0,767620	2,928071	0,768328	2,932155	0,769035	2,936228	0,769740	2,940292	0,770442	2,944346
96	0,725797	2,663115	0,726233	2,665514	0,726669	2,667903	0,727103	2,670283	0,727537	2,672652
97	0,689373	2,480330	0,689548	2,481844	0,689723	2,483345	0,689898	2,484834	0,690072	2,486310
98	0,759928	2,372654	0,761279	2,374121	0,762624	2,375568	0,763962	2,376997	0,765293	2,378408
99	0,637300	1,964250	0,637195	1,961804	0,637090	1,959362	0,636984	1,956926	0,636879	1,954494
100	0,000000	1,797582	0,000000	1,794122	0,000000	1,790670	0,000000	1,787224	0,000000	1,783784

LISTA DE REFERENCIAS

Edad	2056		2057		2058		2059		2060	
	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t	px,t	ex,t
0	0,999855	85,088498	0,999864	85,183992	0,999872	85,278527	0,999880	85,372113	0,999888	85,464759
1	0,999996	84,100826	0,999997	84,195569	0,999997	84,289398	0,999997	84,382320	0,999997	84,474344
2	0,999996	83,101129	0,999996	83,195847	0,999996	83,289653	0,999997	83,382555	0,999997	83,474559
3	0,999995	82,101470	0,999995	82,196163	0,999995	82,289947	0,999996	82,382827	0,999996	82,474812
4	0,999993	81,101900	0,999994	81,196567	0,999994	81,290324	0,999994	81,383180	0,999995	81,475143
5	0,999991	80,102443	0,999992	80,197077	0,999992	80,290805	0,999993	80,383634	0,999993	80,475569
6	0,999991	79,103132	0,999991	79,197730	0,999992	79,291423	0,999992	79,384219	0,999992	79,476124
7	0,999988	78,103869	0,999989	78,198430	0,999989	78,292089	0,999990	78,384851	0,999990	78,476724
8	0,999986	77,104777	0,999987	77,199296	0,999987	77,292914	0,999988	77,385638	0,999988	77,477474
9	0,999987	76,105854	0,999987	76,200327	0,999988	76,293901	0,999988	76,386582	0,999989	76,478378
10	0,999982	75,106854	0,999983	75,201284	0,999984	75,294817	0,999984	75,387459	0,999985	75,479218
11	0,999979	74,108187	0,999980	74,202566	0,999981	74,296049	0,999981	74,388643	0,999982	74,480356
12	0,999979	73,109737	0,999979	73,204059	0,999980	73,297487	0,999981	73,390028	0,999982	73,481690
13	0,999976	72,111289	0,999977	72,205554	0,999978	72,298928	0,999979	72,391417	0,999980	72,483027
14	0,999967	71,112991	0,999968	71,207195	0,999969	71,300509	0,999970	71,392941	0,999971	71,484497
15	0,999948	70,115324	0,999950	70,209449	0,999952	70,302687	0,999953	70,395045	0,999955	70,486529
16	0,999924	69,118926	0,999926	69,212940	0,999928	69,306072	0,999930	69,398326	0,999933	69,489710
17	0,999905	68,124148	0,999908	68,218014	0,999910	68,311002	0,999913	68,403117	0,999915	68,494365
18	0,999880	67,130582	0,999883	67,224273	0,999886	67,317090	0,999889	67,409039	0,999892	67,500126
19	0,999861	66,138600	0,999865	66,232083	0,999868	66,324696	0,999872	66,416447	0,999875	66,507340
20	0,999853	65,147731	0,999857	65,240983	0,999861	65,333371	0,999865	65,424902	0,999868	65,515582
21	0,999850	64,157207	0,999854	64,250220	0,999858	64,342375	0,999862	64,433679	0,999865	64,524137
22	0,999861	63,166756	0,999865	63,259528	0,999868	63,351448	0,999872	63,442523	0,999876	63,532757
23	0,999868	62,175475	0,999872	62,268018	0,999875	62,359717	0,999879	62,450575	0,999882	62,540598
24	0,999861	61,183622	0,999865	61,275946	0,999869	61,367431	0,999872	61,458081	0,999876	61,547902
25	0,999854	60,192065	0,999858	60,284163	0,999862	60,375427	0,999866	60,465863	0,999870	60,555474
26	0,999845	59,200774	0,999849	59,292644	0,999853	59,383686	0,999857	59,473904	0,999861	59,563305
27	0,999834	58,209895	0,999838	58,301530	0,999843	58,392342	0,999847	58,482337	0,999851	58,571519
28	0,999831	57,219481	0,999836	57,310872	0,999840	57,401448	0,999844	57,491212	0,999849	57,580169
29	0,999796	56,229062	0,999801	56,320209	0,999806	56,410545	0,999811	56,500076	0,999816	56,588806
30	0,999790	55,240434	0,999795	55,331316	0,999800	55,421393	0,999805	55,510671	0,999810	55,599153
31	0,999739	54,251937	0,999745	54,342545	0,999751	54,432356	0,999757	54,521373	0,999762	54,609600
32	0,999757	53,265946	0,999763	53,356257	0,999769	53,445777	0,999775	53,534510	0,999780	53,622459
33	0,999728	52,278749	0,999734	52,368768	0,999741	52,458002	0,999747	52,546455	0,999753	52,634131
34	0,999681	51,292839	0,999688	51,382547	0,999695	51,471476	0,999702	51,559631	0,999709	51,647015
35	0,999665	50,309037	0,999673	50,398410	0,999680	50,487012	0,999687	50,574845	0,999694	50,661914
36	0,999642	49,325724	0,999650	49,414751	0,999658	49,503012	0,999665	49,590512	0,999673	49,677255
37	0,999604	48,343222	0,999612	48,431890	0,999621	48,519800	0,999629	48,606955	0,999637	48,693359
38	0,999591	47,362184	0,999600	47,450475	0,999609	47,538016	0,999618	47,624809	0,999626	47,710857
39	0,999459	46,381360	0,999470	46,469260	0,999480	46,556417	0,999490	46,642834	0,999500	46,728514
40	0,999461	45,406189	0,999472	45,493653	0,999483	45,580381	0,999494	45,666376	0,999504	45,751642
41	0,999274	44,430412	0,999286	44,517422	0,999298	44,603705	0,999310	44,689262	0,999322	44,774098
42	0,999348	43,462348	0,999361	43,548878	0,999374	43,634686	0,999387	43,719776	0,999399	43,804150
43	0,999180	42,490356	0,999194	42,576384	0,999208	42,661699	0,999222	42,746304	0,999236	42,830201
44	0,999146	41,524833	0,999161	41,610325	0,999176	41,695112	0,999191	41,779197	0,999205	41,862581
45	0,999115	40,559912	0,999132	40,644848	0,999148	40,729087	0,999164	40,812631	0,999179	40,895483
46	0,998879	39,595387	0,998898	39,679738	0,998915	39,763401	0,998933	39,846378	0,998950	39,928671
47	0,998706	38,639248	0,998725	38,722980	0,998745	38,806032	0,998764	38,888406	0,998783	38,970104
48	0,998716	37,688678	0,998737	37,771761	0,998759	37,854171	0,998779	37,935910	0,998800	38,016980
49	0,998475	36,736492	0,998498	36,818877	0,998521	36,900598	0,998543	36,981658	0,998565	37,062058
50	0,998580	35,791850	0,998605	35,873519	0,998629	35,954532	0,998653	36,034891	0,998676	36,114598
51	0,997884	34,842033	0,997911	34,922941	0,997937	35,003203	0,997963	35,082822	0,997989	35,161799
52	0,998244	33,914848	0,998273	33,995006	0,998301	34,074524	0,998329	34,153406	0,998356	34,231651
53	0,997907	32,973624	0,997939	33,052956	0,997970	33,131658	0,998001	33,209734	0,998031	33,287183
54	0,997813	32,041718	0,997847	32,120184	0,997880	32,198030	0,997912	32,275258	0,997944	32,351869
55	0,997760	31,110841	0,997796	31,188414	0,997832	31,265378	0,997867	31,341733	0,997901	31,417481
56	0,997593	30,179551	0,997632	30,256189	0,997670	30,332229	0,997708	30,407670	0,997744	30,482516
57	0,997048	29,251159	0,997090	29,326823	0,997132	29,401900	0,997173	29,476390	0,997214	29,550296
58	0,997105	28,336291	0,997151	28,410947	0,997196	28,485025	0,997241	28,558526	0,997285	28,631453

Figura 6.10: Poblacion total periodo 2056-2060

Continua en la siguiente pagina

LISTA DE REFERENCIAS

59	0,996378	27,417115	0,996428	27,490696	0,996477	27,563712	0,996526	27,636162	0,996574	27,708050
60	0,997160	26,514959	0,997213	26,587449	0,997265	26,659383	0,997316	26,730762	0,997366	26,801587
61	0,995137	25,589048	0,995196	25,660353	0,995253	25,731118	0,995310	25,801345	0,995367	25,871035
62	0,996092	24,711642	0,996156	24,781812	0,996220	24,851450	0,996282	24,920557	0,996343	24,989134
63	0,995710	23,806626	0,995780	23,875500	0,995849	23,943856	0,995917	24,011696	0,995984	24,079021
64	0,995296	22,907051	0,995373	22,974565	0,995448	23,041577	0,995523	23,108087	0,995596	23,174098
65	0,995152	22,012950	0,995236	22,079041	0,995319	22,144647	0,995400	22,209767	0,995480	22,274403
66	0,994356	21,117743	0,994449	21,182327	0,994540	21,246443	0,994630	21,310093	0,994718	21,373276
67	0,993327	20,234776	0,993430	20,297784	0,993532	20,360342	0,993632	20,422451	0,993730	20,484111
68	0,993484	19,367353	0,993597	19,428714	0,993707	19,489641	0,993816	19,550135	0,993923	19,610196
69	0,990488	18,491095	0,990614	18,550700	0,990739	18,609891	0,990862	18,668671	0,990983	18,727039
70	0,993271	17,663874	0,993405	17,721728	0,993536	17,779182	0,993665	17,836235	0,993791	17,892890
71	0,987201	16,780157	0,987355	16,836062	0,987508	16,891597	0,987658	16,946760	0,987807	17,001552
72	0,989976	15,991233	0,990149	16,045277	0,990319	16,089899	0,990485	16,152279	0,990649	16,205237
73	0,987582	15,148083	0,987777	15,199937	0,987969	15,251455	0,988158	15,302637	0,988344	15,353482
74	0,985665	14,332275	0,985886	14,381843	0,986103	14,431096	0,986317	14,480035	0,986527	14,528660
75	0,986269	13,533446	0,986510	13,580583	0,986746	13,627429	0,986979	13,673983	0,987208	13,720246
76	0,981191	12,714904	0,981467	12,759458	0,981740	12,803752	0,982009	12,847785	0,982273	12,891557
77	0,978876	11,949060	0,979183	11,990948	0,979487	12,032598	0,979786	12,074010	0,980080	12,115184
78	0,978999	11,196133	0,979342	11,235236	0,979680	11,274124	0,980013	11,312798	0,980340	11,351258
79	0,965656	10,425581	0,966028	10,461676	0,966397	10,497591	0,966762	10,533324	0,967123	10,568875
80	0,976029	9,778593	0,976431	9,811992	0,976827	9,845221	0,977216	9,878278	0,977598	9,911164
81	0,950505	9,006477	0,950886	9,036765	0,951264	9,066919	0,951639	9,096938	0,952012	9,126822
82	0,957244	8,449431	0,957735	8,477698	0,958220	8,505827	0,958699	8,533820	0,959173	8,561675
83	0,945512	7,804496	0,946026	7,829757	0,946534	7,854899	0,947038	7,879919	0,947537	7,904819
84	0,943083	7,225438	0,943669	7,247949	0,944250	7,270347	0,944825	7,292631	0,945395	7,314803
85	0,943175	6,631333	0,943842	6,650755	0,944501	6,670076	0,945153	6,689299	0,945797	6,708422
86	0,922592	6,000736	0,923267	6,016720	0,923937	6,032630	0,924601	6,048463	0,925260	6,064222
87	0,907517	5,462266	0,908203	5,475216	0,908884	5,488102	0,909560	5,500925	0,910232	5,513685
88	0,906860	4,967958	0,907669	4,978088	0,908473	4,988162	0,909269	4,998179	0,910059	5,008142
89	0,855384	4,426847	0,855896	4,433611	0,856407	4,440338	0,856916	4,447027	0,857423	4,453679
90	0,896271	4,090745	0,897264	4,095899	0,898248	4,101013	0,899222	4,106086	0,900188	4,111119
91	0,768639	3,506315	0,768366	3,507627	0,768091	3,508931	0,767817	3,510227	0,767542	3,511514
92	0,801033	3,411216	0,801477	3,414318	0,801920	3,417412	0,802362	3,420500	0,802803	3,423581
93	0,753836	3,134329	0,753863	3,136185	0,753891	3,138036	0,753918	3,139879	0,753945	3,141716
94	0,723400	2,994565	0,723231	2,996901	0,723063	2,999229	0,722894	3,001547	0,722726	3,003857
95	0,771143	2,948390	0,771842	2,952423	0,772540	2,956447	0,773235	2,960460	0,773929	2,964464
96	0,727971	2,675012	0,728404	2,677362	0,728836	2,679703	0,729268	2,682034	0,729699	2,684356
97	0,690247	2,487773	0,690422	2,489224	0,690596	2,490662	0,690771	2,492088	0,690945	2,493501
98	0,766618	2,379799	0,767936	2,381172	0,769248	2,382526	0,770554	2,383863	0,771852	2,385180
99	0,636774	1,952068	0,636668	1,949646	0,636563	1,947229	0,636457	1,944817	0,636352	1,942410
100	0,000000	1,780351	0,000000	1,776925	0,000000	1,773506	0,000000	1,770092	0,000000	1,766686

Anexo B: Tablas de Mortalidad - INE Portugal

Instituto Nacional de Estadística - Portugal													
Edad	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex	Edad	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0,002440	100000	244	99878	8095609	80,96	51	0,003098	96513	299	96363	3046903	31,57
1	0,000140	99756	14	99749	7995731	80,15	52	0,003575	96214	344	96042	2950540	30,67
2	0,000221	99742	22	99731	7895982	79,16	53	0,003995	95870	383	95678	2854498	29,77
3	0,000140	99720	14	99713	7796251	78,18	54	0,004315	95487	412	95281	2758819	28,89
4	0,000090	99706	9	99702	7696538	77,19	55	0,004733	95075	450	94850	2663538	28,02
5	0,000070	99697	7	99694	7596837	76,20	56	0,005020	94625	475	94387	2568688	27,15
6	0,000110	99690	11	99685	7497143	75,20	57	0,005438	94150	512	93894	2474301	26,28
7	0,000090	99679	9	99675	7397459	74,21	58	0,005778	93638	541	93367	2380407	25,42
8	0,000080	99670	8	99666	7297784	73,22	59	0,006509	93097	606	92794	2287039	24,57
9	0,000060	99662	6	99659	7198118	72,23	60	0,006952	92491	643	92169	2194245	23,72
10	0,000080	99656	8	99652	7098459	71,23	61	0,007578	91848	696	91500	2102076	22,89
11	0,000060	99648	6	99645	6998807	70,24	62	0,008096	91152	738	90783	2010576	22,06
12	0,000080	99642	8	99638	6899162	69,24	63	0,008871	90414	802	90013	1919793	21,23
13	0,000130	99634	13	99628	6799524	68,25	64	0,009140	89612	819	89202	1829780	20,42
14	0,000120	99621	12	99615	6699897	67,25	65	0,010046	88793	892	88347	1740578	19,60
15	0,000161	99609	16	99601	6600282	66,26	66	0,010990	87901	966	87418	1652231	18,80
16	0,000181	99593	18	99584	6500681	65,27	67	0,011745	86935	1021	86424	1564813	18,00
17	0,000191	99575	19	99566	6401097	64,28	68	0,012734	85914	1094	85367	1478389	17,21
18	0,000301	99556	30	99541	6301531	63,30	69	0,013570	84820	1151	84244	1393022	16,42
19	0,000332	99526	33	99510	6201990	62,32	70	0,014343	83669	1200	83069	1308778	15,64
20	0,000352	99493	35	99476	6102481	61,34	71	0,015534	82469	1281	81828	1225709	14,86
21	0,000312	99458	31	99442	6003005	60,36	72	0,018107	81188	1470	80453	1143881	14,09
22	0,000382	99427	38	99408	5903563	59,38	73	0,018755	79718	1495	78970	1063428	13,34
23	0,000352	99389	35	99371	5804155	58,40	74	0,021171	78223	1656	77395	984458	12,59
24	0,000393	99354	39	99334	5704783	57,42	75	0,023980	76566	1836	75648	907064	11,85
25	0,000302	99315	30	99300	5605449	56,44	76	0,026349	74730	1969	73746	831415	11,13
26	0,000443	99285	44	99263	5506149	55,46	77	0,030883	72761	2247	71638	757669	10,41
27	0,000484	99241	48	99217	5406886	54,48	78	0,035470	70514	2501	69264	686032	9,73
28	0,000363	99193	36	99175	5307669	53,51	79	0,037862	68013	2575	66726	616768	9,07
29	0,000424	99157	42	99136	5208494	52,53	80	0,043784	65438	2865	64005	550042	8,41
30	0,000434	99115	43	99093	5109358	51,55	81	0,049672	62573	3108	61019	486037	7,77
31	0,000656	99072	65	99039	5010264	50,57	82	0,056675	59465	3370	57780	425018	7,15
32	0,000566	99007	56	98979	4911225	49,60	83	0,065963	56095	3700	54245	367238	6,55
33	0,000647	98951	64	98919	4812246	48,63	84	0,077760	52394	4074	50357	312994	5,97
34	0,000607	98887	60	98857	4713327	47,66	85	0,092762	48320	4482	46079	262637	5,44
35	0,000637	98827	63	98795	4614470	46,69	86	0,108612	43838	4761	41457	216557	4,94
36	0,000699	98764	69	98729	4515674	45,72	87	0,126606	39077	4947	36603	175100	4,48
37	0,000750	98695	74	98658	4416945	44,75	88	0,146453	34129	4998	31630	138497	4,06
38	0,000902	98621	89	98576	4318287	43,79	89	0,168417	29131	4906	26678	106867	3,67
39	0,000964	98532	95	98484	4219710	42,83	90	0,194443	24225	4710	21870	80189	3,31
40	0,000996	98437	98	98388	4121226	41,87	91	0,221072	19514	4314	17357	58320	2,99
41	0,001058	98339	104	98287	4022838	40,91	92	0,250066	15200	3801	13300	40962	2,69
42	0,001283	98235	126	98172	3924551	39,95	93	0,281340	11399	3207	9796	27662	2,43
43	0,001264	98109	124	98047	3826379	39,00	94	0,314941	8192	2580	6902	17867	2,18
44	0,001521	97985	149	97910	3728332	38,05	95	0,350615	5612	1968	4628	10965	1,95
45	0,001666	97836	163	97754	3630422	37,11	96	0,388203	3644	1415	2937	6336	1,74
46	0,001781	97673	174	97586	3532667	36,17	97	0,427995	2230	954	1753	3399	1,52
47	0,002072	97499	202	97398	3435081	35,23	98	0,468652	1275	598	977	1647	1,29
48	0,002302	97297	224	97185	3337683	34,30	99	0,511078	678	346	504	670	0,99
49	0,002792	97073	271	96937	3240498	33,38	100	0,555891	331	184	166	166	0,50
50	0,002986	96802	289	96657	3143561	32,47							

NOTA: Período de referencia 2020 - 2022

Figura 6.11: Tabla de Mortalidad 2020 - 2022