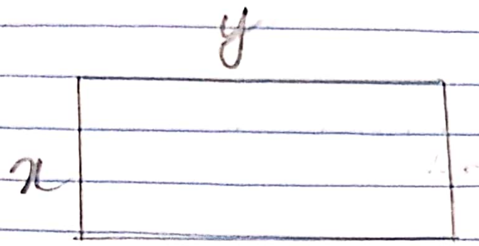
Problemas de aplicação

#1-



Calculamos a maior área que pode ser cercada com R$ 6000

$$6x + 4y = 6000$$

$$4y = 6000 - 6x$$

$$y = \frac{6000 - 6x}{4} \Rightarrow y = 1500 - 3x/2$$

Área

$$A = x(1500 - 3x/2) \Rightarrow$$

$$A = 1500x - \frac{3x^2}{2}$$

Derivando A

$$A'(x) = -3x + 1500$$

$$A'(x) = 0$$

$$-3x + 1500 = 0$$

$$\underline{x = 500\,m}$$

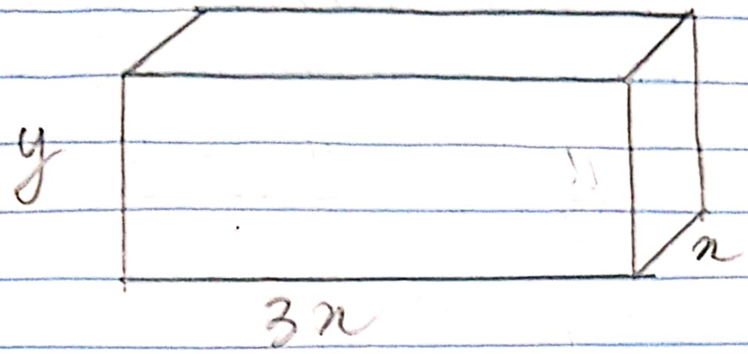
$$y = 1500 - \frac{3 \times 500}{2}$$

$$\underline{y = 750\,m}$$

As dimensões do terreno são

$\underline{500m \text{ e } 750m}$

2.



Calculamos o volume

Logo $V = 3x \cdot x \cdot y = 3x^2 \cdot y$

$$3x^2 \cdot y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{3x^2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{12}{x^2}$$

Vamos calcular a área total da caixa

$A = 3 \cdot x \cdot x + 2xyx + 2 \times 3x \cdot y$. Logo

$$A = 3x^2 + 8xy.$$

Substituindo y na área

$$A(x) = 3x^2 + 8x \cdot \frac{12}{x^2} = 3x^2 + \frac{96}{x}$$

$$A(x) = \frac{3x^3 + 96}{x}$$

Para encontrar o valor máximo ou mínimo é preciso derivar a área e igualar a zero assim

$$\frac{u}{v} \Rightarrow \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$A'(x) = \frac{(9x^2)x - (3x^3+96) \cdot 1}{x^2}$$

$$A'(x) = \frac{x^3 \cdot 6 - 96}{x^2}$$ logo

$A'(x) = 0$

$$A'(x) = \frac{6x^3 - 96}{x^2} \neq \frac{0}{1}$$

$$6x^3 - 96 = 0 \Rightarrow 6x^3 = 96 \Rightarrow x^3 = \frac{96}{6}$$

$$x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} \Rightarrow \underline{x \approx 2{,}52\,M}$$

Vamos calcular a altura

$$y = \frac{12}{x^2} \Rightarrow y = \frac{12}{2{,}52^2}$$

$$\underline{y = 4{,}76\,m}$$

3

Volume = $800 cm^3$

Volum de um cylindro é $V = \pi R^2 h$ Logo
$800 = \pi R^2 h$

Area total de um cylindro é dado por
$At = 2\pi R^2 + 2\pi R.H$

para achar a menor área total nós temos duas equações

$$800 = \pi R^2 h \quad (1)$$
$$At = 2\pi R^2 + 2\pi R h \quad (2)$$

(1) $h = \frac{800}{\pi R^2}$

(1) no (2)

$$At = 2\pi R^2 + 2\pi R\left(\frac{800}{\pi R^2}\right) \Rightarrow At = 2\pi R^2 + \frac{1600}{R}$$

fazemos a derivada de At

$$At' = 4\pi R - \frac{1600}{R^2}$$

$$At' = 0$$

$$4\pi R - \frac{1600}{R^2} = 0 \Rightarrow$$

$$4\pi R = \frac{1600}{R^2}$$

$$R^3 = \frac{1600}{4\pi} \Rightarrow R^3 = \frac{400}{\pi}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{400}{\pi}} \Rightarrow$$

$$R = 5{,}03 \text{ cm}$$

A3

Colocamos R na equação

$h = \frac{800}{\pi R^2} \Rightarrow h = \frac{800}{\pi (5,03)^2}$

$\boxed{h = 10,06 \text{ cm}}$

Raio mínimo é 5,03 cm

Altura mínima é 10,06 cm