

La transformada wavelet continua, en la detección de altas concentraciones de vorticidad en la capa fronteriza de la atmósfera

The continuous wavelet transform

to detect high vorticity concentrations in the atmosphere border layer

Maibys Sierra Lorenzo (maibys.lorenzo@insmet.cu) Mario Carnesoltas Calvo, Nivian Quintana, Instituto de Meteorología
Ángela León Mecías, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de La Habana

Resumen

El presente trabajo está dedicado a la detección de altas concentraciones de vorticidad presentes en el flujo turbulento de la capa fronteriza de la atmósfera. Se propone la aplicación de la transformada wavelet continua unidimensional para detectar las escalas en las que están presentes estas altas concentraciones de la vorticidad, aprovechando la representación multiresolución que generan las bases wavelets. Las altas concentraciones de vorticidad definen un tipo de estructura coherente denominada rollo convectivo horizontal, las cuales al interactuar con otros sistemas atmosféricos producen las tormentas locales severas, causantes muchas veces de considerables daños materiales y pérdidas de vidas humanas. En Cuba no se conocen antecedentes en el estudio de la predicción de este tipo de fenómeno meteorológico de pequeña escala. Para validar los resultados se realizaron comparaciones con observaciones de la nubosidad convectiva obtenida por las imágenes de satélites meteorológicos y con los cálculos aproximados de diferentes parámetros de estabilidad, como son el número de Richardson, el flujo vertical de calor y la longitud de Monin-Obukhov.

Palabras clave: transformada wavelet continua, rollos convectivos horizontales, vorticidad.

Abstract

The present work is dedicated to the detection of high concentrations of vorticity present in the turbulent flow of the atmosphere border layer. The application of the one dimensional continuous wavelet transform to detect the scales where these high concentrations of the vorticity are presented is proposed, taking advantage of the multiresolution representation generated by the wavelet basis. The high vorticity concentrations define a type of coherent structure called horizontal convective roll, those which in interaction with other atmospheric systems produce the severe local storms, causing considerable material damages and losses of human lives. To our knowledge in Cuba there are not antecedents in the study of the prediction of this type of meteorological phenomenon of small scale. To validate the results they were carried out comparisons with observations of the convective cloudiness obtained by the images of meteorological satellites and with the approximate calculations of different parameters of stability like the number of Richardson, the vertical flow of heat and the longitude of Monin-Obukhov.

Key words: continuous wavelet transform, horizontal convective rolls, vorticity.

1. Introducción

En la historia de las matemáticas el análisis wavelet muestra diferentes orígenes, ver p.e. [1], [4], [5] y [16], por lo que el término “wavelet” tiene un significado muy amplio que puede abarcar desde operadores integrales de tipo Calderón en el análisis armónico, hasta algoritmos de codificación de bandas en el procesamiento de señales; o desde espacios coherentes en la física cuántica, hasta el análisis con funciones spline en la teoría de aproximación; o desde transformadas multirresolución en visión por computadoras, hasta aproximaciones multinivel en la solución numérica de problemas que involucran ecuaciones diferenciales. Sin embargo, para los interesados en analizar señales, la transformada wavelet puede ser considerada como una herramienta matemática que permite la localización en el dominio tiempo-frecuencia (espacio-escala) con algoritmos rápidos y fáciles de implementar. Esta propiedad de localización permite detectar cambios bruscos (singularidades) en el fenómeno que se está representando, y ha motivado la aplicación del análisis wavelet en diferentes ramas de las ciencias.

Los rollos convectivos horizontales (RCH) son un tipo de estructura coherente presente en el flujo turbulento atmosférico [25]. La interacción de los RCH con otros sistemas atmosféricos, por ejemplo el frente de brisa de mar, es una parte fundamental del mecanismo de convección profunda que interviene en la generación de nubosidad convectiva como tormentas locales severas (TLS), más detalles en [23], [25]. En Cuba no se conocen antecedentes en el estudio de este tipo de fenómeno meteorológico, cuya ocurrencia en ciertas regiones provoca pérdidas materiales y de vidas humanas; de ahí la importancia de su predicción a tiempo. En el presente trabajo se aplica la transformada wavelet continua (TWC) unidimensional [1], para la detección de altas concentraciones de vorticidad en la capa fronteriza de la atmósfera (CFA) en aquellas escalas donde actúan los RCH. A pesar de que los RCH han sido estudiados por numerosos investigadores, la novedad de este trabajo radica en la utilización de las propiedades de localización (en tiempo y escala) de las funciones wavelet para la detección de estos en la CFA.

Las primeras aplicaciones de las funciones wavelet al análisis de los flujos turbulentos fueron publicadas en [9], [10], [12] y

desde entonces se han realizado múltiples investigaciones en las que estas han sido la pieza clave, entre las que se destacan la aplicación de la transformada wavelet continua de dos dimensiones al análisis de estructuras coherentes [11] y la utilización de bases wavelet ortogonales adaptables para la simulación de vórtices coherentes en un flujo turbulento de dos y tres dimensiones [6], [13].

En la presente contribución, para aplicar la TWC al campo de vorticidad, con el objetivo de detectar concentraciones de energía consecuentes con la presencia de RCH, fue necesario aproximar el campo de vorticidad mediante diferencias finitas y utilizar la hipótesis de Taylor [17] a partir de mediciones de velocidad, temperatura y presión. Para validar los resultados se comparó con imágenes de satélite. Se calculó el número de Richardson, el flujo vertical de calor y la longitud de Monin-Obukhov para contar con una descripción de las condiciones térmicas determinadas por la fuerza de flotabilidad y la fuerza inercial y de la inestabilidad existente en la zona de estudio, las cuales son imprescindibles para la ocurrencia y el desarrollo de los RCH.

El trabajo se estructura en tres secciones, luego de la introducción; en la segunda sección se realiza una breve caracterización de los flujos turbulentos y de los métodos empleados específicamente para el estudio de los flujos turbulentos en la atmósfera. En esta sección también se describen las magnitudes físicas que serán los datos de entrada en el problema que se debe resolver. En la sección 3 se introducen los elementos básicos de la transformada wavelet continua, se describe su aplicación en el caso unidimensional y se presentan algunos resultados numéricos que ilustran la validez de la aplicación. Finalmente se exponen las conclusiones.

2. Estructuras coherentes. Campo de vorticidad

2.1 Flujos turbulentos

La descripción matemática de los fluidos viene dada por las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales son deterministas, en el sentido de que dadas la posición y la velocidad de las partículas fluidas en todas las escalas y en un instante, en principio

existe solución de las ecuaciones para cada $t > t_0$. Esto significa que la turbulencia puede ser modelada como un fenómeno determinista a pesar de lo irregular de sus movimientos. Sin embargo, producto de la no linealidad de dichas ecuaciones, causante de las inestabilidades, cualquier perturbación de las condiciones iniciales, por pequeña que sea, da lugar a una solución diferente. Es decir, que la imprecisión asociada a las pequeñas escalas y a las condiciones iniciales, amplificada por la no linealidad de las ecuaciones, provoca que después de cierto tiempo el flujo turbulento simulado difiera considerablemente del flujo real, provocando gran afectación para la computación numérica [14]. Debido al comportamiento aleatorio de los flujos turbulentos, para tratar la turbulencia, en particular la turbulencia atmosférica, se ha acudido a métodos estadísticos, el primero de los cuales fue propuesto por Reynolds en 1894 [20]; donde se propone la descomposición de las magnitudes fluidas en dos partes: el valor medio \bar{v} y la fluctuación \vec{v}' . Otro de los métodos plantea cómo analizar el campo turbulento mediante sus funciones de correlación utilizando la Transformada de Fourier [24]; o el método de análisis de la turbulencia propuesto por Kolmogorov en [18], el cual estudia la forma en que las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones distribuyen la energía a través de las diferentes escalas del flujo.

Existen otras teorías, una de ellas propuesta en [19], la cual asume que toda la vorticidad está concentrada en un número finito de vórtices y que predice que los estados de alta energía pueden ser comparados con los estados de baja energía. Las estructuras coherentes son definidas como la condensación local del campo de vorticidad.

Algunas de estas estructuras son los vórtices de Karman [21], los tubos de vorticidad o filamentos encontrados en flujos estadísticamente homogéneos, las celdas de Rayleigh-Bénard que se encuentran en la CFA, los rollos convectivos horizontales, entre otros. Las teorías estadísticas antes mencionadas, son incompatibles con la presencia de estas estructuras coherentes en el flujo turbulento, debido a que no se basan en cada realización del flujo.

Estas teorías tienen además el inconveniente de que no tienen en cuenta la producción de vórtices en las escalas pequeñas, así como tampoco consideran la interacción entre ellos y de estos con los vórtices de las escalas mayores.

2.2 Vorticidad y velocidad

Los rollos convectivos horizontales (fig. 1) se definen como pares de vórtices contrarrotatorios horizontales que ocurren frecuentemente en la capa fronteriza atmosférica y se deben a la circulación alrededor de un eje horizontal alineado aproximadamente a lo largo del viento medio. Este fenómeno se asocia a la disposición de las nubes aproximadamente paralelas a la dirección del viento conocida como calles de nubes, ver figura 2.

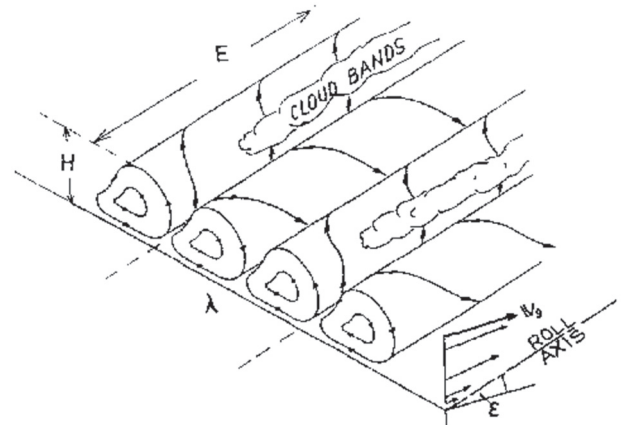


Fig. 1 Rollos Convectivos Horizontales.

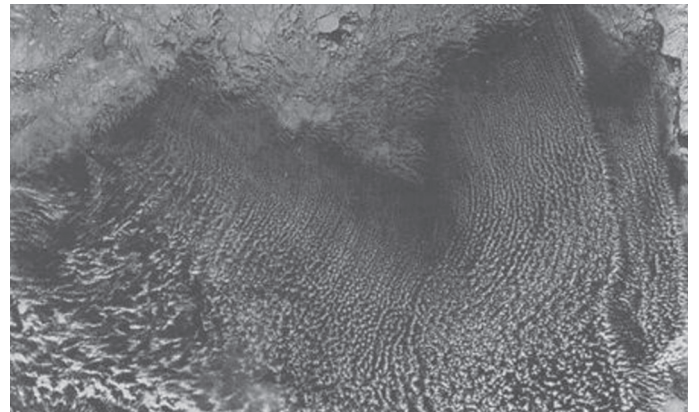


Fig. 2 Calles de Nubes [8]. Se observa un patrón lineal de nubes.

Los vórtices van a ser los puntos donde hay mayor concentración de energía y la vorticidad es una medida de la rotación del fluido en un punto y se puede determinar, en un sistema de coordenadas rectangulares OXYZ con vectores básicos i, j, k , a partir del rotacional de la velocidad

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{k}$$

donde u, v y w son las componentes del vector velocidad. Debido a que los vórtices presentes en los RCH tienen su estiramiento en la horizontal, la vorticidad que caracteriza a estas

estructuras va a estar dada fundamentalmente por las componentes horizontales,

$$w(y, z) = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$w(z, x) = \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Para el cálculo de la vorticidad se cuenta con las mediciones de la velocidad horizontal. Sin embargo, no se tienen mediciones de la velocidad vertical que es necesaria también para el cálculo de la vorticidad. Para obtener una aproximación de se utilizó el método cinemático:

$$w(p) = w(p_0) + \int_{p_0}^p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dp$$

donde $w(p_0)$ es la velocidad vertical en superficie, considerada cero en este caso, es la presión p_0 es la presión inicial y la divergencia fue calculada utilizando aproximaciones centradas de diferencias finitas. Este modelo se deriva de la ecuación de continuidad.

Como se puede observar, para obtener la vorticidad es necesaria la información espacial de las distintas variables meteorológicas utilizadas. En este estudio solo se contó con mediciones tomadas en un punto fijo por una torre de gradiente ubicada en los 21,43°N (Norte) y 77,92°W (Oeste) a 110 m sobre el nivel del mar, en el municipio de Camagüey, luego no se tiene información espacial, sino temporal. La torre tiene una altura total de 219 m sobre el terreno, y los instrumentos están fijados a las alturas de 10 m, 30 m, 50 m, 100 m. Los datos de la velocidad, presión y temperatura disponibles fueron tomados cada 10 minutos a 10 m y 100 m de altura, durante marzo, abril, mayo, junio y julio de 2007. Para convertir las mediciones temporales en espaciales se utilizó la hipótesis de Taylor [17], la cual asume que la estructura que pasa sobre el sensor es estadísticamente estacionaria durante un plazo de tiempo t . La conversión se lleva a cabo mediante la expresión $x = \bar{u}t$, donde \bar{u} es la velocidad media tomada por el sensor cada 10 minutos.

Las estructuras coherentes están caracterizadas por bajas presiones y son las responsables del comportamiento no Gaussiano del flujo turbulento [9]. Esto dio lugar al estudio de las mismas mediante la transformada wavelet continua para flujos de dos y tres dimensiones. De esta forma se realiza un mejor análisis del flujo turbulento y se introduce un método de simulación de vórtices coherentes como se puede ver en [6], [13],

que modela estadísticamente la componente Gaussiana del flujo y realiza el cálculo determinista de la componente no Gaussiana. La separación de estas componentes del flujo se basa en un algoritmo de extracción de los vórtices coherentes, aplicando la transformada wavelet discreta (TWD) al campo de vorticidad. En este trabajo por los datos con que se cuenta se aplica la transformada wavelet continua unidimensional [1].

3. Aplicación de la transformada wavelet continua unidimensional

El análisis con funciones wavelet tiene su antecedente en el análisis de Fourier [3], del cual se conoce que, para funciones periódicas, permite obtener una representación de estas en término de frecuencias, pero no es posible a partir de esta representación determinar su momento de ocurrencia. De ahí que la transformada de Fourier sea una herramienta muy usada para el análisis de señales estacionarias, es decir, cuando no hay variación de frecuencia en el tiempo.

Para una función continua f la transformada continua de Fourier

$$f(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\xi t} dt$$

permite obtener el contenido de frecuencia para funciones no periódicas, sin embargo esta solo nos brinda información de la componente de frecuencia f de que vibra con frecuencia ξ .

La transformada de Fourier con ventanas o también llamada transformada de Fourier corta en el tiempo (el intervalo de tiempo es subdividido en pequeños subintervalos de igual longitud y en cada uno es analizada la transformada de Fourier) introducida por Gabor [4], viene dada por

$$(G_\phi f)(b, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\xi t} \phi(t - b) dt, f(t) \in L^2(\mathbb{R})$$

donde $\phi(t)$ es una función real llamada función ventana con $\phi(t)$, $|t|^{\frac{1}{2}}\phi(t)$ y $t\phi(t)$ de $L^2\mathbb{R}$ y tal que $\hat{\phi}(0) = 1$. La transformada de Gabor constituyó una propuesta para lograr un análisis tiempo-frecuencia, sin embargo para captar la ocurrencia de altas frecuencias es necesaria aún mayor flexibilidad, ya que estas ocurren en intervalos de tiempo muy pequeños y a su vez se desea analizar las bajas frecuencias que suceden en periodos de tiempo más grandes.

En aras de lograr esta flexibilidad aparece la transformada wavelet introducida por Grossman y Morlet en 1984 [16], la cual puede detectar de forma automática los picos de frecuencia que ocurren en pequeños intervalos de tiempo así como las bajas frecuencias que ocurren lentamente durante largos períodos de tiempo. La aplicación de las funciones wavelet ha tenido un desarrollo acelerado en las últimas décadas en casi todas las ramas de las ciencias, como se demuestra en [5], [7] y [15], entre otras.

Las primeras aplicaciones de wavelet al análisis de los flujos turbulentos fueron publicadas por Farge y Rabreau en 1988 [10], quienes realizaron un estudio de las estructuras coherentes presentes en un flujo turbulento bidimensional. Posteriormente se han desarrollado aplicaciones a la modelación de estructuras coherentes en dos y tres dimensiones, por ejemplo [6], [13].

3.1 Transformada wavelet continua

Una función real o compleja $\psi(t) \in L^2\mathbb{R}$, es considerada una función wavelet si cumple con la llamada condición de admisibilidad,

$$C_\psi = \int_0^\infty |\hat{\psi}(\xi)|^2 \frac{d\xi}{|\xi|} < \infty \quad (1)$$

donde

$$\hat{\psi}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\xi t} dt$$

es la transformada de Fourier de $\psi(t)$, ver [1], [5]. Si $\psi(t)$ es una función integrable entonces de (1) se tiene que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$$

o lo que es lo mismo $\hat{\psi}(0) = 0$, es decir, es una función con media cero sobre \mathbb{R} .

La familia de funciones wavelets $\psi_{a,b}(t)$ se obtiene a partir de la dilatación (contracción) y la traslación de la llamada wavelet madre o wavelet de análisis, que es una función con las características mencionadas anteriormente, entonces

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

para $a, b \in \mathbb{R}$ donde a es el parámetro de escala y b el parámetro de traslación.

La transformada wavelet continua de una función f es entonces definida como la convolución de f con la familia de wavelets:

$$(W_\psi f)(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \quad f(t) \in L^2(\mathbb{R})$$

donde la barra se refiere a la conjugada, y $\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}$ es una función ventana. Una función cualquiera se define como función

ventana si decrece lo suficientemente rápido de forma que las siguientes integrales puedan ser calculadas,

$$t_h = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |h(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt}$$

donde t_h es el centro de $h(t)$ y el radio Δ_h se define como $\Delta_h = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t-t_h)^2 |h(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt} \right]^{\frac{1}{2}}$. En este caso $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ produce una ventana de tiempo $[b - a\Delta_\psi, b + a\Delta_\psi]$, donde t_ψ es el centro de la ventana y Δ_ψ es el radio, para más detalles consultar por ejemplo [1], [4], [5].

Aplicando la identidad de Parseval se obtiene,

$$(W_\psi f)(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{\pi} \int_0^\infty f(\xi) e^{-i\xi b} \overline{\psi(a\xi)} d\xi \quad (2)$$

que produce una ventana de frecuencia,

$$\left[\frac{1}{a}(\xi_\psi - \Delta_\psi), \frac{1}{a}(\xi_\psi + \Delta_\psi) \right]$$

con centro en ξ_ψ y radio Δ_ψ .

Al ser el parámetro de escala $a = \frac{c}{\xi}$ se observa que la ventana de tiempo se hace más pequeña para las altas frecuencias (escalas pequeñas) y se agranda para las bajas frecuencias. Al mismo tiempo la ventana de frecuencia se agranda para altas frecuencias o lo que es lo mismo escalas pequeñas y se reduce para frecuencias bajas.

3.2 Función wavelet de Morlet e Intermitencia

Para el estudio de campos turbulentos se utiliza la transformada wavelet continua con una familia de wavelets de valores complejos, debido a que el módulo de los coeficientes wavelets permiten el análisis de la evolución de la densidad de energía en tiempo (espacio) y escala.

En esta investigación fue utilizada como wavelet de análisis la función de Morlet,

$$\psi(t) = e^{\sqrt{-1}\xi_0 t} e^{-|t|^2/2}$$

donde ξ_0 denota el centro del soporte de la wavelet en el espacio de Fourier.

A partir del análisis wavelet fue propuesta en [11], una medida para caracterizar la actividad local de un campo escalar, denominada función de intermitencia $I(a, t)$ que se define como

$$I(a, t) = \frac{|(W_\psi f)(a, b)|^2}{\langle |(W_\psi f)(a, b)|^2 \rangle}$$

donde los paréntesis esquinados denotan la media.

Esta función de intermitencia mide, para cada escala, la desviación local del campo que se estudia sobre el espectro medio

del mismo. Los resultados obtenidos con la aplicación de la expresión anterior, señalan que en presencia de estructuras coherentes existe una fuerte intermitencia asociada y que la energía se distribuye de forma heterogénea en las escalas pequeñas.

En resumen para la localización de los rollos convectivos horizontales; primero es necesaria la conversión de los datos temporales a espaciales; luego se realiza el cálculo aproximado de la velocidad vertical seguido del cálculo de la vorticidad. Finalmente se aplica la transformada wavelet continua siendo f el campo de vorticidad y haciendo uso de la expresión (2) otros detalles en [21]. Aunque en toda la bibliografía consultada para la detección de estructuras coherentes, la variable utilizada siempre fue la vorticidad, en este estudio se aplica la TWC además a la velocidad vertical que es muy utilizada en la meteorología para el estudio de los RCH.

3.3 Casos de estudio

Para el análisis de los resultados se divide la muestra tomada en los meses que pertenecen al período poco lluvioso (marzo y abril) y los que pertenecen al período lluvioso (mayo, junio y julio). La necesidad de esta agrupación es debido a que la ocurrencia, organización y tiempo de vida de los rollos convectivos horizontales presenta una marcada diferencia en cada período. El estudio se concentró en los días que presentaron condiciones favorables para la ocurrencia de RCH, según indicaban los parámetros de Richardson y la longitud de Monin-Obukhov.

En el primer grupo de estudio se analizaron diez días del mes de marzo y trece días de abril; en el segundo se estudiaron seis días de mayo, seis de junio y siete de julio.

En las figuras 3 y 4 para cada grupo, se refleja el comportamiento medio del espectro de energía calculado a partir de los coeficientes wavelet. Se puede observar como para ambos grupos, los mayores valores de los coeficientes, que son indicadores de altas concentraciones de vorticidad, se concentran en las escalas pequeñas, específicamente para $a < 20$. Esto coincide con los resultados obtenidos por Farge [10], quienes localizaron las estructuras coherentes en las escalas pequeñas.

3.3.1 Período poco lluvioso

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante la TWC para el día 15 de abril, el cual es representativo del

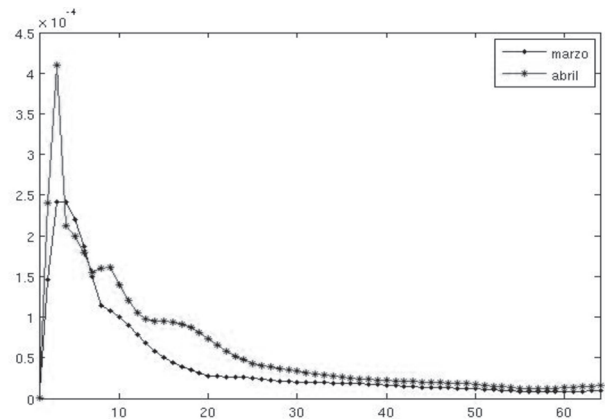


Fig. 3 Espectro de energía: período poco lluvioso.

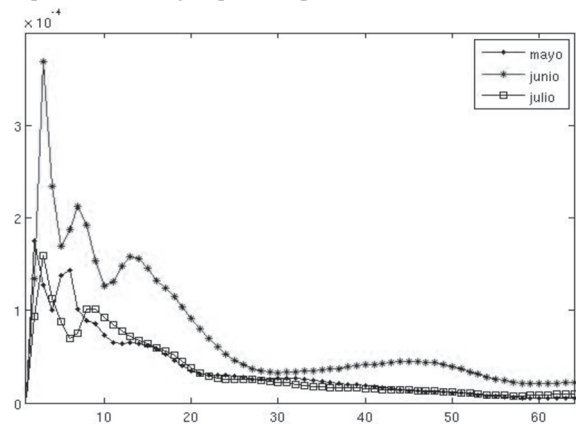


Fig. 4 Espectro de energía: período lluvioso.

resto de los días estudiados en este período. Según las imágenes de satélite, el comienzo de la convección en forma lineal (bandas de nubes en forma lineal) se observó a las 09:02 h (14:02 UTC). Los rollos convectivos horizontales mantuvieron una buena organización durante toda la mañana como y ya a las 12:02 h (17:02 UTC) comenzaron a desorganizarse transformándose en celdas abiertas. Sin embargo, a pesar de la debilitación, los rollos no se disiparon y se observaron calles de nubes hasta las 15:45 h (20:45 UTC).

En la figura 5 se muestran las señales de vorticidad (abajo) y velocidad vertical (arriba). En ambas se observan grandes variaciones en horas de la mañana en presencia de RCH, estas se mantienen durante todo el día con un aumento a partir del mediodía.

La transformada wavelet continua para la señal de la velocidad vertical del día 15 se muestra en la figura 6, en ella los mayores valores de los coeficientes de la wavelet se distribuyen en todas las escalas con una ligera mayor concentración en las escalas pequeñas. El valor de los coeficientes wavelet es el indicador de cambios bruscos en la variable analizada, es decir, cuando la

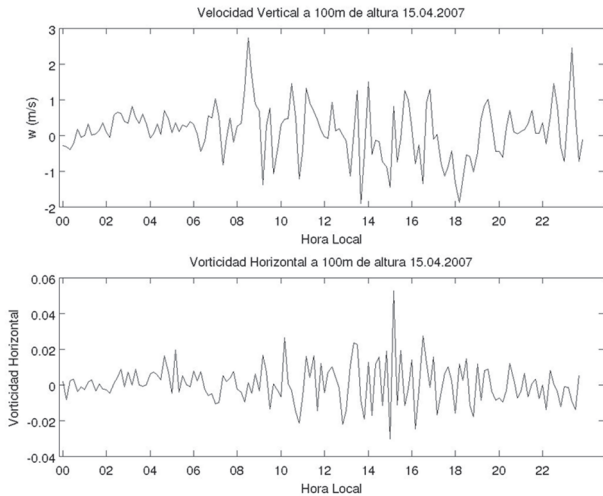


Fig. 5 Campos de vorticidad y velocidad vertical.

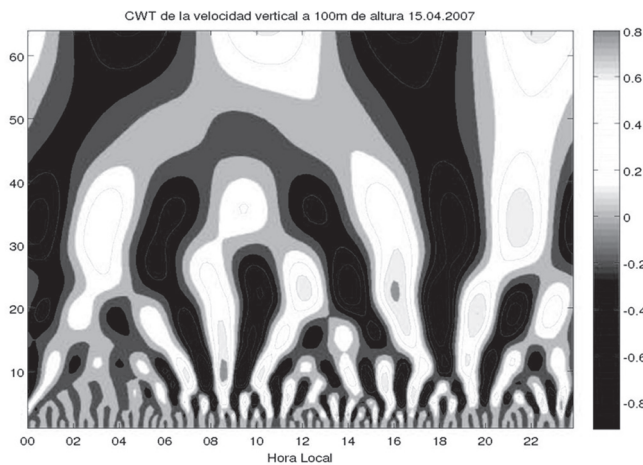


Fig. 6 Coeficientes de la transformada wavelet continua de la señal de velocidad vertical.

velocidad vertical tiene un comportamiento suave, los valores de los coeficientes wavelet serán pequeños mientras que a grandes variaciones de la misma los coeficientes tomarán valores altos. Lo observado en la figura 6 señala que la velocidad presenta variaciones en todas las escalas y aunque en presencia de RCH se espera una variación de w , esta amplia distribución impide definir con claridad las escalas en las que actúan, pues la energía se encuentra dispersa, cuando debería concentrarse en las escalas donde se presentan las estructuras coherentes.

En este caso el parámetro de intermitencia mostrará un comportamiento heterogéneo de la energía en todas las escalas. Estos resultados imposibilitan determinar la ocurrencia de los rollos en tiempo y escala.

La transformada wavelet continua de la vorticidad que se muestra en la figura 7 (superior), muestra una concentración de

los mayores valores de los coeficientes en las escalas pequeñas ($a < 20$), lo cual indica que en estas escalas la vorticidad alcanzó valores altos y hubo mucha variación de la misma. Estas concentraciones coinciden en tiempo con la ocurrencia de los rollos convectivos horizontales, aunque los valores más altos de los coeficientes comienzan a observarse desde las 06:00 h (11:00 UTC). Esto pudiera indicar la presencia de rollos, pero no es posible comprobarlo por la ausencia de imágenes de satélite en este horario. Por otra parte a partir de las 09:00 h (14:00 UTC), donde si se cuenta con imágenes de satélite, se verifica una coincidencia entre lo observado en estas y la aparición de los primeros valores significativos de los coeficientes wavelet. El mismo patrón se mantiene durante toda la mañana y pierde intensidad después de las 14:00 h (19:00 UTC), observándose valores altos en escalas más pequeñas $a < 5$, lo cual es una muestra del proceso disipativo en el que se encontraban los rollos convectivos horizontales en ese horario.

En la figura 7 (inferior) se observa además que la energía tiene un comportamiento homogéneo para las escalas grandes y heterogéneo en las escalas menores que 20, con valores de intermitencia entre 10 y 15 en presencia de RCH. Este resultado coincide con los encontrados en [11].

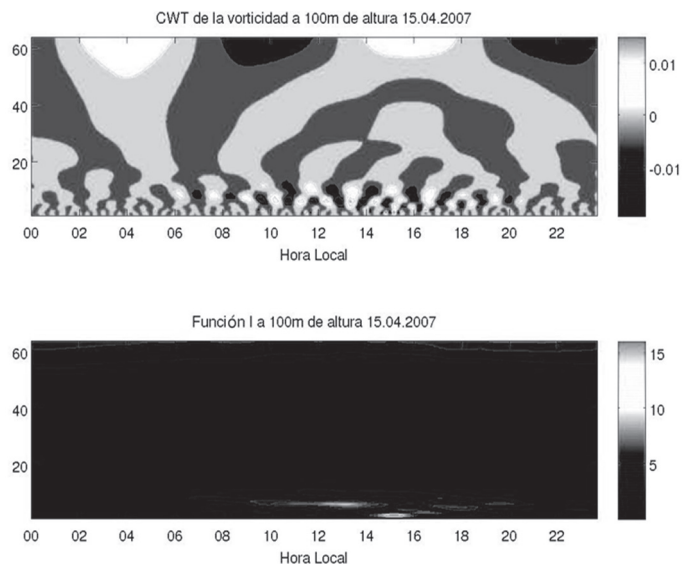


Fig. 7 Coeficientes de la transformada wavelet continua de la señal de vorticidad y valores de la Intermitencia.

3.3.2 Período lluvioso

El día 4 de junio se hallaba en el occidente de nuestro país una vaguada debilitada que influyó con algunos nublados sobre el área de estudio seleccionada [2]. El patrón de calles de nubes se observó, aunque no muy bien definido, sobre el punto de medición a las 09:45 h (14:45 UTC). El momento de mayor desarrollo y organización de los RCH se observó a las 10:15 h (15:15 UTC), ver Figura 8 y luego comenzaron a debilitarse perdiendo su identidad, apareciendo el patrón celular, en este caso, celdas abiertas. Posteriormente a las 16:15 h (21:15 UTC) se dispara la convección y se observan cumulonimbos sobre la zona de estudio.

Las señales de velocidad vertical y vorticidad mostradas en la figura 9, superior e inferior respectivamente y el análisis wavelet realizado a la velocidad vertical se observa en la figura 10. En este último no se observan valores altos de los coeficientes wavelets en los horarios en que existían rollos en el área de estudio y por tanto no se pudieron determinar las escalas en las que estos fueron activos. En la tarde, a las 17:00 h (22:00 UTC), se observó un proceso que prevaleció en todas las escalas coincidiendo con el momento en el que el área de estudio estaba cubierta por cumulonimbos.

El análisis realizado para la vorticidad (figura 11) ofreció resultados favorables pues los RCH se detectaron claramente en las pequeñas escalas, coincidiendo con los momentos en que estos fueron observados en la imagen de satélite de la figura 9.

Los valores más altos de los coeficientes se observaron para las escalas menores que 20 desde las 09:30 h (14:30 UTC) con una mayor concentración a las 10:30 h (15:30 UTC), coincidiendo con el momento de mayor desarrollo de los rollos observado en la imagen de satélite dada en la figura 8.

En horas de la tarde la transformada wavelet continua de la señal de vorticidad según la figura 11 (superior) muestra el desarrollo de un sistema convectivo que no solamente actúa sobre las escalas pequeñas. Este fenómeno se observa a partir de las 16:00 h (21:00 UTC) y coincide con el desarrollo de cumulonimbos observado en las imágenes de satélite.

En cuanto a la densidad de la energía dada por la intermitencia 12 (inferior), esta exhibe su mayor valor $I = 8$, entre las 10:00 h (15:00 UTC) y las 12:00 h (17:00 UTC), momento en que se observaron los rollos convectivos horizontales. Este resultado es consistente con lo obtenido en el período anterior, aunque los valores fueron ligeramente menores.

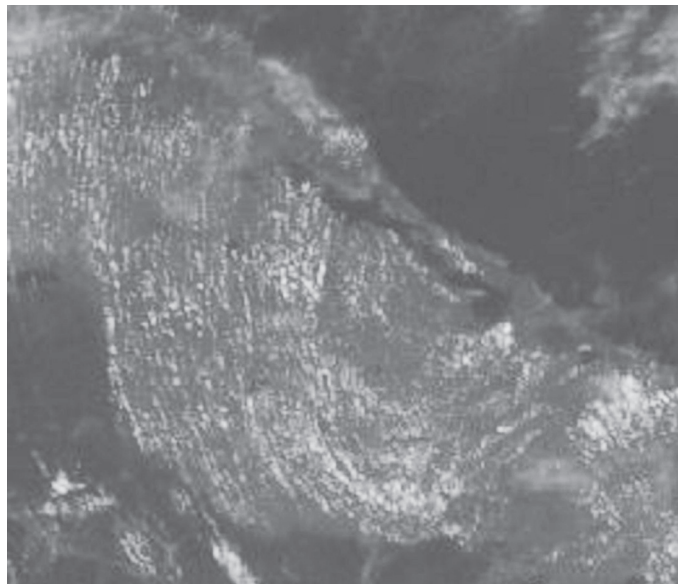


Fig. 8 Imagen del satélite GOES-12: 4 de Junio 10:15 h (15:15 UTC).

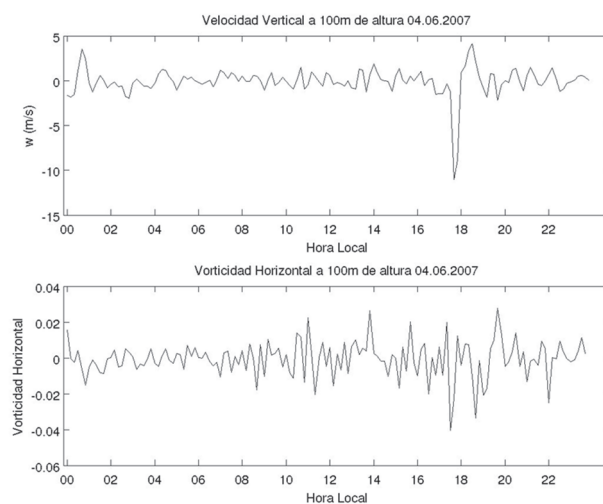


Fig. 9 Campos de vorticidad y velocidad vertical.

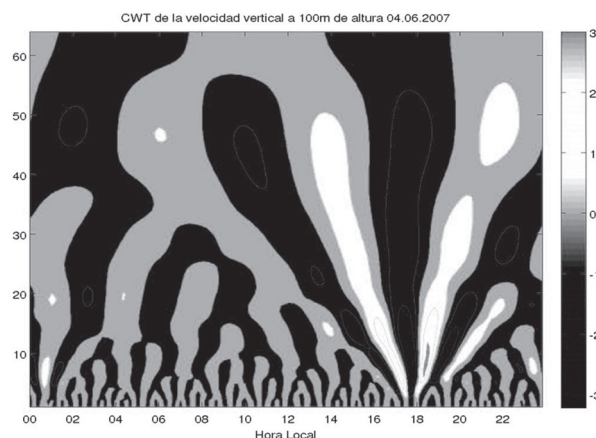


Fig. 10 Coeficientes de la transformada wavelet continua de la señal de velocidad vertical.

4. Conclusiones

En la presente investigación se realizó una aplicación de la transformada wavelet continua a las aproximaciones de la velocidad vertical del viento y al campo de vorticidad logrando una localización primaria de la presencia de rollos convectivos horizontales. La novedad de este trabajo radica en la utilización de las propiedades de localización en tiempo y escala de las funciones wavelet para la detección de los RCH en la capa fronteriza de la atmósfera. La ocurrencia de rollos convectivos horizontales está directamente relacionada con el desarrollo de tormentas locales severas; fenómeno meteorológico que ocurre en determinadas zonas de nuestro país con cierta frecuencia y que ocasiona pérdidas materiales y de vidas humanas.

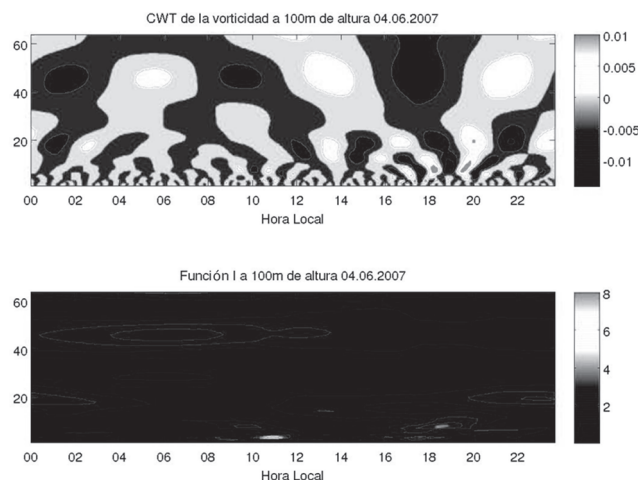


Fig. 11 Coeficientes de la transformada wavelet continua de la señal de vorticidad y valores de la Intermitencia.

Los resultados obtenidos muestran que la aplicación de la transformada wavelet continua al campo de vorticidad permite una mejor identificación de las escalas en las que actúan los rollos convectivos horizontales con respecto al campo de velocidad vertical. Los RCH fueron detectados en aquellas escalas en las que el parámetro toma valores menores que 20 y el parámetro de intermitencia muestra sus mayores valores. Se realizaron comparaciones con las observaciones de nubosidad convectiva obtenida por las imágenes de satélites meteorológicos y con los cálculos aproximados de diferentes parámetros de estabilidad como son el número de Richardson, el flujo vertical de calor y la longitud de Monin-Obukov, comprobando la validez de los resultados. Además, se muestra coincidencia con la informa-

ción encontrada en la literatura consultada. En ambos períodos de estudio analizados los resultados son similares a pesar de las diferencias que los RCH presentan en cada caso. En este momento se trabaja en la extensión de la aplicación de la transformada wavelet continua al análisis de una señal de vorticidad bidimensional, lo cual permitiría no solo la localización de los rollos sino también una caracterización espacial de los mismos.

Referencias bibliográficas

- [1] ANTOINE, J. P.; MURENZI, R.; VANDERGHEYNST, P. AND ALI, S. T. (2004): Two dimensional wavelets and their relatives. Cambridge University Press.
- [2] BALLESTER, M. (2007): Resumen mensual de la situación sinóptica (marzo-julio). Centro de Pronósticos del Instituto de Meteorología, Cuba, 13 pp. <http://www.insmet.cu>.
- [3] BOGGESS, A.; NARCOWICH, F. J. (1999): A first course in wavelets with Fourier Analysis. Prentice Hall .
- [4] CHUI, C. H. (1997): Wavelets: A mathematical tool for signal processing. SIAM.
- [5] DAUBECHIES, I. (1988): Ten Lectures on Wavelets. SIAM.
- [6] DOMINGUES, M. O.; BROEMSTRUP, I.; SCHNEIDER, K.,; FARGE, M. and KADOCH B (2007): Coherent vortex extraction in 3D homogeneous isotropic turbulence using orthogonal wavelets. ESAIM proceedings, vol. 16, 164-180.
- [7] DOMINGUES, M. O.; MENDES, O.; MENDES, A. (2004): On wavelet techniques in atmospheric sciences. Elsevier Science.
- [8] ETLING, D. AND BROWN, R. A. (1993): Roll vortices in the planetary boundary layer: A review. Bound.- Layer. Meteor. 65, 215-248.
- [9] FARGE, M. (1992): Wavelets transforms and their applications to turbulence. Ann. Rev. Fluid Mech., 24:395-457.
- [10] FARGE, M.; RABREAU, G. (1988): Transformée en ondelettes pour detecter et analyser les structures coherents dans les écoulements turbulent bidimensionnels. C.R. Acad. Sci. Paris II 307, 1477.
- [11] FARGE, M.; GUEZENNEC, Y.; HO, C. M.; MENEVEAU, C. (1990): Continuous wavelet analysis of coherent structures. Proceedings of the Summer Program, Center for Turbulence Research, NASA-Ames and Stanford University, 331-348.

- [12] FARGE, M.; KEVLAHAN, N.; PERRIER, V. AND GOIRAND, E. (1996): Wavelets and Turbulence. Proceedings of the IEEE Vol.84 No.4.
- [13] FARGE, M.; SCHNEIDER, K. AND KEVLAHAN, N. (1999): Non Gaussianity and Coherent Vortex Simulation for two-dimensional turbulence using adaptative orthonormal wavelet basis. *Phys. Fluids*, 11(8), 2187-2201.
- [14] FERNÁNDEZ, R. (2001): *Mecánica de Fluidos*. Málaga. 621 pp.
- [15] FISCHER, P.; TUNG, K. K. (2008): wavelets, a numerical tool for multiscale phenomena: from two dimensional turbulence to atmospheric data analysis. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, Vol 5 pages 64-84.
- [16] GROSSMANN, A. AND MORLET, J. (1984): Decomposition of Hardy Functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM J. Math. Anal.* 15, 723-736.
- [17] KAIMAL, J. C. AND FINNIGAN, J. J. (1994): *Atmospheric Boundary Layers Flow. Their Structure and Measurement*. Oxford University Press. 281 pp.
- [18] KOLMOGOROV, A. N. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, *C. R. Acad. Sci. USSR*, 30, 301-305.
- [19] ONSAGER, L. (1949). Statistical hydrodynamics, *Suppl. Nuovo Cimento*, suppl. 6, 279-287.
- [20] REYNOLDS, O. (1894). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, 186, 123-164.
- [21] ROSHKO, A. (1961). *J. Fluid Mech.*, 10, 345.
- [22] SIERRA, M.; LEÓN, A. y CARNESOLTAS, M. (2009): Detection of Convective Rolls using Continuous Wavelet Transform. 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications. CD-ROM de DINCON09.
- [23] STULL, R. B. (1988): *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic, 666 pp.
- [24] TAYLOR, G. I. (1935): Statistical theory of turbulence, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 151, 421-478.
- [25] WECKWERTH, T. M.; WILSON, J. W.; WAKIMOTO, R. M.; CROOK, N. A. (1997): Horizontal convective rolls: Determining the environmental conditions supporting their existence and characteristics. *Mon. Wea. Rev.*, 125, 505-526.