

# Secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal

## Lineal combination logos and praxis methodological approach

Angela Martin Sánchez<sup>1</sup>, Olga Lidia Pérez González<sup>2\*</sup>, Laura Casas Fuentes<sup>2</sup>, Ricardo Sánchez Casanova<sup>4</sup>

**Resumen** El presente trabajo tiene como intención propiciar en los estudiantes de ingeniería un adecuado desempeño en la resolución de tareas algebraicas a partir de una propuesta de secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal de los vectores de un espacio vectorial, como contexto para el tratamiento didáctico de los conceptos en el Álgebra Lineal (AL). La propuesta se implementó durante cuatro cursos y sus resultados contribuyeron a que los estudiantes mostraran mayor satisfacción por el estudio del AL. Se comprobó que utilizando esta propuesta se favorece la independencia de los estudiantes para la búsqueda de posibles soluciones a tareas algebraicas, con argumentaciones desde los elementos comunes y diferentes en cada concepto.

**Abstract** The aim of this paper is to promote in engineering students a suitable performance to solving algebraic problems beginning from vectors lineal combination logos and praxis methodological approach, as context for methodological treatment of Lineal Algebra notion. The proposal was implemented for four courses and its results helped students to show greater appreciation of the study of Lineal Algebra. This proposal help to self-sufficiency of students to the search for possible solutions to algebra problems with arguments from common and different elements in each notion.

**logos, praxis, lineal combination**  
logos — praxis — combinación lineal

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de Santo Domingo, Santo Domingo, República Dominicana, m.angela24@gmail.com

<sup>2\*</sup>Departamento de Matemática, Universidad de Camagüey, Camagüey, Cuba, olga.perez@reduc.edu.cu, laura.casas@reduc.edu.cu

<sup>4</sup>Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, La Habana, Cuba, rsanchezcasanova@yahoo.es

\*Autor para Correspondencia

### Introduction

Los estudios sobre el Álgebra Lineal (AL) han proliferado en la última década y evidencian que insuficiencias en el tratamiento didáctico de los conceptos de esta asignatura en las carreras de ingeniería, lo que limita el desempeño de los estudiantes en la solución de tareas algebraicas. Según [7], no todos los aspectos de las asignaturas de matemática tienen la misma importancia para el futuro ingeniero, por lo que se hace necesario analizar convenientemente el ordenamiento racional de la información conceptual que este necesita, pero lamentablemente está faltando la integración de los contenidos pues, por lo general, el proceso está orientado al aprendizaje de cada uno de los conceptos por separado, al desarrollo de habilidades de generalización y a la comprensión desde la relación parte/todo, de manera que se limita el trabajo independiente y la creatividad de los estudiantes [2].

Para solucionar esta problemática, [7] demuestra que la función de las ciencias básicas en las carreras de ingeniería

es contribuir al desarrollo del ejercicio de la profesión, y que ellas develan las interrelaciones entre los diferentes ciclos del plan de estudio (básico, básico específico y ejercicios de la profesión), sin detrimento de la fundamentalización, además precisa que su tratamiento didáctico debe hacerse teniendo como principal premisa que los estudiantes logren develar las interrelaciones entre los ciclos del plan de estudio, esto quiere decir que sea explícita para ellos la contribución científica que les hace la Matemática al ciclo básico específico de su profesión.

Para lograr lo anterior, actualmente se aboga por una formación sólida en las ciencias básicas en los primeros años de la carrera, entre las que se incluye el AL, para desplegar las especialidades ingenieriles en los años superiores con la visión de formar al ingeniero 2020 [4]. Al respecto se han hecho variadas propuestas, una de ellas la utilización del concepto de “perfil amplio” para la formación de ingenieros, el que generalmente se analiza desde el ángulo del ejercicio de

la profesión y no desde la óptica del ciclo básico, para que el estudiante tenga una sólida formación en las ciencias básicas.

Sin embargo, para que en la formación de este profesional se puedan revertir en alguna medida los pronósticos de los posibles resultados partiendo de los problemas identificados, se debería abordar la enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal desde praxeologías que combinen el saber con el saber hacer, de manera que se relacionen los contenidos dentro de un tema y entre los temas para propiciar el mayor enfoque sistémico de la asignatura. Por lo tanto, el objetivo del trabajo es propiciar en los estudiantes de ingeniería el adecuado desempeño en la solución de tareas algebraicas mediante una propuesta de secuenciación didáctica entre logos y praxis, tomando a la combinación lineal como operación relacionante de cada concepto.

## 1. Fundamentos teóricos de la propuesta

El modelo de praxeologías para estructurar la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, de manera que se identifica la praxis con saber-hacer y el logo con saber [3].

- El concepto de combinación lineal dado por [8], en su calidad de forma existencial de los vectores de un espacio vectorial, como la célula que le permite construir con un enfoque sistémico el proceso de enseñanza aprendizaje (PEA) del AL.

Tomando como base los últimos enfoques de la Teoría antropológica de lo didáctico (TAD [3], citado en [5]), se adopta la noción de obra matemática para dotar a la matemática institucional de un modelo. Partiendo de esta idea son los problemas de una o varias clases el modo de materializar los elementos y tareas problemáticas que conforman una obra matemática. Lo anterior no implica que se presenten con enunciados similares, sino que es posible abordarlos a partir de una técnica matemática.

El modelo al que se hace referencia ha dado en llamarse praxeología y se compone de dos aspectos o niveles conexos: el primero tiene que ver con la praxis o el saber hacer y comprende un determinado tipo de tareas abordadas en clases de problemas y materias que se estudian, así como las herramientas y técnicas para darles solución; el segundo aspecto se halla más enfocado a los logos o el saber, en él se declaran, describen, y justifican las técnicas a emplear mediante un elemento que recibe el nombre de tecnología, el cual acoge la disertación razonada sobre la práctica. Se considera, según el modelo, un segundo nivel, dentro del saber y es el de la teoría donde se aportan las descripción-explicación-justificación también denominado tecnología de la tecnología. De esta forma queda establecido que son las tecnologías y las teorías, en definitiva, los elementos constitutivos de toda obra matemática [5].

Por tanto, los autores de la investigación concuerdan con [3] en que la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe estructurarse sobre la concepción de praxeologías, identificando de esta forma la praxis con saber-hacer y los logos con saber.

La praxis constituye una unidad práctica y técnica mientras que los logos constituyen la unidad de los aspectos tecnológico y teórico.

En este trabajo se asumen además los conceptos de logos y praxis introducidos por [6] a través del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, y se considera la praxis como las acciones (del sujeto ante las tareas matemáticas) y situaciones (tareas que inducen la actividad matemática), y los logos como los conceptos, reglas, proposiciones y las argumentaciones.

Redondeando todo lo analizado hasta ahora se pudiera decir que los logos engloba la descripción, explicación y justificación de las técnicas empleadas, que recibe el nombre de tecnología, y también la fundamentación de la tecnología, la cual recibe el nombre de teoría. Así, alrededor de una tarea problemática (T) se encuentra al menos una técnica ( $\tau$ ), una tecnología de  $\tau$ ,  $\varphi$ , y una teoría de  $\varphi$ ,  $\theta$ . El total, indicado por  $(T/\tau/\varphi/\theta)$ , constituye la praxeología.

Por su parte [1] sostienen que saber y saber hacer son dos componentes complementarias del conocimiento matemático y deben ser consideradas partes íntimamente ligadas, que forman una praxeología (praxis+logos). Más adelante señalan que no disponer del saber asociado al saber hacer, o del logos asociado a la praxis, lleva al abandono de la tarea, de modo que un objetivo fundamental debe ser la búsqueda del equilibrio entre ambas.

Una de las perspectivas más estudiadas y que aún tiene vigencia en el tratamiento didáctico de los conceptos del AL para las carreras de ingeniería, es la relacionada con la estructuración sistémica del contenido y el desarrollo de las habilidades matemáticas, desde el punto de vista del enfoque sistémico de tipo genético [8, 10, 9].

Con la utilización de este enfoque se develó una nueva forma de abordar los conceptos y las relaciones entre ellos, pero con la óptica de estudiar cada concepto en su totalidad, como resultado del desarrollo del elemento inicial del sistema, donde los tipos fundamentales de relaciones son las genéticas y las de desarrollo, mientras que el concepto fundamental o formador del sistema de relaciones es la célula generadora.

Es la Dra. Herminia Hernández [8] quien devela el concepto de combinación lineal, en su calidad de forma existencial de los vectores de un espacio vectorial, como la célula que le permite construir con un enfoque sistémico el PEA del AL, y modelar, además, al método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, como el elemento operativo de apoyo a dicha célula para posibilitar su movimiento y desarrollo en el sistema, lo cual representa un elemento de novedad didáctica.

## Metodología

La metodología está constituida por cuatro fases en las que la secuenciación didáctica va transitando de logos a praxis, y de praxis a logos. Se muestra a la combinación lineal como operación relacionante al estudiante para que este logre representar lo identitario de cada concepto objeto de estudio; y que comprenda, de esta manera que un concepto se presenta

como la unidad de la diferencia entre él y su entorno, siendo su diferenciación es la que genera su entorno. Esta nueva concepción de estructurar el contenido tuvo como base cuatro exigencias didácticas:

1. Incorporar el enfoque de las cinco tareas tipos, en las cuales, se necesita del uso de una combinación lineal para definir nuevos conceptos o resolver una tarea algebraica.
2. Reconocer y utilizar la combinación lineal de vectores como el concepto base a partir del cual se organizan e utilizan los conceptos que subyacen a su alrededor, estableciendo la articulación entre cada uno de ellos y la apropiación de métodos propios para plantear o solucionar tareas.
3. Trabajar las formas de diferenciación de conceptos a partir de las relaciones de tipo superordinado-subordinado, genérico-específico, parte-todo, polivalentes-complejas, a partir del uso de grafos que representen las estructuras identitarias de relaciones e interacciones particulares y de una matriz de adyacencia, donde las filas y las columnas representan los nodos (conceptos) del grafo, y el número de aristas (relaciones) entre cada par de conceptos.
4. El desarrollo de la secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal como una alternativa de trabajo didáctico para la enseñanza del AL en las carreras de ingeniería, donde se propicia el aprendizaje implicando a docentes y estudiantes en dos sentidos fundamentales:
  - Orientar correctamente al alumno para que identifique a la combinación lineal como concepto fundamental o formador del sistema.
  - Lograr construir la red identitaria de toda la red de conceptos, la que puede generar al sistema conceptual.

### **Fases del proceso secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal para el tratamiento de conceptos**

#### **1.0.1 Representación de las relaciones conceptuales en la combinación lineal.**

En esta fase se debe:

- Preparar al estudiante para que distinga las formas de diferenciación entre los conceptos, a partir de sus relaciones con la combinación lineal de vectores.
- Disponer al estudiante para que comprenda que esas formas de diferenciación regulan el modo en que puede verse la identidad de cada concepto.

Esto implicó preparar al estudiante para que fuera capaz de: identificar las relaciones conceptuales a través de cinco tareas sobre la combinación lineal (de tipo directo, inverso, de dependencia de los datos, de factibilidad y de unicidad); y clasificarlas en relaciones de: tipo superordinado-subordinado, genérico-específico, parte-todo, polivalentes y complejas; lo que requirió por parte del docente, el desarrollo de una secuenciación didáctica entre logos (conceptos, definiciones, proposiciones, argumentaciones) y praxis (algoritmos, operaciones, procedimientos), donde fue concebida la praxis como la promotora y contextualizadora en la obtención de las relaciones conceptuales, mientras los logos desempeñaron el papel normativo y fueron, a su vez, el resultado de una actividad reflexiva y regulativa de la praxis, teniendo en cuenta que el lenguaje algebraico está presente de manera intrínseca y constitutiva, tanto en la praxis como en los logos, por lo que se prestó una especial atención a la correcta utilización del lenguaje algebraico.

#### **1.0.2 Identificación de los conceptos del AL a través de las relaciones con la combinación lineal de vectores**

El principal objetivo en esta fase es preparar al estudiante para que logre reconocer y argumentar la identidad de cada uno de los conceptos en función de las relaciones con la combinación lineal de vectores, desde la secuenciación didáctica de logos y praxis, poniendo mayor énfasis en los logos.

Esto implica que el estudiante pueda reconocer y utilizar la combinación lineal de vectores como el concepto base, a partir del cual se organizan e utilizan los conceptos que subyacen a su alrededor, estableciendo la articulación entre cada uno de ellos y la apropiación de métodos propios para plantear o solucionar problemas.

#### **1.0.3 Representación de la red identitaria de la red de relaciones conceptuales**

La fase tiene como objetivo orientar al estudiante para que sea capaz de reconocer la combinación lineal como la representación identitaria que agrupa y diferencia a unos y otros conceptos, y que en ese juego identitario entre lo uno y lo otro, se descubra la fuerza dinámica de las relaciones conceptuales; lo que implica formar al estudiante para que comprenda que esta forma de organización va más allá de la reunión de conceptos, y que es necesario construir estructuras identitarias, de relaciones e interacciones particulares, que se convierten en diferenciadores; y que de estas interacciones se construyen códigos nuevos y compartidos.

De las relaciones de coordinación y subordinación de los anteriores componentes resulta la cuarta fase:

#### **1.0.4 Representación de la red identitaria generadora del sistema conceptual**

En esta fase se persigue orientar al estudiante para que pueda comprender que, si tenemos la red identitaria de toda la red de conceptos, ella puede generar al sistema conceptual, pues la parte estará en el todo y el todo estará en la parte, lo que implica preparar al estudiante para que distinga la red



**Figura 1.** Secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal.

identitaria a partir de la relación elemental esencial del todo, donde los tipos de relaciones que prevalecen son las genérico-específico, y para que comprenda que en la red el concepto fundamental o formador del sistema es la combinación.

Estas relaciones dan lugar al surgimiento de la representación de las relaciones del objeto algebraico a través de la red identitaria, lo que significa que el estudiante podrá representar lo identitario de cada concepto objeto de estudio mediante una operación relacionante, y argumentar que cada concepto se presenta como la unidad de la diferencia entre él y su entorno (relaciones conceptuales), y que precisamente su diferenciación con otros conceptos es la que genera su entorno (ver 1).

## 2. Concreción de la metodología

Se requirió la utilización, por parte del docente, de sistemas inteligentes que le facilitaran dar seguimiento al trabajo de los estudiantes y, a su vez, proporcionaran estos la búsqueda de soluciones a las tareas propuestas sobre la combinación lineal, y a partir de ellas argumentar el entorno de este concepto.

Lo anterior implicó preparar al estudiante para comprender que en el trabajo con la combinación lineal, debe ocuparse de la búsqueda de la diferenciación, de manera que distinga entre igual y desigual en los resultados; para comprender que en la solución de problemas sobre la combinación lineal existen elementos variables y que, además, estas combinaciones aparecen en dos formas básicas.

En el caso del diseño genético del AL, se consideró como elementos variables: el carácter fijo o arbitrario de los elementos del sistema de vectores considerado; el carácter conocido, incógnito o arbitrario de los escalares (coordenadas) que intervienen en la combinación lineal, y el carácter conocido o variable del vector del espacio vectorial resultante de la combinación lineal.

Asimismo, se reconocieron dos formas básicas contentivas de las disímiles situaciones en que se necesita del uso de una combinación lineal para definir un nuevo concepto o resolver un problema, a saber:

Si  $E, F$  son espacios vectoriales definidos sobre el cuerpo  $K_i$ ;  $A = X_i$  es un sistema de vectores contenido en  $E$ , ( $i = 1...n$ ),

$X$  es un vector de  $E$  y  $f$  es una aplicación de  $E$  en  $F$ , entonces las dos formas básicas son:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i * X_i = X \quad (1)$$

$$f\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i * X_i\right) = \sum_{i=1}^n \lambda_i * f(X_i) \quad (2)$$

1. Un vector del espacio  $E$  es combinación lineal de los vectores del sistema  $A$ , ecuación 1.
2. La imagen por  $f$  de una combinación lineal de vectores de  $A$  es igual a la combinación lineal de las imágenes por  $f$  de esos vectores, ecuación 2.

Además se enfatizó en el empleo de cinco tareas tipos de la combinación lineal para definir nuevos conceptos o resolver un problema. Finalmente, para mayor comprensión, se destaca que en este tipo de tareas existe un elemento operativo que es el método de Gauss para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, el cual es intrínseco para el trabajo con el concepto de combinación lineal [8]. Los elementos variables mencionados anteriormente son:

- El carácter fijo o arbitrario de los elementos del sistema de vectores considerado.
- El carácter conocido, incógnito o arbitrario de los escalares (coordenadas).
- El carácter conocido o variable del vector del espacio vectorial resultante de la combinación lineal.

Luego el estudiante, guiado por el profesor, en la resolución de las restantes situaciones, estudiaba las definiciones de conjunto de vectores linealmente independientes (LI) o linealmente dependientes (LD), espacios generados, base de un Espacio Vectorial (EV), dimensión de un EV, subespacio vectorial, diferentes tipos de base, así como los diferentes procedimientos y métodos de trabajo.

Este proceso contribuyó a que los estudiantes revelaran inicialmente sus ideas y, luego de interactuar con ellas, argumentaran los conceptos que se estaban trabajando, a la vez que les permitió, tanto a ellos como al profesor, detectar insuficiencias en el establecimiento de relaciones conceptuales.

En las restantes situaciones se planteaban diferentes tareas a resolver por el estudiante, y el profesor dirigía su actividad fundamentalmente a la corrección de las posibles desviaciones en el conocimiento y en las habilidades en cuestión. En la dinámica del proceso, los estudiantes tenían que completar el estudio de nuevas definiciones, propiedades, teoremas, caracterizaciones y métodos de trabajo en general, pues, en el discurso del profesor sólo se explicaban los contenidos dados en la situación inicial.

Lo anterior requirió por parte del docente el desarrollo de una secuenciación didáctica de logos y praxis para el tratamiento de cada tipo de agrupación de los conceptos, orientando al estudio de las desigualdades entre estos más que en



las semejanzas y trabajando el paso de una forma de diferenciación a otra; para lo cual fue necesario consolidar las anticipaciones para el ulterior desarrollo. Las formas de diferenciación deben trabajarse a partir de las relaciones de tipo superordinado-subordinado, genérico-específico, parte-todo, polivalentes y complejas. Para esto se utilizaron los grafos que representaran las estructuras identitarias de relaciones e interacciones particulares y una la matriz de adyacencia, donde las filas y las columnas representan los nodos (conceptos) del grafo, y el número de aristas (relaciones) entre cada par de conceptos.

En el proceso de elicitación de las relaciones conceptuales en la secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal, se evidencian relaciones de coordinación entre sus cuatro componentes; aunque en un primer momento la representación de las relaciones conceptuales en la combinación lineal, la identificación de los conceptos del AL a través de las relaciones con la combinación lineal y la representación de la red identitaria de la red de relaciones conceptuales, se subordinaron a la representación de la red identitaria generadora del sistema conceptual, y posteriormente evolucionan a relaciones de coordinación para que se pudiera reconocer la combinación lineal como la representación identitaria que agrupa y diferencia a unos y otros conceptos, y develar la dinámica de estas relaciones conceptuales.

### 3. Validación experimental de los resultados

La propuesta se implementó en la carrera Ingeniería Informática desde el curso 2012-2013 hasta el 2015-2016, en la Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, en condiciones normales, y según la metodología planteada anteriormente.

Para la validación de los resultados se asumió una metodología experimental y partió de considerarse la siguiente hipótesis: Si se implementa una propuesta de secuenciación didáctica entre logos y praxis sustentada en un modelo didáctico, que asuma la formación y desarrollo de las relaciones conceptuales que se generan a partir de la combinación lineal de los vectores de un espacio vectorial, como contexto para el tratamiento didáctico de los conceptos en el AL, debe contribuir a que los estudiantes de ingeniería logren un adecuado desempeño en la solución de tareas algebraicas.

Se realizó una validación mediante el criterio de expertos con el objetivo de establecer los indicadores para determinar la variable independiente: adecuado desempeño en la solución de tareas algebraicas. Sobre la base de los aspectos teóricos y metodológicos relacionados con el tema objeto de estudio, se seleccionó una muestra de 12 expertos partiendo de un rango mínimo de competencia, obtenido a partir de la determinación de un coeficiente de competencia según el uso del método DELPHI aplicado en este caso como determinación perspectiva de la operacionalización de una variable y sus posibles dimensiones. La muestra de expertos se seleccionó teniendo en cuenta los siguientes indicadores: años de experiencia do-

cente, competencia, creatividad, disposición a participar de la encuesta, capacidad de análisis, pensamiento y vínculo con la enseñanza de la materia en la educación superior.

Para la confección de los indicadores a medir en el test aplicado a los expertos se tuvieron en cuenta la concreción de la propuesta de secuenciación didáctica y lo que se pretendía lograr en los estudiantes (adecuado desempeño en la solución de tareas algebraicas). La matriz de rango en cada pregunta del test se obtuvo mediante el empleo de las técnicas estadísticas: grado de concordancia de los expertos para el conjunto de todas las preguntas utilizando el coeficiente de concordancia de Kendall, concordancia entre medidas de grupos de expertos empleando el coeficiente de rango par de Spearman y la determinación de la categoría o grado de adecuación más frecuentes según la opinión de los expertos en cada pregunta.

El coeficiente de concordancia de Kendall en cada pregunta arrojó resultados por encima de  $\delta=0,82$  ( $P \delta=0,05$ ) lo que evidencia un alto grado de concordancia en los criterios emitidos por los expertos, resultados similares se obtuvieron con el coeficiente de Spearman. La categoría más frecuente fue la de "adecuado". A partir de estos resultados se precisaron los siguientes indicadores para valorar la variable independiente:

- Uso de la combinación lineal de vectores (operación relacionante) para representar lo identitario de cada concepto.
- Búsqueda de soluciones a las tareas propuestas sobre la combinación lineal mediante la utilización de sistemas inteligentes.
- Argumentaciones sobre elementos comunes y diferentes de cada concepto desde la CL.
- Empleo de la red identitaria de conceptos para la solución de tareas algebraicas.
- Participación en discusiones sobre relaciones conceptuales dadas en diferentes formas.
- Elaboración de métodos propios para plantear o solucionar tareas algebraicas.
- Independencia en la solución de tareas algebraicas.
- Horas dedicadas al estudio independiente del Álgebra Lineal. Para el experimento se realizó un estudio longitudinal y prospectivo. Durante su ejecución, la variable independiente fue manejada por los investigadores. Tanto el grupo de control como el experimental, se estudian en el siguiente período de tiempo.

Grupo de control: cursos 2012-2013 y 2013-2014. Grupo experimental: cursos 2014-2015 y 2015-2016. La muestra estuvo conformada por todos los alumnos matriculados en los cursos académicos anteriormente mencionados. Para el procesamiento de los datos se empleó el Microsoft Excel y el

SPSS; analizándose las calificaciones finales de los estudiantes (5-excelente, 4-bien, 3-regular, 2-mal). Se utilizó la prueba de chi cuadrado ( $X^2$ ) para dos muestras independientes de la estadística no paramétrica. Se realizaron varias comparaciones entre los cursos experimentales y de control.

La última comparación se realizó entre los dos grupos experimentales con la intención de comprobar si existieron diferencias significativas entre los resultados obtenidos en ambos grupos. Además se enfatizó en el empleo de cinco tareas tipos de la combinación lineal para definir nuevos conceptos o resolver un problema. Finalmente, para mayor comprensión, se destaca que en este tipo de tareas existe un elemento operativo que es el método de Gauss para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, el cual es intrínseco para el trabajo con el concepto de combinación lineal [8].

Los elementos variables mencionados anteriormente son:

- El carácter fijo o arbitrario de los elementos del sistema de vectores considerado.
- El carácter conocido, incógnito o arbitrario de los escalares (coordenadas).
- El carácter conocido o variable del vector del espacio vectorial resultante de la combinación lineal.

Luego el estudiante, guiado por el profesor, en la resolución de las restantes situaciones, estudiaba las definiciones de conjunto de vectores linealmente independientes (LI) o linealmente dependientes (LD), espacios generados, base de un Espacio Vectorial (EV), dimensión de un EV, subespacio vectorial, diferentes tipos de base, así como los diferentes procedimientos y métodos de trabajo. Este proceso contribuyó a que los estudiantes revelaran inicialmente sus ideas y, luego de interactuar con ellas, argumentaran los conceptos que se estaban trabajando, a la vez que les permitió, tanto a ellos como al profesor, detectar insuficiencias en el establecimiento de relaciones conceptuales.

En las restantes situaciones se planteaban diferentes tareas a resolver por el estudiante, y el profesor dirigía su actividad fundamentalmente a la corrección de las posibles desviaciones en el conocimiento y en las habilidades en cuestión. En la dinámica del proceso, los estudiantes tenían que completar el estudio de nuevas definiciones, propiedades, teoremas, caracterizaciones y métodos de trabajo en general, pues, en el discurso del profesor sólo se explicaban los contenidos dados en la situación inicial.

Lo anterior requirió por parte del docente el desarrollo de una secuenciación didáctica de logos y praxis para el tratamiento de cada tipo de agrupación de los conceptos, orientando al estudio de las desigualdades entre estos más que en las semejanzas y trabajando el paso de una forma de diferenciación a otra; para lo cual fue necesario consolidar las anticipaciones para el ulterior desarrollo. Las formas de diferenciación deben trabajarse a partir de las relaciones de tipo superordinado-subordinado, genérico-específico, parte-todo, polivalentes y complejas. Para esto se utilizaron los grafos

que representaran las estructuras identitarias de relaciones e interacciones particulares y una la matriz de adyacencia, donde las filas y las columnas representan los nodos (conceptos) del grafo, y el número de aristas (relaciones) entre cada par de conceptos.

En el proceso de elicitación de las relaciones conceptuales en la secuenciación didáctica entre logos y praxis de la combinación lineal, se evidencian relaciones de coordinación entre sus cuatro componentes; aunque en un primer momento la representación de las relaciones conceptuales en la combinación lineal, la identificación de los conceptos del AL a través de las relaciones con la combinación lineal y la representación de la red identitaria de la red de relaciones conceptuales, se subordinaron a la representación de la red identitaria generadora del sistema conceptual, y posteriormente evolucionan a relaciones de coordinación para que se pudiera reconocer la combinación lineal como la representación identitaria que agrupa y diferencia a unos y otros conceptos, y develar la dinámica de estas relaciones conceptuales.

Todas estas tareas debieron constituir un reto para que los estudiantes alcanzaran metas superiores para de manera independiente, establecer relaciones conceptuales, emplear estrategias de trabajo y emitir juicios al resolver una tarea.

## 4. Conclusiones

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos del estudio experimental se comprobó que no existe diferencia significativa entre los dos cursos donde se aplicó la propuesta. Por otra parte se constató la superioridad en los resultados de las evaluaciones finales en los grupos donde se llevó a cabo el experimento.

El análisis porcentual de cada uno de los indicadores emitidos por los expertos permitió develar que con la propuesta didáctica los cambios en los estudiantes fueron notables en cuanto al empleo de la combinación lineal de vectores (operación relacionante) para representar cada concepto, la utilización de sistemas inteligentes para la búsqueda de vías de solución ante una tarea planteada así como la elaboración de métodos propios para plantear o solucionar tareas algebraicas. Además, se incrementó el empleo de la red identitaria de conceptos para la solución de este tipo de tareas, propiciándose una participación superior en discusiones sobre relaciones conceptuales dadas en diferentes formas, donde los estudiantes fueron capaces de identificar en mayor medida elementos comunes y diferentes en cada concepto implicado. Finalmente el estudio comprobó también un aumento en las horas de estudio independiente dedicadas a la asignatura y una mayor independencia de los estudiantes en la solución de tareas algebraicas.

La correlación de las valoraciones científicas obtenidas demostró las transformaciones alcanzadas por los estudiantes de ingeniería, así como la factibilidad de la propuesta como alternativa para la formación y desarrollo de relaciones conceptuales en el PEA del AL en dichos estudiantes, aunque no se deben obviar sus limitaciones y la necesidad de una

adecuada preparación de los profesores, pues en ocasiones resulta inevitable el empleo de otras actividades didácticas.

### Referencias

- [1] J. Búa, M. T. Fernández, and J. Salinas. Competencia matemática de los alumnos en el contexto de una modelización: aceite y agua. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.*, 19(2):135–163, 2007.
- [2] G. E. Capote León, N. Rizo Rabelo, and G. Bravo López. La formación de ingenieros en la actualidad. *Una explicación necesaria. Revista Universidad y Sociedad.*, 8(1):21–28, 2016.
- [3] Y. Chevallard. L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques.*, 19(2):221–266, 1999.
- [4] G. W. Clough. The engineer of 2020: Visions of engineering in the new century. Technical report, National Academy of Engineering, Washington, DC., 2004.
- [5] J. Gascón. Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 18/1(52):7–33, 1998.
- [6] J. Godino and C. Batanero. Una aproximación semiótica y antropológica a la investigación en didáctica de las matemáticas. Technical report, 1999.
- [7] M. Gutiérrez, R. Vázquez, and O. Pérez. La integración y sistematización de las matemáticas en la formación básica de profesionales de la ingeniería. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.*, 16(2):824–829, 2003.
- [8] H. Hernández. *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática Superior Cubana. Experiencias en el Álgebra Lineal*. PhD thesis, Ciudad de la Habana, 1989.
- [9] C. Mola. *Estrategia didáctica para la comprensión de los objetos del álgebra lineal en las carreras de ingeniería de la universidad de Camagüey*. PhD thesis, Universidad de Camagüey, 2013.
- [10] I. Yordi. *La habilidad del cálculo de procesos en la solución de tareas docentes de la asignatura Álgebra Lineal*. PhD thesis, Universidad de Camaguey., 2003.