Nome:____DATA: ___/____/____

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

NP3 - TRABALHO DE PESQUISA SOBRE INTEGRAL

INSTRUÇÕES DA NP3

- TRABALHO DE PESQUISA INDIVIDUAL;
- ENTREGRAR DIA 05/09/2022;
- ESTE TRABALHO DE PESQUISA NÃO TERÁ RECUPERAÇÃO;
- O TRABALHO DE PESQUISA ESTA ORGANIZADO COM DEFINIÇÕES, FÓRMULAS, REGRAS, EXEMPLOS E LISTA DE EXERCÍCIOS;
- OS EXEMPLOS AS LISTAS DEVEM SER RESOLVIDOS, ESTÃO DESCRITOS NO COPRO TRABALHO NA COR AMARELA PARA **(RESOLVER);**
- PODE ENTREGAR O MESMO TRABALHO DISPONIBILIZADO PELA PROFESSORA, POIS O MESMO TEM ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES SOLICITADAS;
- PRECISAR DE AUXILIO ESTOU NA UFFS QUINTA E SEXTA DAS 17:30 AS 19H NA SALA 338;
- ULITILAR TABELA DE INTEGRAL PARA AULIXIAR;
- SEGUE ALGUNS VIDEOS PARA AJUDA NA ELBORAÇÃO DO MESMO:

Vídeos de como resolve uma integral indefinida

https://youtu.be/oJY-91rMgpo

https://youtu.be/1kXw5mvJSfw

https://youtu.be/Agby3P6gCyA

Integral definida e cálculo de área
https://www.youtube.com/watch?v=lDaksKlOY-o

CHAPECÓ, SC

Nome:____DATA: ___/____/____

INTEGRAL

A integral representa um dos conceitos mais importantes da Matemática. Ela segue duas linhas com interpretações distintas: tem um procedimento inverso à diferenciação e é um método eficaz no cálculo de áreas sob uma curva. Devemos destacar que o cálculo de áreas de figuras planas, cujos contornos são segmentos de reta, para nós, é bastante familiar.

A integração surgiu historicamente da necessidade de se calcular áreas de figuras cujos contornos são não retilíneos. Porém, vale realçar que o cálculo diferencial e integral, não se restringe apenas à determinação dessas áreas. São inúmeras as aplicações da Integral. Como operação, a integração é a inversa da diferenciação. Neste contexto, devemos considerar que a integral é um processo para se achar uma função a partir do conhecimento de sua derivada.

1 INTEGRAL INDEFINIDA

1.1 CONCEITO

Uma função F(x) é chamada uma primitiva da função f(x) em um intervalo I(ou simplesmente uma primitiva de f(x), se, para todo $x \in I$, temos F'(x) = f(x).

1.2 PRIMITIVA DE UMA FUNÇÃO

Dada a função **f**, definida num intervalo real, chamamos de primitiva de **f** à função **g**, tal que **g'(x) = f(x).**

Assim, se $f(x) = 2x$ então a função $g(x) = x^2$ é uma primitivas de **f.** Devemos considerar que as diversas primitivas de uma função f, diferenciam-se por uma constante real. Assim, podemos estabelecer a família de primitivas de **f** como sendo **$g(x) = x^2 + c$**, onde **c** é um número real.

Exemplo

1. Calcule a primitiva das funções abaixo:

a) $f(x) = 3x^2 \Rightarrow g(x) = x^3 + c$

b) $f(x) = \text{sen}x \Rightarrow g(x) = \cos x + c$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x} \Rightarrow g(x) = \ell n\, x + c$

Nome:____DATA: ___/____/____

1.3 DEFINIÇÃO

Se F(x) é uma primitiva de f(x), a expressão F(x) + c é chamada integral indefinida da função f(x) e é denotada por:

$\int f(x)dx = F(x) + C$, que se lê na parte esquerda, integral de **f(x)** com relação à x, igual a integral definida que é F(x) + C.

1.4 REGRAS GERAL DE INTEGRAÇÃO

$$\boxed{\int u^m du = \frac{u^{m+1}}{m+1} + C}$$

EXEMPLO (RESOLVER)

1. Calcule as integrais

a) $\int x \ dx =$

b) $\int 3 \ dx =$

c) $\int x^2 dx =$

d) $\int x^3 \ dx =$

e) $\int \frac{1}{x^3} \ dx =$

f) $\int \sqrt{x} \ dx =$

Algumas regras (artifícios do cálculo)

$$\int e^{nx} \ dx = \frac{1}{n} e^{nx} + c$$

$$\int \cos nx \ dx = \frac{1}{n} sen \ nx + c$$

$$\int sen \ nx \ dx = -\frac{1}{n} \cos nx + c$$

EXEMPLO (RESOLVER)

1. Calcule as integrais

a) $\int e^{3x} \ dx$

b) $\int \cos 2x \ dx$

c) $\int \ sen \ 5x \ dx$

Nome:____DATA: ___/____/____

1.5 PROPRIEDADES DA INTEGRAL INDEFINIDA

Se **f** e **g** são funções contínuas e **K** um número real então:

1. $\int k.f(x)dx = \mathrm{K}.\int f(x)dx$
2. $\int (f+g)(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
3. $\int\int (f-g)(x)dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

EXEMPLO (RESOLVER)

1. Calcule as integrais

a) $\int (x^2 - 3x + 1)dx =$

b) $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 3}{x^2}dx =$

c) $\int (5e^x + 3\cos x)dx =$

d) $\int (x^2 - \sqrt{x})dx =$

e) $\int (3x+4)^2 dx =$

f) $\int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}}dx =$

h) $\int \frac{sec^2 x}{cosec\, x}$ dx $=$

Nome:____DATA: ___/____/____

LISTA DE EXERCÍCIO_01 (RESOLVER)

1 Calcular as integrais indefinida

a) $\int dx$ R: $x+c$

b) $\int x dx$ R: $\frac{x^2}{2}+c$

c) $\int \frac{x^2+1}{x^2} dx$ R: $1 - \frac{1}{x} + c$

d) $\int 2x^5 dx$ R: $\frac{x^6}{3}+c$

e) $\int (2x)^3 2dx$ R: $4x^4+c$

f) $\int (3x)^2 3dx$ R: $9x^3+c$

g) $\int x^{-3} dx$ R: $-\frac{1}{2x^2}+c$

h) $\int (2x^3 - \frac{x^2}{2} + 5x) dx$ R: $\frac{2x^4}{4} - \frac{x^3}{6} + \frac{5x^2}{2} + c$

i) $\int (\frac{x^4}{3} - 3x^2 - 1) dx$ R: $\frac{x^5}{15} - x^3 - x + c$

j) $\int (x^2+1)^2 2x dx$ R: $\frac{x^6}{3} + x^4 + x^2 + C$ ou $\frac{(x^2+1)^3}{3}+c$

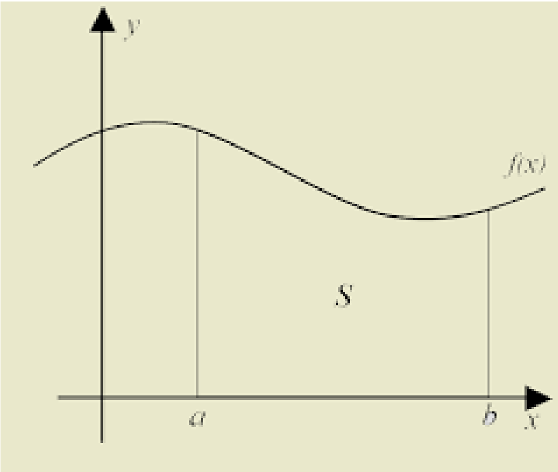
Nome:____DATA: ___/____/____

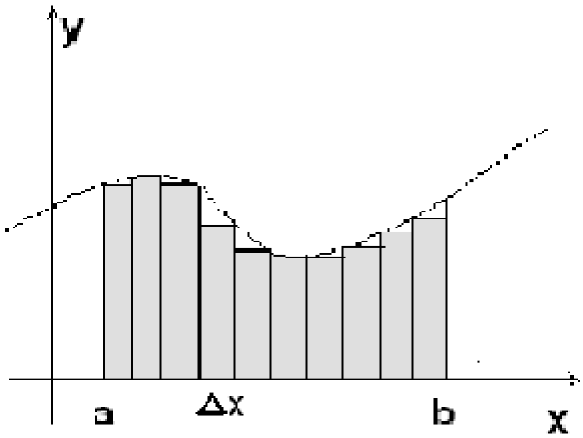
2 INTEGRAL DEFINIDA OU INTEGRAL DE RIEMANN

Considere uma “partição” do intervalo [a,b], ou seja uma sequência da forma da forma $a = x_0, x_1, x_2, \ldots, , x_{n-1}, x_n$ = (partição em n intervalos)

Considere uma função $f(x) \geq o$, definida no intervalo [a,b]

OBS: dentro do intervalo [a,b] possui vários intervalos retângulos de área R.





Definição

Seja f uma função definida no intervalo [a,b] e seja n uma particição qualquer de [a,b]. A integral definida de f de a até b, denotada por:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Esta integral é a área da região do gráfico de f de a até b.

Nome:____DATA: ___/____/____

Teorema Fundamental do Cálculo: Se $y = f(x)$ é uma função contínua no intervalo $[a,b]$ e $F'(x) = f(x)$ [isto é, $F(x)$ é uma primitiva ou anti-derivada $f(x)$], então

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

EXEMPLO (RESOLVER)

1. Calcular as integrais definidas, fazendo interpretação geométrica.

a) $\int_1^2 2x\, dx$

b) $\int_0^2 x^2\, dx$

c) $\int_{-2}^0 x^3\, dx$

d) $\int_0^{\pi/2} \cos t\, dt$

Nome:____DATA: ___/____/____

LISTA DE EXERCÍCIO_04 (RESOLVER)

1. Calcular as integrais

a) $\int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 1)\, dx$

B) Calcular $\int_0^4 f(x)\, dx$, onde f(x) = $\begin{cases} x^2, se\ 0 \leq x \leq 2 \\ 2x\ , se\ 2 < x \leq 4 \end{cases}$

GABARITO

1.

a) 1/12 b) 44/3

Nome:____DATA: ___/____/____

BIBLIOGRAFIA

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**. Porto Alegre: Bookman, 2007. v.1.

FLEMMING, Diva M.; GONÇALVES, Miriam B. **Cálculo A**: Funções, limites, derivação, integração. São Paulo: Makron Books, 1992.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica.** São Paulo: Harbra, 1994. V. 1.

HOFFMANN, Laurence D. et al. **Cálculo**: um curso moderno e suas aplicações. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

HUGHES-HALLET, Deborah et al. **Cálculo e aplicações.** São Paulo: Edgar Blucher, 1999.

STEWART, James. **Cálculo, volume 1**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

STEWART, James. **Cálculo, volume 2**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com geometria analítica**. 2. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 1994.