Cuatrimestre	Enero - Abril de 2020
Cuatrimestre y grupo	9R
Asignatura	Desarrollo de Sistemas Inteligentes
Corte	03
Actividad	DSI.C3.A1 Filtro de datos
Fecha de asignación	
Fecha de entrega Classroom	2020
Fecha de entrega (Revisión)	2020
Matrícula	Nombre:
163224	GORDILLO ZARAZÚA Ángel Israel

Contenido

1. Introducción

1.1 Filtro Kalman

El filtro de Kalman es un método que permite estimar variables de estado no observables a partir de variables observables que pueden contener algún error de medición.

Las estimaciones de las variables de estado se realizan en base a la dinámica de estas variables (dimensión temporal) así como de las mediciones de las variables observables que se van obteniendo en cada instante del tiempo (dimensión transversal):

- Estimar las variables de estado utilizando su propia dinámica (etapa de predicción).
- Mejorar esa primera estimación utilizando la información de las variables observables (etapa de corrección)

2. Problema

Filtrar los datos de la humedad relativa que se han obtenido de una estación.

2.1 Descripción del problema

Se tiene un conjunto de mediciones que una estación ha recopilado, la cual se requiere filtrar los datos para observar el comportamiento y corregir cada uno de estos.

Como se trata de un problema real, se debe añadir un ruido, el cual son los posibles errores en los cálculos.

Para este problema, se ha usado el dataset de la humedad relativa.

Fecha	Humedad Relativa (%)
01/04/2006 01:00	76
01/04/2006 02:00	78.3
01/04/2006 03:00	79.9
01/04/2006 04:00	83.2
01/04/2006 05:00	85.5
01/04/2006 06:00	86.6
01/04/2006 07:00	87.8
01/04/2006 08:00	80
01/04/2006 09:00	68.9

Ilustración 2-1 Fragmento del dataset Humedad Relativa

2.2 Iteración cero (Inicialización)

Para utilizar el filtro de Kalman se debe estimar el estado interno de un proceso dado solo una secuencia de observaciones ruidosas, se debe modelar el proceso de acuerdo con el marco del filtro de Kalman. Esto significa especificar las siguientes matrices:

- $\mathbf{F}_k$, el modelo de transición de estado
- $\mathbf{H}_k$, el modelo de observación
- $\mathbf{Q}_k$, la covarianza del ruido del proceso
- $\mathbf{R}_k$, la covarianza del ruido de observación

El modelo de filtro de Kalman supone que el estado verdadero en el momento en k evoluciona del estado en (k - 1) de acuerdo con:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1}$$

Dónde:

- $\mathbf{F}_k$ es el modelo de transición de estado que se aplica al estado anterior $\mathbf{x}_{k-1}$

2.3 Predecir

Estimación pronosticada del estado:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$$

Ilustración 2-2 Estimación pronosticada del estado

Estimación de covarianza estimada:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^{\mathsf{T}} + \mathbf{Q}_k$$

Ilustración 2-3 Estimación de covarianza estimada

2.4 Actualización

Innovación o medida residual preajustada:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

Ilustración 2-4 Medida residual preajustada

Entiéndase *innovación* como diferencia entre el valor observado de una variable en el tiempo *t* el pronóstico óptimo de ese valor basado en la información disponible antes de tiempo t.

Innovación o preajuste residual covarianza:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^\top + \mathbf{R}_k$$

Ilustración 2-5 Preajuste residual covarianza

Ganancia óptima de Kalman:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^\top \mathbf{S}_k^{-1}$$

Ilustración 2-6 Ganancia óptima de Kalman

Estimación actualizada del estado:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

Ilustración 2-7 Estimación actualizada del estado

Covarianza estimada actualizada:

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

Ilustración 2-8 Covarianza estimada actualizada

2.5 La ganancia de Kalman

La ganancia de Kalman es un número entre cero y uno:

$$0 \leq K_n \leq 1$$

La incertidumbre estimada siempre se hace más pequeña con cada iteración de filtro; cuando la incertidumbre de medición es grande, la ganancia de Kalman será baja, por lo tanto, la convergencia de la incertidumbre estimada sería lenta. Sin embargo, cuando la incertidumbre de medición es pequeña, la ganancia de Kalman será alta y la incertidumbre estimada convergería rápidamente hacia cero.

3. Resultados

Se realizaron un conjunto de ajustes para obtener diferentes resultados y observa la manera en cómo se comporta la gráfica y los datos.

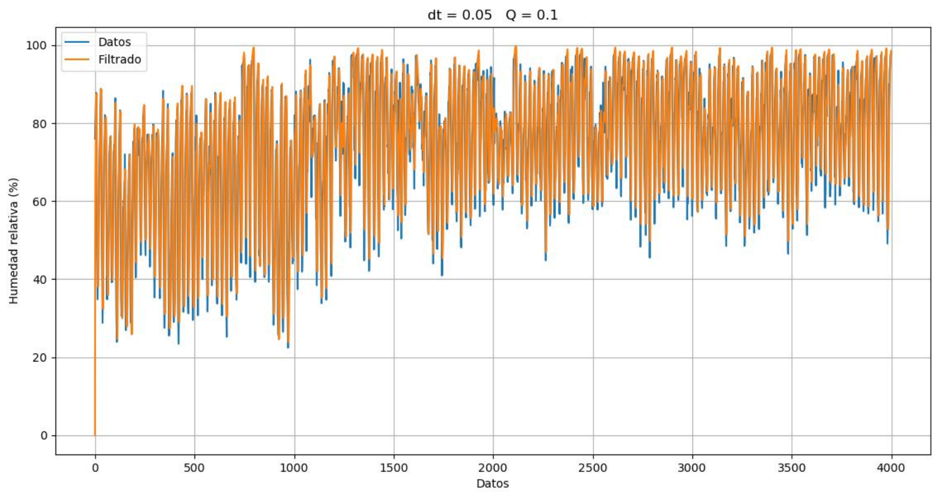

Ilustración 3-1 Resultados con dt=0.05 y Q = 0.1

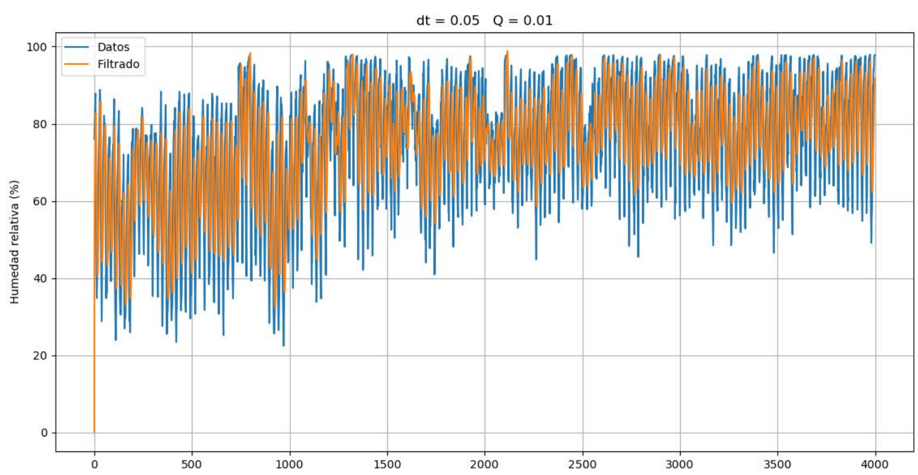

Ilustración 3-2 Resultados con dt = 0.05 y Q = 0.01

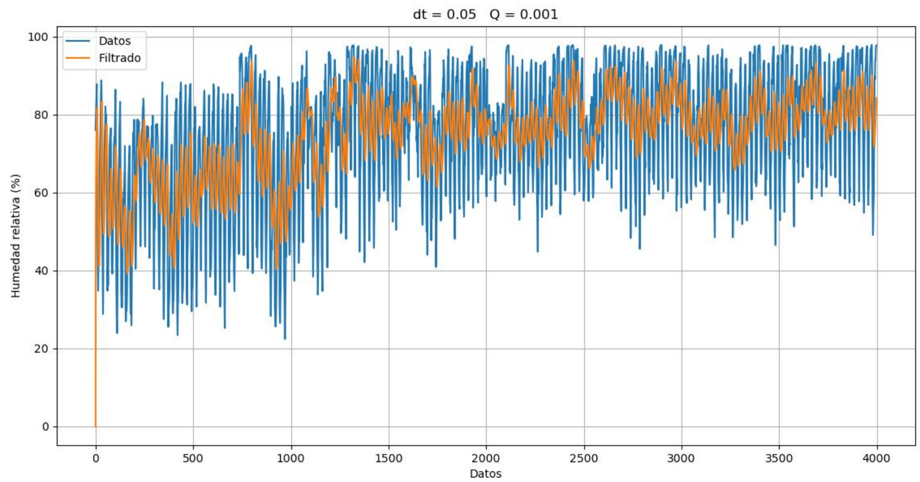

Ilustración 3-3 Resultados con dt = 0.05 y Q = 0.001

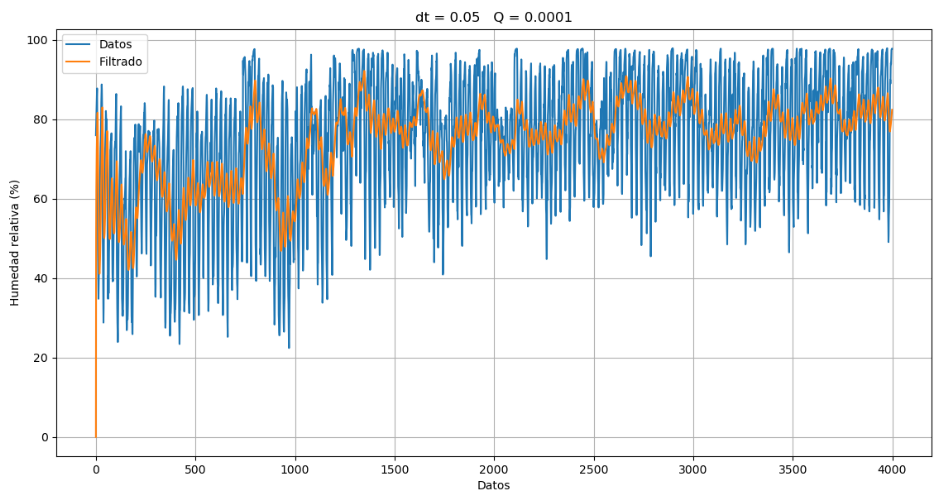

Ilustración 3-4 Resultados con dt = 0.05 y Q = 0.0001

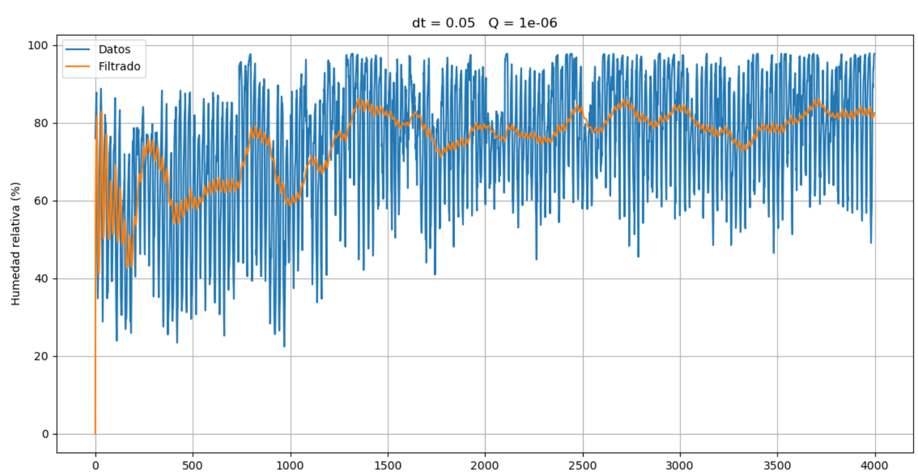

Ilustración 3-5 Resultados con dt = 0.05 y Q = 1e-06

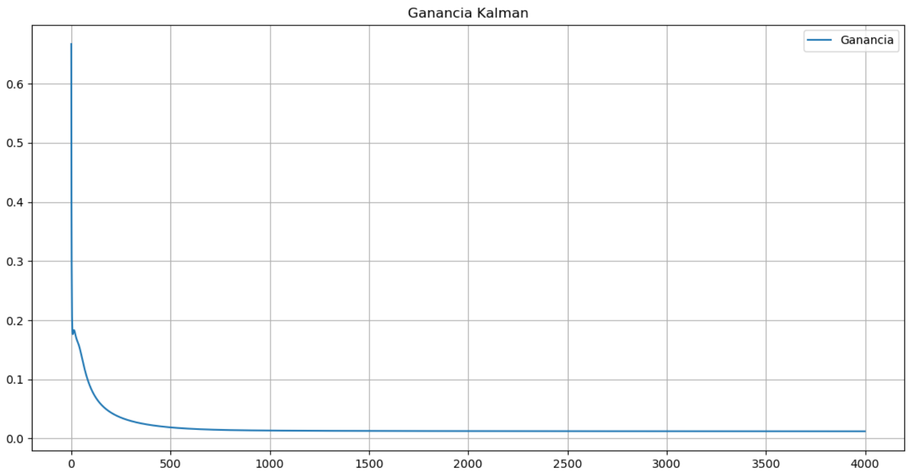

Ilustración 3-6 Ganancia de Kalman respecto a la gráfica anterior

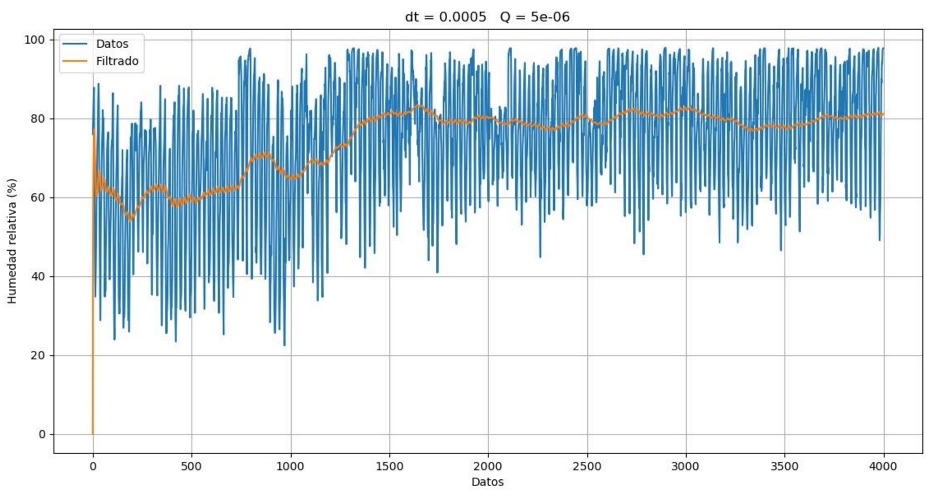

Ilustración 3-7 Resultados con dt = 0.0005 y Q = 5e-06

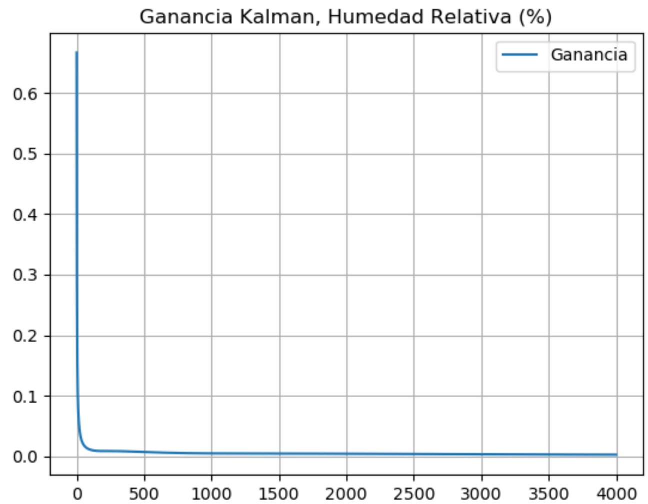

Ilustración 3-8 Ganancia Kalman respecto a la gráfica anterior

La gran diferencia es al ajustar el ruido del proceso (Q), entre más pequeño la línea se va haciendo más delgada; pero al tener una delta más pequeña junto con la misma Q, los datos son mucho menos ruidosos y no varían tanto, teniendo una gráfica más limpia. *(Se puede comparar entre las gráficas 3-5 y 3-7).*

De igual manera ocurre en la ganancia de Kalman. Aquí la diferencia es más notoria, se puede observar una gráfica más suave para una delta más pequeña en comparación a una (delta) más grande; mientras que en la primera se observa una gráfica perfectamente curva cuando va descendiendo, la otra toma un giro inesperado ascendido para después descender en constante. *(Comparar entre las gráficas 3-5 y 3-).*