

# Recurso didáctico para la interpretación física de un modelo matemático aplicado a las transmisiones mecánicas

Elsa C. Ramírez García<sup>1</sup>

Angel Isaac Moreno Delfrade<sup>2</sup> Rafael Chaviano Conde<sup>3</sup> Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Cuba.

**RESUMEN.** El componente didáctico "medio de enseñanza", al igual que el componente "método" está determinado esencialmente por el objetivo y el contenido. Un medio de enseñanza correctamente seleccionado y empleado coopera en el proceso de asimilación a precisar el objetivo y comprender más claramente el contenido.

El presente trabajo se relaciona con las transmisiones mecánicas complejas denominadas reductores planetarios diferenciales cerrados. Las transmisiones mecánicas son mecanismos que se emplean para transformar las condiciones cinemáticas y de carga en un sistema de elementos de máquinas.

Como resultado fundamental se obtienen un modelo matemático y varias maquetas como recursos didácticos en el proceso docente educativo para la formación del ingeniero mecánico, que facilita la comprensión de las características cinemáticas de los reductores planetarios diferenciales cerrados.

El modelo matemático obtenido describe las complejas relaciones cinemáticas que presentan algunos tipos de reductores planetarios diferenciales cerrados.

Las maquetas permiten evaluar el modelo matemático para tres condiciones cinemáticas diferentes, que abarcan los valores positivos y negativos de la función que ilustran el rango de variación de la velocidad de rotación de los elementos del sistema y el caso particular en que se produce el movimiento de traslación circular del elemento principal de los reductores planetarios diferenciales cerrados.

## INTRODUCCIÓN

La necesidad de elevar la calidad del proceso de formación integral de la educación superior, nos ha llevado a un continuo análisis didáctico, entre los que están la aplicación de métodos adecuados al contenido y al objetivo, el enriquecimiento de las formas metódicas básicas con variantes efectivas en cuanto al aprendizaje y el empleo de recursos didácticos que intensifiquen y racionalicen dicho proceso.

Para el desarrollo de habilidades específicas es fundamental la interacción de los estudiantes con los medios, y constituye una gran responsabilidad por parte del profesor hacer el uso más racional de los medios a su disposición y elabo-

rar todos los que necesite y pueda confeccionar para lograr el desarrollo de clases con mayor rendimiento, así como tener en cuenta que los medios complementan el trabajo del profesor, pero nunca lo sustituyen. Esto se resume en lo planteado por Vicente González Castro: "Los medios de enseñanza deben servir para mejorar las condiciones de trabajo de los profesores y estudiantes, en ningún momento para deshumanizar la enseñanza." (González C. V., 1979)

Entre las funciones principales de los medios de enseñanza, se referencia los siguientes:

- Favorecer en los estudiantes la formación de la concepción materialista del mundo.
- Convertir a los estudiantes en participantes directos del proceso de aprendizaje.
- Aumentar la efectividad en la transmisión de los conocimientos optimizando el proceso docente educativo.

<sup>1</sup> elsa@uclv.edu.cu

<sup>2</sup> amoreno@uclv.edu.cu

<sup>3</sup> rafch@uclv.edu.cu

- Servir de punto de partida para el análisis y comprensión de la esencia de fenómenos complejos.
- Actuar como movilizadores y revitalizadores de la atención.
- Relacionar en la enseñanza la teoría con la práctica y a la vez solucionar la cuestión acerca de la sistematicidad. (Correa, A. F., 2005)

En el presente trabajo presentamos los resultados de una investigación que ha permitido perfeccionar el proceso de enseñanza aprendizaje de una disciplina del Plan de Estudios del ingeniero mecánico, no solo por la elaboración de valiosos medios de enseñanza, sino también por el proceso de modelación matemática que permite la interpretación física del comportamiento cinemático de varios reductores planetarios diferenciales cerrados.

Los resultados obtenidos han contribuido a mejorar el proceso de comprensión de los temas objeto de estudio y han enriquecido el trabajo didáctico del colectivo de la disciplina.

## DESARROLLO

Las transmisiones mecánicas son mecanismos que se emplean para transformar las condiciones cinemáticas y de carga en un sistema de elementos de máquinas. Entre las transmisiones mecánicas se encuentran los reductores planetarios diferenciales cerrados, que presentan complejas relaciones cinemáticas.

Los reductores planetarios diferenciales cerrados son transmisiones mecánicas complejas, porque permiten variar sus parámetros cinemáticos de una forma amplia y el sentido de rotación, con solo realizar pequeñas modificaciones constructivas.

Estos mecanismos están presentes en las industrias mecánicas y constituyen un tema de estudio de la asignatura Elementos de Máquinas, que integra conocimientos de varias asignaturas de la disciplina Mecánica Aplicada (Mecánica Teórica, Resistencia de Materiales y Teoría de Mecanismos y Máquinas, entre otras).

En el proceso de enseñanza - aprendizaje de la disciplina se utilizaban los modelos matemáticos tradicionales que representan los parámetros cinemáticos de diferentes reductores

planetarios diferenciales cerrados en función de los números de dientes de las ruedas que contienen, veamos algunas de estas transmisiones mecánicas.

- a) Reductor planetario diferencial cerrado de engranajes con simple satélite (Anexo, Figura 1a).

$$i_{IH} = \frac{Z_1 Z_3 Z_6}{Z_1 Z_6 - Z_3 Z_4} \quad (1)$$

- b) Reductor planetario diferencial cerrado de engranajes y cadena con doble satélites (Anexo, Figura 1b).

$$i_{IH} = \frac{(Z_1 Z_3 + Z_2 Z_4) (Z_6 Z_8)}{Z_1 Z_3 Z_6 Z_8 - Z_2 Z_4 Z_5 Z_7} \quad (2)$$

- c) Reductor planetario diferencial cerrado de ciclo (Anexo, Figura 1c).

$$i_{IH} = \frac{Z_2 Z_5 Z_8}{Z_3 Z_4 Z_6 + Z_2 Z_5 Z_8 - Z_3 Z_5 Z_8} \quad (3)$$

Estas expresiones no permiten conocer la influencia que tienen el reductor planetario y el reductor desarrollado presentes en el sistema de transmisión, en las condiciones cinemáticas del reductor planetario diferencial cerrado, por lo que las principales limitaciones en el proceso de enseñanza - aprendizaje son:

- No facilitan la interpretación física de las particularidades cinemáticas de la transmisión mecánica.
- No facilitan la interpretación física de la influencia de los parámetros cinemáticos y geométricos de cada parte en el sistema en su conjunto.
- No es posible apreciar la ocurrencia del movimiento de traslación circular en el elemento principal.
- No facilitan el uso de métodos activos de enseñanza.
- No facilitan el desarrollo de la práctica de laboratorio del tema.

A partir del estudio de los modelos tradicionales de transmisiones planetarias diferenciales

cerradas, se dedujo un modelo matemático que relaciona las expresiones cinemáticas de cada una de las partes que lo componen, lo cual facilita interpretar la influencia que tiene cada una de ellas en el sistema en su conjunto.

La expresión se dedujo obteniendo la velocidad de rotación del árbol de salida ( $\vec{\omega}_H$ ) mediante la superposición de las velocidades producidas por el reductor planetario simple ( $\vec{\omega}_{HP}$ ) y la transmisión desarrollada ( $\vec{\omega}_{HC}$ ), dada por la expresión:

$$\vec{\omega}_H = \vec{\omega}_{HP} + \vec{\omega}_{HC} \quad (4)$$

Transformando convenientemente la expresión (4), se obtuvo:

$$i_t = \frac{n_e}{n_s} = \frac{i_p \cdot i_c}{(i_p + i_c - 1)} \quad (5)$$

donde:  $i_t$ , es la relación entre la velocidad de rotación del árbol de entrada ( $n_e$ ) y el de salida ( $n_s$ ) del reductor planetario diferencial cerrado,  $i_p$ , e  $i_c$  representan las relación de transmisión del reductor planetario y de la transmisión desarrollada que contiene.

Esta expresión representa las características cinemáticas de varias transmisiones planetarias diferenciales cerradas y brinda las siguientes posibilidades:

- Facilita la interpretación de las particularidades cinemáticas de la transmisión mecánica.
- Facilita la interpretación de la influencia de los parámetros cinemáticos y geométricos de cada parte en el sistema en su conjunto. La magnitud y variación del sentido de rotación de la velocidad de salida se puede lograr con pequeñas modificaciones geométricas en las transmisiones simples que contiene (ampliación de objetivos, medios y métodos en otras asignaturas de la disciplina).
- Es posible apreciar la ocurrencia del movimiento de traslación circular en el elemento principal.
- Facilita el uso de métodos activos de enseñanza.

- Facilita el desarrollo de la práctica de laboratorio del tema.

Para demostrar las interpretaciones antes señaladas se construyeron varias maquetas de reductores planetarios, las que han contribuido a los siguientes aportes al proceso de enseñanza - aprendizaje:

- Se logra una mejor comprensión del contenido de enseñanza en el tema relacionado con las transmisiones mecánicas.
- Se utilizan procedimientos didácticos que permiten que el estudiante participe activamente en el proceso cognoscitivo (elaboración conjunta y trabajo independiente).
- Se introduce en los objetivos y contenido de las prácticas de laboratorio, el análisis de las particularidades cinemáticas de las transmisiones planetarias complejas.
- Se enriquece el sistema de evaluación al desarrollarse trabajos investigativos, por parte de los estudiantes.

Estos medios han sido utilizados en las clases de Elementos de Máquinas, tanto para ilustrar la interpretación de los diferentes parámetros que intervienen en el modelo matemático, como para evaluar algunos tipos de reductores planetarios diferenciales cerrados de forma integral, de modo que se logra no solo una mayor motivación y orientación hacia el objetivo de la actividad docente, sino también un aumento de la efectividad del proceso docente educativo, al lograrse una racionalización de las actividades a desarrollar por el profesor y por los estudiantes. En el anexo, la tabla 1 ofrece una evaluación de los modelos matemáticos tradicionales y el modelo general para diferentes variantes de tres reductores planetarios diferenciales cerrados.

Al emplear estos medios de enseñanza, el profesor analiza y modifica los métodos de enseñanza o los procedimientos metódicos a utilizar, de forma tal que se logra la optimización del proceso de aprendizaje, con mayor precisión en la orientación hacia el objetivo y mayor dominio del contenido de estudio, es decir, una transformación del trabajo metodológico por parte de los docentes en la planificación y control de las tareas docentes a desarrollar. En el anexo, la Figura 2 es una foto de la maqueta del reductor planetario diferencial cerrado de ciclo.

## CONCLUSIONES

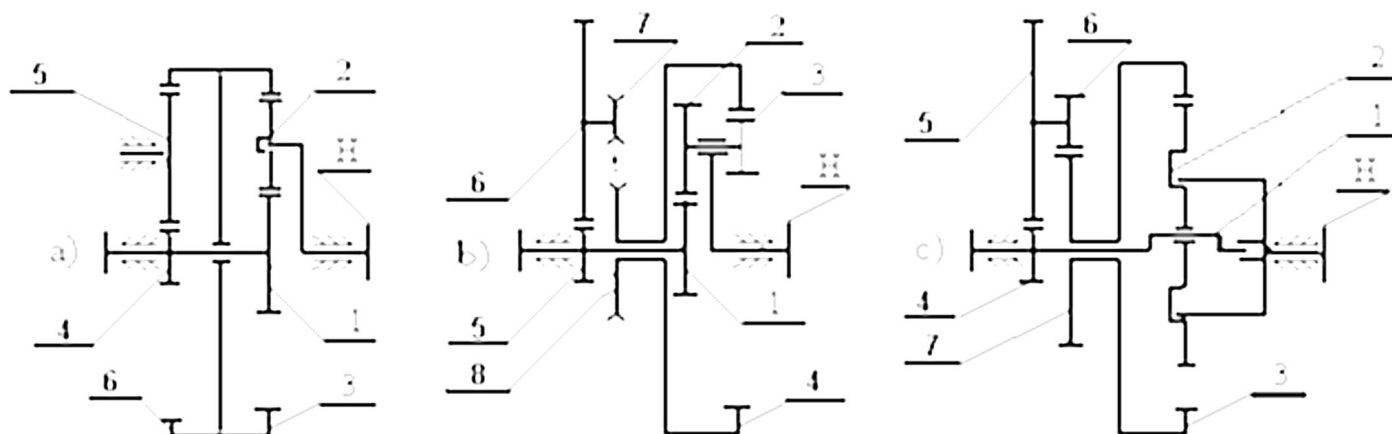
Como resultados fundamentales, se obtienen:

- Un modelo matemático que permite la descripción e interpretación de las complejas relaciones cinemáticas para varios reductores planetarios diferenciales cerrados. A partir de la interpretación física de las variables en este modelo, se logra una mayor comprensión de las transmisiones mecánicas y sus aplicaciones.
- Varias maquetas, como medios de enseñanza a utilizar en el proceso docente educativo en la formación del ingeniero mecánico, que facilita la comprensión de las características cinemáticas de complejas transmisiones mecánicas denominadas reductores planetarios diferenciales cerrados.
- Un enriquecimiento del trabajo didáctico en las asignaturas relacionadas con las transmisiones mecánicas tanto en el pregrado como el postgrado, para una mayor eficiencia del proceso docente educativo, a partir de la relación entre los componentes objetivo - contenido - método - medio de enseñanza.

## BIBLIOGRAFÍA

- Catálogo. (1990) Sumimoto SM - Cyclo speed and Gear motor. Chicago.
- Correa, A. F. (2005). Los medios de enseñanza. Disponible en: <http://www.monografias.com/index.shtml>
- González C, V., (1979) Medios de enseñanza, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
- Hernández, A. (2002) Una visión contemporánea del proceso de enseñanza aprendizaje. CEPES. Universidad de la Habana. Disponible en: <http://www.cepes.uh.cu/bibliomaestria/didacticauniversitaria/>
- Klingberg, L. (1980) "Introducción a la Didáctica General". Editorial Pueblo y Educación, Reimpresión.
- Kudriavtsev, V. H. (1983). Transmisiones planetarias. Moscú. Editorial MIR.
- Moreno, D. A. (2001). Reductor planetario de engranajes. Certificado de autor de invención Nro. 22754, La Habana, Cuba.
- Pérez M. A. (2008). Efecto de los medios de enseñanza en la creatividad del estudiante. Disponible en <http://www.edutecnologia.wordpress.com/>
- Vega R. N, Díaz C. M (2002). Los medios de enseñanza como componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. Disponible en: <http://www.sabetodo.com/contenidos/EkuFkZupkuDZnR-jDww.php>.

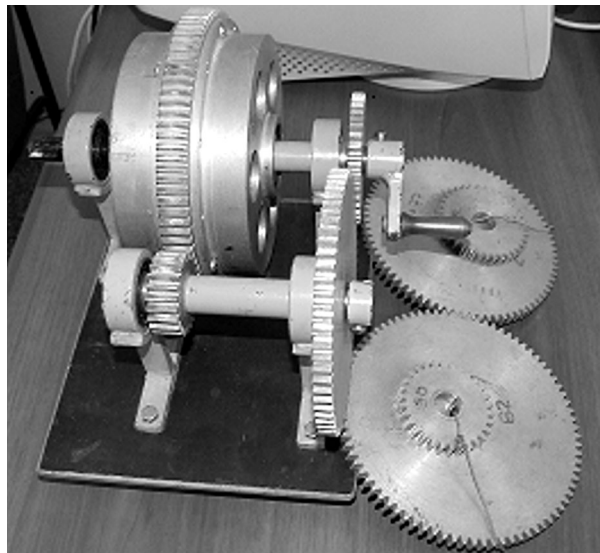
## ANEXOS



**Fig. 1** Esquemas de reductores planetarios complejos.

**Tabla 1** Evaluación del modelo matemático que representa las características cinemáticas de las tres variantes de reductores de la figura 1.

Figura	Var	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$	$i_{1H}$	$i_p$	$i_c$	$i_{1H}$
<b>1a</b>	1	20	40	60	<b>15</b>	50	60	X	X	16	4	- 4	16
	2	20	40	60	<b>20</b>	50	60	X	X	$\rightarrow \pm \infty$	4	- 3	$\rightarrow \pm \infty$
	3	20	40	60	<b>30</b>	50	60	X	X	- 8	4	- 2	- 8
<b>1b</b>	1	18	18	12	30	30	60	<b>11</b>	15	+42	3,5	-2,72727272	+42
	2	18	18	12	30	30	60	<b>12</b>	15	$\rightarrow \pm \infty$	3,5	-2.5	$\rightarrow \pm \infty$
	3	18	18	12	30	30	60	<b>13</b>	15	-42	3,5	-2,307692308	-42
<b>1c</b>	1	X	32	36	<b>40</b>	<b>72</b>	22	90	X	36		7,3636363636	36
	2	X	32	36	<b>35</b>	<b>77</b>	22	90	X	$\rightarrow \pm \infty$		9	$\rightarrow \pm \infty$
	3	X	32	36	<b>40</b>	<b>30</b>	22	90	X	- 41		11,1818181818	- 41



**Fig. 2** Foto de la maqueta del reductor planetario complejo de ciclo.

**ABSTRACT.** The didactic component “means of teaching,” as the component “method” is essentially determined by the purpose and content. A properly selected medium of instruction and employee cooperates in the process of assimilation to clarify the purpose and a clearer understanding of the content.

This work involves complex mechanical transmissions. Mechanical transmissions are mechanisms that are used to transform the kinematic and loading conditions in a system of machine components. Among the mechanical transmissions are planetary gearboxes.

As a main result is obtained as a teaching model used in the educational process in mechanical engineering education, which facilitates the understanding of the kinematic characteristics of the differential planetary transmission closed. From the mathematical model obtained is described and interpreted the complex kinematic relations for this model reducer. Elements are constructed of a closed loop differential gear that allows to evaluate the mathematical model for three different kinematic conditions, which include positive and negative values of the function to describe the range of variation of the rotational speed of the system elements.