

Wavelets Logarítmicas: Una Herramienta Efectiva para el Procesamiento de Mamogramas

Logarithmic Wavelets: An Effective Tool for Mammograms Processing

Damian Valdés Santiago*, Daniel Mesejo León, Ángela León Mecías

Resumen El cáncer de mama es uno de los más frecuentes en este tipo de enfermedad y constituye la segunda causa de muerte en las mujeres. El éxito del tratamiento depende de la detección temprana de la enfermedad. La mamografía de rayos X es esencial para su diagnóstico. El reto del examen es obtener imágenes con buen contraste y resolución aplicando pequeñas dosis de radiación. La manipulación de los coeficientes de detalle en la Transformada Wavelet Discreta (TWD) bidimensional aplicada a las imágenes permite incrementar el contraste de las anomalías respecto a la región circundante. También puede aplicarse TWD utilizando modelos no lineales del procesamiento de imágenes. Esta técnica se nombra Transformada Wavelet Logarítmica Discreta (TWL). En este artículo se propone un algoritmo para incrementar el contraste en mamografía empleando TWL. Para la experimentación se usó la base de datos MIAS y software basado en el lenguaje Python 2.7. *Line profile*, diagramas de caja, CII y DSM fueron utilizados como medidas de calidad del mejoramiento. Los resultados demostraron la efectividad del método propuesto y validaron que el método Correlación Local combinado con el modelo S-LIP obtuvo los mejores resultados medida-visualidad. En ocasiones, las medidas no reflejaron los resultados visuales debido a la definición de región de interés de MIAS.

Abstract Breast cancer represents the most common of this type of disease and is the second leading cause of death in women. Successful treatment depends on early detection of the disease. X-ray mammography is essential for diagnosis. The challenge of the test is to obtain images of good contrast and resolution requiring small doses of radiation. The manipulation of detail coefficients in bidimensional Discrete Wavelet Transform (DWT) applied to images can increase the contrast of the anomalies relative to the surrounding region. DWT can also be applied using non-linear image processing models. This technique is named Logarithmic Discrete Wavelet Transform (LWT). In this paper, an algorithm to increase the contrast in mammography using LWT is proposed. We used MIAS database and Python 2.7 programming language for the experimentation. Line profile, box plots, CII and DSM were used as quality improvement measures. The results demonstrated the effectiveness of the proposed method and validated that the combination of the Local Correlation method and the S-LIP model gave the best results according to the measures and visually. Sometimes, the measures did not reflect the visual results due to the definition of region of interest by MIAS.

Palabras Clave

Mejoramiento de Contraste — Transformada Wavelet — Transformada Wavelet Logarítmica — Mamografía

Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Cuba
dvs89cs@gmail.com, dmesejo@matcom.uh.cu, angela@matcom.uh.cu

*Autor para Correspondencia

Introducción

El cáncer de mama es un problema de salud mundial. Es el tipo de cáncer más frecuente y es la segunda causa de muerte en las mujeres. El 1 % de los cánceres de mama corresponden a hombres [1]. La detección temprana es crucial para el éxito del tratamiento [2]. La realización de la mamografía de rayos X es un examen de costo relativamente bajo que brinda información esencial para el diagnóstico de este tipo de cáncer. Una de las tareas más importantes en el procesamiento de

imágenes de mamografía es mejorar el contraste de la imagen. El reto en este examen es obtener imágenes de buen contraste y resolución aplicando pequeñas dosis de radiación, ya que el uso de radiaciones ionizantes es dañino para el paciente y puede provocar cáncer de mama. Se entiende por imagen de buen contraste, una imagen donde se destaquen los bordes de las anomalías y estas sean distinguibles respecto al tejido que las circunda.

Las anomalías en la mama pueden ser de varios tipos: ma-

sas, microcalcificaciones, calcificaciones, entre otras. Existen elementos de la anatomía de la mama que son importantes en el diagnóstico como el músculo pectoral, el pezón y el borde de la mama [3].

El reto de la mamografía como método de diagnóstico radica en que reducir la radiación implica la disminución del contraste en la imagen, lo que dificulta la apreciación. El contraste se define como el cociente entre la media de las intensidades de los píxeles de una región de la imagen y la media de las intensidades de los píxeles de la región que la circunda. Por tal razón, se necesitan algoritmos que permitan aumentar el contraste en la región donde se encuentran las anomalías, lo cual facilitaría una mejor detección de las mismas por los radiólogos.

La tarea del mejoramiento del contraste en la imagen de mamografía consiste en realzar los bordes de las anomalías en el primer plano de la región de interés (ROI) o incrementar el contraste entre el primer plano y el fondo de la misma [4]. Se conoce que si una región difiere en luminosidad respecto a su alrededor en menos del 2%, entonces esta región es indistinguible por el ojo humano [5].

En el trabajo de Heng-Da Cheng y colaboradores [6] se resumen métodos de mejoramiento del contraste para mamografía: métodos convencionales, métodos de mejoramiento por regiones y métodos basados en características. Los algoritmos convencionales no son capaces de incrementar el contraste de las microcalcificaciones y provocan la aparición de ruido en la imagen resultante [6]. Los procedimientos basados en regiones pueden resaltar detalles anatómicos con introducción mínima de ruido, y han demostrado que pueden identificar con efectividad calcificaciones en mamas densas, donde el contraste es muy bajo [7]. Los métodos basados en características incrementan el contraste de las anomalías según sus rasgos y se agrupan en dos categorías: incrementar el contraste de áreas sospechosas, y eliminar el ruido y estructuras en el tejido de fondo [6]. Estos métodos permiten superar a los métodos convencionales, puesto que pueden incrementar el contraste de las microcalcificaciones. A esta clasificación pertenecen los métodos basados en Transformada Wavelet Discreta (TWD).

Existe una fuerte conexión entre el análisis wavelet y la forma en que el ojo humano procesa la información. La multi-orientación y la multiresolución son propiedades del sistema visual humano [8, 9]. La multiresolución consiste en que los objetos que se ven bien en una escala fina, van progresivamente desapareciendo de la vista al moverse a escalas más gruesas. Cualquier algoritmo para el procesamiento de información visual debe ser multiescala y multiresolución [10].

La TWD permite descomponer una imagen como una suma de detalles y aproximaciones en diferentes escalas. Esto resulta de utilidad debido a que las microcalcificaciones pueden localizarse con los coeficientes de detalle del mamograma y, gracias a la descomposición, es posible aislarlas para mejorar su contraste respecto a la región circundante.

La TWD en el procesamiento de imágenes consta esen-

cialmente de tres etapas. Primero, la imagen se descompone en coeficientes de detalle horizontales, verticales y diagonales; y coeficientes de aproximación. En esta primera fase hay que determinar el número de niveles de descomposición y la base wavelet que se desea usar. La segunda fase consiste en aplicar un algoritmo de transformación de los coeficientes wavelet con el propósito de incrementar el contraste. Finalmente, la imagen mejorada se reconstruye a partir de los nuevos coeficientes, mediante la Transformada Wavelet Inversa (ITWD).

Este enfoque ha sido aplicado en mamografía [11, 12]. Lu y Healy [13] usaron TWD para aumentar el contraste de imágenes médicas. Laine y Song [14, 15] fueron los primeros en utilizar una función no lineal para transformar los coeficientes en la descomposición wavelet. La dificultad de este enfoque radica en la elección de la función no lineal para realizar el mejoramiento. Laine y colaboradores [16] brindan cuatro requisitos que debe cumplir esta función.

Otra variante para incrementar el contraste de una imagen es combinar métodos de mejoramiento global y local mediante fusión de las imágenes resultantes [17].

También puede aplicarse *wavelet shrinkage* [18]. Esta técnica consiste en realizar la descomposición wavelet y determinar parámetros para modificar los coeficientes. Existen varias formas de elegir estos parámetros, que pueden ser consultados en el artículo de Yasuda y Kodera [19].

Los modelos no lineales del procesamiento de imágenes (NPI) son una alternativa al procesamiento de imágenes basado en aritmética con números reales, pues este enfoque tiene limitaciones como el truncamiento al sumar las intensidades de píxeles con máximo valor [20]. Estos modelos modifican la forma con que se operan las intensidades de los píxeles. Su relevancia se debe a la analogía establecida entre la no linealidad de la visión humana y las imágenes transmitidas por luz. La teoría homomórfica introducida por Oppenheim [21] es el punto de partida para estos modelos. El principio es introducir funciones logarítmicas homomórficas que permitan representar una imagen en una estructura algebraica superior. En 1972, Stockman propuso un método de mejoramiento de imagen basado en la teoría homomórfica [22]. Posteriormente aparecen modelos más elaborados: LIP [23], HLIP [24], Pseudo-LIP [25] y S-LIP [26].

La mayoría de estos modelos ha demostrado su correspondencia con el sistema de visión humana [23]. Esta propiedad permite el uso de los modelos NPI en corrección de iluminación [27], mejoramiento del contraste [28], detección de bordes [25] y mejoramiento del rango dinámico. Su superioridad respecto a los métodos clásicos ha sido probada [29].

Los modelos NPI se han empleado en el mejoramiento de las imágenes satelitales, de vigilancia nocturna, y en imágenes de rayos X. En la revisión bibliográfica solo se encontró un artículo que empleó una parametrización del modelo LIP combinada con *unsharp masking* para mejorar el contraste en mamografía [30].

Otra forma de mejorar el contraste en las imágenes es aplicar descomposición wavelet en una imagen representada

mediante uno de los modelos NPI previos. Este enfoque se nombra Transformada Wavelet Logarítmica Discreta (TWL) y permite la compresión, detección de bordes y la eliminación de ruido en imágenes [31].

En el presente artículo se propone un algoritmo para incrementar el contraste en imágenes de mamografía que modifica los coeficientes wavelets de la imagen empleando un modelo NPI. En la Sección 1 se describen cuatro formas de modificar los coeficientes en la TWD para incrementar el contraste. En la Sección 2 se presentan los modelos NPI y se detalla el modelo S-LIP utilizado. En la Sección 3 se presenta el algoritmo propuesto para mejorar contraste en mamografía. En la Sección 4 se describen las medidas empleadas en la experimentación para validar el procesamiento, software empleado, resultados y discusión. Finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones.

1. Formas de modificar los coeficientes de la Transformada Wavelet

La representación de una imagen mediante la TWD realiza una descomposición de la imagen en bloques de diferentes frecuencias, dados por los llamados coeficientes de aproximación y coeficientes de detalle (coeficientes wavelets). Una vía para mejorar el contraste de una imagen es modificar estos coeficientes de detalle.

En el trabajo de Martins y colaboradores del 2014 [32] se exponen cuatro métodos para modificar los coeficientes: Simple, Umbral, Correlación y Correlación Local.

El método Simple aplica un incremento constante G a todos los coeficientes de detalle. El incremento G se elige de forma empírica, e.g. $G = 5$. Este método incrementa el contraste de lesiones tipo masas grandes, no así el de las microcalcificaciones o masas más pequeñas. Además, por lo general, este algoritmo difumina el músculo pectoral.

El método Umbral fue propuesto por Laine y colaboradores [33]. La idea principal del método es distinguir entre los píxeles de borde y los píxeles que no aportan información, a partir de destacar los primeros y dejar los segundos sin cambiar. En general, el método Umbral logra un mayor incremento del contraste de las masas, aunque suaviza el pectoral más que el método Simple.

El método Correlación se basa en conceptos teóricos presentados por Stefanou y colaboradores [34] y Chen y colaboradores [35]. Consiste en que los píxeles con valores altos de los coeficientes wavelets en niveles consecutivos, tienen alta correlación y por tanto pueden ser parte de una anomalía. Este método logra un buen incremento del contraste de masas, microcalcificaciones y otros elementos de la anatomía de la mama como el pectoral y el borde de la misma.

El método Correlación Local es una variante del método anterior. La diferencia está en que la correlación se calcula relativa a la vecindad de cada píxel (de tamaño L) y no respecto a toda la imagen. De esta manera, las anomalías y el tejido circundante son tratados diferenciadamente. Este algoritmo

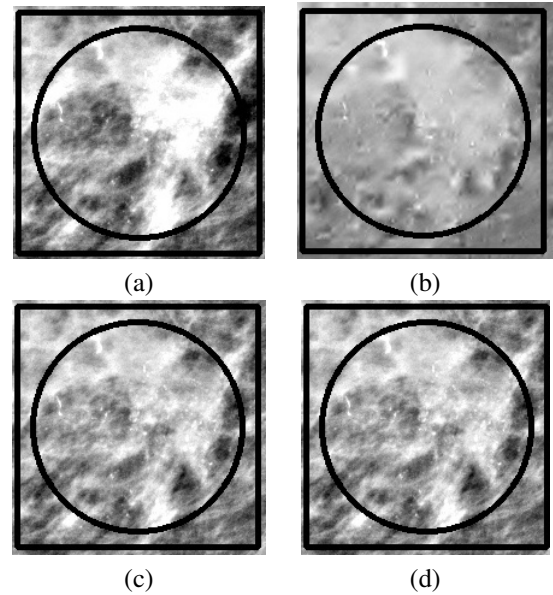


Figura 1. Cuatro maneras de modificar los coeficientes wavelet de una región de interés: (a) Simple, (b) Umbral, (c) Correlación y (d) Correlación Local

logra un buen contraste de las anomalías y características de la mama.

En la Figura 1 se muestran los resultados de aplicar cada uno de estos métodos de modificación de coeficientes wavelets a una ROI determinada.

2. Modelos no lineales del procesamiento de imágenes

Los modelos NPI son estructuras algebraicas que se utilizan para representar una imagen y realizar operaciones sobre esta con una aritmética diferente a la clásica (punto a punto). Estos modelos son efectivos en varias tareas del procesamiento de imágenes y la visión por computadora.

La construcción matemática de un modelo NPI comienza por la definición de leyes operacionales (adición y multiplicación por un escalar) o, de forma equivalente, encontrando una función generadora (isomorfismo) que represente el conjunto de definición del modelo investigado en una estructura algebraica real [29].

Dado que la estructura algebraica del modelo tiene un dominio específico, se deben transformar los valores de los píxeles de la imagen (u) hacia los valores del dominio. Esta transformación se realiza mediante una función biyectiva h . En este trabajo se empleó $h(u) = \frac{2u - M}{M}$ cuya inversa es $h^{-1}(u) = \frac{M(u + 1)}{2}$ [36].

Lo que distingue un modelo es el isomorfismo escogido, pues este determina las operaciones de la estructura algebraica. Existen varios modelos: LIP [23, 20], HLIP [24, 36], Pseudo-LIP [25] y S-LIP [26]. En la experimentación realizada los mejores resultados fueron obtenidos con el modelo S-LIP, el

cual se abordará a continuación.

2.1 S-LIP

El modelo simétrico LIP (S-LIP) fue propuesto por Navarro y colaboradores [26] para superar las desventajas de los modelos previos, respecto a la simetría y al significado visual de la misma.

En este modelo se define el isomorfismo

$$\Phi(u) = -M \operatorname{sgn}(u) \ln \left(\frac{M - |u|}{M} \right) \quad (1)$$

cuyo inverso es

$$\Phi^{-1}(u) = M \operatorname{sgn}(u) \left(1 - e^{-\frac{|u|}{M}} \right) \quad (2)$$

Estas funciones logran un comportamiento simétrico de los valores positivos y negativos, con lo que reduce la desventaja de los modelos anteriores.

La estructura algebraica subyacente en el modelo es un espacio vectorial, debido a la simetría del conjunto de definición $(-M, M)$. Además, este modelo es consistente con la formación de imágenes transmitidas por luz y las leyes de percepción del brillo en la visión humana [37].

En la Figura 2 se expone el efecto de las operaciones en el modelo S-LIP. Puede observarse que esta manipulación no es suficiente para mejorar el contraste de la mamografía. Por tal razón, los modelos NPI se combinan con otras técnicas como la TWD.

3. Wavelets Logarítmicas para mejorar contraste en mamografía

Las wavelets logarítmicas fueron introducidas por Courbaisse y colaboradores en 2002 [38]. Dichos autores probaron la ventaja de estas wavelets para resolver problemas como la detección de singularidades. La idea de las wavelets logarítmicas es manipular, de forma no lineal, las dilataciones y traslaciones de las mismas. Estas wavelets son superiores a las clásicas pues sus amplitudes cambian de forma logarítmica y permanecen acotadas [31].

La TWL puede definirse usando las operaciones no lineales de cada modelo; sin embargo, en este trabajo se implementó una segunda vía. Esta consiste en aplicar Φ a la imagen, luego calcular la TWD y después revertir la transformación mediante Φ^{-1} . La principal diferencia entre ambas maneras es el costo computacional que puede implicar el uso del isomorfismo [31].

El algoritmo propuesto en este artículo combina, mediante las wavelets logarítmicas, los métodos de mejoramiento del contraste basados en TWD y los modelos NPI para destacar las anomalías presentes en la mamografía, como se muestra en la Figura 3.

4. Experimentación

En esta sección se mencionan la base de datos de imágenes de mamografía empleada para la validación del algoritmo propuesto, las medidas utilizadas para evaluar el contraste y las herramientas de software que permitieron su implementación. Además, se presentan y discuten los resultados.

4.1 Bases de datos MIAS

La base de datos MIAS (*Mammographic Image Analysis Society*) [39] es una de las bases de datos más antiguas y es muy usada en la literatura. Está disponible *online*, aunque no se actualiza. MIAS consiste en 161 casos, 322 imágenes MLO digitalizadas donde están presentes todos los tipos de anomalías, incluyendo lesiones benignas y malignas, y masas. Las anotaciones de las MIAS consisten en el centro y radio del círculo que encierra el área de interés.

4.2 Evaluación de la calidad en mejoramiento del contraste

4.2.1 Line Profile

El *line profile* o *scan line* en una imagen consiste en los valores de intensidad de los píxeles que se encuentran sobre una línea trazada sobre la imagen. El cómputo del *line profile* se realiza con el algoritmo de Bresenham que está disponible en skimage 0.9.3 (toolbox de procesamiento de imágenes para SciPy [40]). Esta herramienta es útil para evaluar el contraste en mamografía [16, 33, 41], pues al trazar una línea sobre una anomalía, pueden graficarse los valores de intensidad de los píxeles sobre la misma, antes y después del mejoramiento. Si las diferencias entre los píxeles del tejido de la mama y los de la anomalía se acentúan, se tiene un mayor contraste.

4.2.2 Box Plots

De la estadística se conoce que los cuartiles son valores posicionales que dividen la información en cuatro partes iguales, el primer cuartil deja el 25 % de la información por debajo de él, y el 75 % por encima, el segundo cuartil, al igual que la mediana, divide la información en dos partes iguales, y por último el tercer cuartil deja el 75 % por debajo de sí, y el 25 % por encima.

Los diagramas de caja (*box plots*) son gráficos que permiten observar de forma simultánea cinco estadísticas sobre los datos que representa: mínimo, segundo cuartil, promedio, tercer cuartil y máximo. Las cajas del gráfico muestran los intervalos de confianza de los cuartiles y el promedio. El promedio se representa por una línea horizontal en el centro de la caja. El rango de valores se representa mediante dos líneas horizontales. Los puntos que se extienden más allá de este rango se consideran ruido (*outliers*) y se grafican fuera de la caja. Este tipo de gráfico permite notar valores atípicos y analizar la simetría de la distribución.

4.2.3 Medidas basadas en Regiones de Interés

En la experimentación se utilizaron medidas basadas en regiones de interés como CII [5] y DSM [42].

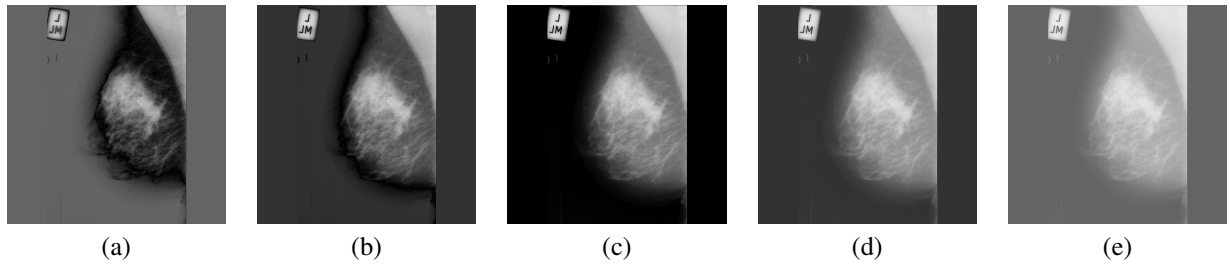


Figura 2. Efecto de las operaciones \oplus y \ominus del modelo S-LIP en el mamograma mdb209: (a) $\ominus 100$, (b) $\ominus 50$, (c) imagen original, (d) $\oplus 50$ y (e) $\oplus 100$

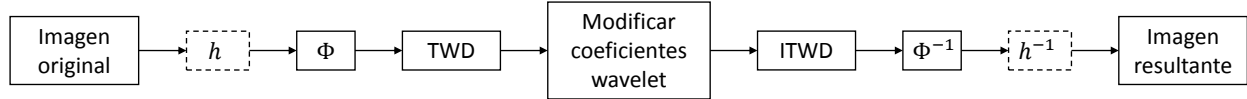


Figura 3. Algoritmo propuesto para mejoramiento del contraste en mamografía

El objetivo de estas medidas es cuantificar el contraste presente en una zona del mamograma, elegida por el especialista o definida de forma automática. Una región de interés (ROI) está compuesta de un primer plano (*foreground*) donde se ubica la anomalía, y el fondo (*background*) compuesto por el tejido circundante. Esto refleja el acto subconsciente presente en la percepción humana, que observa un objeto respecto al entorno donde está ubicado.

En la experimentación se empleó la base de datos MIAS [39]. En MIAS, la ROI se define de la siguiente forma: el primer plano es un círculo donde está contenida la anomalía y el fondo es un cuadrado concéntrico, creado por los autores, que contiene a este círculo.

Las medidas utilizadas fueron:

- **Contrast Improvement Index (CII):** Mide la ganancia de contraste entre la imagen original y la procesada. $CII > 0$ y mientras mayor sea su valor, mayor será la calidad del contraste [43, 5].
- **Distribution Separation Measure (DSM):** Representa cuán fundida está una anomalía con la región circundante. Idealmente, $DSM > 0$ y es directamente proporcional a la calidad del contraste [42].

4.3 Software

Para implementar las ideas expuestas en este trabajo se utilizó el lenguaje Python 2.7.6 [44]. Para el trabajo con wavelets se empleó el módulo PyWavelets 0.2.2 [45]. Además se utilizaron los módulos NumPy 1.7.1 [46], SciPy 0.13.0 [40], Matplotlib 1.3.1 [47], skimage 0.9.3 [48] y OpenCV 2.4.6.0 [49].

4.4 Resultados y Discusión

Para mostrar el efecto de los algoritmos planteados se trabajará con la imagen mdb209 de MIAS. En la Figura 4 se muestra la imagen y una ROI donde se señalan tres microcalcificaciones.

Para los métodos basados en wavelets se diseñó la experimentación de la siguiente forma:

- Se tomaron todas las bases wavelets de las familias Haar, Daubechies, Symlets, Coiflets, Biorthogonal, Reverse biorthogonal y Meyer, presentes en PyWavelets [45].
- Se ejecutó la descomposición wavelet hasta el máximo nivel posible según cada base wavelet.
- Se realizó el filtrado de coeficientes de las cuatro formas planteadas en la Sección 1, con el procesamiento de todos los niveles en los métodos Simple y Umbral, y del segundo nivel en adelante, en los métodos Correlación y Correlación Local. En cada nivel se modificaron las tres orientaciones.

Mediante un análisis previo de los resultados para mdb209 [Ver Figura 1], se decidió extender la experimentación con la base Symlet 6, $G = 5$, $L = 9$ y los cinco últimos niveles de descomposición (con el fin de poder computar la correlación entre los detalles de dos niveles consecutivos), empleando los métodos presentados, excepto el método Umbral en el que se filtraron los últimos tres niveles. Además, fueron filtradas todas las orientaciones.

El método Simple – como se esperaba – fue el de resultados más modestos. El mayor incremento del contraste se logró con el método Umbral, aunque los métodos Correlación y Correlación Local tienen valores de CII muy cercanos a Umbral. Además, este último método logra la mejor separación entre los histogramas del primer plano y del fondo, aunque los resultados fueron cercanos a los del método Correlación. Los métodos Correlación y Correlación Local resaltaron más los bordes de las anomalías e incrementaron la homogeneidad de la misma. En este aspecto, el método Umbral resultó ser el peor.

De los métodos basados en wavelets, Correlación Local obtuvo mejores valores de las medidas y resultados visuales que concuerdan con las mismas [Figuras 1, 7a y 7c].

Para continuar la experimentación se aplicaron los métodos de modificación de coeficientes wavelets mediante la

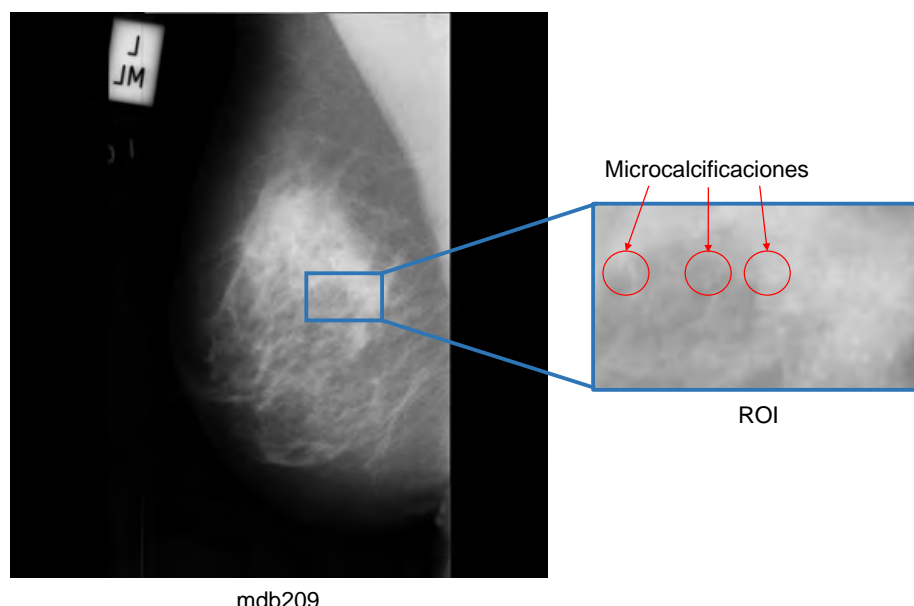


Figura 4. Imagen para la experimentación y su región de interés

TWL, empleando los modelos LIP, HLIP, Pseudo-LIP y S-LIP, y los parámetros de los mejores resultados visuales anteriores. Los modelos LIP y S-LIP son los que mejores resultados muestran, pues en los otros dos modelos el mejoramiento con wavelets fue menos efectivo.

En la Figura 5 se expone el resultado de aplicarle a mdb209 el método Correlación Local mediante TWD y en el marco de la TWL empleando S-LIP. Puede observarse el incremento de la intensidad de las regiones señaladas respecto a la imagen original, además del decremento de la intensidad en los píxeles vecinos a la microcalcificación que se desea resaltar. Estas propiedades son las que expresan la mejora del contraste.

En la Figura 6 puede observarse el incremento del contraste de una masa en mdb028. Nótese cómo al aplicar TWL con S-LIP se oscurece más el tejido circundante, lo que provoca un mayor contraste de la masa.

Finalmente, se ejecutó la TWL y los métodos de modificación de coeficientes wavelet, con los parámetros previos, en todas las imágenes de MIAS.

Al aplicar TWL en el modelo S-LIP, el método Simple es, nuevamente, el de resultados más modestos. El método Umbral logró el mayor incremento del contraste, aunque el método Correlación tuvo un comportamiento muy parecido, respecto a esta medida. A diferencia de la aplicación de TWD, con el modelo S-LIP se introdujo menos ruido en el mejoramiento del contraste. La mayor separación entre los histogramas en la ROI se alcanzó por el método Umbral. El método Simple fue el que obtuvo mejor realce de homogeneidad y bordes de la ROI, aunque el método Correlación Local obtuvo resultados muy cercanos a los de este método [Figura 7].

En los restantes modelos, los resultados de las medidas fueron muy parecidos para cada uno de los métodos, aunque los resultados visuales indicaron que empleando el modelo S-LIP y el método Correlación Local se obtuvo una buena

relación medida–visualidad [Figuras 5 y 7].

5. Conclusiones

En este trabajo se propuso un algoritmo basado en wavelets logarítmicas para mejorar contraste en mamografía. Para la experimentación se empleó la base de datos MIAS y medidas de calidad del mejoramiento basadas en ROI. En algunos casos, los valores de las medidas no se reflejan en los resultados visuales, por lo que es necesario el uso de otras formas de evaluación como el *line profile* y los diagramas de caja. Estos valores erróneos se deben en parte al criterio de ROI empleado. La experimentación mostró que el método Correlación Local fue el de mejores resultados medidas–visualidad. Al aplicar estos algoritmos expresando la imagen en un modelo no lineal para procesamiento de imágenes, este método fue también el de mejores resultados medidas–visualidad en cada modelo, pero el contraste se incrementó más al usar el modelo S-LIP.

Referencias

- [1] Bernard W. Stewart and Christopher P. Wild. *World Cancer Report 2014*. International Agency for Research on Cancer/World Health Organization, Lyon, 2014.
- [2] Mariana Castro Barba. *Avances en Diagnóstico por Imágenes*. Ediciones Journal, Buenos Aires, 2010.
- [3] César S. Pedrosa and Rafael Casanova. *Diagnóstico por Imagen. Compendio de Radiología Clínica*. Interamericana McGraw-Hill.
- [4] Azeddine Beghdadi and Alain Le Negrate. Contrast Enhancement Technique Based on Local Detection of Edges. In *Computer Vision, Graphics, and Images Processing*, pages 162–174, 1989.

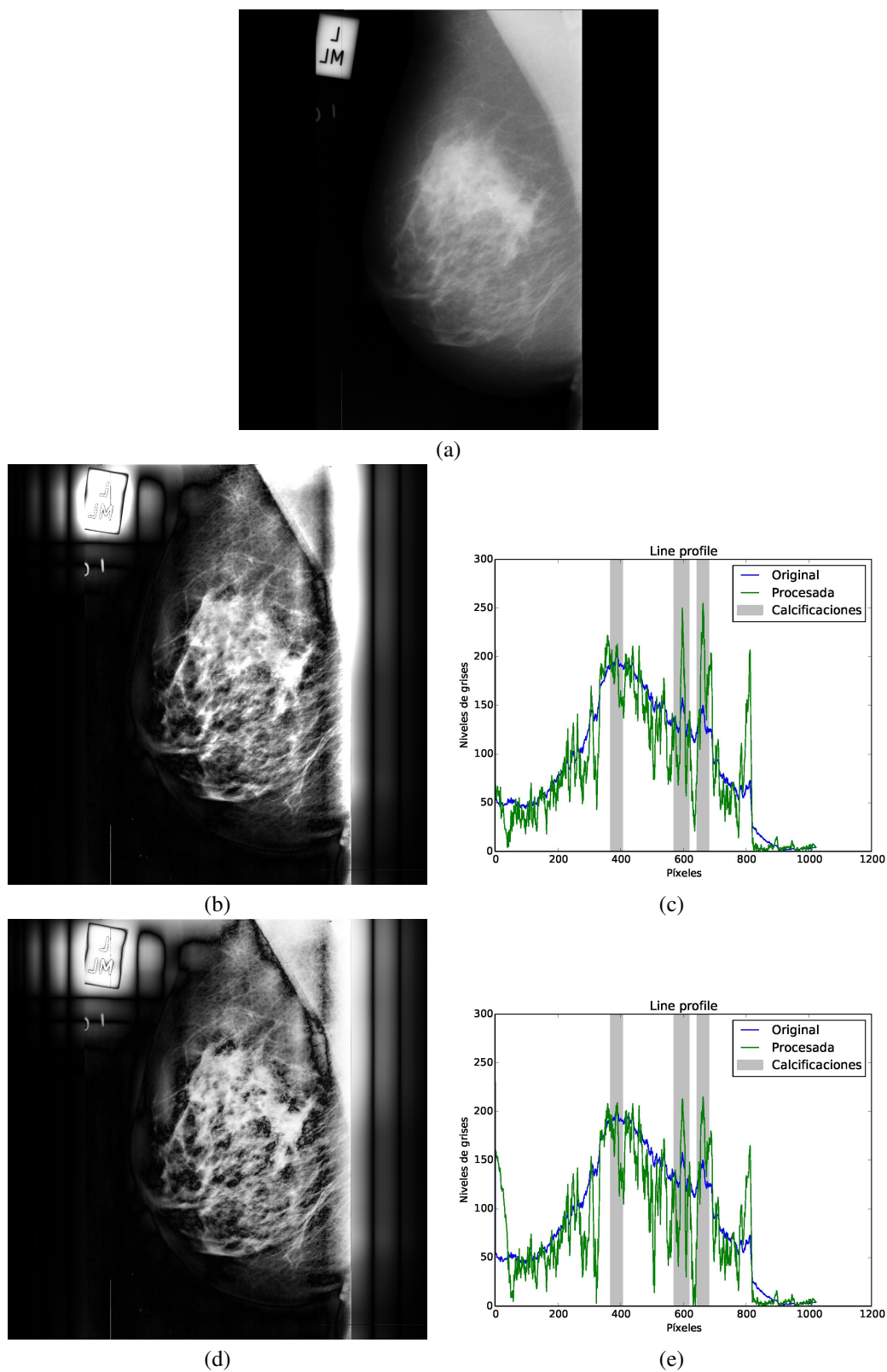


Figura 5. Efecto de la modificación de coeficientes mediante Correlación Local: (a) imagen original, (b) usando TWD, (c) *line profile* correspondiente, (d) usando TWL con S-LIP y (e) *line profile* correspondiente

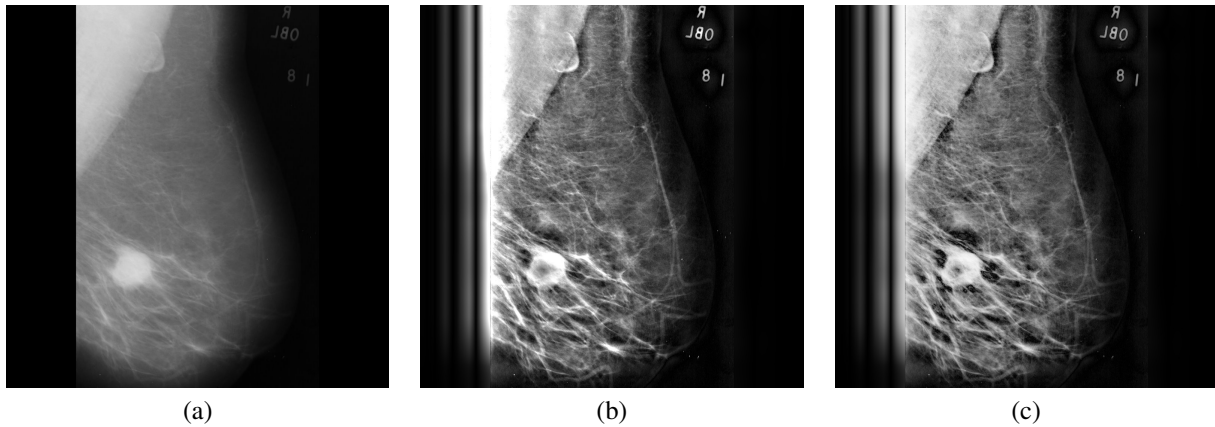


Figura 6. Mejoramiento del contraste de una masa mediante Correlación Local: (a) imagen original, (b) usando TWD y (c) usando TWL con S-LIP

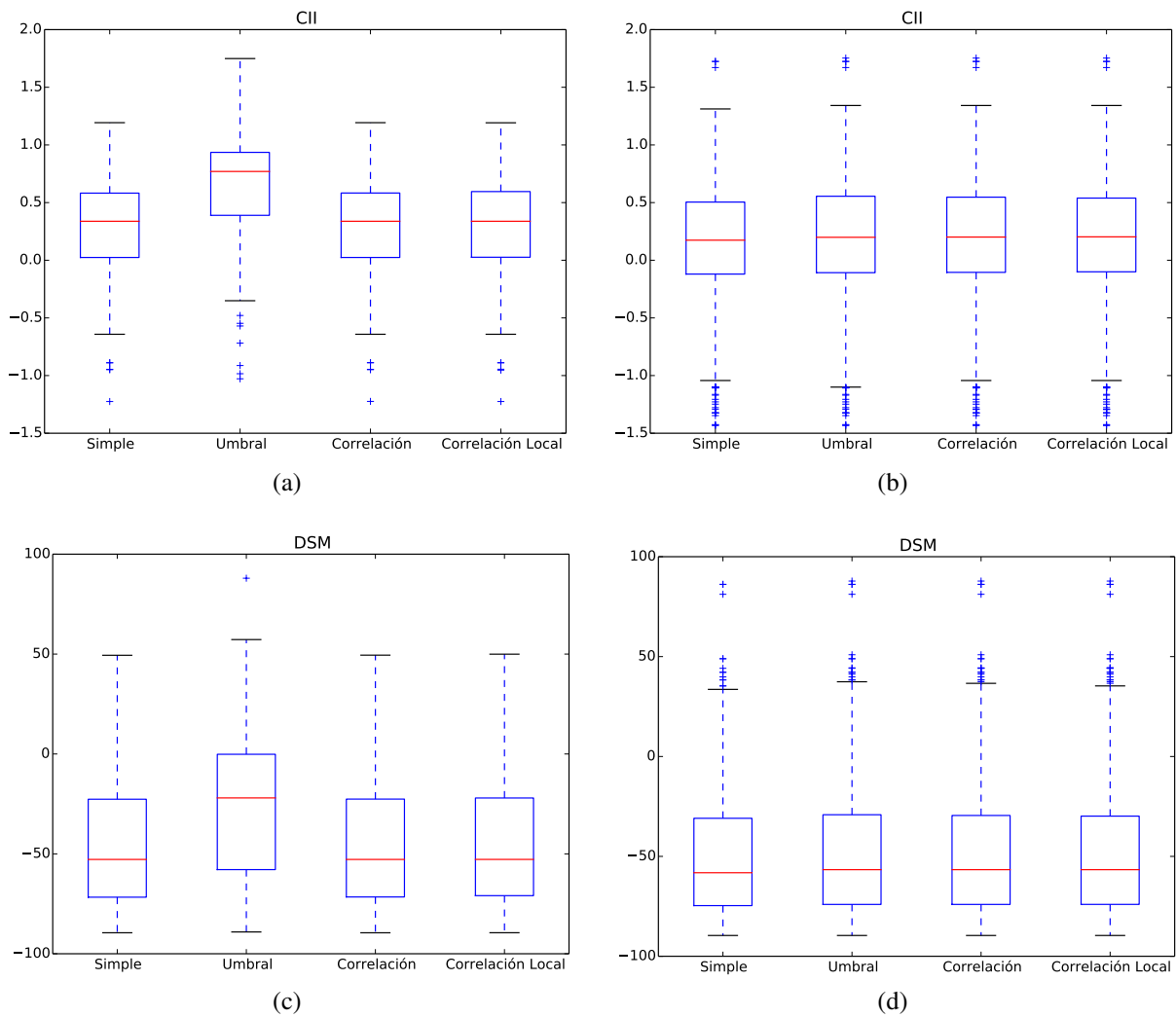


Figura 7. Resultados de la experimentación para todas las imágenes en MIAS: (a) CII usando TWD, (b) CII usando TWL, (c) DSM usando TWD y (d) DSM usando TWL

- [5] Rangaraj M. Rangayyan. *Biomedical Image Analysis*. CRC Press, 2004.
- [6] Heng-Da Cheng, Xiaopeng Cai, Xiaowei Chen, Liming Hu, and Xueling Lou. Computer-aided Detection and Classification of Microcalcifications in Mammograms: A Survey. *Pattern Recognition*, 36(12):2967–2991, December 2003.
- [7] William Mark Morrow, Raman Bhalachandra Paranjape, Rangaraj M. Rangayyan, and Joseph Edward Leo Desautels. Region-based Contrast Enhancement of Mammograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11(3):392–406, 1992.
- [8] Fergus W. Campbell and Janus Kulikowski. Orientational Selectivity of the Human Visual System. *The Journal of Physiology*, 187(2):437, 1966.
- [9] Torsten N. Wiesel. The Postnatal Development of the Visual Cortex and the Influence of Environment. *Bioscience reports*, 2(6):351–377, 1982.
- [10] Metin Akay. Wavelets in Medical Images. In *Time Frequency and Wavelets in Biomedical Signal Processing*. IEEE Press Series in Biomedical Engineering, 1998.
- [11] Jian Fan and Andrew F. Laine. Contrast Enhancement by Multiscale and Non-linear Operators. *University of Florida*, 1996.
- [12] Robin N. Strickland and Hee Il Hahn. Wavelet Transforms for Detecting Microcalcifications in Mammograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15(2):218–229, 1996.
- [13] Jian Lu, Dennis M. Healy Jr, and John B. Weaver. Contrast Enhancement of Medical Images using Multiscale Edge Representation. *Optical Engineering*, 33(7):2151–2161, 1994.
- [14] Andrew F. Laine and Shuwu Song. Multiscale Wavelet Representations for Mammographic Feature Analysis. In *San Diego '92*, pages 306–316. International Society for Optics and Photonics, 1992.
- [15] Jelena Kovačević and Martin Vetterli. Non-separable Multidimensional Perfect Reconstruction Filter Banks and Wavelet Bases for \mathbb{R}^n . *IEEE Transactions on Information Theory*, 38:533–555, 1992.
- [16] Andrew F. Laine, Jian Fan, and Wuhai Yang. Wavelets for Contrast Enhancement of Digital Mammography. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 14(5):536–550, 1995.
- [17] Iztok Koren, Andrew F. Laine, and Fred Taylor. Image Fusion using Steerable Dyadic Wavelet Transform. In *Proceedings of International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 232–235. IEEE, 1995.
- [18] David L. Donoho and Iain M. Johnstone. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage. *Journal of the American Statistical Association*, 90(432):1200, December 1995.
- [19] Naruomi Yasuda and Yoshie Kodera. Design of a Noise-dependent Shrinkage Function in Wavelet Shrinkage of X-ray CT Image. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 4(4):353–366, June 2009.
- [20] Michel Jourlin and Charles Pinoli. Logarithmic Image Processing: The Mathematical and Physical Framework for the Representation and Processing of Transmitted Images. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 115:129–196, 2001.
- [21] Alan V. Oppenheim. Superposition in a Class of Non-linear Systems. Technical report, DTIC Document, 1965.
- [22] Thomas G. Stockham. Image Processing in the Context of a Visual Model. *Proceedings of the IEEE*, 60(7):828–842, 1972.
- [23] Michel Jourlin and Jean-Charles Pinoli. A Model for Logarithmic Image Processing. *Journal of Microscopy*, 149(1):21–35, 1988.
- [24] Vasile Pătraşcu. Modèle Mathématique pour Traitement Logarithmique des Images. *PhD Thesis, Université "Politehnica" de Bucarest*, 2001.
- [25] Constantin Vertan, Alina Oprea, Corneliu Florea, and Laura Florea. A Pseudo-logarithmic Image Processing Framework for Edge Detection. In *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, pages 637–644. Springer, 2008.
- [26] Laurent Navarro, Guang Deng, and Guy Courbebaisse. The Symmetric Logarithmic Image Processing Model. *Digital Signal Processing*, 23(5):1337–1343, 2013.
- [27] Philippe Gremillet, Michel Jourlin, and Jean-Charles Pinoli. LIP-model-based Three-dimensional Reconstruction and Visualization of HIV-infected Entire Cells. *Journal of Microscopy*, 174(1):31–38, 1994.
- [28] Guang Deng, Laurence Cahill, and Gordon Tobin. The Study of Logarithmic Image Processing Model and its Application to Image Enhancement. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(4):506–512, 1994.
- [29] Corneliu Florea. Non-linear Image Representation and Pixel-wise Processing for Enhancing Images Acquired with Digital Cameras. *University "Politehnica" of Bucarest, Faculty of Electronics Telecommunication and Information Technology*, 2009.

- [30] Karen Panetta, Yicong Zhou, Sos Agaian, and Hongwei Jia. Non-linear Unsharp Masking for Mammogram Enhancement. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 15(6):918–928, November 2011.
- [31] Laurent Navarro, Guy Courbebaisse, and Michel Jourlin. Logarithmic Wavelets. In *Advances in Imaging and Electron Physics*, volume 183, pages 41–98. Elsevier, 2014.
- [32] Nelson Martins, Carla Pereira, and Manuel Ferreira. Digital Mammograms Contrast Enhancement using Wavelets—A Comparative Study. In *IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications (MeMeA)*, pages 1–6. IEEE, 2014.
- [33] Andrew F. Laine, Sergio Schuler, Jian Fan, and Walter Huda. Mammographic Feature Enhancement by Multiscale Analysis. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(4):725–740, 1994.
- [34] Hara Stefanou, Sofoklis Kakouros, Dionisis Cavouras, and Manolis Wallace. Wavelet-based Mammographic Enhancement. In *Proc. of the Fifth Int. Netw. Conf.(INC)*, 2005.
- [35] Lulin Chen, Chang W. Chen, and Kevin J. Parker. Adaptive Feature Enhancement for Mammographic Images with Wavelet Multiresolution Analysis. *Journal of Electronic Imaging*, 6(4):467–478, 1997.
- [36] Vasile Pătrașcu and Vasile Buzuloiu. A Mathematical Model for Logarithmic Image Processing. *The 5th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI)*, 2001.
- [37] Laurent Navarro and Guy Courbebaisse. Symmetric Logarithmic Image Processing Model: Application to Laplacian Edge Detection. *Digital Signal Processing*, 2013.
- [38] Guy Courbebaisse, Frederic Trunde, and Michel Jourlin. Wavelet Transform and LIP Model. *Image Analysis & Stereology*, 21(2):121–125, 2002.
- [39] John Suckling, J. Parker, D. Dance, S. Astley, I. Hutt, C. Boggis, I. Ricketts, E. Stamatakis, N. Cerneaz, S. Kok, P. Taylo, D. Betal, and J. Savage. The Mammographic Image Analysis Society Digital Mammogram Database. In *Excerpta Medica. International Congress Series*, volume 1069, pages 375–378, 1994.
- [40] Eric Jones, Travis Oliphant, and Pearu Peterson. Scipy: Open Source Scientific Tools for Python. 2014.
- [41] Arianna Mencattini, Marcello Salmeri, Roberto Lojaccono, Manuela Frigerio, and Federica Caselli. Mammographic Images Enhancement and Denoising for Breast Cancer Detection Using Dyadic Wavelet Processing. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57(7):1422–1430, July 2008.
- [42] Sameer Singh and Keir Bovis. An Evaluation of Contrast Enhancement Techniques for Mammographic Breast Masses. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 9(1):109–119, March 2005.
- [43] George Sakellaropoulos, Eleni Costaridou, and George Panayiotakis. A Wavelet-based Spatially Adaptive Method for Mammographic Contrast Enhancement. *Physics in Medicine and Biology*, 48(6):787, 2003.
- [44] Guido van Rossum. Python Tutorial. Technical Report CS-R9526, Centrum voor Wiskunde & Informatica (CWI), Amsterdam, May 1995.
- [45] Filip Wasilewski. Analysis and Classification of Medical Signals using Wavelet Transforms, 2006.
- [46] Stéfan van der Walt, S. Chris Colbert, and Gaël Varoquaux. The NumPy Array: A Structure for Efficient Numerical Computation. *Computing in Science & Engineering*, 13(2):22–30, 2011.
- [47] John D. Hunter. Matplotlib: A 2D Graphics Environment. *Computing in Science and Engineering*, 9(3):90–95, 2007.
- [48] Stéfan van der Walt, Johannes L. Schönberger, Juan Nunez-Iglesias, François Boulogne, Joshua D. Warner, Neil Yager, Emmanuelle Gouillart, Tony Yu, and the scikit-image contributors. scikit-image: Image Processing in Python. *PeerJ*, 2:453, 2014.
- [49] Gary R. Bradski. The OpenCV Library. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*, 2000.