

# Enseñanza Del Cálculo Integral en el Inicio del Siglo XXI

## Teaching of Integral Calculus at the Beginning of the 21st Century

Moisés Villena Muñoz<sup>1</sup>, Ricardo Sánchez Casanova<sup>2</sup>, Idania Urrutia Romaní<sup>3</sup>

**Resumen** En las circunstancias actuales, en las que las tecnologías ocupan un rol fundamental en la vida económica, social, cultural y productiva de las sociedades; se hace imprescindible trabajar en aras de su implicación en la diversidad de ámbitos de formación universitaria.

El objetivo de esta investigación es proponer una estrategia didáctica integradora para aumentar el nivel de asimilación del Cálculo Integral mediado por las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC). La propuesta está basada en la integración de alumno-profesor-conocimiento-tecnología y todos ellos enmarcados en el contexto social. A demás se propone ejemplos de cómo lograr esta integración efectiva en temas específicos del Cálculo Integral.

**Abstract** In the current circumstances, in those that the technologies occupy a fundamental list in the economic, social, cultural and productive life of the societies; it becomes indispensable to work for the sake of their implication in the diversity of environments of university formation.

The objective of this investigation is to propose a didactic integrative strategy the level of assimilation of the Integral Calculation mediated by the Technologies of the Information and the Communications (TIC) to increase. The proposal is based on the student-professor-knowledge-technology integration and all them framed in the social context. To other he/she intends examples of how to achieve this effective integration in specific topics of the Integral Calculation.

### Palabras Claves

Estrategia didáctica integradora — Nivel de asimilación — Cálculo Integral — Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Universidad Santa María campus Guayaquil, Ecuador, mvillenam@usm.edu.ec

<sup>2</sup>Facultad Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Cuba, ricardo.sanchez@matcom.uh.cu

<sup>3</sup>Facultad Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Cuba, idania@matcom.uh.cu

## Introducción

Una de las características de la educación en el inicio del siglo XXI, es el perfeccionamiento de la teoría y la práctica pedagógica, apoyadas en la aplicación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). De hecho, la UNESCO en la Declaración Mundial sobre la Educación Superior para el Siglo XXI: Visión y Acción, aprobado en la Conferencia Mundial de la Educación Superior señala: “la Educación Superior, debe hacer frente a los retos que suponen las nuevas oportunidades que abren las tecnologías que mejoran la manera de producir, organizar, difundir, controlar el saber y de acceder al mismo”.

En el III Encuentro de Rectores de Universidades, realizado en el año 2014 en Río de Janeiro, se declaró lo siguiente: “las tecnologías digitales están provocando un trascendental cambio

en el escenario educativo presente, al tiempo de que generan profundas transformaciones e innovaciones, en ocasiones disruptivas, en los modos de generación, acceso, reproducción, transmisión y acumulación de conocimiento” (ULEAM [14]). En la actualidad el alumno nace con la tecnología, por lo que necesitan un enfoque diferente del proceso de enseñanza - aprendizaje y es allí donde está el desafío. “Las actitudes, perfiles, habilidades, modos y formas de comunicación de las nuevas generaciones de estudiantes evolucionan rápidamente, planteando numerosos retos a las universidades” (ULEAM [14]).

“Como consecuencia de estos cambios, es importante precisar la necesidad de interiorizar que el aprendizaje bajo el empleo de las TIC, no es una consecuencia automática que se produce por el contacto directo de los estudiantes con las tecnologías. No se trata por tanto, de introducir simplemente su empleo

en el ámbito educativo; sino en esencia, de transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje, elaborando adecuadas estrategias que planifiquen, dirijan y evalúen las condiciones en las cuales se produce el aprendizaje” (Herrera[5])

En cuanto a la Matemática es una ciencia importante e imprescindible en determinadas tareas, permite modelar situaciones que dan origen a la solución de problemas que se les presentan a profesionales, como Ingenieros, Economistas, Administradores, entre otros. De hecho Íñiguez y Vásquez [6], plantean que “los docentes deberían utilizar la tecnología con el fin de mejorar las oportunidades de aprendizaje de sus alumnos, seleccionando o creando tareas matemáticas que aprovechen lo que la tecnología puede hacer bien y eficientemente”.

El investigador Camacho [1], expresó: Desde la década de los 80, existen en el mercado diferentes programas que poco a poco han ido incorporándose en la enseñanza. Y que en la década de los noventa “aparecen algunos programas más específicos, con más capacidades tanto simbólicas como gráficas (Maple, Matemática, Matlab, Mathcad, Derive, etc.), que su uso se ha ido extendiendo en la enseñanza del Cálculo o Análisis Matemático”.

Por lo que respecta al trabajo académico en el Ecuador, por parte del profesor, se centra más en el cumplimiento de los contenidos de los programas con medios tradicionales. Aunque existe tecnología moderna en las aulas, los profesores apenas hacen uso del proyector para sus clases. Entonces existe un conflicto que se percibe en los docentes porque no poseen suficiente preparación tecnológica para aprovechar las TIC en todo su potencial.

Lo anteriormente descrito permite identificar que la **situación problemática** que se presenta en la formación de los estudiantes de la asignatura Matemáticas II de la carrera Administración en la Universidad Santa María Campus Guayaquil debe ser enfocada por las limitaciones en el orden didáctico que presentan los docentes de esta asignatura en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación.

Lo anteriormente expresado permite develar la **contradicción** de la presente investigación que se da entre las demandas de incorporar las TIC al proceso enseñanza-aprendizaje y las exigencias de los objetivos de la asignatura Matemática II en el Cálculo Integral de la Universidad Santa María Campus Guayaquil.

En virtud de estos elementos, que subyacen en la contradicción en la que se basa la investigación, se precisa el siguiente **problema científico**: ¿Cómo contribuir a aumentar el nivel de asimilación del Cálculo Integral mediado por las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática II, en la Universidad Santa María Campus Guayaquil.

El **objetivo** de esta investigación es elaborar una estrategia didáctica integradora para aumentar el nivel de asimilación del Cálculo Integral mediado por las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática II, en la Universidad Santa María Campus Guayaquil.

## 1. DESARROLLO

En este último siglo diversas teorías han intentado explicar cómo se aprende; son teorías que presentan planteamientos muy diversos, pero en todas ellas aún es posible encontrar algunas perspectivas clarificadoras de estos procesos tan complejos y como consecuencia han sido sustentos de las intenciones de aplicación de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Las teorías que argumentan y dan forma al Modelo Pedagógico en que se enmarca nuestra propuesta, se concentran en los principales aportes de la Teoría de la Psicología Cognitiva y Genética, el Constructivismo Social y Racional y el aprendizaje desarrollador basado en el Enfoque Histórico Cultural. El conductismo ya no aporta al cumplimiento de objetivos en modelos donde se requiere que el estudiante sea el actor principal de su aprendizaje. “La psicología cognoscitiva considera el aprendizaje como modificaciones sucesivas de las estructuras cognitivas que son causa de la conducta del hombre, a diferencia del conductismo que se orienta al cambio directo de la conducta”(Corral [2]).

En los tiempos modernos, donde tenemos a la mano una gran cantidad de información, no podemos conceptualizar al estudiante como un repositorio de esta información, sería una tarea vana. Lo que debemos hacer es que el estudiante desarrolle habilidades para apropiarse de los conocimientos. Esto se concreta cuando el estudiante piensa o reflexiona sobre sus acciones; es decir, llega a un meta-aprendizaje.

El estudiante debe ser capaz de procesar la información una vez que es recibida. Para esto tiene que producirse procesos cognitivos en el cerebro de los estudiantes que hagan que exista aprendizaje.

En el ámbito de la Matemática, esto se vuelve transcendental debido a que es justamente en esta asignatura donde los estudiantes necesitan de procesos cognitivos con mucha más esencia, que les permitan resolver los problemas. Si el proceso de enseñanza-aprendizaje está mediado fundamentalmente por las TIC, se deberá lograr que la tecnología sea percibida como un medio que aporta a este fin. Los procesos cognitivos deben generarse con el empleo de las TIC.

Es de transcendental importancia que no se conceptualice las herramientas tecnológicas como un fin sino más bien hay que lograr que sean empleadas como una solución en la realización de tareas extensas, laboriosas o complejas, que han hecho que los estudiantes se desmotiven y hasta que abandonen su objetivo.

El investigador Llivina [7] en sus estudios establece que dentro de las aproximaciones cognitivistas pueden ubicarse, entre otros: El constructivismo piagetiano, el cognitivismo de Bruner y la Teoría del Procesamiento de la Información.

En lo que respecta al constructivismo piagetiano, Manzano [10] establece que los principios generales (anotamos los principales) del pensamiento de Piaget sobre el aprendizaje son:

1. Los objetivos pedagógicos deben, además de estar centrados en el estudiante, partir de las actividades del alumno.
2. Los contenidos, no se conciben como fines, sino como ins-

trumentos al servicio del desarrollo evolutivo natural.

3. El principio básico de la metodología piagetiana es la primacía del método de descubrimiento. 4. El aprendizaje es un proceso constructivo interno.

5. El aprendizaje depende del nivel de desarrollo del sujeto.

6. El aprendizaje es un proceso de reorganización cognitiva.

7. En el desarrollo del aprendizaje son importantes los conflictos cognitivos o contradicciones cognitivas. (Manzano [10]) Compartimos que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se deben establecer actividades que hagan que en el interior del estudiante exista una contradicción cognitiva que contribuya al desarrollo de su ser y de esta manera se produzca el aprendizaje.

Es importante considerar los aportes de la teoría de Jerome Bruner. Pinto y García [11] mencionan que Bruner desarrolló su trabajo en el aprendizaje activo y en el aprendizaje por descubrimiento. Que le da gran importancia a la actividad directa de los estudiantes sobre la realidad. Estos investigadores mencionan también que “Bruner y otros autores aportan el concepto de andamiaje educativo (instruction alscaffolding), en el sentido de la educación como soporte cognitivo, emocional, etc., al proceso de aprendizaje del estudiante. Este concepto aparece detrás del diseño de herramientas de interacción y de la provisión de recursos de aprendizaje en los modernos sistemas de e-learning”.

En una propuesta pedagógica deben estar declaradas actividades que tengan como objetivo que el estudiante vaya descubriendo los conceptos paulatinamente para que exista una apropiación real de ellos. Esto es importante considerarlo en todo modelo en donde la tecnología cumple su papel mediador. Deberá existir la interacción alumno-profesor mediado por la máquina, para que se dé el andamiaje educativo que menciona Bruner.

En cuanto a la Teoría del Procesamiento de la Información, cuyo máximo exponente es Gagné, rescatamos lo que menciona Gimeno y Pérez [4]: “Las categorías del procesamiento son cuatro: **Atención:** recibe, selecciona y asimila los estímulos. **Codificación:** Simboliza los estímulos según estructuras mentales propias (físicas, semánticas, culturales). **Almacenamiento:** retiene de forma organizada los símbolos codificados. **Recuperación:** uso posterior de la información organizada y codificada”.

Esta teoría está relacionada con la teoría cognitiva. La Teoría del Procesamiento de la Información surge como respuesta al intento de simular al cerebro como una máquina que recibe, codifica, almacena y recupera información. Pero esto en una limitación, “no considera los aspectos afectivos y motivacionales que intervienen en el proceso aprendizaje”. (Gimeno y Pérez [4]). Como tampoco considera aspectos de producción de nuevos conocimientos.

De una manera u otra en toda tarea de aprendizaje existen procesos cognitivos que se dan de manera natural, lo que debemos hacer es que los estímulos sean lo suficientemente potentes como para comprometer al educando con su responsabilidad.

“El aprendizaje es un proceso dialéctico. Dentro de ese proceso hay cuatro factores que intervienen en el desarrollo de las estructuras cognitivas: maduración, experiencia, interacción social y equilibrio” (Llivina [17]). Los autores comparten esta precisión, para que los conocimientos puedan ser internalizados es necesario que el aprendizaje tenga una apropiada maduración cognitiva, la experiencia hace que resulte más satisfactorio el aprendizaje y con la interacción social logramos articular el mensaje de la información.

De acuerdo a estos principios, se concluye que la teoría de constructivismo y el enfoque histórico-cultural planteado se complementan y pueden conjugarse para dar fundamento a un modelo pedagógico que favorezca la formación de los estudiantes.

“El profesor asume las funciones de orientador, guía o facilitador del aprendizaje, ya que a partir del conocimiento de las características psicológicas del individuo en cada período del desarrollo, debe crear las condiciones óptimas para que se produzca una interacción constructiva entre el alumno y el objeto de conocimiento”(Sanz y Corral [13]). En un modelo educativo, pensamos que, debe notarse las funciones del profesor. Hay que tener claro que el profesor jamás va a ser sustituido, su presencia y más aún su labor debe ser percibida como insustituible.

En el diseño metodológico del proceso debe observarse que el alumno construye su conocimiento, pero esta construcción podría necesitar de alguna colaboración. “*El constructivismo social dicta que el conocimiento además de formarse a partir de las relaciones ambiente-yo, es la suma del factor entorno social a la educación: Los nuevos conocimientos se forman a partir de los propios esquemas de la persona producto de su realidad, y su comparación con los esquemas de los demás individuos que lo rodean*” (Manzano [10]).

Aunque esto parece estar en contraposición con el constructivismo de Piaget (Piaget reconoce sólo una construcción interna), los autores plantean que una propuesta basada en ambas posiciones Constructivismo y el Enfoque Histórico Cultural será pertinente para la solución del problema, esto es el empleo de las TIC en la enseñanza del Cálculo Integral.

Hay que estar claro que en el proceso de enseñanza – aprendizaje, se va formando la personalidad del estudiante. Para López [8], el desarrollo y formación de la personalidad ocurre en el propio proceso de enseñanza y educación cuya concepción debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La enseñanza, la educación no ha de basarse en el desarrollo ya alcanzado por el sujeto, sino que, teniéndolo en cuenta, se proyecta hacia lo que el sujeto debe lograr en el futuro, como producto de ese propio proceso; es decir, haciendo realidad las posibilidades que se expresan en la llamada zona de posible desarrollo.
- La situación social en que las personas viven y se desarrolla constituye elemento esencial en la organización y dirección del proceso de enseñanza y educación.
- La propia actividad, que el sujeto realiza en interacción social con un grupo de personas, resultan elementos funda-

mentales a tener en consideración en el proceso de enseñanza y educación.

- En el proceso de interacción y actividad en colaboración con los otros ocurre el proceso de apropiación de los valores de la cultura material y espiritual.
- Si la cultura representa para cada sujeto un momento histórico determinado, la formación personal específica responde a las características histórica y socialmente condicionadas. (López [8])

### 1.1 LAS TIC COMO MEDIO EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRAL.

Las TIC han revolucionado el mundo entero, se observan avances extraordinarios en todas las ramas del saber. El uso de las TIC en la educación permite que los procesos de enseñanza-aprendizaje se vean fortalecidos. Sin embargo una situación que las autoridades de la educación deben considerar es que puede haber un uso no concientizado de la tecnología. Que se llegue a pensar que la tecnología es la panacea del problema de la educación. Compartimos lo que mencionan los investigadores Lupiáñez y Moreno [9]:

“Un argumento que se esgrime habitualmente en contra del empleo de tecnología en la enseñanza de las matemáticas es que se abandona y olvida lo que se hace con papel y lápiz, y eso va en perjuicio de la calidad en la formación. Creemos que hay que entender la instrumentación de las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas, como un proceso de enriquecimiento, no como sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas, no de sustituirlas”.

Consideramos importante también lo que dice Urrutia [15] “el uso de la computadora no sustituye en modo alguno la impartición de los aspectos teóricos y sí pueden servir como medio para profundizar el estudio de los mismos”.

Puede ocurrir que con el empleo de la tecnología se abandone actividades del desarrollo de procesos cognitivos que de tan buena manera han favorecido la formación académica del alumno y más aun de las matemáticas.

Los alumnos deben comprender que las herramientas tecnológicas son “instrumentos que ofrecen representaciones y relaciones entre objetos matemáticos con las que ellos pueden interactuar, dando una nueva dimensión a la construcción del conocimiento matemático” (Lupiáñez y Moreno [9]).

En todo el entorno educativo se debe concebir que “dado el desarrollo científico técnico de las Tecnologías de la Informática y las Comunicaciones (TIC) es factible el logro de una enseñanza desarrolladora” (Reyes, Cabrera y Estévez [12]). Todo es cuestión de darle el significado apropiado.

Se deberá buscar el momento justo para usar la tecnología. “Las simulaciones son un buen ejemplo de la utilización de la tecnología para valorar con mayor precisión lo que un alumno puede hacer. En los escenarios reales que representa la simulación se exige al alumno que aplique las estrategias de resolución de problemas y las habilidades para resolverlos”

(Fernández y Cebreiro [3]).

“Otra posibilidad que ofrecen las TIC, y que permite enriquecer el proceso de enseñanza dando una mayor participación al alumno en su proceso formativo, son las pruebas de autoevaluación. El alumno, mediante la realización de estas pruebas tiene un mayor control sobre su aprendizaje y puede autorregularlo” (Fernández y Cebreiro [3]). Cuando el estudiante conciba una necesidad de autoevaluación estará dando un paso lograr el meta-aprendizaje tanto ansiado en un proceso docente.

### 1.2 ESTRATEGIA DIDÁCTICA INTEGRADORA

Nuestra propuesta didáctica consiste en una integración efectiva de profesor-alumno-conocimiento-tecnología, relacionados todos con el contexto social, en el proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo Integral.

Los investigadores Vera y Flanklyn [16] definen un esquema básico para representar el acto educativo. A este esquema le llaman Polígono Didáctico. Los elementos principales (docente, alumno, cultura, tecnología y la realidad social) los ubican en los vértices de un polígono y mencionan que existe un conjunto de interrelaciones que se presentan cuando dichos factores interactúan en una situación hipotética y/o real en el acto educativo.

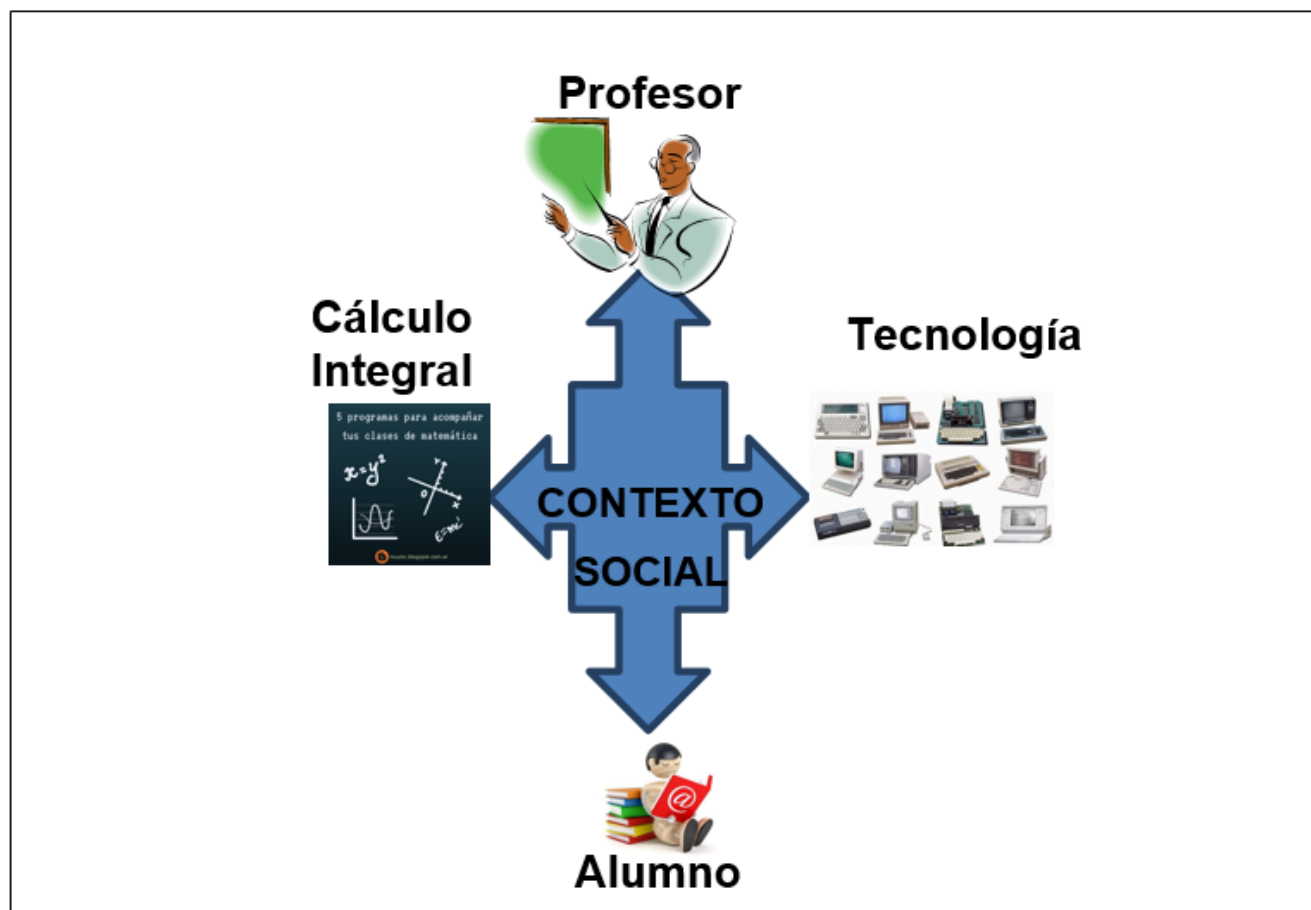
En un principio se analizaban los modelos empleando un Triángulo Didáctico, docente-alumno-conocimiento, pero con los nuevos desafíos es necesario ampliar el triángulo a un polígono, mencionan Vera y Flanklyn [16]. Los conocimientos se amplían a cultura matemática y se incorpora la tecnología. Esto da a lugar que se considere las interrelaciones y la realidad social.

Nuestra propuesta está basada en el polígono didáctico de Vera y Flanklyn, el aporte consiste en esquematizar plenamente las relaciones entre los componentes personológicos y los no personológicos del proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Integral de la asignatura Matemática II de la USM campus Guayaquil. Planteamos que el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene cuatro componentes: profesor, alumno, conocimiento (Cálculo Integral en este caso) y la tecnología; y, todos enmarcados en un contexto histórico-social (fig. 1)

El profesor dispone de la base epistemológica del Cálculo Integral y de la tecnología como medio. El profesor puede impartir la clase con o sin recurso tecnológico. Si imparte la clase tradicionalmente estará en desventaja con el avance en la cultura tecnológica que poseen los estudiantes.

La tecnología debe actuar como objeto motivador del proceso y aquí está el desafío del docente. Su diseño debe captar la atención de las personas involucradas en el proceso. Hacer de la tecnología un reactivo motivante es el gran desafío para el profesor.

El alumno atiende y codifica la información, luego debería planificar la solución del problema. Podrá recurrir a su bagaje de conocimientos, al entorno social (puede ser asistido por el profesor o por alguno de sus compañeros) y a la tecnología



**Figura 1.** Interrelación de componentes educativos

Fuente: Vera & Flanklyn

Elaboración: Los autores

disponible.

El alumno debe ser capaz de resolver los ejercicios o los problemas, si es que existen ejercicios o problemas, debe ser capaz de almacenar la información y recuperarla cuando sea necesaria. Aquí también entraría la tecnología. Habiendo estrategias de refuerzo (actividad directa) usando la tecnología habría un mejor nivel de asimilación de los conocimientos.

Veamos algunos ejemplos.

**Ejemplo 1.** Tema “Integral Indefinida: Integración directa”

**Vertiente 1: Contenido para Integración Directa.** Los conocimientos previos que deberían tener los estudiantes serían temas algebraicos como ley de los exponentes, operaciones con fracciones y simplificación de expresiones en general. Los demás aspectos a considerar serían las fórmulas y propiedades de las integrales.

**Vertiente 2: Tecnología.** Software libre para diagnosticar los conocimientos previos de los estudiantes. Google Drive proporciona una herramienta poderosa para hacer test online autocorregibles (Fig. 2). Esto es motivante para el alumno,

debido a que es un ambiente no tradicional. Además de que permite autoevaluar sus niveles de entrada. El alumno recibe su puntuación y una explicación de la solución de los ejercicios. Para la explicación, el software da la opción de utilizar recursos multimedia. Un video puede ser empleado para esta explicación o un texto bien detallado en muchas ocasiones es suficiente.

Para actividades de refuerzo recomendamos utilizar el software SYMBOLAB (<https://es.symbolab.com/solver/indefinite-integral-calculator>) que servirá de tutor del estudiante. Este software en una calculadora que proporciona la solución paso a paso de los ejercicios.

Para anuncios de actividades, se puede utilizar el correo electrónico o las redes sociales como Whatsapp o Facebook.

**Vertiente 3: Profesor.** El profesor presenta el tema en una sesión presencial, preferible una clase colaborativa en donde debe lograr que el estudiante construya el concepto.

Aquí se aprovecha la oportunidad para hacer énfasis en situaciones generales. Por ejemplo, para la fórmula

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1 \quad (1)$$



**Figura 2.** Test online en Google Drive  
Elaboración: Los autores  
(<https://goo.gl/forms/JtvqyGtetUmFd9De2>)

considerar una función  $u=f(x)$ . Hacer notar que tenemos

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1 \quad (2)$$

Por ejemplo, si  $u=mx+b$  entonces

$$\int (mx+b)^n d(mx+b) = \frac{(mx+b)^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1 \quad (3)$$

Esta generalización la puede lograr con ayuda del grupo o con ayuda del profesor. Se sugiere realizar un taller grupal en donde los estudiantes resuelven algunos ejercicios conceptuales para ir logrando el andamiaje que menciona Bruner.

El profesor debe inducir a que el estudiante practique en el software SYMBOLAB, con algunos ejercicios propuestos. Se sugiere diseñar un test online de diagnóstico sobre integración directa para observar el progreso del alumno. Luego realizar una evaluación presencial para confirmación del nivel de asimilación.

**Vertiente 4: Alumno.** El alumno al momento del diagnóstico de los conocimientos previos reactiva su bagaje de conocimientos, en este caso ley de los exponentes y simplificación de expresiones algebraicas en general. Y si existe deficiencia, es la oportunidad de lograr el nivel requerido de entrada.

En la sesión presencial, recibe la información (atiende), la codifica para lograr interiorizarla. Aquí debe demostrar que posee una buena percepción de simbología matemática. Esta información debe quedar almacenada en su memoria de largo plazo para poder recuperarla cuando sea necesario.

Este almacenamiento y recuperación es más efectivo si el alumno descubre el conocimiento. En el caso del ejemplo, si

logra generalizar y concluir que:

$$\int (mx+b)^n dx = \frac{(mx+b)^{n+1}}{m(n+1)} + C; n \neq -1 \quad (4)$$

Los refuerzos online realizados por los estudiantes deben ser con compromiso y responsabilidad.

**Ejemplo 2.** Tema: “Cálculo de áreas de regiones planas”

**Vertiente 1: Contenido.** Los estudiantes deberían tener conocimientos sobre gráficas de funciones en dos dimensiones y deben poder identificar regiones planas limitadas por curvas en coordenadas cartesianas. El contenido propio del tema sería la definición de Integral Definida y su aplicación en cálculo de áreas de regiones planas.

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \quad (5)$$

El estudiante debe saber calcular antiderivadas (Integral Indefinida)

**Vertiente 2: Tecnología.** Software libre para diagnosticar los conocimientos previos de los estudiantes. Con Google Drive se puede elaborar una prueba donde se diagnostique conocimientos de gráficas de funciones. El diagnóstico debe ser muy conceptual, de tal manera que aunque la tecnología permita obtener gráficas, el estudiante pueda llegar a conclusiones sobre regiones planas y pueda obtener puntos de intersecciones entre curvas.

Existe un sin número de graficadores de libre descarga que pueden ser útiles: Maple, Winplot, Graph, Geogebra, entre otros. Recomendamos el Graph debido a que para graficar no se requiere manejo de programación o comandos y se puede obtener valores de áreas de algunas regiones planas.

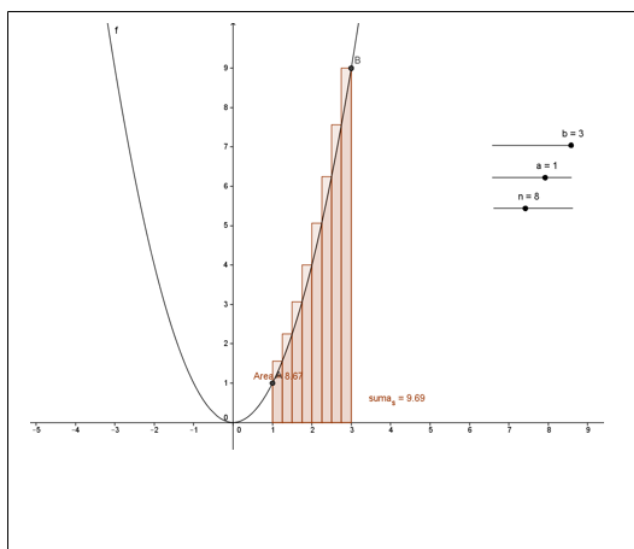
También recomendamos emplear el graficador online FOO-PLOT (<https://es.symbolab.com/solver/indefinite-integral-calculator>) debido a que no requiere instalarse en el Computador y pueden elaborarse las gráficas de manera rápida y directa igual que el Graph.

Para anuncios de actividades, se puede utilizar el correo electrónico o las redes sociales como Whatsapp o Facebook.

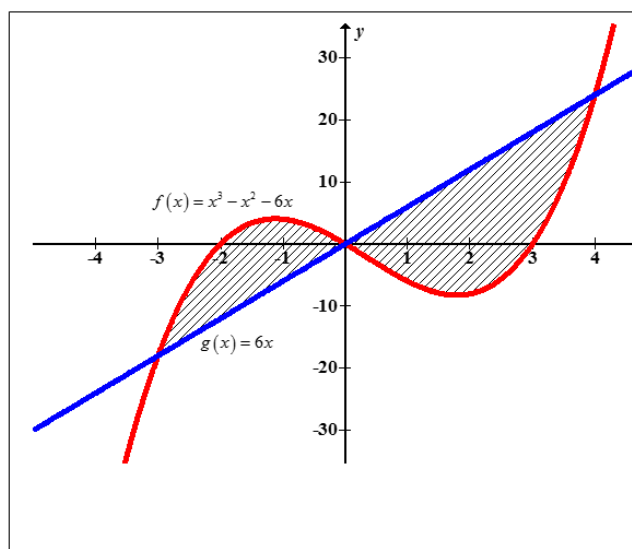
**Vertiente 3: Profesor.** El profesor presenta el tema en una sesión presencial, preferible una clase colaborativa en donde debe hacer que el estudiante construya el conocimiento. Ir desde el área bajo una curva ubicada en el primer cuadrante hasta que logre plantear la integral correspondiente para cualquier región plana. Aquí puede hacer uso del software GEOGEBRA (Fig. 3). Donde además se aprovecha para reforzar el concepto de Integral Definida.

En trabajo colaborativo se debe lograr que los estudiantes encuentren áreas de regiones en ejercicios propuestos por el profesor.

El profesor debe inducir a que el estudiante practique en el



**Figura 3.** Interpretación del área de una región plana  
Elaboración: Los autores



**Figura 4.** Ejemplo de una región plana  
Elaboración: Los autores

software que más se acomode. Se sugiere diseñar un test online de diagnóstico sobre cálculo de áreas para observar el progreso del alumno. Luego una evaluación presencial para confirmación del nivel de asimilación.

**Vertiente 4: Alumno.** El alumno debe ser capaz de elaborar gráficas sin tecnología y con tecnología para verificar sus resultados y no continuar en procesos irrelevantes.

En la sesión presencial, recibe la información (atiende), la codifica para lograr almacenarla y recuperarla cuando sea necesario. Trabaja colaborativamente.

Es importante que el estudiante pueda plantear integrales definidas para regiones generales (fig. 4)

Se requiere que los refuerzos online post clase realizados por el alumno sean con compromiso y responsabilidad.

$$A = \int_{-3}^0 [(x^3 - x^2 - 6x) - 6x] dx + \int_0^4 [6x - (x^3 - x^2 - 6x)] dx \quad (6)$$

La expresión anterior representa el área sombreada. Utilizando otro de los softwares mencionados anteriormente, el Maple 18, se puede calcular el valor del área:

$$A = \int_{-3}^0 [(x^3 - x^2 - 6x) - 6x] dx + \int_0^4 [6x - (x^3 - x^2 - 6x)] dx = \frac{937}{12} \quad (7)$$

## 2. CONCLUSIONES

En la enseñanza del Cálculo Integral, y de la Matemática en general, en el inicio del siglo XXI se deben emplear en todo su potencial los recursos tecnológicos disponibles para

lograr una comprensión plena de temas abstractos que antes eran difíciles de ilustrar. Por supuesto, que no se crea que los recursos tecnológicos sean la panacea de la enseñanza, todavía se requiere que el alumno aprenda a pensar y esto se lo debe lograr con clases presenciales apoyados con las TIC. La presencia del profesor no debe ser discutible. Sin embargo, el profesor del siglo XXI debe estar capacitado en el uso de las TIC para hacer los diseños correspondientes y lograr resultados más efectivos.

El proceso de enseñanza aprendizaje es dinámico, lograr la integración de estas cuatro vertientes alumno-profesor-conocimiento-tecnología es el desafío del día a día de la labor docente. La metodología puede variar de acuerdo al tema tratado, pero hay situaciones tradicionales que no pueden cambiar. El estudiante debe estar en continua actividad académica conceptual para el logro de desarrollo de habilidades y llegar a un meta-aprendizaje.

Esta investigación es una parte de una más grande. Lo que se intenta aquí es dejar formulada una propuesta que, de acuerdo a lo observado, los estudiantes mostraron entusiasmo con la nueva metodología. Se hizo una prueba piloto en el tema Integral Indefinida del curso Matemática II, segundo semestre 2015, de la Universidad Santa María Campus Guayaquil. Al realizar las prácticas online, los estudiantes mostraron una mayor motivación y demostraron un mayor aprendizaje de las técnicas de integración.

Esta propuesta de estrategia didáctica integradora puede ser validada con un cuasi-experimento para todo un curso de Cálculo Integral en todo un semestre y corroborar los resultados observados a priori.

## Referencias

- [1] Camacho, M. (2005). La enseñanza y aprendizaje del Análisis Matemático haciendo uso de CAS (computer

- algebra system). *Investigación en Educación Matemática IX*, 97-110.
- [2] Corral, R. La Perspectiva Cognoscitiva. *Facultad de Psicología*. La Habana, Cuba.
- [3] Fernández, M. C. y Cebreiro, B. (2003). Evaluación de la enseñanza con TIC. *Pixel-Bit, revista de Medios y Educación*, 65-72.
- [4] Gimeno, J. y Pérez, A. (1993). Comprender y transformar la enseñanza. *Morata*. Madrid, 53
- [5] Herrera, K. (2007). Estrategia Didáctica para la elaboración y aplicación de entornos virtuales de aprendizaje en las prácticas de laboratorio de física para la educación superior. *Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. La Habana, Cuba.
- [6] Iñíguez, F. y Vásquez, G. (2011). Aplicación de las TIC como herramienta en el proceso enseñanza - aprendizaje de la unidad funciones de variable real de la asignatura de Matemática del tercer año bachillerato especialización informática del Colegio Cayetano Tarruell de la ciudad de Guaya. *Trabajo de grado presentado en opción a obtener el título de Licenciado en Ciencias de la Educación, mención Informática Educativa*. Bolívar, Ecuador.
- [7] Llivina, M. (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. *Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. La Habana, Cuba.
- [8] López, J. (2003). Vigencia de las ideas de L. S. Vigotsky. *Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Ministerio de Educación*. Cuba
- [9] Lupiáñez, J. y Moreno, L. (2001). Tecnología y Representaciones Semióticas en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática*. Granada, España, 291
- [10] Manzano, C. (2013). Propuesta del uso de estrategias y técnicas en la evaluación del aprendizaje, para mejorar el rendimiento de matemática de los estudiantes de octavo año de educación básica del colegio Tecnológico Andres F. Córdova de la ciudad de Quito en el año 2011-2012. *Proyecto Socioeducativo presentado como requisito parcial para Optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención Matemática y Física*. Quito, Ecuador.
- [11] Pinto Molina, M. y García Marco, J. (2007). La enseñanza-aprendizaje de las competencias genéricas en el Espacio Europeo de Educación Superior: el proyecto ALFINEES. *Innovación docente, tecnologías de la información y la comunicación e investigación educativa en la Universidad de Zaragoza: caminando hacia Europa*. Universidad de Zaragoza, 62-63.
- [12] Reyes, R. A., Cabrera, N. C. y Estévez, O. G. (2006). La evaluación del aprendizaje usando actividades de MOODLE. *3rd International Conference on Multimedia and Information and Communication Technologies in Education*. Camaguey-Cuba.
- [13] Sanz, T. y Corral, R. (1995). Jean Piaget y la pedagogía operatoria. *Tendencias pedagógicas contemporáneas.[cd-rom] CEPES. Departamento de pedagogía y psicología. La Habana: Ed. Universidad de la Habana*, 73-78.
- [14] ULEAM, D. d. (2014). Compendio de las tendencias actuales de la Educación Superior. *DEPARTAMENTO DE PLANEAMIENTO. UNIVERSIDAD LAICA "ELOY ALFARO DE MANABÍ"*. Manta, Ecuador.
- [15] Urrutia, I. (2012). Propuesta Didáctica para contribuir al desarrollo de competencias afines al perfil del profesional de Licenciatura en Ciencia de la Computación desde el Análisis Matemático. *Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. la Habana, Cuba.
- [16] Vera, M. y Flanklyn, M. (2005). Propuesta de un modelo didáctico para la elaboración de un software educativo para la enseñanza del cálculo integral. *ACCIÓN PEDAGÓGICA*, N° 14, 50-57.