Análisis de la epidemia de COVID-19 en Cuba por medio del seguimiento de los pacientes infectados y sus contactos

Analysis of the COVID-19 epidemic in Cuba by monitoring infected patients and their contacts

Mijail Borges Quintana^{1*}, Eloy Rafael Oliveros Domínguez²

Resumen En esta investigación se desarrollan algunas herramientas que trabajan con los datos que se recogen por el Servicio de Salud de Cuba en relación a la Epidemia ocasionada por la COVID-19. Los datos que se utilizan son los relacionados con la información de los contactos de cada uno de los infectados. Se trabaja con la tasa de detección asumiendo un valor fijo y en base a ello se introduce el cociente de detección y varias fórmulas de medición para evaluar el incremento de riesgo en un momento o etapa dada. Se evalúa el comportamiento de la epidemia en Cuba en los primeros 96 días de acuerdo al cociente de detección, así como la interpretación de las fórmulas introducidas. Se muestra como éstas herramientas proveen información útil para la comparación de diferentes localidades del país. Al mismo tiempo el análisis de éstas herramientas constituyen un medio de aviso de posible incremento de riesgo que puede significar un incremento de nuevos casos infectados a corto plazo.

Abstract In this research, some tools are developed that work with the data collected by the Cuban Health Service in relation to the Epidemic caused by COVID-19. The data used are those related to the contact information of each of the infected. We work with the detection rate assuming a fixed value and based on this we introduce the detection quotient and various measurement formulas to evaluate the increase in risk at a given moment or stage. The behavior of the epidemic in Cuba in the first 96 days is evaluated according to the detection quotient, as well as the interpretation of the formulas introduced. It is shown how these tools provide useful information for comparing different locations in the country. At the same time, the analysis of these tools constitutes a means of warning of a possible increase in risk that may mean an increase in new infected cases in the short term.

Palabras Clave

COVID-19 en Cuba, comparación de localidades, medidas de comparación

Keywords

COVID-19 in Cuba, locality comparison, comparison measures

Introducción

Teniendo en cuenta algunas ideas sobre todo revisadas en [4, 3] (en relación con los modelos SIR) se ha elaborado un procedimiento que en una localidad que asumimos ya aislada de tener contactos con otras¹, de acuerdo al número de infectados, sus contactos y bajo el supuesto de una tasa de detección fija de la enfermedad, permite evaluar la evolución de la epidemia y medir la efectividad de las medidas

de aislamiento. El sistema de salud de Cuba realiza un gran trabajo en la dirección de la detección de nuevos casos y el seguimiento de sus contactos, unido al proceso de aislamiento como apoyo a esta estrategia. Es por ello que este trabajo explota esas potencialidades disponibles en el contexto de nuestro país para crear algunas herramientas que hagan uso de esas potencialidades y particularidades.

Una ventaja que puede tener esta propuesta es que constituye una herramienta que puede aplicarse aún en los escenarios donde no hay muchos casos e información. Es sabido que la

¹ Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba, mijail@uo.edu.cu.

² Dirección de Informatización, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba, eoliveros@uo.edu.cu.

^{*}Autor para Correspondencia, Corresponding Author

¹Por ejemplo una provincia del país, que viene siendo el escenario ideal, un municipio o incluso una zona en cuarentena

precisión de los métodos continuos mejora en la medida que el crecimiento de la epidemia es mayor y se dispone de mayor cantidad de información y evolución en el tiempo. Debido a éstas características discretas del modelo propuesto el análisis puede llevarse a regiones y subregiones de la localidad bajo investigación, lo cuál será más difícil para los modelos continuos en la medida que más particular se haga el análisis. Además se puede utilizar en combinación con otros modelos y herramientas.

Una vez que el sistema de salud detecta casos positivos a la COVID-19 entonces se realiza un buen trabajo de levantamiento de posibles casos positivos por medio del estudio de los contactos y contactos de contactos de casos confirmados. De ahí que en muchas ocasiones el momento de mayor riesgo no tiene que coincidir con el momento de un mayor número de casos, debido a que éstos pueden estar dados producto del levantamiento de posibles susceptibles en el estudio epidemiológico que se realiza. Sin embargo, el mayor riesgo puede muchas veces preceder a esos incrementos de casos, dado por un número de casos que en el momento de ser detectados no se conoce la fuente de infección y por lo tanto no se encontraban en centros de aislamiento. Muchas veces en dependencia de la magnitud de esas situaciones son la causa de la apertura de eventos de transmisión local.

Es por ello que basados en la tasa de detección creamos una fórmula que denominamos cociente detección y evaluamos el comportamiento de la misma en las diferentes provincias. Los resultados obtenidos son consistentes con el comportamiento y evolución de la epidemia en el país y mostramos varias formas en que se pueden utilizar las herramientas desarrolladas.

1. Fórmula para el cociente de detección

La unidad de tiempo es 1 día. Para la metodología propuesta solo es necesario conocer para un día dado, el número de casos positivos y el número de casos que son contactos de un caso previo. En este sentido asumiendo una razón k (k < 1) entre los infectados detectados y los infectados reales, siguiendo valores analizados en [2, 4] se elabora una fórmula recurrente predictiva para el número de posibles casos positivos reales en un día dado $I_p(t)$, partiendo del conocimiento del número de casos observados $I_0(t)$ y el conocimiento de C(t) que representa los casos que son contactos de casos confirmados o casos que son importados² a partir del establecimiento del período de aislamiento en Cuba, a partir de ahora nos referiremos a éstos casos simplemente como casos importados. Utilizamos $I_p(t)$ para denotar la predicción del número real de casos infectados I(t).

Note que no es lo mismo la acción de contagio de un paciente detectado con la enfermedad para el cual se investiga la fuente de contagio, a un paciente que se le ha detectado la enfermedad por ser contacto de un caso confirmado o un caso importado. En este caso, es importante para C(t) el momento en que los casos son detectados con la enfermedad, con respecto a la utilización y repercusión de este dato en nuestro análisis esos datos se tienen en cuenta solo para el instante de tiempo en que cada caso es detectado. En muchas ocasiones con el tiempo el sistema de salud logra establecer el vínculo epidemiológico, lo cual es importante para completar y profundizar el estudio sobre lo que se denomina la araña epidemiológica. Puede que en algún momento utilicemos el término de contactos para los casos acumulados en C(t), recordando que ello significa en realidad contacto o caso importado a partir del día 24 de marzo.

Es necesario destacar que para el desarrollo de este trabajo I(t) se utilizará para el total de casos positivos en un tiempo t y no para los infectados en ese tiempo, los llamados casos activos.

Inicialmente asumiremos k = 0,2 (por cada infectado detectado hay 5, el detectado más 4 más), este valor se estima que se encuentra en el intervalo (0,1,0,2) [2, 4]. Aunque la fórmula la expondremos con el valor de k. Además las herramientas que se utilizan para evaluar la evolución de la epidemia son independientes del valor específico de k. Teniendo en cuenta que el número de casos positivos detectados hasta el día t es de $I_0(t)$ entonces el número de casos positivos $(I_p(t))$ en el día t según la tasa de detección sería

$$I_p(t) = \frac{1}{k}I_0(t) - C(t) = I_0(t) + (\frac{1}{k} - 1)I_0(t) - C(t).$$
 (1)

La idea de la fórmula es sencilla, se utiliza el factor *k* para predecir a partir de los casos observados los casos reales, pero en este conteo se descuenta los casos que al ser detectados ya están bajo el control del sistema de salud.

Es posible reformular la expresión anterior de forma tal que se obtenga cierta ley de formación recurrente, que ya tenga en cuenta lo calculado hasta el tiempo t e incorpore lo nuevo para t+1. De esta forma se obtendría

$$I_p(t+1) = I_p(t) + \frac{1}{k}(I_0(t+1) - I_0(t)) - (C(t+1) - C(t)).$$
(2)

El último sumando de la fórmula anterior representa del total de nuevos casos la cantidad que constituyen contactos de casos previos (C(t+1)-C(t)).

Definición 1 (cociente de detección) El cociente de detección para un día t en una localidad con un número de casos positivos $I_0(t)$ y de ellos C(t) siendo contactos de otros casos se define como

$$q(t) = \frac{I_0(t)}{I_p(t)}.$$

Teniendo en cuenta que $0 \le C(t) \le I_0(t)$, se tiene el siguiente resultado que acota los valores de q(t).

Lema 2 (Acotación del cociente de detección)

$$k \le q(t) \le \frac{k}{1 - k}.$$

²A partir del momento que se estableció el período de aislamiento en Cuba, el día 24 de marzo, día 14 de la epidemia en Cuba, todas las personas que entran al país pasan un período de aislamiento durante 14 días en los que se les hace la prueba para detectar si son positivos a la COVID-19.

Denotaremos por $\hat{I}_0(t+1)$, al número de casos observados en el día t+1 ($\hat{I}_0(t+1)=I_0(t+1)-I_0(t)$). De igual forma, $\hat{C}(t+1)=C(t+1)-C(t)$. Note que en un día lo mejor que puede pasar, con respecto al cociente de detección es que $\hat{C}(t)=\hat{I}_0(t)$ (todos los casos nuevos son contactos o importados), por otra parte, la peor situación vendría dada por $\hat{C}(t)=0$.

El descenso del cociente de detección q(t) indica la posibilidad de un incremento del número de casos, asumiendo que el sistema de salud trabaja en todo momento por encontrar la mayor cantidad posible de contagiados con la enfermedad. El siguiente resultado esclarece más esta afirmación y muestra además como el descenso de q(t) es independiente del valor de k.

Teorema 3 (Condición incremental de q(t)) Sea una localidad con valores $I_0(t)$, C(t) y q(t) en un día t. Sean $\hat{I}_0(t+1)$ y $\hat{C}(t+1)$ los valores correspondientes al día t+1. Entonces, las siguientes tres condiciones son equivalentes.

1.
$$q(t+1) \le q(t)$$
.

2.
$$\frac{\hat{I}_0(t+1)}{\frac{1}{k}\hat{I}_0(t+1) - \hat{C}(t+1)} \le q(t)$$
.

3.
$$\frac{\hat{C}(t+1)}{\hat{I}_0(t+1)} \le \frac{C(t)}{I_0(t)}$$
.

Demostración. Teniendo en cuenta que $q(t) = \frac{I_0(t)}{I_n(t)}$ y que

$$q(t+1) = \frac{I_0(t) + \hat{I}_0(t+1)}{I_p(t) + \frac{1}{k}\hat{I}_0(t+1) - \hat{C}(t+1)}, \text{ entonces } q(t+1) \leq q(t) \text{ sí, y sólo sí, } \frac{\hat{I}_0(t+1) - \hat{C}(t+1)}{\frac{1}{k}\hat{I}_0(t+1) - \hat{C}(t+1)} \leq q(t). \text{ Con lo que queda demostrada la equivalencia entre (1) y (2).}$$

queda demostrada la equivalencia entre (1) y (2).
$$\operatorname{Como} q(t) = \frac{I_0(t)}{\frac{1}{k}I_0(t) - C(t)} \text{ entonces}$$

$$\frac{\hat{I}_0(t+1)}{\frac{1}{k}\hat{I}_0(t+1) - \hat{C}(t+1)} \leq q(t) \text{ s\'i, y s\'olo si, } \frac{\hat{C}(t+1)}{\hat{I}_0(t+1)} \leq \frac{C(t)}{I_0(t)}.$$
 Con lo que queda demostrada la equivalencia de (2) y (3). \blacksquare

Observe que de la equivalencia de (1) y (3) en el teorema anterior se obtiene que los descensos o incrementos de q(t) no dependen del valor específico de k.

Analizando (3), en la medida de que de los nuevos casos detectados sean menos los que constituyan contactos de casos previos o casos importados, será mayor la posibilidad de que en el trabajo de investigación epidemiológico del sistema de salud en los días siguientes se encuentre un mayor número de casos positivos. El tiempo en el que transcurra ese incremento dependerá del seguimiento de los contactos de los casos detectados y del momento de realización de los tests y puede ser un factor que varíe, tal y como se muestra en uno de los análisis experimentales de la Sección 3.

2. Análisis gráficos

Las herramientas principales de esta metodología se describen en esta sección y se trata de proveer de un mecanismo más de evaluación sobre la evolución de la epidemia en una localidad.

2.1 Comportamiento del cociente de detección en el tiempo

Gráfica de (t,q(t)): Para t=0 se inicializa q(0) en el valor máximo $\frac{k}{1-k}$ (ver Lema 2). Cuando q(t) alcance un valor constante por un tiempo prolongado podrá estar indicando el fin de la epidemia si esto permanece en el tiempo; no obstante, antes de eso, aunque la situación en cuanto a la amenaza de incremento de riesgo vaya mejorando (q(t) creciendo) pueda que mientras haya nuevos casos se mantenga haciendo intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Cada vez que q(t) salga de la dinámica de crecimiento, indicará la necesidad de controlar la situación en una región determinada asociada a los casos positivos que han ocasionado el desajuste, probablemente debido a casos donde se investiga la fuente de contagio.

Realizamos una transformación de q(t) en otra función de t cuyas condiciones de monotonía son las mismas que q(t), con el objetivo de representar gráficamente q(t) junto con los gráficos de una localidad correspondientes a las casos detectados cada día. Esta nueva función admite ser normalizada de forma tal que su rango de variación coincida con el del gráfico de los casos diarios, lo cual permitiría analizar el contraste del comportamiento de ambas situaciones en un mismo gráfico.

En el Lema 2 se mostraron los valores máximos y minimos de q(t). Sea r(t)=q(t)-k, note que $0 \le r(t) \le \frac{k^2}{1-k}$. Si calculamos el valor máximo m_0 de $I_0(t)$ para una localidad en el período que se desea graficar entonces se puede graficar asociado a q(t) la función $\frac{m_0(1-k)}{k^2}r(t)$ la cual tendría el mismo rango de valores que $I_0(t)$.

2.2 Construcción de medidas para la evaluación en el tiempo de $\mathbf{q}(t)$ en una localidad

Medida de los triángulos descendentes

Esta medida tiene en cuenta sobre el período evaluado $\omega = [t_i, t_f]$ (un intervalo de tiempo), los días en que q(t) desciende y la magnitud en la que desciende. Debemos aclarar que para comparar localidades estás deben ser valoradas en el mismo período de tiempo. Asumimos que la unidad de tiempo es un día y que el período evaluado se divide en los $t_f - t_i$ intervalos de tiempo de un día correspondientes al período.

Sea en este intervalo los subintervalos $\omega_j = [t_{j_i}, t_{j_f}], j = 1, \dots, k_{\omega}$ donde q(t) decrece.

$$m_1(\omega) = \sum_{j=1}^{k_{\omega}} \frac{1}{2} (q(t_{j_i}) - q(t_{j_f})) (t_{j_f} - t_{j_i}).$$

La idea de esta medida consiste en cada vez que existe en el período evaluado un intervalo de descenso haya el área del triángulo correspondiente al gráfico de (t,q(t)), sería una forma de medir el descenso que tiene en cuenta los dos factores, la cantidad de días en que desciende y la magnitud del descenso.

Pudieran construirse dos mediciones que tuvieran en cuenta solo la magtitud de descenso o la cantidad de días de descenso. Lo más importante es interpretar que nos dice cada una de las medidas y utilizarlas en conjunto.

Una especialización de la medida m_1 sería la medida del mayor triángulo descendente.

$$M_1(\omega) = \max\{\frac{1}{2}(q(t_{j_i}) - q(t_{j_f}))(t_{j_f} - t_{j_i}), j = 1, \dots, k_{\omega}\}.$$

Medida de los días descendentes

$$m_2(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{j=1}^{k_{\boldsymbol{\omega}}} (t_{j_f} - t_{j_i}).$$

Una especialización de esta pudiera ser la medida de la mayor cantidad de días seguidos de un descenso

$$M_2(\omega) = max\{t_{j_f} - t_{j_i}, j = 1, ..., k_{\omega}\}.$$

Medida de las magnitudes descendentes

$$m_3(\omega) = \sum_{j=1}^{k_{\omega}} (q(t_{j_i}) - q(t_{j_f})).$$

Una especialización de esta pudiera ser la medida de la mayor magnitud descendente

$$M_3(\omega) = max\{q(t_{j_i}) - q(t_{j_f}), j = 1, \dots, k_{\omega}\}.$$

3. Evaluación del comportamiento de la epidemia en las provincias utilizando el cociente de detección (q(t))

Los datos del número de casos diarios, casos que son contactos en el momento de ser detectados con la COVID-19 y los casos importados son tomados de [1].

Las medidas m_1 y m_3 consideramos que pueden dar mayor información en la comparación de períodos de una misma localidad que en comparar localidades diferentes. No obstante mostraremos cómo es posible obtener información a partir de la interpretación combinada de las diferentes medidas. La mayor medida de inestabilidad de una localidad la da el número de descensos que ocurran en ella, lo cual se obtiene con m_2 .

El estudio de esta sección se realiza trabajando las provincias del país y el municipio especial Isla de la Juventud como las localidades. El período evaluado es desde el día 1 de la epidemia (11 de marzo) hasta el día 96 de la epidemia (14 de junio).

La notación t_1 - t_2 significa el período desde el día t_1 al día t_2 y se utilizará para denotar los descensos de q(t). Por otra parte, la notación (n, m, h) significa que en el período que se referencia hay n casos positivos, de ellos m ya habían sido registrados como contactos³ de casos confirmados en el momento de confirmarse como positivos y h son casos importados.

Las figuras correspondientes a los gráficos de las provincias de Santiago de Cuba y Mayabeque y el municipio especial Isla de la Juventud se muestran en la sección de anexos al final del trabajo.

3.1 Orden de las provincias según la medida \mathbf{m}_2 para $\mathbf{q}(t)$

Se divide el tiempo transcurrido en períodos de 14 días y se muestra por cada provincia el número de descensos que ocurren de q(t) en cada período y el total de descensos (ver Figura 1). Note como el orden según m_2 muestra en primer lugar a las tres provincias que han presentado mayores complicaciones con la epidemia, La Habana, Matanzas y Villa Clara. Matanzas incluso por encima de Villa Clara, a pesar de tener un mayor número de casos (219 Villa Clara y 207 Matanzas [1]). Ello tiene que ver con una mayor inestabilidad en su comportamiento en el caso de Matanzas, esto puede apreciarse observando las Figuras 3 y 4. En el caso de La Habana en los 96 días iniciales de la epidemia ocurrieron 29 decensos de q(t), prácticamente el doble de Matanzas con 15 descensos que es la provincia que le sigue.

Por otra parte, en el lado opuesto, note como Mayabeque y la Isla de la Juventud ocupan los lugares 14 y 16 respectivamente, sin embargo ocupan los lugares 10 y 11 en cuanto a cantidad de casos⁴. De los gráficos de ambas provincias (ver Figuras 5 y 6) se puede observar la estabilidad del comportamiento de la epidemia, de hecho en la Isla de Juventud ocurre la situación ideal, q(t) describe una recta horizontal correspondiente a un valor constante todo el tiempo, lo cual se debe a que todos los casos de la Isla de la Juvedtud fueron contactos y esto junto a las medidas de aislamiento y control epidemiológico permitieron ese resultado.

Analizando las provincias de mayor riesgo durante la evolución de la epidemia según el orden m_2 , La Habana, Matanzas y Villa Clara, se puede observar la relación de los períodos de más descensos de q(t) con el incremento en la cantidad de casos en el mismo período o en el siguiente.

3.1.1 La Habana

En la Tabla 1, 29-42 (8) significa que en el período del día 29 al día 42 ocurrieron 8 descensos de q(t). Por otra parte, 29-42: (333, 239, 6) - 94 significa que en el período del día 29 al 42, se confirmaron 333 casos, de ellos 239 son contactos o importados y 6 son importados, habiendo 94 casos en el período de los cuales se desconocía la fuente de infección en el momento de ser diagnosticados.

Observe en la Figura 2, el período 29-42 antecede al período del mayor pico de casos (día 52) y ocurre el segundo pico (día 42). Note en la figura como se aprecia en ese período un descenso pronunciado⁵ de q(t) en el cual se acumulan 94 casos que no eran contactos en el momento de ser detectados, lo cual provoca la ocurrencia del mayor pico de casos en el

³En este caso serían contactos o casos importados.

⁴48 y 42 respectivamente [1].

 $^{^5}$ Esto pudiera apreciarse utilizando las medidas m_1 y m_3 para comparar períodos de una misma localidad y evaluar períodos de descensos más pronunciados.

2								
Orden según m2:	1-14	15-28	29 - 42	43-56	57-70	71-84	85-98	Total
1. La Habana	5	1	8	3	7	2	3	29
2. Matanzas	1	0	4	5	3	1	1	15
3. Villa Clara	3	0	2	4	1	0	0	10
4. Santiago de Cuba	1	1	5	3	0	0	0	10
Ciego de Ávila	1	0	4	0	2	1	0	8
6. Holguín	1	1	2	3	0	0	0	7
7. Las Tunas	1	0	3	0	2	0	0	6
8. Guantánamo	0	0	3	2	0	0	0	5
9. Pinar del Río	1	0	2	1	1	0	0	5
10. Camagüey	1	1	1	1	1	0	0	5
11. Artemisa	1	1	1	1	1	0	0	5
12. Cienfuegos	1	0	1	3	0	0	0	5
13. Sancti Spíritus	3	0	1	1	0	0	0	5
14. Mayabeque	0	0	1	1	0	0	0	2
15. Granma	1	0	0	0	0	0	0	1
16. Isla de la	0	0	0	0	0	0	0	0
Juventud								

Figura 1. Orden según m_2 de las provincias

Tabla 1. La Habana: períodos de mayor descenso de q(t)

orden según m2	Casos
29-42 (8),	1-14: (17, 1, 0) - 16
57-70 (7),	29-42: (333, 239, 6) - 94
1-14 (5)	43-56: (339, 292, 1) - 47
	57-70: (99, 82, 1) - 17
	71-84: (182, 167, 1) - 15

periodo siguiente (43-56), como consecuencia de los riesgos acumulados, se incrementan los casos debido al trabajo de detección del sistema de salud a partir del incremento del riesgo epidemiológico. En el período del mayor pico hay 47 casos que no son contactos, que para la cantidad de casos de ese periodo (339) es menos significativo que los 94 que no lo

3.1.2 Matanzas

son el período anterior.

En los períodos 29-42 y 43-56 parecen estar las mayores oscilaciones de q(t) (según se puede comprobar con m_1 y m_3). En éstos períodos ocurren la mayor cantidad de picos, 38 (9,6,0), 40 (10,7,0), 48 (8,5,0) y 50 (10,8,0), y el mayor en 57-70. Un pico el día 66 con 19 casos donde todos son contactos de casos previos.

Note como en el período de mayor cantidad de descensos ocurren la mayor cantidad de casos que no son contactos (11) y como consecuencia de ello en el siguiente período 57-70 se observa una mayor cantidad de casos confirmados (55), ocurriendo el mayor pico el día 66.

Tabla 2. Matanzas: períodos de mayor descenso de q(t)

Casos
29-42: (36, 28, 0) - 8
43-56: (49, 38, 0) - 11
57-70: (55, 50, 0) - 5

3.1.3 Villa Clara

Al período 43-56 le sigue un pico de 10 casos (día 57), cerca del descenso 54-56 (4,0,0). Observe como el período del 1-14 antecedió a un período donde se incrementaron los casos confirmados debido al trabajo epidemiológico, resultando todos contactos de casos confirmados. O sea que el período 15-28 es un período estable en cuanto al riesgo epidemiológico, lo cual se puede evidenciar en el gráfico de Villa Clara (ver Figura 4) con el crecimiento de q(t) en ese período. En el período 29-42, ocurre el mayor pico de casos el día

Tabla 3. Villa Clara: períodos de mayor descenso de q(t)

orden según m2	Casos
43-56 (4),	1-14: (5, 0, 0) - 5,
1-14 (3),	15-28: (45, 45, 14) - 0,
29-42 (2)	29-42: (125, 116, 0) - 9,
	43-56: (20, 14, 0) -6

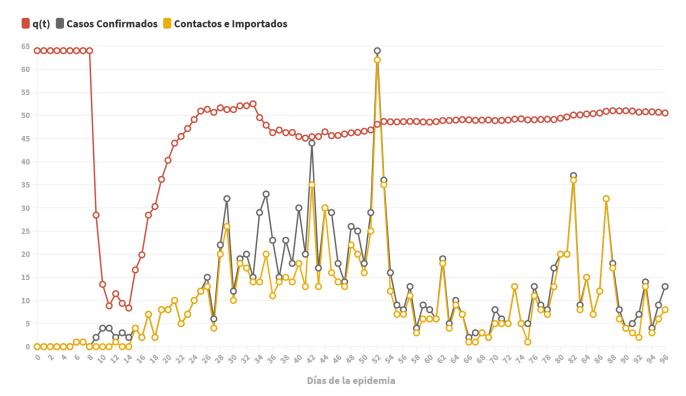


Figura 2. Gráfico de q(t) de La Habana

37 (33,32,0), y este es antecedido por un descenso 32-33 (20,15,0), donde se acumulan 5 casos que no son contactos. Note que descontando el descenso inicial típico de q(t) asociado a los primeros casos detectados en el inicio de la epidemia, el descenso 32-33 es el más pronunciado (según las medidas m_1 y m_3).

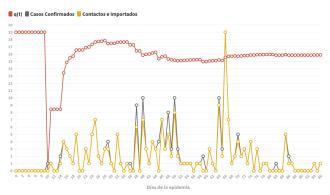


Figura 3. Gráfico de q(t) de Matanzas

3.2 Sobre la interpretación y análisis con las 3 medidas

Veamos el orden que ocupan La Habana, Matanzas y Villa Clara con respecto a las 3 medidas.

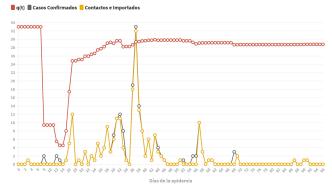


Figura 4. Gráfico de q(t) de Villa Clara

En el caso de Villa Clara, note como los lugares que ocupa con m_1 y m_3 corresponden a la media baja entre las 16 localidades. Ello quiere decir que los descensos producidos no son tan pronunciados lo cual está asociado con que la cantidad de casos que no son contactos son menos relativo a la cantidad de casos confirmados. Note, en efecto, en la condición 3 del Teorema 3 la influencia de este hecho sobre los descensos de q(t).

Con respecto a La Habana note el cambio del lugar 1 en m_1 al 10 en m_3 . Ello manifiesta la influencia clave de los períodos de descenso de más de un día⁷. Son 29 días de descenso (ver

 $^{^6}$ Incluso el propio descenso 29-30 (10,9,0) se encuentra relativamente cerca.

⁷Observe que en menor medida, pero sucede algo similar con Villa Clara que baja del lugar 10 con m_1 al 13 con m_3 .

Tabla 4. Comparación con las 3 medidas

Provincias	m_1	m ₂	m_3
La Habana	1	1	10
Matanzas	4	2	3
Villa Clara	9	3	13

Tabla 1) pero 16 triángulos de descenso. Por lo que existen varios triángulos de descenso con al menos 2 días (3 con 3, 6 con 2). Observe en la Figura 2 como hay un período largo 33-45 donde ocurren varios descensos (7 descensos: 33-36, 37-38, 39-42, 44-45) y que el mayor pico de casos ocurre el día 52 (64,62,0).

Matanzas, es la más estable con respecto al lugar que ocupa en las 3 medidas. La diferencia entre m_1 y m_3 no es significativa porque a diferencia de La Habana solo tiene un período de descenso compuesto por más de un día (47-51). Este período de descenso corresponde al triángulo de mayor descenso luego del descenso inicial del comienzo de la epidemia. Note en la Figura 3 como se percibe un período largo compuesto por varios descensos en la etapa 28-65 con 11 descensos⁸ (28-29, 35-36, 37-38, 39-40, 44-45, 47-51, 58-59, 64-65) que culmina un día antes del mayor pico de casos del día 66 (19,19,0). Un situación muy similar a la de La Habana, aunque esta secuencia de descensos de Matanzas (37 días) es más larga que la de La Habana (22 días).

Al comienzo de la epidemia casi todas las localidades hacen un gran descenso cuando los primeros casos resultan no ser contactos de casos confirmados. Esto ocurre salvo en la Isla de la Juventud y Mayabeque, donde al inicio todos son contactos de casos confirmados. Las oscilaciones pronunciadas de q(t), eliminando éstas que ocurren al inicio, serán mayores en dependencia de la relación de la cantidad de casos que son contactos con respecto al total de casos (mientras menos sean los casos que constituyen contactos más pronunciados serán los descensos).

En la medida que se avanza en el tiempo debido a la acumulación de casos en el cociente $\frac{C(t)}{I_0(t)}$ resulta menos probable que ocurran descensos pronunciados de acuerdo con las medidas m_1 o m_3 (ver las condiciones 2 y 3 del Teorema 3). Es por ello, que las medidas m_1 y m_3 resultan más apropiadas para comparar localidades siempre y cuando éstas tengan una cantidad similar de casos (Matanzas y Villa Clara por ejemplo). No obstante, hemos mostrado en los análisis anteriores que siempre es posible realizar interpretaciones de los resultados observados con las diferentes medidas.

La provincia Santiago de Cuba, ocupa el lugar 2 con respecto a las medidas m_1 y m_3 . Puede observarse de la Figura 7 las oscilaciones pronuncias de q(t) correspondiente a la provincia. Ello se debe a que relativo a la cantidad total de casos, en varios momentos se detectaron un número significativo de casos que no eran contactos de casos confirmados, lo cual

puede observarse en los detalles de la figura (ver total de casos y contactos). Como una ejemplificación de este hecho, analicemos los triángulos de mayor descenso (eliminando los del inicio) de Santiago de Cuba, La Habana, Matanzas y Villa Clara, y en cada uno de ellos la cantidad de casos y contactos asociados. Al mismo tiempo visualice cada triángulo en cada uno de los gráficos, en el caso de Villa Clara hemos colocado dos triángulos de descenso de una medida muy similar, al igual que se han desechado dos triángulos de descenso que ocurren al inicio 7-8 y 11-13.

En cada uno de los casos recomendamos ubicarse en el gráfico correspondiente con los triángulos de descenso, y observe la cantidad de casos y los que no son contactos que tiene asociado cada uno. Note por ejemplo que para ocasionar el triángulo de descenso de La Habana 33-36, que marca un descenso pronunciado de q(t), se tienen 100 casos confirmados de los cuales 41 no son contactos.

Tabla 5. Segundos triángulos de mayor descenso de q(t)

Provincias	descensos
La Habana	33-36: (100, 59, 0)
Matanzas	47-51: (27, 20, 0)
Villa Clara	32-33: (20,15,0)
	54-56: (4,0,0)
Santiago de Cuba	36-39: (8,4,0)

Teniendo en cuenta los análisis realizados, recomendamos el uso de m_2 como el mayor medidor para comparar localidades diferentes con respecto al comportamiento de q(t) y su significado en relación a la evolución de la epidemia.

3.3 Observaciones de los mayores picos de casos y los descensos de q(t)

Para esta sección se han escogido las 5 provincias de mayor cantidad de casos confirmados según [1], todas con más de 90 casos. Para cada provincia analizamos los principales picos de casos y la precedencia de períodos de descensos de q(t).

La Habana

3 picos de casos: 42 (44,35,0), 52 (64,62,0), 82 (37,36,0). Analicemos ahora los descensos previos más cercanos a éstos picos

- Hay 3 descensos de q(t) cercanos al primer pico, 33-36 (100,59,0), 37-38 (38,29,0), 39-41 (68,45,0). En total con los 3 descensos (206,133,0). El último de los descensos a **1 día** del pico. El rango de los 3 descensos a los **6 días**. Note como después del día 42 se mantiene con picos más bajos por unos días, pero se acumuló un buen descenso previo de q(t) que puede incluso influir sobre el segundo pico de casos que es el más alto.
- 44-45 (59,46,0), en el día 52 ocurre el mayor pico de casos de la Habana, venía recuperándose de la situación

⁸Solo 4 descensos fuera de esta etapa.

anterior ocurrida con el pico el día 42 pero este nuevo descenso de q(t) (44-45) puede haber catalizado el mayor pico de casos de La Habana. Tenga en cuenta que la aparición de casos que no son contactos introduce nuevas cadenas de contactos además de las que ya se les está dando seguimiento. El descenso a **7 días** del pico.

69-70 (10,7,0), 74-75 (10,6,0), 78-79 (25,20,0), en total entre los 3 descensos (45,33,0). El último descenso es a 3 días del pico y el rango de los tres descensos a los 13 días, 8 días si contamos los dos últimos.

Villa Clara

3 picos de casos: 17 (12,12,9), 37 (33,32,0), 57 (10,10,0).

- 7-8 (2,0,0), 11-13 (3,0,0): (5 casos y ninguno contacto), previo al pico del día 17, último descenso a **4 días** del pico.
- 29-30 (10,9,0), 32-33 (20,15,0): 30 casos, de ellos 6 no son contactos. Último de los descensos a 4 días del pico del día 37.
- Hay uno más lejano pero en el período de la enfermedad 43-44 (11,10,0) relativo al día 57. Más cercanos los descensos 51-52 (2,1,0), 54-56 (4,0,0) con (6,1,0) en los dos períodos. El último descenso a **1 día** del pico.

Matanzas

3 picos de casos: 40 (10,7,0), 50 (10,8,0), 66 (19,19,0).

- 35-36 (2,1,0), 37-38 (9,6,0), 39-40 (21,14,0). El descenso ocurre el mismo día del pico y el anterior descenso 2 días antes del pico.
- 47-51, con (14,10,0) hasta 1 día antes del pico del día 50, el pico ocurre en el período de descenso.
- 58-59 (3,1,0), 64-65 (13,11,0), se acumulan (16,12,0) entre los dos descensos, **1 día** antes del pico del día 66.

Para las figuras correspondientes a los gráficos de q(t) de las provincias de Ciego de Ávila y Holguín ver la sección de anexos.

Ciego de Ávila

3 picos de casos: 17 (6,6,5), 27 (20,19,0) y 30 (8,7,0) con (28,26,0), 41 (5,4,0). En el segundo por la cercanía de los días consideramos los días 27 y 30 asociados a un mismo pico.

- 12-14 (2,0,0), **3 días** del pico.
- El mismo descenso 12-14, **13 días** del mayor pico el día 27 (20,19,0), todos los casos del período 15-26 (28,28,13) son contactos de casos confirmados o casos importados. Quiere decir que hasta el día 26, no se introducen nuevas cadenas de contagios que las que surgen como consecuencia del seguimiento a lo ocurrido previo al día 15. El día 27 a pesar de haber un caso que

no es contacto, no ocurre un descenso de q(t) debido a que es solo un caso de 20, no obstante en el segundo día de este pico, el día 30 (8,7,0) si ocurre un descenso de q(t).

■ 34-35 (5,3,0), **6 días** antes del pico del día 41.

Holquín

3 picos de casos: 30 (10,10,0), 33 (17,16,0), 39 (12,12,0).

- 24-25 (1,0,0), descenso **5 días** antes del pico del día 30.
- 31-32 (4,3,0), el descenso 1 día antes del mayor pico, el día 33. Este pico está bien cerca del pico anterior del día 30 y se encuentra a 7 días del descenso 24-25. Por lo que previo al pico de casos del día 33 han ocurrido dos descensos en los 7 días previos.
- 33-34 (18,16,0), el descenso a 5 días del pico del día 39, puede existir vínculo con el descenso anterior 31-32 a 7 días.

Conclusiones

En el trabajo se introduce el cociente de detección para evaluar el comportamiento de la COVID-19 en una localidad en aislamiento. Este cociente de detección tiene en cuenta dos cosas, por una parte, la constante de la tasa de detección asociada a la epidemia y por la otra el valor que tiene en el trabajo epidemiológico el seguimiento de los contactos de casos confirmados con anterioridad. De tal manera que el cociente de detección crece o decrece en la medida de que de la cantidad de nuevos casos confirmados observados cuántos resulten ser contactos de casos confirmados previamente. Cada caso nuevo que resulte no ser contacto de casos confirmados abre una nueva cadena de contagios y ello puede traducirse en incrementos en la cantidad de casos en los días siguientes y en un incremento del riesgo epidemiológico.

Con las herramientas de graficar el comportamiento de q(t) y el análisis de los intervalos de descenso, hemos podido ilustrar en el trabajo como puede evaluarse el comportamiento y evolución de la epidemia en las distintas provincias y en el municipio especial de la Isla de la Juventud. Los principales picos de casos confirmados han sido precedidos con unos pocos días de descensos del cociente de detección. Las provincias que han tenido un comportamiento más complicado en la evolución de la epidemia son aquellas que muestran una mayor cantidad de descensos del cociente de detección y que viene dado por la medida m_2 introducida. Las medidas m₁ y m₃ pueden utilizarse con mayor precisión cuando las localidades que se comparan tengan una cantidad de casos similar, también constituyen una forma de medir la magnitud de los descensos en una localidad y analizar la influencia de la cantidad de casos que no son contactos del total de casos observados en un período dado.

Referencias

- [1] Sitio Oficial de Cuba para la información sobre la COVID 19, 2020. https://covid19cubadata.github.io/.
- [2] Substantial undocumented infection facilitates the rapid dissemination of novel coronavirus (SARS-CoV2). Li et al. Science, 2020. https://science.sciencemag.org/content/early/2020/03/24/science.abb3221.
- [3] A., Gray, Greenhalgh D., Hu L., Mao X. y Pan J.: *A sto-chastic differential equation SIS epidemic Model.* SIAM J. APPL. MATH., 71(3):876–902, 2011.
- [4] N., Cabo Bizet y Cabo Montes de Oca A.: *Modelos SIR modificados para la evolución del COVID-19*, 2020. https://arxiv.org/abs/2004.11352.

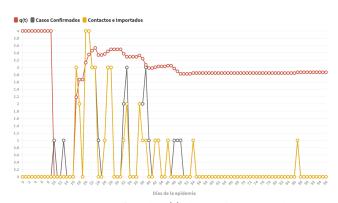


Figura 7. Gráfico de q(t) de Santiago de Cuba

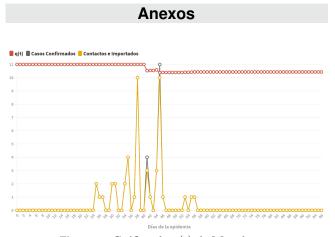


Figura 5. Gráfico de q(t) de Mayabeque

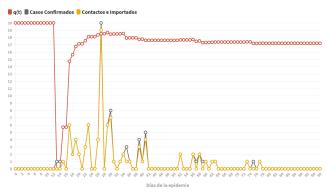


Figura 8. Gráfico de q(t) de Ciego de Ávila

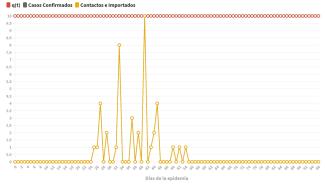


Figura 6. Gráfico de q(t) de la Isla de la Juventud

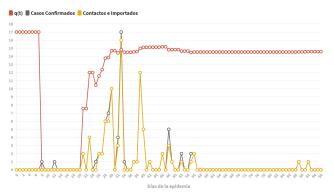


Figura 9. Gráfico de q(t) de Holguín