Avaliação P2 – Equações e Inequações

Nome: Angemydelson Saint Bert

1.Complete as casas abaixo, obedecendo as seguintes condições:

- a soma dos números escritos em quaisquer 3 casas consecutivas seja sempre a mesma;
- a soma total dos números escritos nas casas seja 171.

Justifique sua resposta usando cálculos matemáticos e a teoria estudada.

			15				13					

2. Ana e Pedro desejavam medir a massa ("peso") de suas mochilas usando uma balança com ponteiro. Quando pesadas separadamente as mochilas, a balança mostrava 3kg e 2kg. Quando pesadas juntas, a balança mostrava 6kg.

— *Isso não pode estar certo! - disse Ana. Dois mais três não é igual a seis.*

Então, Pedro tira as duas mochilas e fala:

— *Veja! O ponteiro da balança não está no zero! Ela está com defeito!*

Quais os verdadeiras massas de cada mochila?

3. Quais são as soluções ímpares e positivas da inequação $1 - \frac{4}{3}x \geq \frac{x+1}{2} - 5$?

4. Descubra todos os valores possíveis de x para completar o tabuleiro abaixo (também conhecido como **quadrado mágico**), sendo que deve ser preenchido com números naturais de 1 a 9, sem repetição, de modo que a soma de qualquer linha seja igual a de qualquer coluna ou diagonal. Justifique sua resposta por meio de cálculos matemáticos e o conteúdo estudado:

	x	

5. Resolva as equações e inequações da Apostila:

15) g, j, k
16) h, k, m, r
17) d, f, g, h, j

1-

Sejá:

a	b	c	15	b	c	a	13	c	a	b	c	a

Sabemos que
$a=15$ e $b=13$
Vamos procurar c.
A Soma de todos é 171 e a gente tem 5a, 4b, e 4c
Sejá:

$$5a+4b+4c=171$$
$$5(15)+4(13)+4c=171$$
$$75+52+4c=171$$
$$4c=171-75-52$$
$$4c=44 \Rightarrow \boxed{c=11}$$

E daí temos:

15	13	11	15	13	11	15	13	11	15	13	11	15

2.

Considerando que a balança tava errado e não inicia do zero.

Vamos pegar:

X: Mochila de Ana

Y: Mochila de Pedro

Z: O erro da balança

$x + z = 3$ (1)

$y + z = 2$ (2)

Sabemos ao colocar as duas juntas, temos 6 kg como resultados.

$x + y + z = 6$

$x + y = -z + 6$ (3)

Somando (1) e (2), a gente vai obter:

$x + y + 2z = 5$ (4)

(3) no (4)

$-z + 6 + 2z = 5$

$z = 5 - 6 \Rightarrow z = -1$ (5)

A gente pode dizer que a balança iniciou com -1

(5) no (1) e (5) no (2)

$x + z = 3 \Rightarrow x - 1 = 3$

$\boxed{x = 4}$

$y + z = 2$

$y - 1 = 2$

$\boxed{y = 3}$

O peso a mochila de Ana é 4 kg e aquele do Pedro é 3 kg

3- Quais são as soluções impares e positivas da inequação $1-\frac{4}{3}x \geq \frac{x+1}{2} - 5$?

$$1-\frac{4}{3}x - \frac{x+1}{2} + 5 \geq 0$$

$$\frac{6-8x-3x-3+30}{6} \geq 0$$

$$\frac{-11x+33}{6} \geq 0$$

$$-11x+33=0$$

$$-11x=-33$$

$$x=3$$

$$x \leq 3$$

$$x \quad -\infty \quad + \quad + \quad 3 \quad - \quad - \quad +\infty$$

$$S = (-\infty, 3]$$

Como que as soluções têm que ser impares e positivas então

$$\boxed{S = \{1, 3\}}$$

4- Vamos pegar o conjunto do números naturais de 1 a 9.

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sabemos que a soma dessa progressão aritmética é

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

$a_1 = 1$ $a_n = 9$ $n = 9$.

temos

$$S_n = \frac{(1+9)\times 9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S_m = 45}}$$

Sabemos que é um quadrado 3x3 então a soma de cada 3 casas alinhadas é

$$\text{Soma 3 casas} = \frac{45}{3} = 15.$$

Calculamos a média da progressão.

$$8\ M = \frac{a_1 + a_n}{2} \Rightarrow M = \frac{1+9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{M = 5}}$$

então temos.

4	9	2	→ 15
3	5	7	→ 15
8	1	6	→ 15
18	15	18	18

$\boxed{x = 5}$

5. Resolva as equações e inequações da Apostila.

15)

g. $\dfrac{x+1}{4-x^2} < 0$

$x + 1 = 0$ ou $4 - x^2 = 0$

$x = -1$ $\qquad -x^2 = -4$

$x^2 = 4$

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$S_1 = -1$ $\qquad S_2 = \pm 2$

	$-\infty$	$x=-2$		$x=-1$		$x=2$	$+\infty$
S_1	$-$		$-$	0	$+$		$+$
S_2	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$S_1 \cup S_2$	$+$		$-$		$+$		$-$

$$\boxed{S_1 \cup S_2 = (-2, -1) \cup (2, +\infty)}$$

j) $\frac{3}{x^2-5} < 0$

$x^2 - 5 = 0$ | $x = \pm\sqrt{5}$

$x^2 = 5$ | $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$

S_{tot}: $-\infty \quad + \quad \underset{x=-\sqrt{5}}{0} \quad - \quad \underset{x=\sqrt{5}}{0} \quad + \quad +\infty$

$$\boxed{S_{tot} = (-\sqrt{5}, \sqrt{5})}$$

k) $x^2 - 25 > 0$

$x^2 - 25 = 0$

$x^2 = 25 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{25}$

$x = \pm 5$

S_{tot}: $-\infty \quad + \quad \underset{-5}{0} \quad - \quad \underset{5}{0} \quad + \quad +\infty$

$S_{tot} = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$

16.

h) $\dfrac{5x-3}{3x-4} > -1$

$\dfrac{5x-3}{3x-4} + 1 > 0$

$\dfrac{5x-3+3x-4}{3x-4} > 0$

$\dfrac{8x-7}{3x-4} > 0$

$8x-7=0$ ou $3x-4=0$

$8x=7$ $\quad$ $3x=4$

$x=7/8$ $\quad$ $x=4/3$

$S_1=7/8$ $\quad$ $S_2=4/3$

	$-\infty$		$x=7/8$		$x=4/3$		$+\infty$
S_1		$-$	0	$+$		$+$	
S_2		$-$		$-$	0	$+$	
$S_1 \cup S_2$		$+$		$-$		$+$	

$S_1 \cup S_2 = (-\infty, 7/8) \cup (4/3, +\infty)$

k) $\dfrac{1}{x-4} < \dfrac{2}{x+3}$

$\dfrac{1}{x-4} < \dfrac{2}{x+3}$

$\dfrac{1}{x-4} - \dfrac{2}{x+3} < 0$

$\dfrac{(x+3)-2(x-4)}{(x-4)(x+3)} < 0$

$\dfrac{-x+11}{(x-4)(x+3)} < 0$

$-x+11=0$ ou $x-4=0$ ou $x+3=0$

$x=11$ $\quad$ $x=4$ $\quad$ $x=-3$

$S_1=11$ $\quad$ $S_2=4$ $\quad$ $S_3=-3$

	$-\infty$		-3		4		11		$+\infty$
S_1		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
S_2		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
S_3		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$S_1 \cup S_2 \cup S_3$		$+$		$-$		$+$		$-$	

$S_1 \cup S_2 \cup S_3 = (-3, 4) \cup (11, +\infty)$

m) $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

Calculamos Δ

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1)$

$\Delta = 4 - 4 \Rightarrow \Delta = 0$

$\Delta = 0$ Existe uma solução só.

Então $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-2)}{2a}$

$x = \frac{-(-2)}{2} \Rightarrow x = 1$

$\boxed{x = 1}$

r) $\frac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$

$4x^2 + x - 5 = 0$ ou $2x^2 - 3x - 2 = 0$

Calculamos Δ

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1^2) - 4(4)(-5)$

$\Delta = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$

$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x' = \frac{-1 - 9}{2(4)}$

$x' = \frac{-10}{8} \Rightarrow x' = -5/4$ – S_1

$x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x'' = \frac{-1 + 9}{2(4)}$

$x'' = 1$ S_2

ou

$2x^2 - 3x - 2 = 0$

Calculamos Δ

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(2)(-2)$

$\Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$

$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x' = \frac{-(-3) - 5}{2(2)}$

$x' = \frac{-2}{4} \Rightarrow x' = -1/2$ S_3

$x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x'' = \frac{-(-3) + 5}{2(2)} = 2$ S_4

	$-\infty$	$-5/4$	$-1/2$	1	2 $+\infty$
S_1	–	+	+	+	+
S_2	–	–	–	+	+
S_3	–	–	+	+	+
S_4	–	–	–	–	+
S_{tot}	+	–	+	–	+

$S_{tot} = (-\infty, -5/4) \cup (-1/2, 1) \cup (2, +\infty)$

17.

d) $|4x-1| - |2x+3| = 0$

$$(\underbrace{4x-1}_{a})^2 - (\underbrace{2x+3}_{b})^2 = 0$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$((4x-1)-(2x+3))((4x-1)+(2x+3)) = 0$$

$$(4x-1-2x-3)(4x-1+2x+3) = 0$$

$$(2x-4)(6x+2) = 0$$

$2x-4=0$ | $6x+2=0$

$2x=4$ | $6x=-2$

$x=2$ | $x=-\frac{2}{6} \Rightarrow x=-1/3$

$$\boxed{S=\{2, -1/3\}}$$

f) $|x-2| = 2x+1$

$x-2 = 2x+1$ ou $x-2=-(2x+1)$

$x-2x=1+2$ | $x-2=-2x-1$

$-x=3$ | $x+2x=-1+2$

$x=-3$ | $3x=+1$

$x=1/3$

$$\boxed{S=\{1/3\}}$$

g) $|3x+2| = 2x-3$

$3x+2=2x-3$ ou $3x+2=(-2x+3)$

$3x-2x=-3-2$ | $3x+2x=3-2$

$x=-5$ | $5x=1$

$x=1/5$

Verificação pra $x=1/5$

$$\left|3\left(\frac{1}{5}\right)+2\right| = 2\left(\frac{1}{5}\right)-3$$

$$|3(0,2)+2| = 2(0,2)-3$$

$$|2,6| = -2,6 \text{ falso}$$

então

$$\boxed{S=\emptyset}$$

h) $|x|^2 + |x| - 6 = 0$

Vamos fazer $|x| = y$

temos

$$y^2+y-6=0$$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(-6)$

$\Delta = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5$

$y' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-1-5}{2(1)}$

$y' = -3$ falso

$y'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow y'' = \frac{-1+5}{2\times 1} = \underline{\underline{2}}$ ✓

$\boxed{S=\{-2, 2\}}$ -2 Verifica a equação também

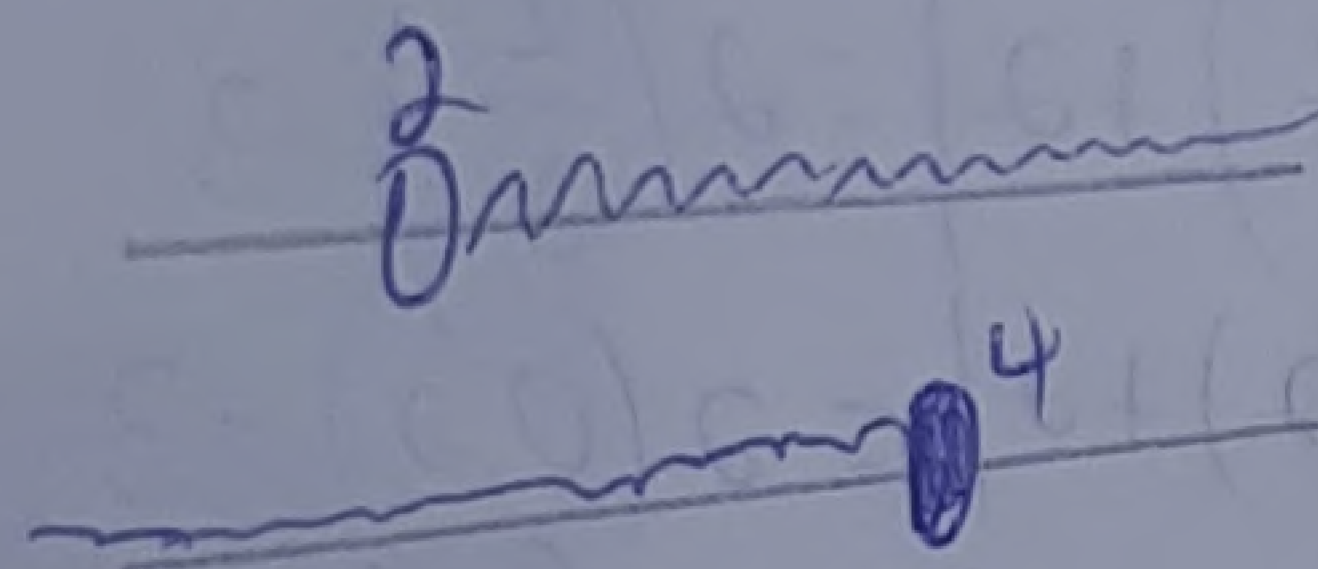
j) $1 < |x-1| \le 3$

$1 < x-1$ e $x-1 \le 3$ ou $-1 > x-1$ e $x-1 \ge -3$

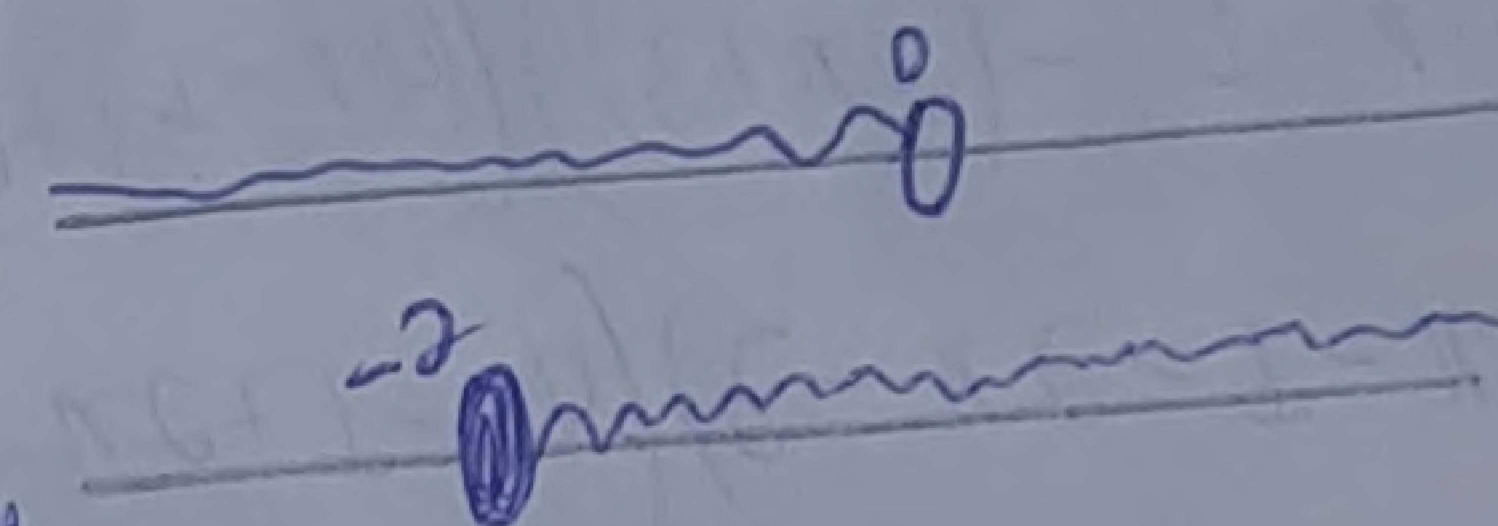
$1+1 < x$ $\quad x \le 3+1$ $\quad -1+1 > x$ $\quad x \ge -3+1$

$x > 2$ $\quad x \le 4$ $\quad x < 0$ $\quad x \ge -2$

S_1 S_2



S_3 S_4



$S = (2, 4]$ $\qquad S = [-2, 0)$

$$\boxed{S_{total} = [-2, 0) \cup (2, 4]}$$