



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES  
ESCUELA DE ESTADÍSTICA Y CIENCIAS ACTUARIALES

CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DE DECRECIMIENTO  
MÚLTIPLE PARA LAS PRINCIPALES CAUSAS DE  
FALLECIMIENTO EN VENEZUELA HACIENDO USO  
DE MÉTODOS DE CADENAS DE MARKOV

Trabajo Especial de Pre Grado

PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:

**Licenciado en Ciencias Actuariales**

PRESENTA:

**Williams Wilfredo Fernandez Solorzano**

TUTOR:

Prof. Jorge Días



*El presente trabajo esta dedicado a mi padre **William Fernández** que me acompañó durante todo este largo camino, quien sólo me veía unos minutos de noche, quien vivió la angustia y preocupación de los peligros vividos y en los momentos más complicados fue él quien me apoyó.*  
*A mis hermanos, a mi madre, a mi familia, fueron una bomba de oxígeno en este duro camino.*

*Que esta dedicatoria vaya también dirigida a todos aquellas familias que me regaló ésta carrera, que me ayudaron en los momentos en que más lo necesité, con los que disfrute cada uno de estos años, son momentos que solo se pueden vivir con hermanos de la EECA, Sosa, Juan, Kelybel, Ada, Danlix, Nader, Rodrigo, Gabriel, Gabrielito, Mariam, Ruben, Dorielys, Sofía, Iliria, Daylin... no los nombro a todos para no olvidar a ninguno, pero a todos muchas gracias.*

*Especialmente vaya una dedicatoria muy especial y con mucho cariño a la Familia Álvarez Flores y a la Familia Isturiz Guía, quienes me adoptaron como uno más de la familia y su ayuda logró la culminación de este trabajo.*

*Un abrazo muy querido por todos aquellos hermanos y hermanas que desde el extranjero se esfuerzan día a día por salir adelante, me inspiraron a lograr cumplir con esta meta, William, Eduardo, Kathy, Serfaty, Elena, Orlando, Laura, Tarzan, a todos los demás... un gran abrazo.*



# Introducción

---

En el principal instrumento

1. En el Capítulo I de la presente investigación se refleja los motivos por lo cual se resalta la importancia de desarrollar una Tabla de Decrecimiento Múltiple basada en los fallecimientos de la población venezolana. Además, se resumen un número de investigaciones relacionadas con la metodología utilizada en este trabajo, así como también, todos los desarrollos necesarios para lograr cumplir con el objeto de esta investigación.
2. En el Capítulo II se presenta el desarrollo teórico de cada uno de los métodos de cálculo que se utilizaron en el desarrollo de ésta investigación.
3. El Capítulo III está conformado por la aplicación práctica de los métodos presentados en el Capítulo II. Además, se explica el origen de las fuentes de datos utilizadas en el presente trabajo, así como su manipulación para poder convertir estos datos en información útil para el objeto de esta investigación.
4. Y por último en el Capítulo IV se presentan los resultados obtenidos por la aplicación del Método de Cadena de Markov, mostrando extractos de la Tabla de Decrecimiento Múltiple desarrollada, así como también, un análisis de los valores obtenidos.



# Índice general

---

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
<b>1. Planteamiento del Problema</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes de la Investigación . . . . .	3
1.2. Justificación . . . . .	5
1.3. Finalidad . . . . .	5
1.4. Objetivo General . . . . .	6
1.5. Objetivos Específicos . . . . .	6
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Glosario de Términos . . . . .	7
2.2. Variables . . . . .	7
2.3. Bases Teóricas para el Desarrollo de una Tabla de Decrecimiento Múltiple	10
2.3.1. Bases Estadístico-Actuariales . . . . .	10
2.3.2. Tablas de Mortalidad . . . . .	13
2.3.3. Tablas de Decrecimiento Múltiple . . . . .	15
2.3.4. Cadena de Markov . . . . .	17
<b>3. Método de Trabajo</b>	<b>19</b>
3.1. Fuentes de Datos . . . . .	20
3.2. Análisis de las matrices de Transición . . . . .	25
3.3. Construcción de la Tabla de Decrecimiento Múltiple . . . . .	49
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>55</b>
4.1. Resultados . . . . .	55
<b>Conclusiones</b>	<b>65</b>
<b>Recomendaciones</b>	<b>67</b>
<b>A. Anexo</b>	<b>69</b>
A.1. Anexo . . . . .	69

## ÍNDICE GENERAL

---

<b>Bibliografía</b>	<b>71</b>
---------------------	-----------

## Índice de figuras

---

1.1. Diagrama de traspaso de estados no absorbentes . . . . .	2
1.2. Diagrama de traspaso de estados absorbentes . . . . .	2
2.1. Función de Supervivencia . . . . .	11
2.2. Matriz de Transición . . . . .	17
3.1. Extracto de Anuario de Mortalidad del MPPS . . . . .	22
3.2. Comportamiento de Enfermedades Nutricionales . . . . .	26
3.3. Comportamiento de Otras Causas de Muerte . . . . .	28
3.4. Comportamiento de Resto de Tumores Malignos . . . . .	29
3.5. Comportamiento de Resto de Tumores No Malignos . . . . .	30
3.6. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Circulatorio . . . . .	31
3.7. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Respiratorio . . . . .	32
3.8. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Digestivo . . . . .	33
3.9. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Genitourinario . . . . .	34
3.10. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Nervioso . . . . .	35
3.11. Probabilidades de Supervivencia en la Población Masculina por grupos de edad para el período 2003-2013 . . . . .	36
3.12. Comportamiento de Enfermedades Nutricionales . . . . .	38
3.13. Comportamiento de Otras Causas de Muerte . . . . .	39
3.14. Comportamiento de Resto de Tumores Malignos . . . . .	40
3.15. Comportamiento de Resto de Tumores No Malignos . . . . .	41
3.16. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Circulatorio . . . . .	42
3.17. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Respiratorio . . . . .	43
3.18. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Digestivo . . . . .	44
3.19. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Genitourinario . . . . .	45
3.20. Comportamiento de Enfermedades del Sistema Nervioso . . . . .	46
3.21. Probabilidades de Supervivencia en la Población Femenina por grupos de edad para el período 2003-2013 . . . . .	47
3.22. Extracto de los resultados obtenidos en la cohorte 2013 . . . . .	50



# Índice de tablas

---

2.1. Extracto de la Tabla CSO 80 de Hombres . . . . .	14
3.1. Extracto de Tabla de Proyección Poblacional de Hombres, Fuente:INE .	20
3.2. Extracto de Tabla de Proyección Poblacional de Mujeres, Fuente:INE .	20
3.3. Extracto de Tabla Poblacional Interpolada de Hombres . . . . .	21
3.4. Extracto de Tabla Poblacional Interpolada de Mujeres . . . . .	22
3.5. Extracto de Matrices de transición . . . . .	24
3.6. Tabla Comparativa de Enfermedades Nutricionales . . . . .	27
3.7. Tabla Comparativa de Otras Causas de Muerte . . . . .	28
3.8. Tabla Comparativa de Resto de Tumores Malignos . . . . .	29
3.9. Tabla Comparativa de Resto de Tumores No Malignos . . . . .	30
3.10. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Circulatorio . . . . .	31
3.11. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Respiratorio . . . . .	32
3.12. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Digestivo . . . . .	34
3.13. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Genitourinario . . . . .	35
3.14. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Nervioso . . . . .	36
3.15. Tabla Comparativa de Probabilidades de Supervivencia en la Población Masculina . . . . .	37
3.16. Tabla Comparativa de Enfermedades Nutricionales . . . . .	38
3.17. Tabla Comparativa de Otras Causas de Muerte . . . . .	39
3.18. Tabla Comparativa de Resto de Tumores Malignos . . . . .	40
3.19. Tabla Comparativa de Resto de Tumores No Malignos . . . . .	41
3.20. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Circulatorio . . . . .	42
3.21. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Respiratorio . . . . .	43
3.22. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Digestivo . . . . .	45
3.23. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Genitourinario . . . . .	46
3.24. Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Nervioso . . . . .	47
3.25. Tabla Comparativa de Probabilidades de Supervivencia en la Población Femenina . . . . .	48
3.26. Primer extrácto de tabla de decrecimiento múltiple de los hombres de la cohorte del 2013 . . . . .	52
3.27. Segundo extrácto de tabla de decrecimiento múltiple de los hombres de la cohorte del 2013 . . . . .	53

## ÍNDICE DE TABLAS

---

4.1. Extracto de la Tabla de Decrecimiento Múltiple de Hombres . . . . .	55
4.2. Extracto de la Tabla de Decrecimiento Múltiple de Mujeres . . . . .	56
4.3. Extracción Muertes Esperadas Acumuladas TDM de Hombres . . . . .	57
4.4. Extracción Muertes Esperadas Acumuladas TDM de Mujeres . . . . .	57
4.5. Resto de Tumores . . . . .	58
4.6. Sistema Circulatorio . . . . .	59
4.7. Sistema Respiratorio . . . . .	59
4.8. Resto de Tumores Malignos . . . . .	60
4.9. Enfermedades Nutricionales . . . . .	60
4.10. Sistema Nervioso . . . . .	61
4.11. Muertes por Otras Causas . . . . .	62
4.12. Sistema Digestivo . . . . .	62
4.13. Sistema Genitourinario . . . . .	63

## Planteamiento del Problema

---

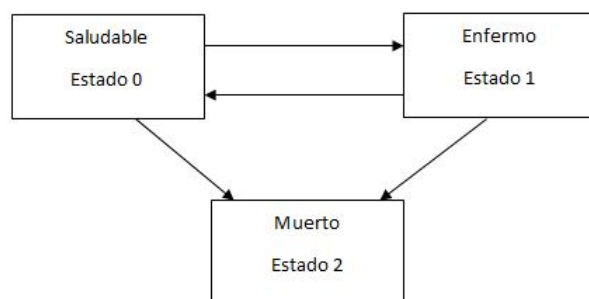
En el ámbito actuarial, el estudio de la vida (o del fallecimiento) es de los casos y situaciones más complejas que se le presentan a un profesional del actuariado durante su carrera. Esto se debe a la cantidad casi infinitas de hechos que influyen sobre este tema y en su investigación. Desde este punto de vista, el estudio más común en esta área es enfocado en el posible tránsito de una persona con "vida" hacia el estado "fallecido" durante un período de tiempo determinado. Para ello, el mejor instrumento que permite analizar esta situación son las tablas de mortalidad.

Según Promislow *"Para el trabajo activo en el campo del seguro de vida, un objetivo principal es estimar la mortalidad, patrón que es exhibido por un grupo de individuos. Una herramienta básica para lograr esto se conoce como una tabla de vida"*. Por otro lado, Willekens las menciona como *"un método establecido en demografía"*., además nos indica que *"La tabla de vida se desarrolló por primera vez en el siglo XVII por John Graunt. Graunt estaba interesado en estimar las probabilidades de supervivencia de observaciones sobre muertes"*.

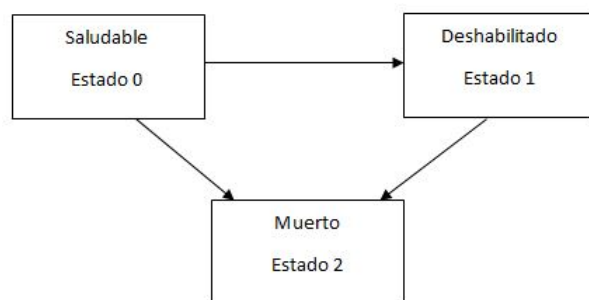
Por lo anterior, se nos hace indispensable el buen uso y conocimiento de estas tablas, estas constituyen para un momento determinado, las bases estadístico-actuariales de una cohorte bajo estudio desde su inicio hasta su extinción. Este instrumento permite estudiar la transición entre estados que hemos mencionado anteriormente, es decir, Vida - Muerte. Aunque en ocasiones, es necesario ampliar el detalle de estas "Tablas de Vida" para el análisis y el desarrollo de otras investigaciones que necesitan un entendimiento más a fondo sobre la influencia de otros estados que se encuentran operando en el intermedio de la vida y el fallecimiento, durante el período de tiempo bajo estudio. Un ejemplo de esto, es la inserción para su estudio de la influencia de un tercer estado durante la transición de vida al fallecimiento de una persona, que gráficamente se muestra como:

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

---



**Figura 1.1:** Diagrama de traspaso de estados no absorbentes



**Figura 1.2:** Diagrama de traspaso de estados absorbentes

Como se puede observar en los diagramas anteriores (1.1 y 1.2) la simple existencia de un estado más en el estudio genera dos posibles opciones de transición dependiendo del tipo de estado. Este estudio que se puede ver afectado por varias causas se conoce como decrecimiento múltiple. Un estudio de la Universidad de Cambridge define estas teorías como una *“reformulación del modelo de supervivencia . . . . Los Modelos de Múltiple Estados son uno de los desarrollos más emocionantes en la ciencia actuarial en los últimos años. Son una herramienta natural para muchas áreas importantes de interés práctico para los actuarios. También simplifican y proporcionan una base sólida para algunas técnicas actuariales tradicionales”*.

Esto nos lleva a la interrogante, ¿Existe alguna tabla de decrecimiento múltiple para el uso de los profesionales del actuariado en Venezuela?, ¿El desarrollo del tipo de investigaciones que requieran este nivel de detalle consideran la estacionalidad de los decrecimientos a lo largo del tiempo?, ¿Puede la creación de una Tabla de Decrecimiento Múltiple ser válida y de aplicación para la realidad venezolana?, entre muchas otras interrogantes que se desprenden de este tema.

## 1.1. Antecedentes de la Investigación

Los procesos estocásticos y en especial énfasis los relacionados a las Cadenas de Markov tienen múltiples usos en distintas áreas, la investigación de Xavier Cabezas y Fernando Sandoya titulada *“Calculo Actuarial con Cadenas de Markov, una aplicación”* nos ayuda a entender el comportamiento y las propiedades de este proceso estocástico en el ámbito del riesgo ya que justifican *“la existencia de espacios y distribuciones finito dimensionales y explicamos las propiedades básicas de los procesos de Markov, después estudiamos las fuerzas de transición en intervalos de tiempos discretos, que nos servirán la determinación de las probabilidades en tiempo continuo”*. Éste trabajo fue realizado dentro del marco de la economía del seguro y la teoría del riesgo, los métodos allí desarrollados se aplicaron en problemas de la sociedad ecuatoriana.

El desarrollo teórico de esta investigación contiene temas que van desde la función de supervivencia hasta el desarrollo de las propiedades básicas de las Cadenas de Markov. Luego, se realizó un ejercicio aplicado de la Cadena de Markov utilizando la *“Tabla de Mortalidad Inglesa para los Seguros”* la cual es utilizada en el sector asegurador ecuatoriano. Los resultados más relevantes obtenidos por esta investigación son:

- Los procesos de múltiples estados son más fáciles de realizar utilizando probabilidades de transición mediante el uso de Cadenas de Markov.
- Deben ser constituidas Tablas de Mortalidad Generales y de Grupos Seleccionados, ya que en Ecuador no existen.
- La Cadena de Markov toma en consideración el tiempo de permanencia dentro de un estado.

Estos resultados marcan el inicio y la relevancia de las Cadenas de Markov para realizar una estimación de una Tabla de Decrecimiento Múltiple, ya que demuestra la facilidad de la aplicación de esta teoría, así como el hecho de considerar las variables tiempo y estado, asociadas a un individuo en particular. Además, se resalta la importancia de la creación de una tabla de mortalidad, con fuentes de información del país, para la obtención de resultados más ajustados a su realidad nacional.

Por otro lado, Matías Larrá en su publicación *“Matrices Estocásticas Aplicadas a Modelos Actuariales de Decrecimiento Múltiple”* complementa el conocimiento de las Cadenas de Markov y la une a la Teoría de Decrecimientos Múltiples, donde analiza la relación existente entre las matrices estocásticas y los modelos actuariales de decrecimiento múltiple destacando la Biometría Actuarial, proponiéndose como objetivo *“estudiar los modelos de fallecimiento e invalidez sin rehabilitación”*.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

---

Esta investigación se diferencia de la mencionada anteriormente, por la aplicación de la teoría de Markov para tres tipos de estados: vida, enfermedad y fallecimiento. Reflejando las probabilidades de transición entre estos estados, haciendo énfasis en que el estado de enfermedad no considera la rehabilitación, es decir, que una vez que una persona pasa del estado de vida (sano) y al estado de enfermedad (con vida aún), ésta no puede volver al estado inicial. El desarrollo de esta investigación fue teórica sin desarrollo práctico.

A pesar de esto, los autores llegaron a la conclusión de que *“en su aplicación a los esquemas de decrecimiento múltiple, resultan de mucha utilidad en la vida profesional del actuario, representando el pilar teórico y técnico sobre el que se apoya el grueso de las estimaciones subyacentes a la tarificación y la constitución de reservas matemáticas y de muchos otros productos”*.

La conclusión obtenida nos complementa la presente investigación destacando la importancia de la aplicación de las Cadenas de Markov en los riesgos de vida y su gran utilidad en el ámbito actuarial, sirviendo de ayuda en procesos como la tarificación y el cálculo de reservas.

En otro caso investigado se tiene el trabajo de Ismael Morales Garay y Marlyn Castro Esquivel llamado *“Proyecciones Demográficas y Actuariales por Medio del Método de Cadenas de Markov con Monte Carlo”* en el cual se realizó una proyección demográfica basándose en una tabla de decrecimiento múltiple de mortalidad, invalidez y mortalidad para inválidos del fondo de pensiones del Magisterio Nacional de Costa Rica. Esta investigación se diferencia con las anteriores por su aplicación en un Plan de Pensiones, en el cual se presentan una gran número de condiciones que condicionan su cálculo y análisis. Por lo tanto, observar el desarrollo práctico de los aspectos teóricos, ayudan a un mejor entendimiento sobre el alcance e importancia de los métodos relacionados a las Cadenas de Markov.

En dicho trabajo se analizó el beneficio del Plan y su comportamiento en el tiempo. Además, se aplicó el método de Monte Carlo para simular las transformaciones de la Cadena de Markov para obtener la distribución de los eventos estudiados, teniendo los siguientes resultados:

- Uso de dos instrumentos actuariales de forma conjunta para la elaboración de la proyección demográfica calculada para un Plan de Pensiones y su correspondiente fondo.
- Se recomienda utilizar eventos que siguen una distribución de Bernoulli, tal como lo son la muerte y la invalidez.
- El uso de MonteCarlo sirve para generar varios posibles escenarios y así poder obtener de todos ellos un escenario esperado a partir de las Cadenas de Markov.

Por último, se tiene la investigación de Frank A. Sonnenberg y J. Robert Beck la cual se titula “*Modelos de Markov en la Toma de Decisiones Médicas*”, en la misma se muestran los distintos usos prácticos de las Cadenas de Markov dentro de los riesgos de vida. Así como también, se utilizan los Métodos de la Cadena de Markov para estimar los costos médicos. obteniendo como resultado desde tablas de decrecimiento hasta el uso de la Teoría de Markov para el análisis económico de situaciones médicas, en esta guía práctica se muestra la teoría de Markov desde un punto de vista aplicado.

Esta última investigación es de las más importantes para la presente investigación, debido al amplio campo teórico abarcado y aplicado en el estudio de los riesgos de vida, permitiendo obtener una visión clara sobre el análisis previo necesario antes de realizar cualquier desarrollo a partir del uso de las Cadenas de Markov.

## 1.2. Justificación

La construcción de una Tabla de Decrecimiento Múltiple es de suma importancia para el desarrollo de múltiples tareas que puede realizar el actuario, pero a su vez es importante conocer las bases teóricas que fundamentan la creación de este instrumento, y así conocer además de los “estados” estudiados, los principios teóricos de los cálculos elaborados.

Con el uso de la Distribución Estacionaria de la Cadena de Markov se asegura la elaboración de una Tabla de Decrecimiento Múltiple relacionada a la distribución de las causas a lo largo del tiempo, persigue resultados más precisos.

Además, resulta indispensable para cualquier investigación o trabajo que requiera el uso de una Tabla de Mortalidad, información lo más cercana a la realidad observada, y de esta forma, poseer un instrumento útil para el ámbito de los estudios actuariales que se relacionen con los riesgos asociados a la vida de la población.

## 1.3. Finalidad

La Tabla de Decrecimiento Múltiple que tendrá como resultado esta investigación podrá ser utilizada para distintos fines académicos en la Escuela de Estadística y Ciencias Actuariales, teniendo efecto no sólo en investigaciones del área estadística y actuarial si no en el ámbito demográfico, de seguridad social y entre otras.

### 1.4. Objetivo General

Desarrollar una Tabla de Decrecimiento Múltiple con proyecciones de mortalidad, haciendo uso de los Métodos de la Cadena de Markov con base en las estadísticas de mortalidad de la población venezolana del periodo 2003-2013.

### 1.5. Objetivos Específicos

- Calcular las matrices de transición de los periodos 2003 – 2013 para las causas de decrecimiento en estudio para los hombres y mujeres.
- Determinar la existencia de estacionalidad en las probabilidades de decrecimientos de las causas en estudio.
- Comparar los resultados obtenidos en las Tablas de Decrecimiento Múltiple entre los hombres y mujeres en base a los últimos resultados reales de la población Venezolana.
- Diseñar un mecanismo que automatice los cálculos para la construcción de Tablas de Decrecimiento Múltiple.

## Marco Teórico

---

Esta investigación pretende describir y estimar el comportamiento de las distintas causas de fallecimiento de la población venezolana, haciendo uso de aspectos teóricos y técnicas estadístico-actuariales que permitan su análisis cuantitativo e interpretación, por lo tanto, el presente trabajo investigativo se enmarca dentro del paradigma positivista.

Por consecuente, al ser una investigación científica positivista se hace indispensable conocer el desarrollo teórico de los fundamentos matemáticos en los que se basa la misma. Además, al ser este trabajo relacionado con una característica de la población tan importante y variable como son sus causas de fallecimiento se vuelve obligatorio la definición de estas causas de fallecimiento, así como todas las demás variables que influyen dentro de la investigación.

### 2.1. Glosario de Términos

La definición de los conceptos básicos de consideración obligatoria para el buen entendimiento de la investigación, se encuentran en el anexo del presente trabajo.

### 2.2. Variables

Las variables estudiadas en esta investigación se detallaran en esta sección, haciendo la segmentación por las que sean variables cualitativas o cuantitativas.

1. **Variables Cualitativas:** son aquellas variables que representan una característica no medible aritméticamente, usualmente representan cualidades y se segmentan

## 2. MARCO TEÓRICO

---

las observaciones de estas variables para poder establecer mediciones proporcionales con respecto a otras variables del mismo tipo. En esta investigación las variables cualitativas son las siguientes:

- **a) Sexo:** en las investigaciones relacionadas con los temas de salud el sexo es de las principales variables a estudiar y a segmentar en la investigación ya que ésta ocasiona grandes cambios dependiendo del método utilizado. Según el diccionario de la Real Academia Española, se define sexo como “*condición orgánica, masculina o femenina, de los animales y las plantas*”. Por ésta definición, la variable sexo será segmentada por el grupo de personas pertenecientes al grupo masculino y el femenino.
- **b) Estado:** en ésta investigación se conocerá como estado a la situación de vida o fallecimiento de una persona en un año en específico. La vida y el fallecimiento son las principales variables a estudiar en una tabla de decrecimiento. En el caso particular de ésta investigación, no solo se estudiará el término de la vida en una persona, si no la causa que ocasionó el cese del mismo, sirviendo la causa de fallecimiento como la segmentación de esta variable. Éstos grupos de causas utilizados para la segmentación de ésta variable son:

**I) Vivos:** corresponden aquel grupo de personas que se encuentran con vida durante un año en específico.

**II) Muertes por Tumores Malignos:** este grupo corresponde para aquel grupo de personas que fallecieron en un año en específico a causa de un tumor maligno, entendiéndose como tumor maligno a todo aquel tumor canceroso cuyas células son invasivas con el tejido sano del cuerpo humano. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (c17, c23-c24, c26-c31, c37-c41, c44-c49, c51-c52, c57-c60, c62-c66, c68-c69, c73-c81, c88, c96-c97).

**III) Muertes por Enfermedades del Sistema Circulatorio:** en este grupo se reflejarán aquellas personas que fallecen en un año en específico a causa de una enfermedad del sistema circulatorio. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (i00-i99).

**IV) Muertes por Enfermedades del Sistema Respiratorio:** serán aquellas personas que fallecen en un año en específico como consecuencia de una enfermedad del sistema respiratorio. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (j00-j98).

**V) Muertes por Resto de Tumores:** éste grupo estará conformado por las personas fallecidas en un año en específico a causa de un tumor no maligno. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (d00-d48).

**VI) Muertes por Enfermedades Nutricionales:** estará conformado por las personas fallecidas en un año a causa de enfermedades generadas por problemas nutricionales. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (e00-e07, e15-e34, e50-e88).

**VII) Muertes por Enfermedades del Sistema Nervioso:** en este grupo se reflejarán aquellas personas que fallecen en un año en específico a causa de una enfermedad del sistema nervioso. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (g00-g98).

**VIII) Muertes por Enfermedades del Sistema Digestivo:** serán aquellas personas que fallecen en un año en específico cuyas muertes sean a causa de una enfermedad del sistema digestivo. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (k00-k92).

**IX) Muertes por Enfermedades del Sistema Genitourinario:** estará conformado por las personas fallecidas en un año a causa de enfermedades generadas por problemas del sistema genitourinario. Codificado por anuario de mortalidad venezolano con los códigos (n00-n98).

**X) Muertes por Resto de Causas:** son todas aquellas personas fallecidas en un año en específico por el resto de las causas no descritas anteriormente.

2. **Variables Cuantitativas:** son aquellas variables que representan una característica medible aritméticamente, estas pueden ser medidas y comparadas estadísticamente con otras variables del mismo tipo mediante procesos estadísticos. En esta investigación se estudiará la siguiente variable cuantitativa:

- **I) Edad:** ésta es una variable indispensable al momento de realizar un estudio relacionado con el estado de salud de una persona, según el diccionario de la RAE la edad se refiere a *“Tiempo que ha vivido una persona o ciertos animales o vegetales”*.

### 2.3. Bases Teóricas para el Desarrollo de una Tabla de Decrecimiento Múltiple

En esta sección se presentaran los desarrollos teóricos necesarios para la construcción de una Tabla de Decrecimiento Múltiple, así como también se describirán todos los tipos de Tablas de Mortalidad existentes.

#### 2.3.1. Bases Estadístico-Actuariales

Las Bases Estadístico-Actuariales son el pilar para la construcción de una Tabla de Mortalidad, ellas proporcionan el cálculo de probabilidades relacionadas con la población en estudio. Por lo tanto, para conocer a fondo estos pilares debemos saber en primer lugar, que es una función de supervivencia:

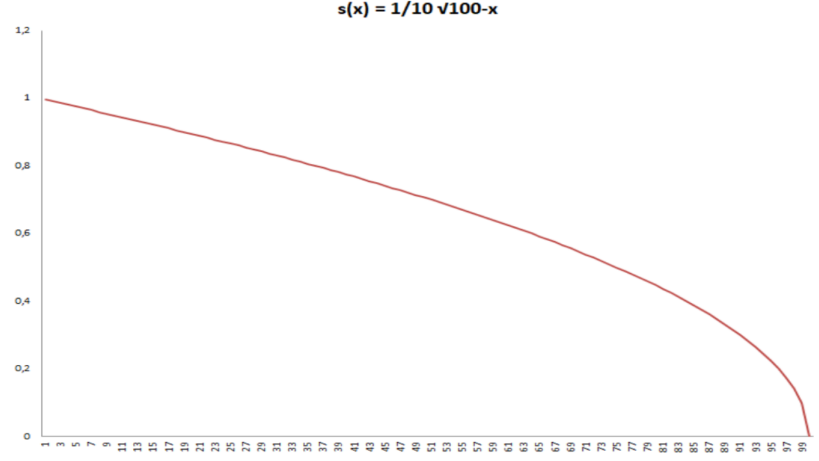
Según Wallace, Jordan (11) *“cuando se observa el desarrollo de la mortalidad a lo largo de la vida humana se ve con normalidad patrones familiares. La eliminación de vidas individuales por muerte es alta en los primeros momentos de nacimiento, luego disminuye en la infancia, para después ir creciendo suavemente desde la adolescencia hasta la edad adulta para luego acelerar la cantidad de eliminaciones en las edades mayores. Si queremos realizar una medición numérica a lo largo de las edades de estos efectos, se debe definir una función de probabilidad”*.

Para construir esta función primero debemos definir las variables, tomemos  $x$  que representa la edad en años de una persona. Luego debemos considerar que una nueva vida alcance cierta edad  $x$ , esta probabilidad la podemos obtener con los patrones observados de eliminación, es notorio que esta probabilidad es en función de  $x$  por lo tanto a esta probabilidad la denotaremos por  $s_x$  y es llamada función de supervivencia.

Esta función al ser una probabilidad tiene varias propiedades, como lo son:

- Cuando  $x=0$ ,  $s(x) = 1$ .
- Siendo  $w$  la edad más alta alcanzable por la población entonces  $s_w = 0$ .
- $s_x$  es una función continua que está definida entre  $0 \leq x \leq w$  con un rango  $[0; 1]$ .

De manera gráfica, podemos observar como se cumplen todas estas propiedades en el siguiente gráfico:



**Figura 2.1:** Función de Supervivencia

Conociendo lo anteriormente mencionado, supongamos el caso donde tengamos una cohorte de  $k$  números de personas, siendo descrita a través de una función de supervivencia  $s_x$ . Se denota como  $l_x$  a la cantidad de personas vivas de edad  $x$  de una cohorte y se obtiene por la formula:

$$l_x = k \times s_x \quad (2.1)$$

Con la ecuación 2.1 se obtienen todas las cantidades de personas vivas de una cohorte por edad a lo largo del tiempo. Tomando esto en cuenta podremos obtener la cantidad de fallecimientos de una cohorte por edad, esta base se denota como  $d(x)$  y se obtiene mediante la siguiente formula:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (2.2)$$

Las ecuaciones 2.1 y 2.2 representan la base para todos los cálculos biométricos de la tabla de mortalidad, estas ecuaciones siguen las siguientes propiedades:

- Cuando  $x=0$ ,  $l_x = k$ , siendo  $k$  el total de número de personas en la cohorte de edad  $x$ .
- Siendo  $w$  la edad más alta alcanzable por la población entonces  $l_w = 0$ .
- Para todo  $x$  se cumple que  $l_x + d_x = k$ .

## 2. MARCO TEÓRICO

---

Conociendo ya las bases biométricas de una tabla de decrecimiento, podremos obtener las probabilidades ligadas al comportamiento de la cohorte con los conceptos elementales básicos de la teoría de la probabilidad. Denotaremos  $p_x$  como la probabilidad de que una persona de edad  $x$  sobreviva por lo menos 1 año hasta alcanzar la edad  $x + 1$  y es obtenida mediante la formula:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (2.3)$$

Por otro lado, la probabilidad de que una persona de edad  $x$  muera en el año y no alcance la edad  $x + 1$  es denotada por  $q_x$  y se obtiene por la ecuación:

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \quad (2.4)$$

Las probabilidades 2.3 y 2.4 son medidas dentro del periodo de un año, para calcular las mismas probabilidades pero en periodos de  $n$  años las formulas serían:

$$np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.5)$$

$$nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \quad (2.6)$$

Estas son las probabilidades básicas para obtener cualquier calculo en la tabla de mortalidad, hasta los momentos solo hemos visto cálculos biométricos. las Tablas de Mortalidad son relacionadas a Bases Económicas, las cuales proporcionan los cálculos asociados a la actualización de un valor monetario dependiente de un tiempo determinado, y una probabilidad de supervivencia o fallecimiento. Denotaremos la expresión  $v^n$  como el factor de actualización de un valor en  $n$  años y se obtiene mediante la formula:

$$v^n = \frac{1}{(1 + i)^n} \quad (2.7)$$

Con la unión de las bases biométricas y las bases económicas, podremos obtener los conocidos conmutativos que nos sirven para realizar cualquier tipo de calculo sobre prestaciones relacionadas a una cohorte a lo largo del tiempo. Las más importantes y utilizadas en esta investigación son:

$$D_x = v^n \times l_x \quad (2.8)$$

$$N_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} D_{x+t} \quad (2.9)$$

Con esta información, ya es posible realizar cualquier tipo de calculo relevante en una investigación que requiera del uso de la herramienta conocida como tabla de mortalidad, debido a esto ya podemos definir el concepto de una tabla de mortalidad.

### 2.3.2. Tablas de Mortalidad

Según Bowers, Newton (12) las Tablas de Mortalidad usualmente basan su contenido en tabulaciones individuales por edad, donde se muestran las funciones básicas como lo son  $q_x$ ,  $l_x$ ,  $d_x$  y posiblemente, funciones derivadas de estas. Como hemos observado las tablas de mortalidad simplemente son la tabulación de probabilidades de muerte de una cohorte agrupadas usualmente por año, en la siguiente tabla se puede observar un ejemplo de tabla de mortalidad:

**Tabla 2.1:** Extracto de la Tabla CSO 80 de Hombres

x	q(x)	p(x)	l(x)	d(x)
0	0,00418	0,99582	100.000	418
1	0,00107	0,99893	99.582	107
2	0,00099	0,99901	99.475	98
3	0,00098	0,99902	99.377	97
4	0,00095	0,99905	99.280	94
5	0,0009	0,9991	99.186	89
6	0,00086	0,99914	99.097	85
7	0,0008	0,9992	99.012	79
8	0,00076	0,99924	98.933	75
9	0,00074	0,99926	98.858	73
10	0,00073	0,99927	98.785	72
11	0,00077	0,99923	98.713	76
12	0,00085	0,99915	98.637	84
13	0,00099	0,99901	98.553	98
14	0,00115	0,99885	98.455	113
15	0,00133	0,99867	98.342	131

La tabla anterior [3.1](#) es un extracto de una tabla de mortalidad de la "Society of Actuaries", de esta herramienta, no existe un tipo único, de hecho, existen distintos tipos de tablas de mortalidad, todas son una adaptación a la información requerida para la investigación, algunos de estos tipos de tablas de mortalidad fueron definidas en el trabajo realizado por Daniel Azuaje ([13](#)) las cuales define como:

### 1. Por Periodo de Desarrollo

- **Tablas de Periodo:** este tipo de tabla asumen que las probabilidades de muerte dependen únicamente de la edad alcanzada.
- **Tablas Generacionales:** las tasas de mortalidad de estas tablas dependen de la edad y del año calendario en que se alcanza dicha edad.

## 2. Por Segmentación de Edades

- **Tablas Completas:** se dice que las tablas de mortalidad son completas cuando se presenta información para cada una de las edades.
- **Tablas Abreviadas:** son tablas de mortalidad que muestran la información segmentada por grupo de edades.

## 3. Por Características Especiales

- **Tablas por Características Demográficas:** son aquellas que tienen variaciones importantes de acuerdo al tipo de población que se está analizando.
- **Tablas Selectas:** son tablas específicas del sector asegurador, son aquellas tablas de mortalidad que no solo dependen de la edad alcanzada sino también del tiempo que lleva de vigencia la póliza.
- **Tablas Ultimas:** es al igual que la anterior, una tabla específica del sector asegurador y son aquellas que excluyen la experiencia de mortalidad de los asegurados durante los primeros años de la póliza.

### 2.3.3. Tablas de Decrecimiento Múltiple

Hasta los momentos, toda la información acerca de las Tablas de Mortalidad han sido para dos posibles estados, la vida y el fallecimiento. El decrecimiento múltiple introduce otros posibles estados de permanencia o abandono para una persona expuesta, como ejemplo, tomemos en consideración el caso donde es relevante agregar a la tabla de mortalidad las personas que son invalidadas de forma permanente, esta nueva necesidad de estudio agrega un nuevo estado a la tabla de mortalidad, esta nueva adición modifica las probabilidades que se venían trabajando. Por consecuencia, es relevante definir las probabilidades y bases de las tablas de decrecimiento múltiple, que no son más que una extensión de las bases ya anteriormente definidas. Cabe destacar que en los casos de decrecimiento múltiple se modifican las bases biométricas, y por lo tanto las bases económicas pueden sufrir cambios por el ingreso de más estados en estudio. Esto último puede ser obviado por los momentos si solo nos enfocamos en causas de decrecimiento asociadas al fallecimiento, manteniendo el mismo beneficio para todas. En la investigación de Deshmukh (8) bajo la consideración de Bowers, Nesbitt y otros

## 2. MARCO TEÓRICO

---

autores reflejado en el Actuarial Mathematics (12) redefinen las bases biométricas para los casos de decrecimiento múltiple en los siguientes términos.

Primero tomemos en cuenta las siguientes variables:

- $\tau$  será el indicador para mencionar todas las causas.
- $j$  es la variable Causa de Decrecimiento, con  $j = (1, 2, \dots, m)$ .
- $t$  es la variable Período de Tiempo transcurrido desde un momento inicial hasta el momento  $t$  en que ocurre la causa de decrecimiento, con  $t = (0, t)$ .

La cantidad de personas que fallecen en un año determinado a la edad  $x$  en una determinada cohorte, para el caso de una única causa de decrecimiento, es definida como:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (2.10)$$

Para los casos de decrecimiento múltiple esta formulación pasa a ser de la siguiente manera:

$$d_x^\tau = l_x^\tau \times q_x^\tau \quad (2.11)$$

Como podemos observar la formula 2.11 es el equivalente a la ecuación ??, si quiéramos analizar una causa en específico la formula sería:

$$d_x^j = l_x^\tau \times q_x^j \quad (2.12)$$

Por despeje, podemos obtener  $q_x^j$ :

$$d_x^j = l_x^\tau \times q_x^j \quad (2.13)$$

$$q_x^j = \frac{d_x^j}{l_x^\tau} \quad (2.14)$$

### 2.3.4. Cadena de Markov

Los Métodos de las Cadenas de Markov son utilizados en esta investigación, por ser parte de la Teoría de la Probabilidad y por proporcionar el uso de las probabilidades y el álgebra matricial para la estimación de procesos estocásticos. Para Promislow (10) el uso de estos métodos son de gran utilidad cuando se quiere calcular la unión de todas las distribuciones finitas. La base de estos métodos es la aplicación de matrices probabilísticas denominadas Matrices de Transición. Estas matrices registran las probabilidades de transición entre estados de un momento inicial a un momento  $t$ , un ejemplo de estas matrices puede ser desarrollados en la siguiente situación:

Se tiene el listado de personas activas e inválidas de una compañía, la probabilidad de que una persona activa termine el año en estado de invalidez es de  $1/24$  y cuando una persona entra en estado de invalidez no puede volver a estar activa, la matriz de transición asociada a esta situación sería la siguiente:

	Persona Activa	Persona Invaluada
Persona Activa	$23/24$	$1/24$
Persona Invaluada	0	1

**Figura 2.2:** Matriz de Transición

Como se puede observar en la matriz anterior 3.13 la matriz de transición es una matriz probabilística cuyos vectores suman 1, además, detalla el paso de un estado al otro a final de un periodo determinado. Para Promislow (10) la matriz de transición se define como "la matriz estacionaria cuadrada de  $N$  estados, donde  $P_{i,j}(k, k+1)$  es la probabilidad de pasar del estado  $i$  al estado  $j$  en un paso, siendo independiente de  $k$ , pudiendose escribir solamente  $P_{i,j}$ ". Conociendo esta matriz, podemos definir la probabilidad de ir del estado  $i$  al estado  $j$  en 1 unidad de tiempo con la siguiente formulación:

$$P_{i,j} = P(x_1 = j | x_0 = i) \quad (2.15)$$

En caso de que se requiera obtener una probabilidad en  $n$  unidades de tiempo simplemente debe multiplicarse  $n$  veces la probabilidad  $P_{i,j}$ , luego de esto debemos definir los distintos tipos de propiedades que tienen las matrices de transición, algunas de ellas son:

#### 1. Por el tiempo:

- **Homogéneas:** las Cadenas de Markov homogéneas son aquellas cuyas probabilidades de transición no dependen del tiempo en el cual se encuentra, esto quiere decir que:

$$P(X_n = j | X_{n-1} = i) = P(X_1 = j | X_0 = i) \quad (2.16)$$

- **No Homogéneas:** si para dos pares de tiempos seguidos cualesquiera no se cumple la igualdad de probabilidad con otro par de tiempos la Cadena de Markov se dice que es no homogénea.

### 2. Por Tipos de Comunicación entre Estados:

- **Recurrente:** un estado es recurrente cuando se tiene certeza que luego de una cierta cantidad de pasos la cadena volverá a este estado.
- **Transiente:** son estados donde no se tiene certeza de que la cadena de Markov volverá a ese estado.
- **Absorvente:** son estados cuando entran en la cadena tiene probabilidad nula de salir de ese estado.
- **Irreducible:** son matrices donde todos sus estados se comunican entre si.

### 3. Por Periodicidad:

- **Periódica:** son estados donde partiendo desde ellos mismos, sólo pueden volver en un número de etapas que sea múltiple de un número entero mayor que uno.
- **Aperiódica:** se dice que es aperiódica cuando se puede volver del estado con probabilidad no nula.

También es importante conocer la conocida distribución límite de una Cadena de Markov, Promislow (10) define a esta como, las probabilidades resultantes para cualquier estado inicial  $j$  de todos los estados  $i$  que convergen en la distribución  $P(i)$  cuando  $n$  de la distribución  $P_n(i)$  tiende a infinito. Esto sirve para observar el comportamiento de una matriz de transición a lo largo del tiempo.

## Método de Trabajo

---

A pesar que las bases teóricas utilizadas en esta investigación son de larga data, los avances tecnológicos y la programación computarizada haciendo uso de la teoría considerada permite incrementar sus usos y beneficios, siendo menos compleja la obtención de resultados, aumentando los beneficios derivados de la investigación realizada. Su uso y aprovechamiento para la construcción de instrumentos actuariales como lo son las Tablas de Mortalidad, son beneficiosas para el procesamiento de datos e información en períodos de tiempo más reducidos. Además, el actual manejo de técnicas de Big Data pueden ser fundamental para un procesamiento más veloz de datos e información.

Por otro lado, es común el uso de tablas de mortalidad cuya información no proviene de la población en estudio, alejando un poco así la investigación de la realidad presentada por ésta población. En los actuales momentos, surge la necesidad de tener Tablas de Mortalidad para casos específicos en estudio, cuyos resultados reflejen con certeza las características de la población objeto de estudio.

Debido a esto, los datos con los cuales se realizará esta investigación provienen de las estadísticas demográficas del Instituto Nacional de Estadística (INE), donde se obtuvo la información de la población en el período 2000-2013 en el territorio nacional. Por otro lado, la información estadística sobre los fallecimientos en la población venezolana proviene de los Anuarios de Mortalidad del Ministerio del Poder Popular para la Salud (MPPS) de Venezuela.

Con estas dos fuentes de información se obtienen datos e información suficiente para la creación de la Tabla de Decrecimiento Múltiple por causa de fallecimiento. Aunque, ambas fuentes deben ser trabajadas previamente debido a que reflejan la información estadística de forma distinta. En la próxima sección se explicará el proceso que permite utilizar de forma conjunta los archivos de datos provenientes de ambas fuentes.

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

#### 3.1. Fuentes de Datos

En primera instancia se detallará los datos provenientes de la página oficial del Instituto Nacional de Estadística, estos datos provienen de una proyección calculada en el segundo trimestre del 2013 con base en la información del Censo de Población y Vivienda 2011. La información es reflejada de forma quinquenal, organizada por grupos de edad y sexo. A continuación, se muestran las tablas originales provenientes del INE:

**Tabla 3.1:** Extracto de Tabla de Proyección Poblacional de Hombres, Fuente:INE

Grupo de Edad y Sexo	2000	2005	2010	2015
Hombres	12.254.380	13.272.966	14.305.797	15.351.315
0 - 4	1.397.979	1.421.109	1.423.471	1.409.284
5 a 9	1.368.856	1.391.198	1.422.680	1.432.711
10 a 14	1.366.981	1.365.750	1.395.555	1.434.198
15 - 19	1.281.217	1.354.656	1.360.698	1.397.705
20 - 24	1.133.330	1.255.800	1.335.276	1.349.072

**Tabla 3.2:** Extracto de Tabla de Proyección Poblacional de Mujeres, Fuente:INE

Grupo de Edad y Sexo	2000	2005	2010	2015
Mujeres	12.139.765	13.171.955	14.218.614	15.269.089
0 - 4	1.338.309	1.353.852	1.348.289	1.327.162
5 a 9	1.313.033	1.326.435	1.350.251	1.351.963
10 a 14	1.313.628	1.303.429	1.323.922	1.354.478
15 - 19	1.236.414	1.301.164	1.297.644	1.324.989
20 - 24	1.105.361	1.222.853	1.293.102	1.296.040

Para poder utilizar estas tablas en la investigación propuesta, se efectuaron interpolaciones sobre ellas, con el fin de transformar el período quinquenal de la proyección en períodos anuales. Esto conlleva a utilizar como supuesto el crecimiento lineal de la población, en consecuencia, se ha utilizado una interpolación lineal, la cual consiste en trazar una recta que pasa por los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $x_2, y_2$  de la función  $f_x$  y calcular sus puntos intermedios, este tipo de interpolación se realiza utilizando la formula:

$$y = \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}(y_2 - y_1) + y_1 \quad (3.1)$$

Donde:

- $x$  es el valor intermedio de la función elegido a interpolar.
- $y$  es el resultado de la interpolación para el valor intermedio elegido.

El uso de ésta formula 3.1 aplicándose a las tablas 3.1 y 3.2 obtuvieron como resultados las siguientes tablas:

**Tabla 3.3:** Extracto de Tabla Poblacional Interpolada de Hombres

Grupo de Edad y Sexo	2000	2001	2002	2003	2004
Hombres	12.254.380	12.458.097	12.661.814	12.865.532	13.069.249
0 - 4	1.397.979	1.402.605	1.407.231	1.411.857	1.416.483
5 a 9	1.368.856	1.373.324	1.377.793	1.382.261	1.386.730
10 a 14	1.366.981	1.366.735	1.366.489	1.366.242	1.365.996
15 - 19	1.281.217	1.295.905	1.310.593	1.325.280	1.339.968
20 - 24	1.133.330	1.157.824	1.182.318	1.206.812	1.231.306

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

**Tabla 3.4:** Extracto de Tabla Poblacional Interpolada de Mujeres

Grupo de Edad y Sexo	2000	2001	2002	2003	2004
Mujeres	12.139.765	12.346.203	12.552.641	12.759.079	12.965.517
0 - 4	1.338.309	1.341.418	1.344.526	1.347.635	1.350.743
5 a 9	1.313.033	1.315.713	1.318.394	1.321.074	1.323.755
10 a 14	1.313.628	1.311.588	1.309.548	1.307.509	1.305.469
15 - 19	1.236.414	1.249.364	1.262.314	1.275.264	1.288.214
20 - 24	1.105.361	1.128.859	1.152.358	1.175.856	1.199.355

Luego se considera la información proveniente de los Anuarios de Mortalidad del MPPS, la cual es presentada igual que en el INE, por grupos de edad y sexo. A diferencia del INE, la presentación utilizada por el MPPS en los Anuarios hace una apertura en las primeras edades, por lo que, para armonizar ambas fuentes de datos, es necesario sumar los valores observados en los primeros grupos de edad, y de esta forma coincida con los grupos de edad presentados en las estadísticas demográficas del INE. Los Anuarios utilizados para esta investigación abarcan el período 2003-2013. Un ejemplo de como son presentados los datos de estos anuarios se visualizan a continuación:

**3.- REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA. MORTALIDAD GENERAL REGISTRADA POR GRUPOS DE EDAD, SEGUN GRUPO DE CAUSAS Y SEXO. 2013.**

GRUPO DE CAUSAS		TOTAL	GRUPOS DE EDAD EN AÑOS								
			-1	1 - 4	5 - 14	15 - 24	25 - 44	45 - 64	65 - 74	75 Y +	?
Total Todas las Causas (A00-Y89)	T	149.903	8.757	1.329	1.677	12.092	20.573	35.035	23.657	46.782	1
	V	91.272	4.965	712	1.002	10.492	15.593	22.186	14.046	22.275	1
	H	58.631	3.792	617	675	1.600	4.980	12.849	9.611	24.507	-
Ciertas enfermedades infecciosas y parasitarias (A00-B99)	V	3.675	241	92	56	183	1.100	1.009	373	620	1
	H	2.225	182	93	55	91	432	445	239	688	-
Diarrea y gastroenteritis de presunto origen infeccioso (A09)	V	463	135	53	10	7	30	68	50	110	-
	H	496	110	65	9	9	25	57	46	175	-
Otras enfermedades infecciosas intestinales (A01-A08)	V	29	5	2	2	1	-	3	8	8	-
	H	29	5	1	-	2	1	4	3	13	-
Tuberculosis respiratoria (A15-A16)	V	430	3	1	4	19	67	160	71	105	-
	H	202	1	3	1	9	41	51	31	65	-

**Figura 3.1:** Extracto de Anuario de Mortalidad del MPPS

Para hacer uso de esta información en la aplicación del Método de Cadena de Markov, se deben construir las matrices de transición, para obtener las probabilidades de

las distintas causas de decrecimiento. Para ello se cálculo la probabilidad haciendo uso de la siguiente expresión:

$$P = \frac{CasosPosiblesafavor}{CasosTotales} \quad (3.2)$$

los resultados de esta construcción de matrices de transición son los siguientes:

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

**Tabla 3.5:** Extracto de Matrices de transición

ESTADOS	SEXO	TOTAL	0-4	5-14	15-24	25-44	45-64	65-74
E6	V	1887	19	30	85	208	675	410
	H	1617	15	25	38	152	565	319
E3	V	25337	24	15	130	1388	7622	5722
	H	19875	29	11	103	707	3499	3499
E4	V	5629	342	64	100	440	1142	999
	H	5166	265	48	62	285	733	733
E1	V	14.933.108	1.414.959	2.847.439	2.726.456	4.450.096	2.657.544	544.959
	H	14.848.899	1.335.613	2.693.534	2.608.916	4.438.763	2.747.501	610.534
Total Fallecidos	V	91.272	5.677	1.002	10.492	15.593	22.186	14.000
	H	58.631	4.409	675	1.600	4.980	12.849	9.631
Total Observaciones	V	15.024.380	1.420.636	2.848.441	2.736.948	4.465.689	2.679.730	558.959
	H	14.907.530	1.340.022	2.694.209	2.610.516	4.443.743	2.760.350	620.534
E5	V	44.049	5.018	746	9.906	12.346	7.603	3.603
	H	20.331	3.829	472	1.175	3.105	5.089	2.631
E2	V	1.233	12	17	30	108	460	270
	H	1.106	34	10	22	118	344	220
E7	V	6.291	100	17	32	323	2.160	1.670
	H	6.107	85	26	53	209	1.573	1.520
E8	V	1.247	104	78	133	213	263	150
	H	1.139	113	64	76	125	208	110
E9	V	4.036	47	18	52	445	1.820	800
	H	2.158	31	11	46	162	553	390
E0	V	1.563	11	17	24	122	441	340
	H	1.132 <sup>24</sup>	8	8	25	117	285	180

Donde:

- **E0:** Fallecimientos por Enfermedades del Sistema Genitourinario (N00 - N98).
- **E9:** Fallecimientos por Enfermedades del Sistema Digestivo (K00 - K92).
- **E8:** Fallecimientos por Enfermedades del Sistema Nervioso (G00 - G98).
- **E7:** Fallecimientos por Enfermedades Endocrinas, Nutricionales y Metabólicas (E00 - E88).
- **E2:** Fallecimientos por Resto de Tumores No Malignos (D00 - D48).
- **E5:** Fallecimientos por Resto de Causas.
- **E1:** Personas Vivas.
- **E4:** Fallecimientos por Enfermedades del Sistema Respiratorio (J00-J98).
- **E3:** Fallecimientos por Enfermedades del Sistema Circulatorio (I00-I99).
- **E6:** Fallecimientos por Resto de Tumores Malignos.

### 3.2. Análisis de las matrices de Transición

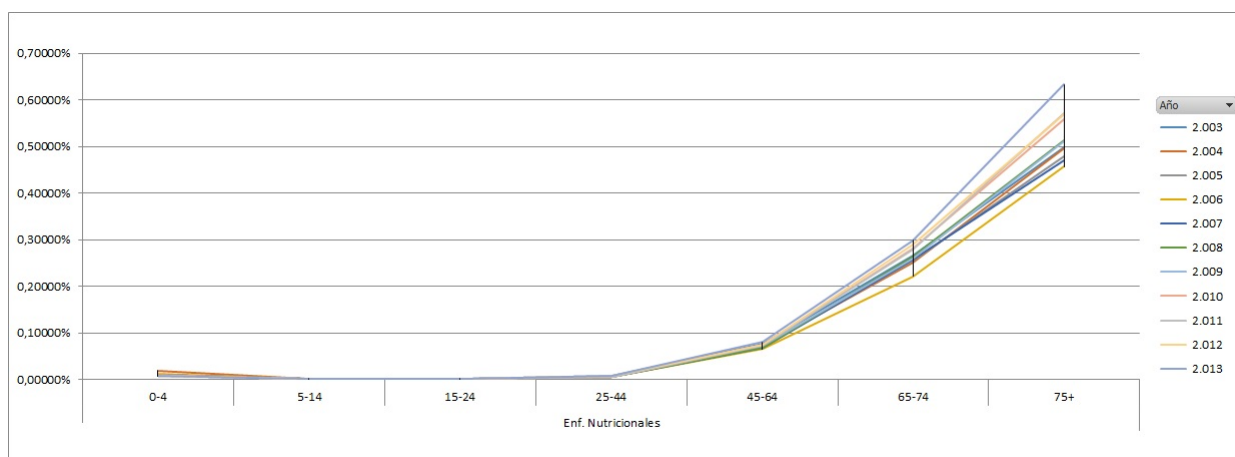
Señalado lo anterior, se cuenta con los archivos de datos necesarios para la construcción de la Tabla de Mortalidad para distintas causas de fallecimiento, o Tabla de Decrecimiento Múltiple. Pero antes de aplicar el método considerado, es importante efectuar análisis sobre las probabilidades de fallecimiento por grupos de edad y sexo, a los fines de poder determinar la estacionalidad de las probabilidades de transición a lo largo del período de tiempo bajo estudio.

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

1. **Hombres:** Las probabilidades de fallecimiento de la población masculina de la República Bolivariana de Venezuela segmentada por sus causas de decrecimiento y agrupadas por grupos de edad muestran el siguiente comportamiento tomando como referencia los datos del período de tiempo 2003-2013.

- **Enfermedades Nutricionales:** los fallecimientos a causa de enfermedades nutricionales en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



**Figura 3.2:** Comportamiento de Enfermedades Nutricionales

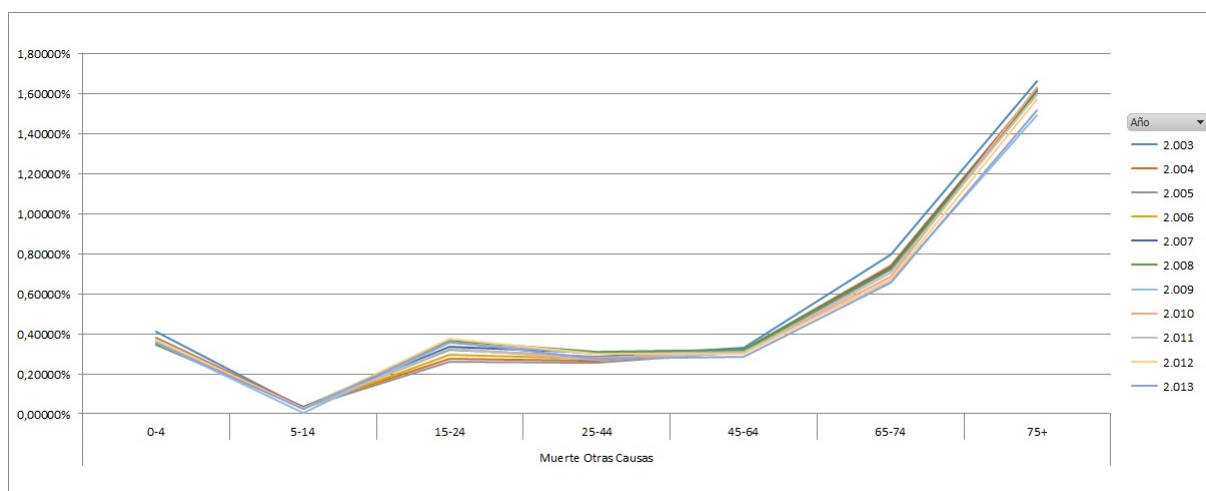
**Tabla 3.6:** Tabla Comparativa de Enfermedades Nutricionales

Enfermedades Nutricionales	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,012070 %	0,000001 %	0,00794 %
5-14	0,000734 %	0,000000 %	0,00024 %
15-24	0,001380 %	0,000000 %	0,00026 %
25-44	0,006256 %	0,000000 %	0,00054 %
45-64	0,072539 %	0,000000 %	0,00418 %
65-74	0,265498 %	0,000004 %	0,02025 %
75 +	0,522864 %	0,000026 %	0,05117 %

Se puede observar la poca variabilidad en las probabilidades de fallecimiento a causa de las enfermedades nutricionales para el período en estudio, donde la mayor dispersión se presenta en el grupo de edad de 75 años y más.

- **Muerte por Otras Causas:** las otras causas de fallecimiento en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.

### 3. MÉTODO DE TRABAJO



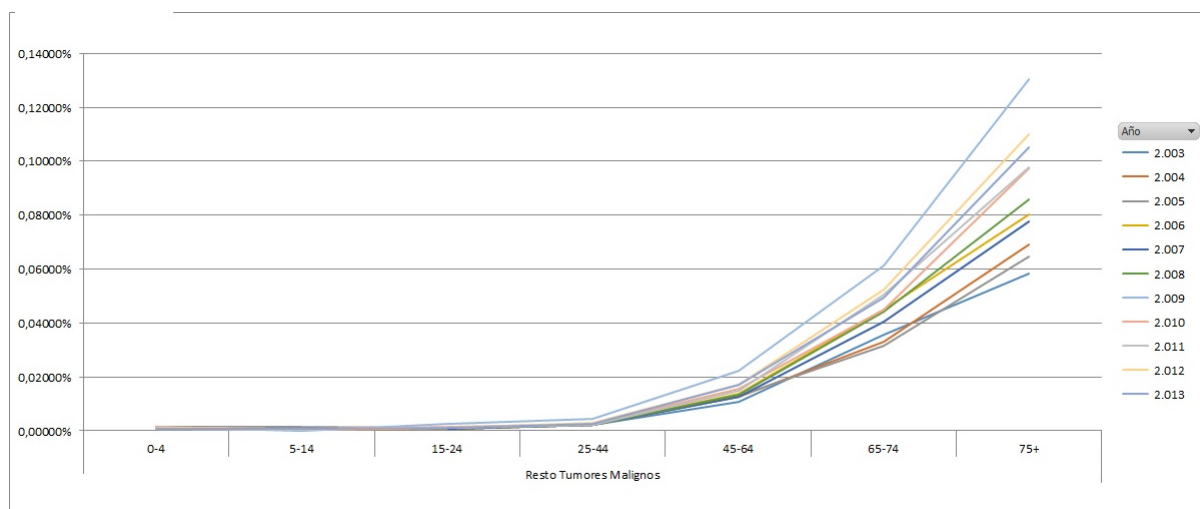
**Figura 3.3:** Comportamiento de Otras Causas de Muerte

**Tabla 3.7:** Tabla Comparativa de Otras Causas de Muerte

Muerte Otras Causas	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,364599 %	0,000003 %	0,01785 %
5-14	0,029665 %	0,000000 %	0,00271 %
15-24	0,326016 %	0,000013 %	0,03554 %
25-44	0,283078 %	0,000003 %	0,01723 %
45-64	0,311711 %	0,000002 %	0,01278 %
65-74	0,710904 %	0,000015 %	0,03877 %
75 +	1,591924 %	0,000022 %	0,04665 %

La agrupación de causas que en este grupo se encuentran poseen la segunda mayor dispersión en el sexo masculino, presentando una desviación típica del 0,04.

- **Resto Tumores Malignos:** la agrupación de tumores que crean el grupo de resto de tumores malignos en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestra los siguientes resultados.



**Figura 3.4:** Comportamiento de Resto de Tumores Malignos

**Tabla 3.8:** Tabla Comparativa de Resto de Tumores Malignos

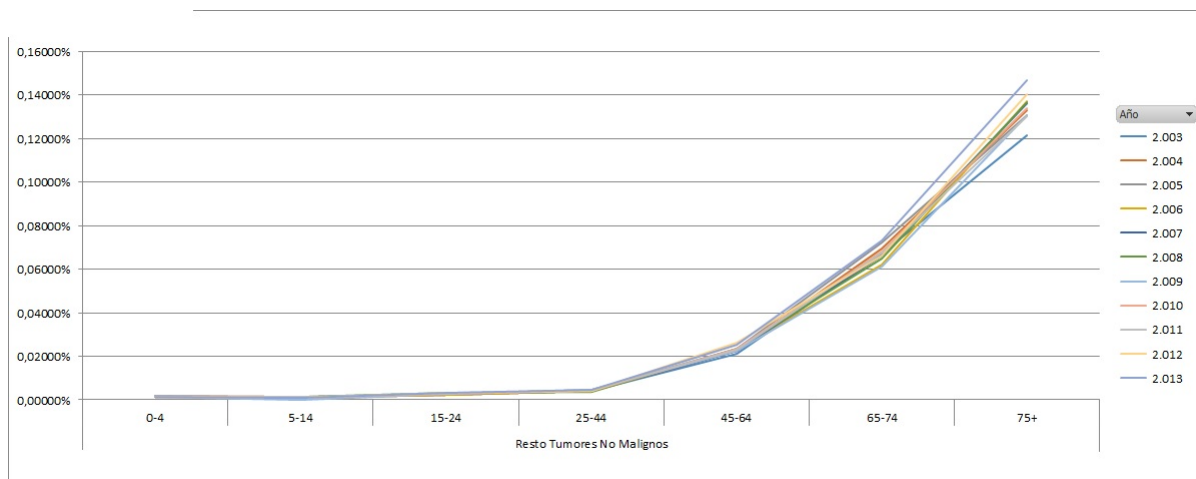
Resto Tumores Malignos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,001473 %	0,000000 %	0,00018 %
5-14	0,001063 %	0,000000 %	0,00015 %
15-24	0,002704 %	0,000000 %	0,00030 %
25-44	0,004257 %	0,000000 %	0,00033 %
45-64	0,023308 %	0,000000 %	0,00126 %
65-74	0,067084 %	0,000000 %	0,00355 %
75 +	0,134247 %	0,000000 %	0,00620 %

Esta agrupación de causas de fallecimiento no presenta gran variación a lo largo del periodo de tiempo estudiado.

- **Resto Tumores No Malignos:** la agrupación de tumores que crean el grupo de resto de tumores no malignos en la población masculina venezolana

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

durante los años 2003-2013 muestra los siguientes resultados.



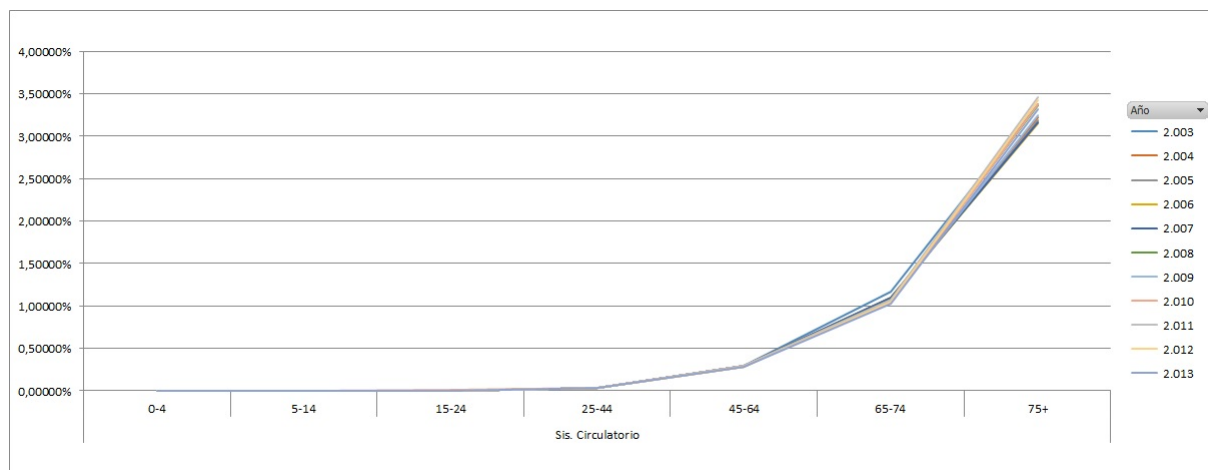
**Figura 3.5:** Comportamiento de Resto de Tumores No Malignos

**Tabla 3.9:** Tabla Comparativa de Resto de Tumores No Malignos

Resto Tumores No Malignos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,001199 %	0,000000 %	0,00023 %
5-14	0,000814 %	0,000000 %	0,00027 %
15-24	0,001149 %	0,000000 %	0,00050 %
25-44	0,002566 %	0,000000 %	0,00064 %
45-64	0,014855 %	0,000000 %	0,00303 %
65-74	0,044483 %	0,000001 %	0,00846 %
75 +	0,088782 %	0,000004 %	0,02073 %

Los fallecimientos ocasionados por el grupo de causas que originan el resto de tumores no malignos no presentan gran variación a lo largo del periodo de tiempo, donde la mayor variación la presentan las personas mayores a 75 años.

- **Enfermedades de Sistema Circulatorio:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema circulatorio en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



**Figura 3.6:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Circulatorio

**Tabla 3.10:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Circulatorio

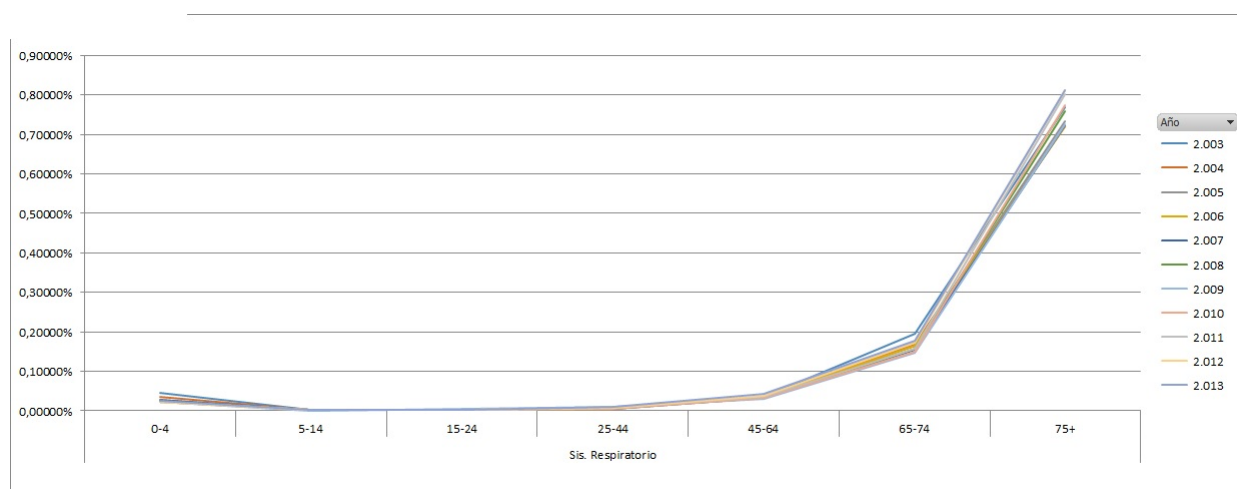
Sist. Circulatorio	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,000709 %	0,000000 %	0,00072 %
5-14	0,000566 %	0,000000 %	0,00016 %
15-24	0,005327 %	0,000000 %	0,00039 %
25-44	0,031958 %	0,000000 %	0,00093 %
45-64	0,290969 %	0,000000 %	0,00357 %
65-74	1,078891 %	0,000013 %	0,03605 %
75 +	3,299760 %	0,000109 %	0,10453 %

Este grupo de causas de decrecimiento es la que presenta la mayor variación de todas las causas de muerte estudiadas, la mayor variabilidad se observa en el gru-

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

po de personas mayores a 75 años.

- **Enfermedades de Sistema Respiratorio:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema respiratorio en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



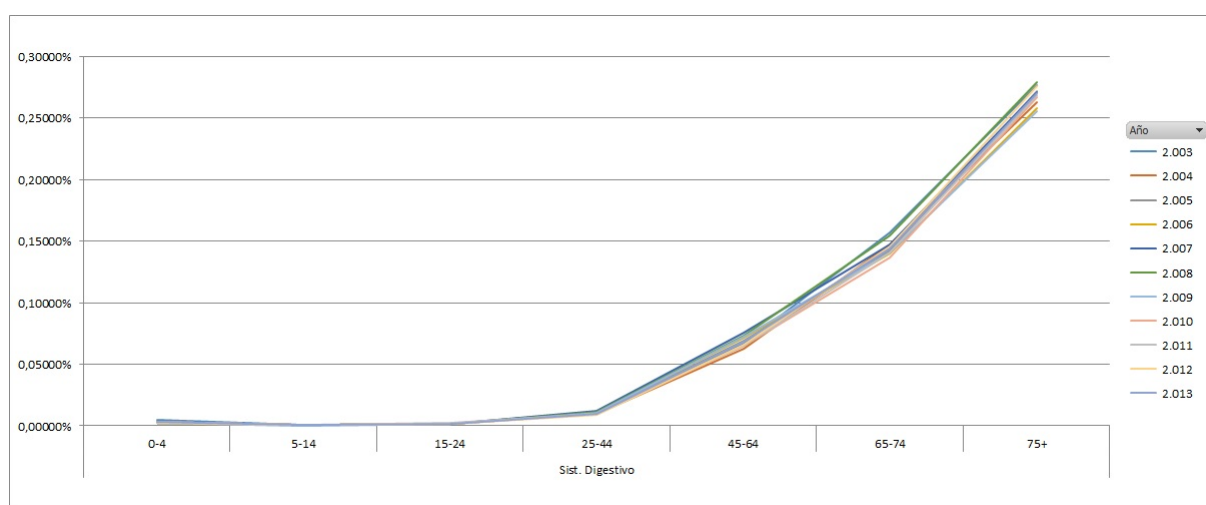
**Figura 3.7:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Respiratorio

**Tabla 3.11:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Respiratorio

Sist. Respiratorio	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,027489 %	0,000000 %	0,00690 %
5-14	0,002141 %	0,000000 %	0,00027 %
15-24	0,003449 %	0,000000 %	0,00045 %
25-44	0,007228 %	0,000000 %	0,00116 %
45-64	0,035180 %	0,000000 %	0,00296 %
65-74	0,164589 %	0,000002 %	0,01336 %
75 +	0,758691 %	0,000013 %	0,03549 %

los fallecimientos a causa de las enfermedades del sistema respiratorio solo presentan la variabilidad más significativa en las personas mayores de 65 años de edad, el de mayor dispersión, con una desviación típica del 0,03.

- **Enfermedades del Sistema Digestivo:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema digestivo en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



**Figura 3.8:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Digestivo

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

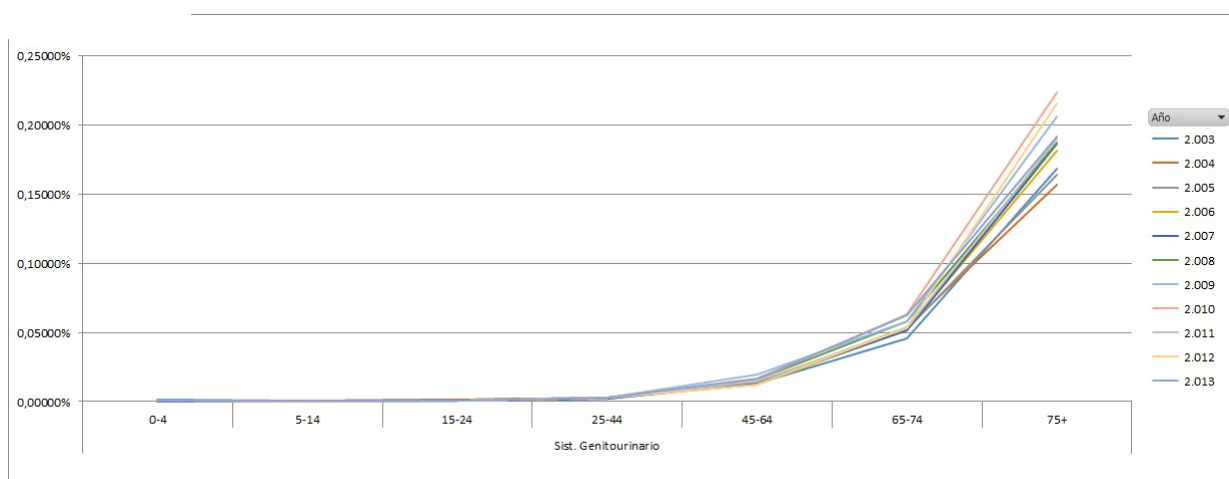
---

**Tabla 3.12:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Digestivo

Sist. Digestivo	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,002935 %	0,000000 %	0,00088 %
5-14	0,000762 %	0,000000 %	0,00018 %
15-24	0,001831 %	0,000000 %	0,00012 %
25-44	0,010380 %	0,000000 %	0,00080 %
45-64	0,068669 %	0,000000 %	0,00387 %
65-74	0,145113 %	0,000000 %	0,00590 %
75 +	0,268660 %	0,000001 %	0,00719 %

Los fallecimientos que fueron causa de las enfermedades del sistema digestivo no tuvieron gran variabilidad durante el periodo de tiempo en estudio.

- **Enfermedades de Sistema Genitourinario:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema genitourinario en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



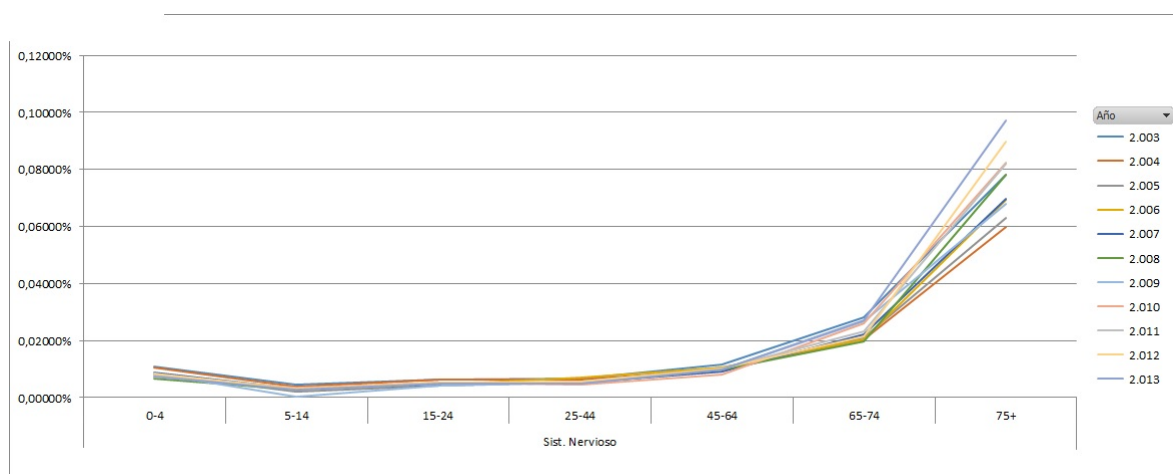
**Figura 3.9:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Genitourinario

**Tabla 3.13:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Genitourinario

Sist. Genitourinario	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,000861 %	0,000000 %	0,00037 %
5-14	0,000504 %	0,000000 %	0,00011 %
15-24	0,000965 %	0,000000 %	0,00013 %
25-44	0,002730 %	0,000000 %	0,00025 %
45-64	0,014624 %	0,000000 %	0,00212 %
65-74	0,054814 %	0,000000 %	0,00483 %
75 +	0,188072 %	0,000004 %	0,01979 %

Los fallecimientos que fueron causa de las enfermedades del sistema genitourinario no tuvieron gran variabilidad durante el periodo de tiempo en estudio.

- **Enfermedades de Sistema Nervioso:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema nervioso en la población masculina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.

**Figura 3.10:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Nervioso

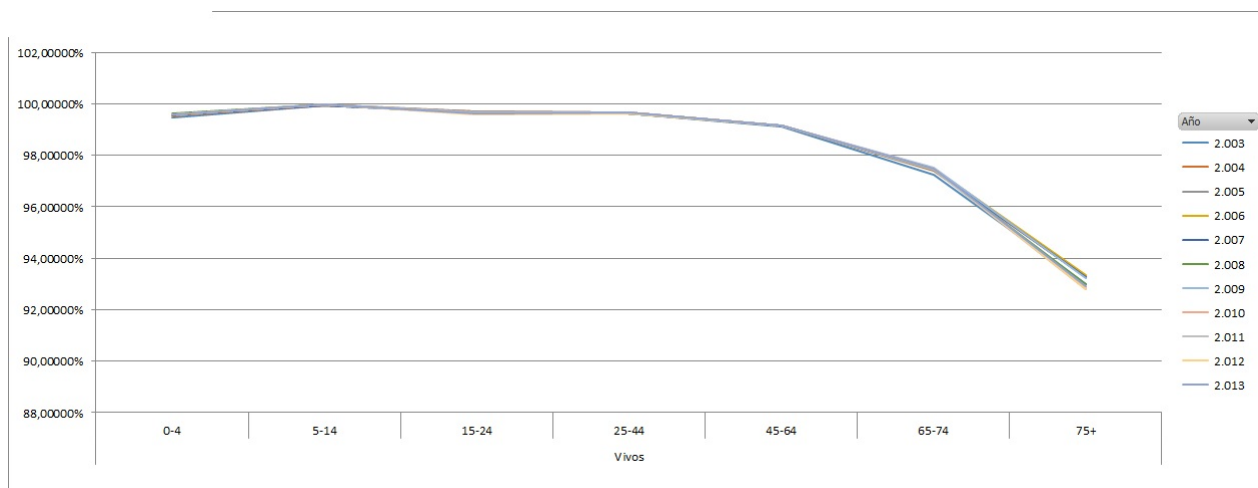
### 3. MÉTODO DE TRABAJO

**Tabla 3.14:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Nervioso

Sist. Nervioso	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,008502 %	0,000000 %	0,00121 %
5-14	0,003173 %	0,000000 %	0,00064 %
15-24	0,005029 %	0,000000 %	0,00064 %
25-44	0,005645 %	0,000000 %	0,00073 %
45-64	0,009954 %	0,000000 %	0,00085 %
65-74	0,023362 %	0,000000 %	0,00300 %
75 +	0,076111 %	0,000001 %	0,01093 %

Los fallecimientos que fueron causa de las enfermedades del sistema nervioso no tuvieron gran variabilidad durante el periodo de tiempo en estudio.

- **Personas Vivas:** los hombres vivos en venezuela durante los periodos 2003-2013 siguen el siguiente comportamiento.



**Figura 3.11:** Probabilidades de Supervivencia en la Población Masculina por grupos de edad para el período 2003-2013

**Tabla 3.15:** Tabla Comparativa de Probabilidades de Supervivencia en la Población Masculina

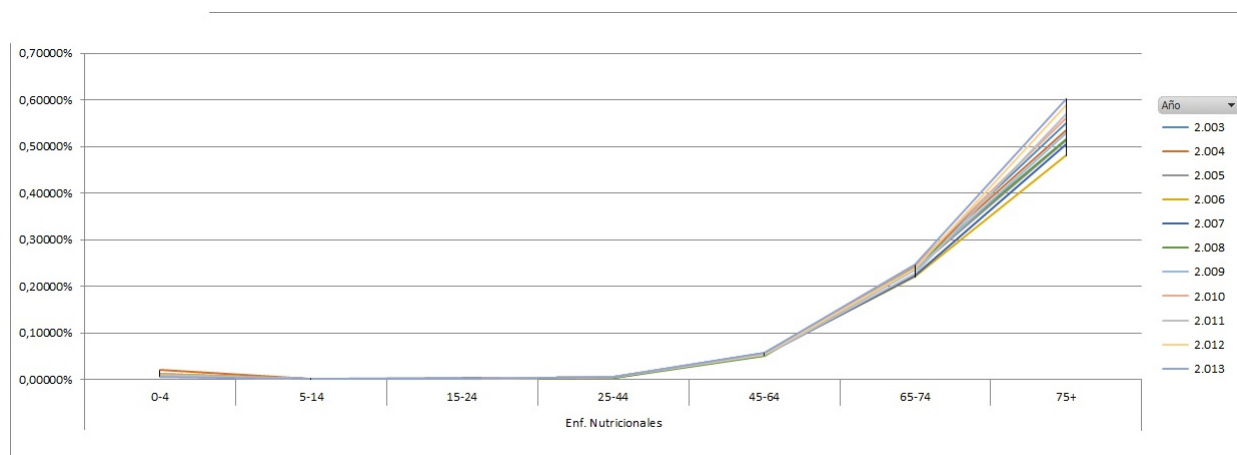
Vivos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	99,580162 %	0,000011 %	0,03383 %
5-14	99,960578 %	0,000000 %	0,00343 %
15-24	99,652151 %	0,000013 %	0,03592 %
25-44	99,645901 %	0,000003 %	0,01822 %
45-64	99,158192 %	0,000001 %	0,01085 %
65-74	97,445261 %	0,000050 %	0,07065 %
75 +	93,070889 %	0,000437 %	0,20901 %

Las personas que se mantuvieron con vida en los años discretos del periodo en estudio comprendido entre 2003-2013 tienen la mayor variabilidad en el grupo de personas de más de 75 años de edad con una desviación típica del 0,2.

2. **Población Femenina:** Las probabilidades de fallecimiento calculadas sobre la población del sexo femenino de la República Bolivariana de Venezuela, según causa de decrecimiento y grupo de edad, presentan el siguiente comportamiento para el período de tiempo 2003-2013.

- **Enfermedades Nutricionales:** los fallecimientos a causa de enfermedades nutricionales en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.

### 3. MÉTODO DE TRABAJO



**Figura 3.12:** Comportamiento de Enfermedades Nutricionales

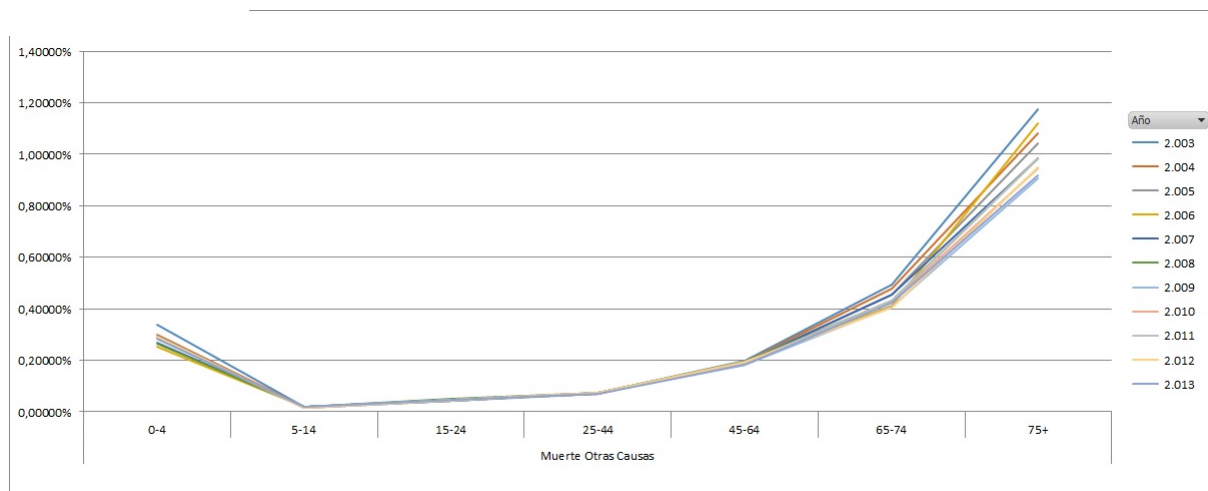
**Tabla 3.16:** Tabla Comparativa de Enfermedades Nutricionales

Enfermedades Nutricionales	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,011292 %	0,000000 %	0,00628 %
5-14	0,000828 %	0,000000 %	0,00024 %
15-24	0,001719 %	0,000000 %	0,00031 %
25-44	0,004496 %	0,000000 %	0,00033 %
45-64	0,054179 %	0,000000 %	0,00145 %
65-74	0,236265 %	0,000001 %	0,00872 %
75 +	0,540475 %	0,000013 %	0,03538 %

La variabilidad presentada en este grupo de causas de fallecimiento no es elevada en el sexo femenino.

- **Muerte por Otras Causas:** las otras causas de fallecimiento en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.

### 3.2 Análisis de las matrices de Transición



**Figura 3.13:** Comportamiento de Otras Causas de Muerte

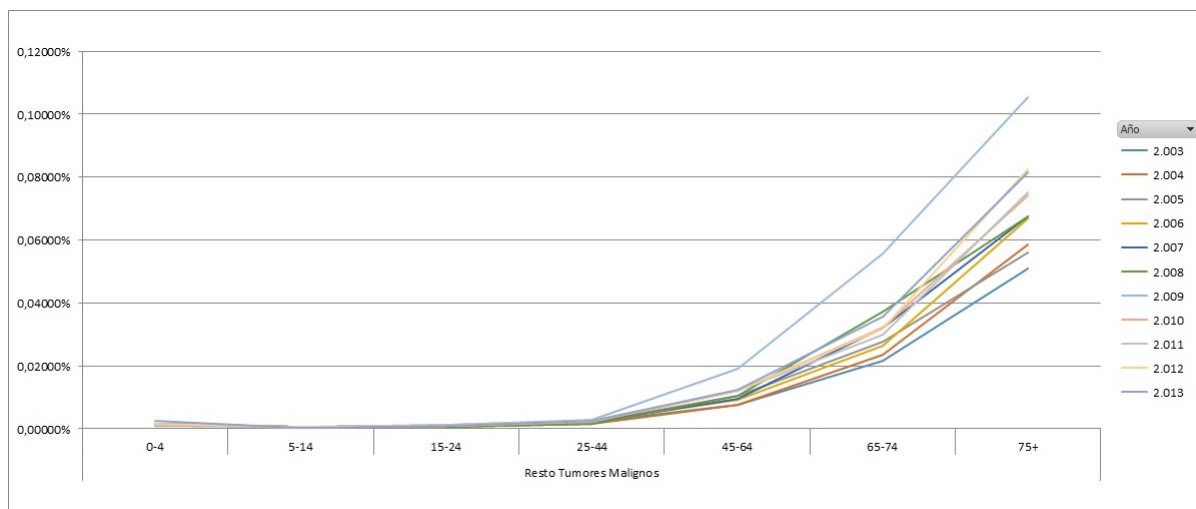
**Tabla 3.17:** Tabla Comparativa de Otras Causas de Muerte

Muerte Otras Causas	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,287544 %	0,000004 %	0,02097 %
5-14	0,018103 %	0,000000 %	0,00123 %
15-24	0,045263 %	0,000000 %	0,00218 %
25-44	0,072047 %	0,000000 %	0,00127 %
45-64	0,191231 %	0,000000 %	0,00513 %
65-74	0,438252 %	0,000008 %	0,02763 %
75 +	1,008372 %	0,000068 %	0,08218 %

Este grupo de fallecimiento es el que más variabilidad presenta en las causas de muerte en la población femenina, con una desviación típica del 0,08.

- **Resto Tumores Malignos:** la agrupación de tumores que conforman el grupo de resto de tumores malignos en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.

### 3. MÉTODO DE TRABAJO



**Figura 3.14:** Comportamiento de Resto de Tumores Malignos

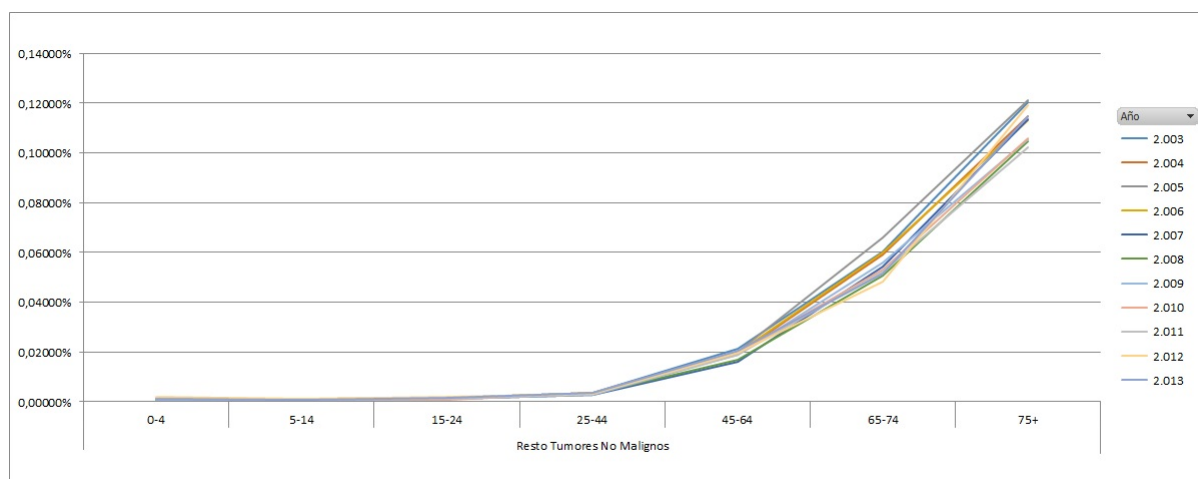
**Tabla 3.18:** Tabla Comparativa de Resto de Tumores Malignos

Resto Tumores Malignos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,001184 %	0,000000 %	0,00037 %
5-14	0,000892 %	0,000000 %	0,00017 %
15-24	0,001403 %	0,000000 %	0,00027 %
25-44	0,003303 %	0,000000 %	0,00025 %
45-64	0,019234 %	0,000000 %	0,00141 %
65-74	0,055554 %	0,000000 %	0,00499 %
75 +	0,112256 %	0,000000 %	0,00641 %

Los fallecimientos causados por el grupo de resto de tumores malignos, no presenta una variabilidad significativa para el período en estudio.

- **Resto Tumores No Malignos:** la agrupación de tumores que crean el grupo de resto de tumores no malignos en la población masculina venezolana

durante los años 2003-2013 muestra los siguientes resultados.



**Figura 3.15:** Comportamiento de Resto de Tumores No Malignos

**Tabla 3.19:** Tabla Comparativa de Resto de Tumores No Malignos

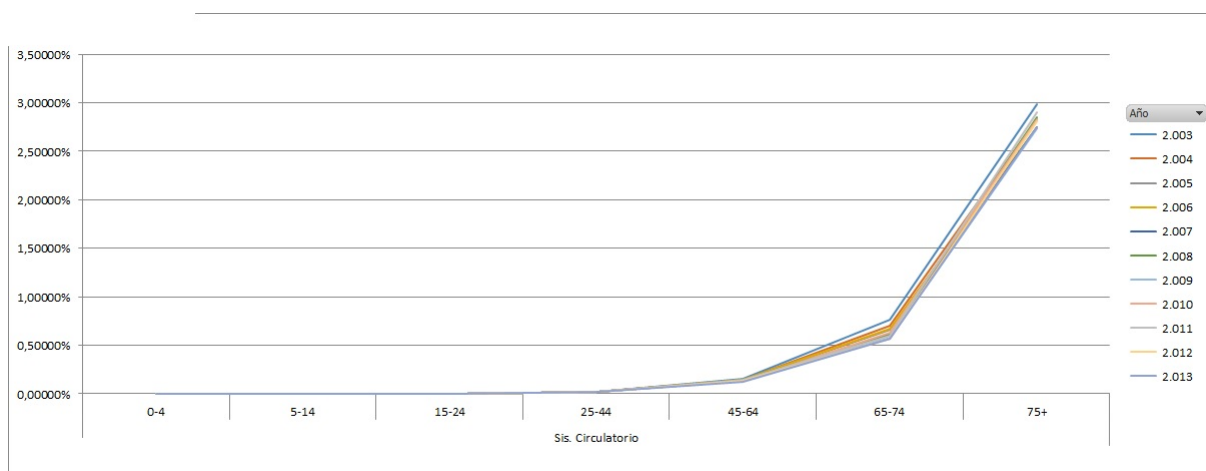
Resto Tumores No Malignos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,001467 %	0,000000 %	0,00041 %
5-14	0,000647 %	0,000000 %	0,00012 %
15-24	0,000866 %	0,000000 %	0,00019 %
25-44	0,002279 %	0,000000 %	0,00035 %
45-64	0,011182 %	0,000000 %	0,00299 %
65-74	0,032180 %	0,000001 %	0,00877 %
75 +	0,071483 %	0,000002 %	0,01436 %

Los fallecimientos causados por el grupo de resto de tumores no malignos, no presenta una variabilidad significativa para el período en estudio.

- **Enfermedades de Sistema Circulatorio:** los fallecimientos ocasionados

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

por las enfermedades del sistema circulatorio en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



**Figura 3.16:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Circulatorio

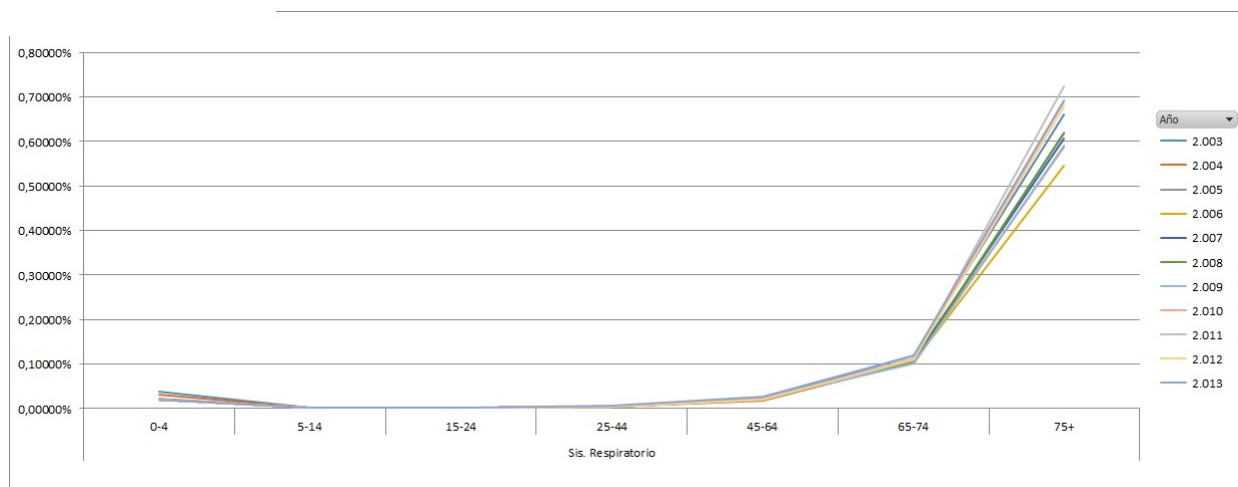
**Tabla 3.20:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Circulatorio

Sist. Circulatorio	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,000573 %	0,000000 %	0,00061 %
5-14	0,000572 %	0,000000 %	0,00026 %
15-24	0,003564 %	0,000000 %	0,00032 %
25-44	0,016882 %	0,000000 %	0,00096 %
45-64	0,140458 %	0,000001 %	0,00807 %
65-74	0,634656 %	0,000034 %	0,05819 %
75 +	2,811947 %	0,000057 %	0,07549 %

Los fallecimientos en la población femenina a causa de enfermedades del sistema circulatorio es de las más elevadas entre las causas de fallecimiento, observándose la dispersión más significativa en las edades mayores a 65 años, donde la mayor

desviación típica esta en el grupo de personas de mayor de 75 años con una desviación típica del 0,07.

- **Enfermedades de Sistema Respiratorio:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema respiratorio en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



**Figura 3.17:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Respiratorio

**Tabla 3.21:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Respiratorio

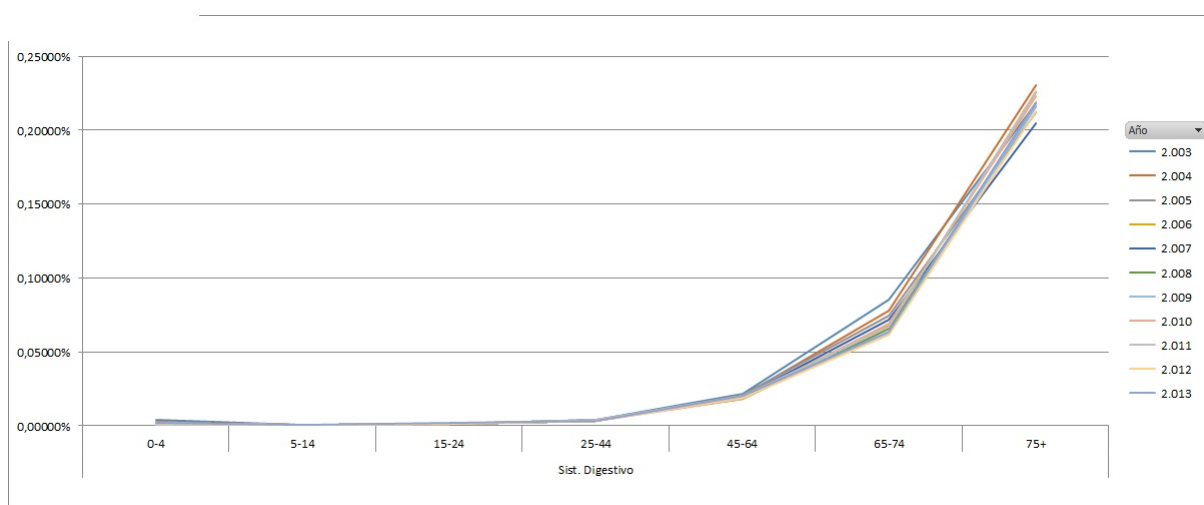
Sist. Respiratorio	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,023295 %	0,000000 %	0,00589 %
5-14	0,001923 %	0,000000 %	0,00029 %
15-24	0,002331 %	0,000000 %	0,00026 %
25-44	0,004379 %	0,000000 %	0,00072 %
45-64	0,021527 %	0,000000 %	0,00197 %
65-74	0,109504 %	0,000000 %	0,00559 %
75 +	0,637413 %	0,000027 %	0,05230 %

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

Los fallecimientos en la población femenina a causa de enfermedades del sistema respiratorio solo presenta una variabilidad significativa en el grupo de personas de mayor a 75 años, con una desviación típica del 0,05.

- **Enfermedades del Sistema Digestivo:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema digestivo en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



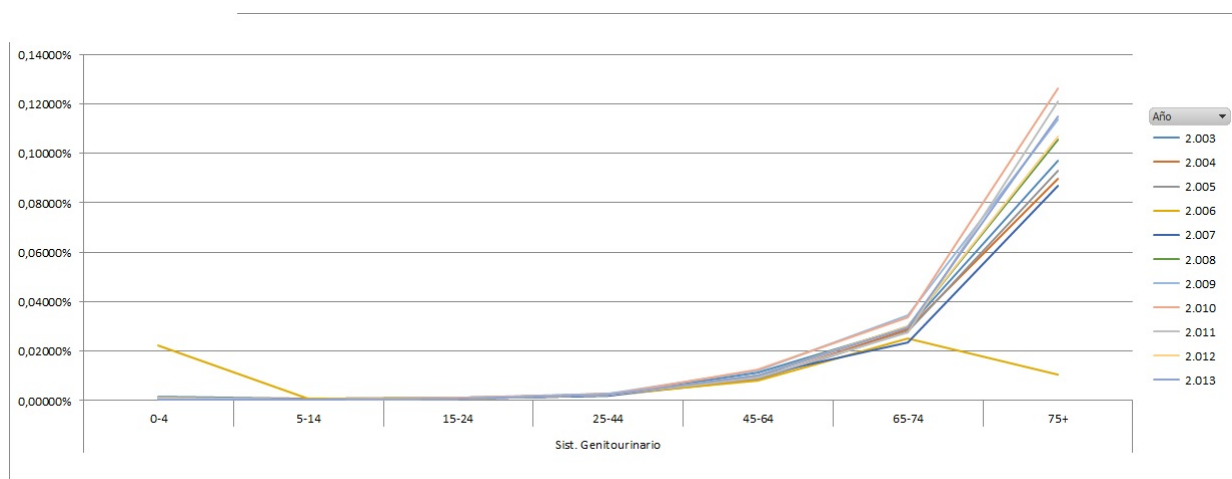
**Figura 3.18:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Digestivo

**Tabla 3.22:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Digestivo

Sist. Digestivo	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,002111 %	0,000000 %	0,00070 %
5-14	0,000654 %	0,000000 %	0,00014 %
15-24	0,001390 %	0,000000 %	0,00021 %
25-44	0,003707 %	0,000000 %	0,00025 %
45-64	0,019788 %	0,000000 %	0,00103 %
65-74	0,069973 %	0,000000 %	0,00684 %
75 +	0,218610 %	0,000001 %	0,00709 %

Los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema digestivo en la población femenina no presenta una variabilidad significativa en el período en estudio.

- **Enfermedades de Sistema Genitourinario:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema genitourinario en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestra los siguientes resultados.

**Figura 3.19:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Genitourinario

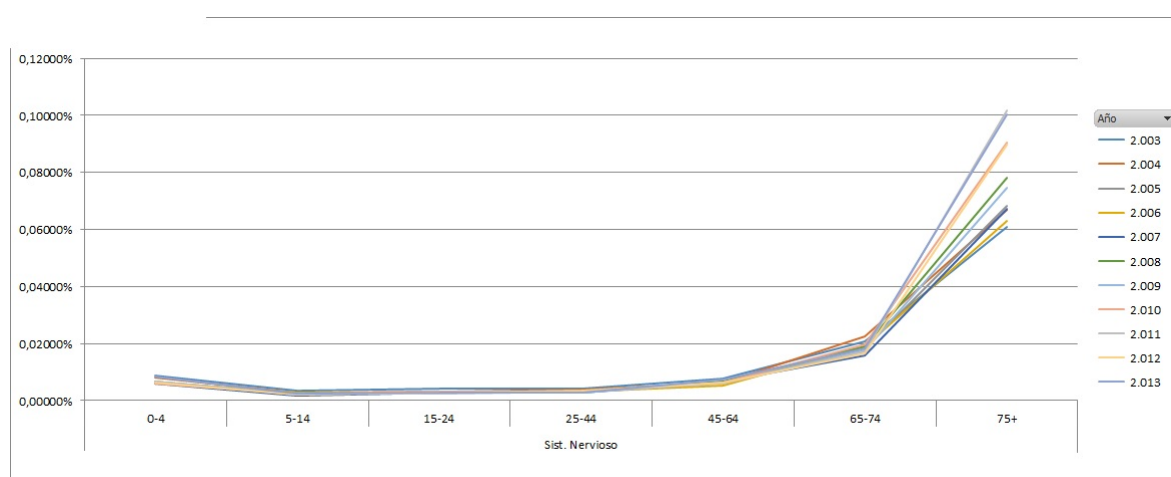
### 3. MÉTODO DE TRABAJO

**Tabla 3.23:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Genitourinario

Sist. Genitourinario	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,002770 %	0,000000 %	0,00615 %
5-14	0,000521 %	0,000000 %	0,00015 %
15-24	0,001021 %	0,000000 %	0,00016 %
25-44	0,002502 %	0,000000 %	0,00020 %
45-64	0,010210 %	0,000000 %	0,00135 %
65-74	0,029167 %	0,000000 %	0,00311 %
75 +	0,096860 %	0,000009 %	0,02992 %

Los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema genitourinario en la población femenina no presenta variabilidad en el periodo en estudio.

- **Enfermedades de Sistema Nervioso:** los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema nervioso en la población femenina venezolana durante los años 2003-2013 muestran los siguientes resultados.



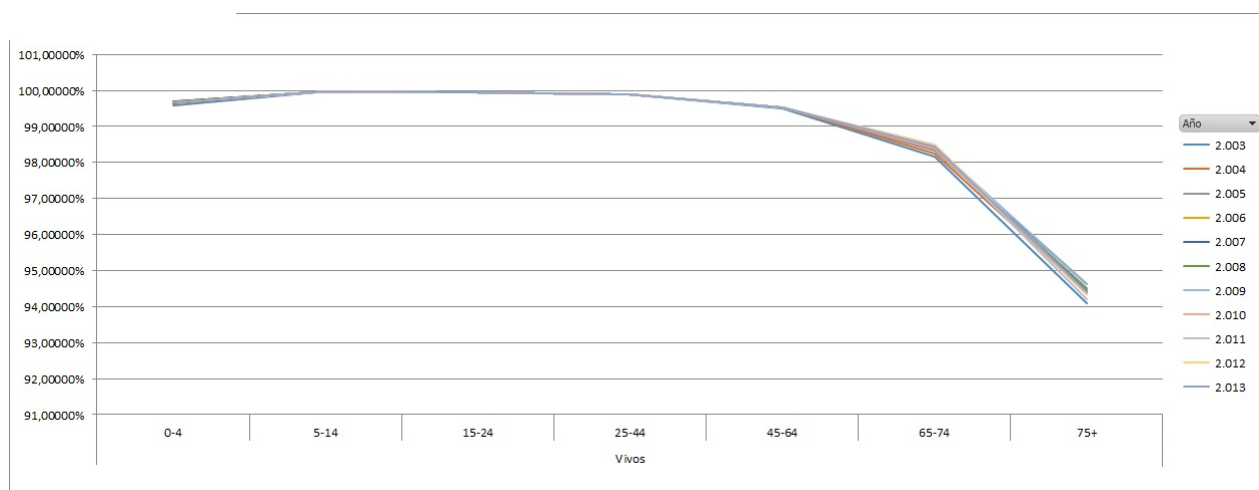
**Figura 3.20:** Comportamiento de Enfermedades del Sistema Nervioso

**Tabla 3.24:** Tabla Comparativa de Enfermedades del Sistema Nervioso

Sist. Nervioso	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	0,006939 %	0,000000 %	0,00097 %
5-14	0,002543 %	0,000000 %	0,00045 %
15-24	0,003027 %	0,000000 %	0,00046 %
25-44	0,003278 %	0,000000 %	0,00045 %
45-64	0,006546 %	0,000000 %	0,00061 %
65-74	0,018612 %	0,000000 %	0,00180 %
75 +	0,078302 %	0,000002 %	0,01421 %

Los fallecimientos ocasionados por las enfermedades del sistema nervioso en la población femenina no presenta variabilidad en el periodo en estudio.

- **Personas Vivas:** las mujeres con vida en venezuela durante los periodos 2003-2013 siguen el siguiente comportamiento.

**Figura 3.21:** Probabilidades de Supervivencia en la Población Femenina por grupos de edad para el período 2003-2013

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

**Tabla 3.25:** Tabla Comparativa de Probabilidades de Supervivencia en la Población Femenina

Vivos	Promedio	Varianza	Des. Tip
0-4	99,662825 %	0,000009 %	0,03069 %
5-14	99,973316 %	0,000000 %	0,00205 %
15-24	99,939417 %	0,000000 %	0,00247 %
25-44	99,887125 %	0,000000 %	0,00273 %
45-64	99,525644 %	0,000001 %	0,01118 %
65-74	98,375836 %	0,000083 %	0,09096 %
75 +	94,424283 %	0,000280 %	0,16738 %

La mayor variabilidad de resultados se muestran en las personas que poseen más de 75 años de edad, donde se tiene una desviación típica del 0,16.

Como se puede observar en las comparaciones observadas anteriormente, la dispersión observada en las probabilidades de fallecimiento para las distintas causas y grupos de edad durante el período de tiempo considerado es sumamente baja.

Cabe destacar, que las probabilidades de fallecimiento por grupo de edad y causa en la población femenina venezolana presenta una mayor dispersión que la población masculina. Siendo la causa de fallecimiento que presenta una mayor dispersión para ambos sexos, las derivada de muertes causadas por enfermedades del sistema circulatorio, y en todo caso, el grupo de edad que refleja mayor dispersión en sus probabilidades es el de personas de 75 años o más, mientras que en los demás grupos de edad la variabilidad es poco significativa o casi nula.

Por lo antes expuesto, podemos suponer estacionalidad en las probabilidades de fallecimiento observadas en la investigación. Por lo que, pueden ser utilizadas las matrices de transición para la construcción de la Tabla de Decrecimiento Múltiple, teniendo en cuenta que, el Método de las Cadenas de Markov indica que, *“el futuro depende de lo observado en el presente”*. En base a esto, se utilizará el último año de la serie para la construcción de la Cadena de Markov, es decir, el período 2013.

La baja variabilidad mostrada en las matrices de transición se debió, en gran causa en los grupos de decrecimientos utilizados, las causas de fallecimiento con más cantidad de observaciones tienden con el tiempo a mantener las probabilidades de transición, mientras que, por otro lado, las causas con menos cantidad de observaciones presentan una mayor dispersión. Esto es un claro ejemplo de la ley de los grandes números, por esta razón las causas utilizadas serán las estudiadas anteriormente.

### 3.3. Construcción de la Tabla de Decrecimiento Múltiple

Como analizado anteriormente, se puede hacer uso de cualquiera de las matrices de transición observadas para cada año durante el período en estudio para la construcción de la Tabla de Decrecimiento Múltiple (TDM), pero siguiendo el Método de la Cadena de Markov, se utilizará como período inicial para la construcción las matrices de transición, la información del año 2013.

Por otro lado, es importante mencionar dos supuestos utilizados en la generación de la tabla de decrecimiento múltiple, la primera de ellas es que la cohorte será cerrada, mientras que por otro lado, se supone la distribución proporcional dentro de los grupos de edad, por lo que la probabilidad de decrecimiento es uniforme por edad.

Este supuesto es clave considerarlo para los cálculos y fundamentan el abandono y/o la incorporación de una proporción equivalente entre los distintos grupos de población, haciendo efectivo el estudio del "tránsito" sujeto a probabilidades de supervivencia y fallecimiento. Manteniendo la estructura de Matrices de Transición Estocásticas a lo largo de las edades estudiadas.

Como vimos en el Capítulo II, existen muchos tipos de tablas de decrecimiento, cada cual es una adaptación de las necesidades de la investigación, por lo cual se debe especificar nuestro tipo de tabla de decrecimiento, la cual será:

- **Generacional:** ya que la probabilidades de decrecimiento no solo tomaran en cuenta el año de vida que tiene la persona, si no el periodo en el que se está con respecto al inicio de la cohorte.
- **Abreviadas:** la tabla de mortalidad resultante tendrá una segmentación por edades similar al utilizado en el Instituto Nacional de Estadística para sus proyecciones poblacionales, por lo tanto será una TDM abreviada.
- **Demográfica:** las tablas resultantes son divididas según el sexo de la población, debido a que esta característica demográfica genera grandes cambios en las ma-

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

trices de transición.

Para el análisis poblacional efectuado, se puede observar que la variable sexo es importante para segmentar la Tabla de Mortalidad para distintas causas de fallecimiento, en vista de la distinción que se debe realizar para las probabilidades de supervivencia y fallecimiento por sexo. Aunado a esto, la agrupación por edad y el considerar el período de tiempo de la matriz, determinará que la tabla resultante de las matrices de transición será demográfica, abreviada y generacional.

En primer lugar, se parte de las observaciones extraídas de las fuentes de información, las cuales constituyen el inicio de la cohorte. En nuestro caso, serán las estadísticas demográficas de la población Venezolana en el año 2013, las cuales fueron presentadas de la siguiente manera:

Ciclo	Grupos de Edad	Vivos	Resto Tumores	Sis. Circulatorio	Sis. Respiratorio	Muerte Otras Causas	Resto Tumores Malignos	Nutricionales	Sist. Nervioso
0	0-4	1.414.959	19	24	342	5.018	12	100	104
	5-14	2.847.439	30	15	64	746	17	17	78
	15-24	2.726.456	85	130	100	9.906	30	32	133
	25-44	4.450.096	208	1.388	440	12.346	108	323	213
	45-64	2.657.544	675	7.622	1.142	7.603	460	2.160	263
	65-74	544.933	410	5.727	993	3.664	276	1.671	151
	75+	291.682	460	10.431	2.548	4.765	330	1.988	305

**Figura 3.22:** Extracto de los resultados obtenidos en la cohorte 2013

Luego debemos tomar en cuenta que estamos trabajando con grupos de edades, es decir, cada año calendario una cierta cantidad de personas pasan de un grupo al otro. Además, las cadenas de Markov son estocásticas, por lo tanto, las probabilidades de estas personas que están pasando a otro grupo de edad mantienen la misma probabilidad del grupo inicial para mantener las matrices como matrices estocásticas. Matemáticamente estas consideraciones presentarían tres casos y serían de la siguiente manera:

- Para el primer grupo de edad.

$$d_i^t = d_{i-1}^t + l_{i-1} * p(d)_i^t * b_i \quad (3.3)$$

- Para los grupos de edad intermedios de la segmentación.

$$d_i^t = d_{i-1}^t + l_{i-1} * p(d)_i^t * b_i + l_{i-1} * p(d)_{i-1}^t * c_{i-1} \quad (3.4)$$

- Para el último grupo de edad de la tabla de decrecimiento múltiple.

$$d_i^t = d_{i-1}^t + l_{i-1} * p(d)^t \quad (3.5)$$

Donde:

- $i$  es el grupo de edad.
- $d_i^t$  son la cantidad de fallecidos por la causa  $t$  del grupo de edad  $i$ .
- $p(d)_i^t$  probabilidad de fallecimiento por la causa  $t$  del grupo de edad  $i$ .
- $l_i$  personas vivas del grupo de edad  $i$ .
- $b_i$  es la proporción que queda por transcurrir para que la edad de las personas ya no pertenezcan al grupo  $i$ .
- $c_{i-1}$  es la proporción de personas que por edad, no pertenecerán al grupo  $i - 1$  al final del año.

Al realizar los cálculos hasta observar la extinción de la cohorte iniciada, suponiendo la distribución proporcional dentro de los grupos de edad y lo cerrado de la cohorte, y utilizando como Base Financiera, en este caso una tasa de interés técnico al 0.03, se obtienen los siguientes resultados:

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

**Tabla 3.26:** Primer extracto de tabla de decrecimiento múltiple de los hombres de la cohorte del 2013

			Decrecimientos Esperados		
Ciclo	Grupos de Edad	Vivos	Resto Tumores	Sis. Circulatorio	Sis. Respiratorio
3	0-4	349.516	3	6	84
	5-14	2.937.257	18	20	143
	15-24	2.747.888	29	117	96
	25-44	4.601.616	108	1.355	436
	45-64	2.870.687	461	7.623	1.155
	65-74	728.458	320	6.538	1.124
	75+	419.107	429	13.150	3.158
4	0-4	348.119	3	6	84
	5-14	2.609.976	16	14	59
	15-24	2.759.450	29	118	97
	25-44	4.648.354	109	1.369	441
	45-64	2.938.426	473	7.811	1.183
	65-74	781.085	346	7.064	1.215
	75+	468.278	480	14.754	3.545
5	0-4	-	-	-	-
	5-14	2.667.282	14	12	52
	15-24	2.733.337	29	118	96
	25-44	4.693.757	110	1.383	445
	45-64	3.004.521	484	7.994	1.210
	65-74	830.225	369	7.553	1.299
	75+	519.660	535	16.447	3.955
	0-4	-	52 -	-	-
	5-14	-	-	-	-
	15-24				

### 3.3 Construcción de la Tabla de Decrecimiento Múltiple

**Tabla 3.27:** Segundo extracto de tabla de decrecimiento múltiple de los hombres de la cohorte del 2013

		PROB. DE DECRECIMIENTO $q_{xi}$			
Ciclo	Grupos de Edad	Resto Tumores	Sis. Circulatorio	Sis. Respiratorio	I
3	0-4	0,0008 %	0,0017 %	0,0242 %	
	5-14	0,0006 %	0,0007 %	0,0049 %	
	15-24	0,0010 %	0,0043 %	0,0035 %	
	25-44	0,0023 %	0,0295 %	0,0095 %	
	45-64	0,0161 %	0,2655 %	0,0402 %	
	65-74	0,0440 %	0,8976 %	0,1543 %	
	75+	0,1023 %	3,1376 %	0,7535 %	
4	0-4	0,0008 %	0,0017 %	0,0242 %	
	5-14	0,0006 %	0,0005 %	0,0022 %	
	15-24	0,0010 %	0,0043 %	0,0035 %	
	25-44	0,0023 %	0,0295 %	0,0095 %	
	45-64	0,0161 %	0,2658 %	0,0403 %	
	65-74	0,0443 %	0,9044 %	0,1555 %	
	75+	0,1026 %	3,1507 %	0,7571 %	
5	0-4	N/A	N/A	N/A	
	5-14	0,0005 %	0,0005 %	0,0020 %	
	15-24	0,0010 %	0,0043 %	0,0035 %	
	25-44	0,0023 %	0,0295 %	0,0095 %	
	45-64	0,0161 %	0,2661 %	0,0403 %	
	65-74	0,0445 %	0,9098 %	0,1565 %	
	75+	0,1030 %	3,1650 %	0,7610 %	
6	0-4	N/A	N/A	N/A	
	5-14	N/A	N/A	N/A	
	15-24	N/A	N/A	N/A	

### 3. MÉTODO DE TRABAJO

---

Debido al gran tamaño de la Tabla de Decrecimiento Múltiple, sólo se visualizará los extractos mostrados anteriormente en las tablas 3.26 y 3.27, en las mismas se pueden reflejar los decrecimientos esperados, como también las probabilidades resultantes, además, se muestran los conmutativos  $D_x$  y  $N_x$  con una tasa de interés técnico del 0,03.

## Análisis de Resultados

---

### 4.1. Resultados

Se observa para el primer grupo de edad una menor probabilidad de supervivencia durante su permanencia que el segundo grupo esto se debe a la mortalidad infantil, luego la probabilidad de supervivencia vuelve a subir para disminuir en la edad adulta, en la siguiente tabla se podrá observar este comportamiento.

**Tabla 4.1:** Extracto de la Tabla de Decrecimiento Múltiple de Hombres

Ciclo	Grupos de Edad	Px
0	0-4	99,5988 %
	5-14	99,9648 %
	15-24	99,6152 %
	25-44	99,6496 %
	45-64	99,1652 %
	65-74	97,4224 %
	75+	92,3633 %

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

**Tabla 4.2:** Extracto de la Tabla de Decrecimiento Múltiple de Mujeres

Ciclo	Grupos de Edad	Px
0	0-4	99,6699 %
	5-14	99,9749 %
	15-24	99,9387 %
	25-44	99,8878 %
	45-64	99,5323 %
	65-74	98,4257 %
	75+	94,0815 %

Como se puede observar en las tablas 4.1 y 4.2 las mujeres tienen mayor probabilidad de supervivencia a pesar que en cantidad de personas vivas sean menor a los hombres 14.848.900 de mujeres para el 2013 estaban con vida, mientras que 14.933.109 eran hombres.

Si observamos el desarrollo final de la Tabla de Decrecimiento Múltiple, podremos observar la causa de decrecimiento más importante de la población Venezolana la cual es la siguiente:

**Tabla 4.3:** Extracción Muertes Esperadas Acumuladas TDM de Hombres

Ciclo	Grupos de Edad	Sis. Circulatorio	Muerte Otras Causas
100	0-4	66	13.730
	5-14	150	10.313
	15-24	2.213	168.103
	25-44	47.649	444.572
	45-64	520.065	544.420
	65-74	834.237	545.586
	75+	4.870.324	2.243.958

**Tabla 4.4:** Extracción Muertes Esperadas Acumuladas TDM de Mujeres

Ciclo	Grupos de Edad	Sis. Circulatorio	Muerte Otras Causas
100	0-4	79	726
	5-14	119	621
	15-24	1.774	1.124
	25-44	24.644	9.984
	45-64	246.221	51.907
	65-74	518.499	109.202
	75+	5.754.121	1.449.642

Es notorio el peso de las Enfermedades del Sistema Circulatorio como la causante de más fallecimientos en la población Venezolana tanto para el sexo masculino como el femenino, estando inclusive por encima de la agrupación de fallecimientos por otras causas.

Por otro lado, continuaremos con una comparación por cada una de las causas de

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

decrecimiento estudiadas en esta investigación, proyectando los decesos esperados acumulados a 100 años, estos fallecimientos esperados arrojan dos tipos de resultados:

- **Primer Caso:** en este caso se presenta una mayor cantidad total de muertes esperadas por parte de las mujeres, pero esto se debe únicamente por la diferencia presentada entre ambos sexos en el último grupo de edad, ya que excluyendo las personas con más de 75 años de edad, los hombres pasarían a ser los que tendrían mayor cantidad de muertes esperadas, a continuación se mostraran las tablas que muestran los decesos por sexo de cada causa de decrecimiento que sigue este comportamiento:

**Tabla 4.5:** Resto de Tumores

	Mujeres	Hombres
Edades	Resto Tumores	Resto Tumores
0-4	93	33
5-14	114	159
15-24	389	529
25-44	4.125	3.755
45-64	24.322	31.443
65-74	33.351	40.607
75+	172.946	155.812

**Tabla 4.6:** Sistema Circulatorio

	Mujeres	Hombres
Edades	Sist. Circulatorio	Sist. Circulatorio
0-4	79	66
5-14	119	150
15-24	1.774	2.213
25-44	24.644	47.649
45-64	246.221	520.065
65-74	518.499	834.237
75+	5.754.121	4.870.324

**Tabla 4.7:** Sistema Respiratorio

	Mujeres	Hombres
Edades	Sist. Respiratorio	Sist. Respiratorio
0-4	726	936
5-14	621	819
15-24	1.124	1.774
25-44	9.984	15.244
45-64	51.907	78.464
65-74	109.202	143.867
75+	1.449.642	1.182.269

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

**Tabla 4.8:** Resto de Tumores Malignos

	Mujeres	Hombres
Edades	Resto Tumores Malignos	Resto Tumores Malignos
0-4	41	52
5-14	232	279
15-24	683	1.475
25-44	5.337	7.296
45-64	39.849	46.256
65-74	48.450	60.286
75+	243.819	217.654

**Tabla 4.9:** Enfermedades Nutricionales

	Mujeres	Hombres
Edades	Nutricionales	Nutricionales
0-4	233	274
5-14	293	224
15-24	941	563
25-44	7.340	11.092
45-64	110.431	147.217
65-74	226.081	243.132
75+	1.276.337	938.799

**Tabla 4.10:** Sistema Nervioso

	Mujeres	Hombres
Edades	Sist. Nervioso	Sist. Nervioso
0-4	309	285
5-14	649	765
15-24	1.385	2.350
25-44	4.496	7.580
45-64	14.834	18.331
65-74	17.198	22.266
75+	210.144	142.107

- **Segundo Caso:** en este caso los hombres dominan la cantidad total de decrecimientos esperados en todos los grupos de edad, las causas que siguen este comportamiento son las siguientes:

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

**Tabla 4.11:** Muertes por Otras Causas

	Mujeres	Hombres
Edades	Muerte Otras Causas	Muerte Otras Causas
0-4	10.486	13.730
5-14	7.017	10.313
15-24	20.709	168.103
25-44	109.974	444.572
45-64	363.057	544.420
65-74	400.965	545.586
75+	1.956.697	2.243.958

**Tabla 4.12:** Sistema Digestivo

	Mujeres	Hombres
Edades	Sist. Digestivo	Sist. Digestivo
0-4	85	129
5-14	120	194
15-24	800	902
25-44	5.701	15.301
45-64	39.034	124.448
65-74	59.186	120.659
75+	461.755	402.156

Analizando la proyección a 100 años por grupos de edad, podemos observar lo siguiente:

**Tabla 4.13:** Sistema Genitourinario

	Mujeres	Hombres
Edades	Sist. Genitourinario	Sist. Genitourinario
0-4	22	30
5-14	77	158
15-24	438	428
25-44	4.098	4.218
45-64	20.197	30.188
65-74	27.905	50.596
75+	241.760	280.484

- **Grupos de Edad 0-64:** para estos grupos de edad la causa con más peso tanto en las mujeres como en los hombres son las causadas por otras causas.
- **Grupo de Edad 65-75 +:** Para estos grupos de edad la causa con más peso tanto en las mujeres como en los hombres son las causadas por las muertes a causa de enfermedades del sistema circulatorio.



## Conclusiones

---

- Se logró realizar la tabla de decrecimiento múltiple de la población venezolana del 2013 mediante el uso de matrices de transición, tanto para hombres como para mujeres de las causas de decrecimiento más recurrentes, teniendo esta tabla una proyección a 100 años, logrando automatizarse la construcción de estas tablas de decrecimiento múltiple.
- La causa de fallecimiento más importante tanto para hombres como para mujeres de la población venezolana del 2013 son los decrecimientos causados por las enfermedades del sistema circulatorio, con una cantidad de decrecimientos esperados a 100 años de 4.800.000 para los hombres y 5.700.000 para las mujeres.
- El sexo femenino es la que mayor variabilidad presenta en las observaciones, siendo para ambos sexos el grupo de edad conformado por personas mayores a 75 años los que mayor variabilidad presentan.
- La automatización de la construcción de tablas de decrecimiento múltiple agiliza el proceso de trabajo para la cual se requiera de esta herramienta.



## Recomendaciones

---

- Se recomienda utilizar causas de decrecimiento con gran cantidad de observaciones, ya que estos estados tienden a mantener las probabilidades al transcurrir del tiempo gracias a la "*Ley de los Grandes Números*".
- Al realizar estudios de decrecimiento es recomendable separar las observaciones por sexo y por edad, ya que en estas segmentaciones se disipa la variabilidad del grupo.
- El uso de estas tablas resultantes reflejan la realidad observada de la población venezolana.
- Es recomendable construir una tabla de decrecimiento múltiple ajustada a la investigación a realizar, para así poder tener resultados más objetivos con el trabajo realizado.



## A.1. Anexo

Los conceptos básicos manejados en esta investigación, necesarios para la comprensión del Capítulo II y desarrollados en el presente trabajo son los siguientes:

- **Interpolación:** en la presente investigación será considerada como todo valor calculado a partir de un conjunto discreto de valores puntuales seleccionados.
- **Población:** se entenderá por población a todas las personas vivas que residen en el territorio nacional y que son consideradas como tal por el Instituto Nacional de Estadística.
- **Causa de Decrecimiento:** cuando se hable de causa de decrecimiento en ésta investigación se referirá a la causa de fallecimiento registrada según la clasificación utilizada por el Ministerio en materia de Salud de Venezuela, utilizada en la presentación de las estadísticas de mortalidad divulgadas anualmente a través de los anuarios de mortalidad.
- **Proyección:** valor o valores estimados a futuro sobre la base de un estado o situación actual.
- **Cohorte:** grupo de personas con características comunes de un período de tiempo determinado, siendo para el caso de esta investigación, aquel que este con vida para un año específico seleccionado.

- **Riesgo:** el riesgo, según la C.A.S. (14), es la exposición a posibles pérdidas.
- **Fallecimiento:** el fallecimiento, según el diccionario de seguros de MAPFRE, es *"la cesación o término de la vida"* .
- **Estado:** para la presente investigación, estado hará referencia a la situación de vida o tipo de fallecimiento en la que se encuentra una vida o grupo de vidas en un momento específico de tiempo.
- **Cadena de Markov:** es un proceso estocástico, el cual se basa en que la probabilidad de que ocurra un evento depende únicamente de la probabilidad del evento anterior.
- **Matriz de Transición:** es una matriz estocástica que refleja las probabilidades de el paso de un estado a otro en una unidad de tiempo.
- **Tabla de Decrecimiento Múltiple:** es una herramienta actuarial, la cual refleja los decrecimientos de una población a lo largo del tiempo, mostrando las distintas causas de decrecimiento.

## Bibliografía

---

- [1] CABEZAS, X. & SANDOYA, F., *Calculo Actuarial con Cadenas de Markov, una aplicación* Escuela Politécnica Nacional del Litoral, Ecuador, 2000.
- [2] MATÍAS, L., *Matrices Estocásticas Aplicadas a Modelos Actuariales de Decrecimiento Múltiple* Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Buenos Aires, Argentina, 2015.
- [3] MORALES, I. & CASTRO, M., *Proyecciones Demográficas y Actuariales por Medio del Método de Cadenas de Markov con Monte Carlo* Universidad de Costa Rica & Junta de Pensiones y Jubilaciones del Magisterio Nacional, Costa Rica, 2015.
- [4] BOJ DEL VAL, E., CLARAMUNT, M. & COSTA, T., *Tarificación y provisiones* Universidad de Barcelona, España, 2017.
- [5] PITACCO, E., *Health Insurance Basic Actuarial Models* University of Trieste, Springer, Italy, 2014.
- [6] DICKSON, D., HARDY, MARY. & WATERS, H., *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks* Cambridge University Press, UK, 2009.
- [7] SONNENBERG, F. & BECK, R., *Markov Models in Medical Decision Making* Practical Guide, EEUU, 1993.
- [8] DESHMUKH, S., *Multiple Decrement Models in Insurance An Introduction Using R* University of Pune, Springer, India, 2012.
- [9] WILLEKENS, F., *Multitane Analysis of Life Histories With R* Max Planck Institute for Demographic Research, Springer, Germany, 2014.
- [10] PROMISLOW, D., *Fundamentals of Actuarial Mathematics* York University, John Wiley & Sons, LTD , Third Edition, Canada, 2015.
- [11] JORDAN, W., *Fundamentals of Actuarial Mathematics* Society of Actuaries, Second Edition, EEUU, 1982.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [12] BOWERS, N., *Actuarial Mathematics* Society of Actuaries, Second Edition, EEUU, 1986.
- [13] AZUAJE, D., *Propuesta para el Desarrollo de una Tabla de Mortalidad Selecta por Medio del Método de Lee Carter* Universidad Central de Venezuela, Venezuela.
- [14] C.A.S., *Foundddations of Casualty Actuarial Science* Casualty of Actuaries, Fourth Edition, EEUU, 2001.