

➤ Teoria Axiomática

Em matemática e em lógica, uma **teoria axiomática** é uma teoria baseada num conjunto de axiomas a partir dos quais são deduzidos teoremas utilizando procedimentos bem definidos (por exemplo, um conjunto de regras lógicas). Os axiomas são estabelecidos sem dedução e tomados como ponto de partida para a dedução dos teoremas. Entretanto, os teoremas podem ser utilizados para a dedução de outros teoremas.

Como condição adicional é geralmente colocado que o conjunto de axiomas seja decidível no sentido de ser um conjunto recursivo. Todo conjunto finito de axiomas é decidível e, portanto, aceitável com essa condição.

➤ Axiomas ou postulados

Na lógica tradicional, um **axioma** ou **postulado** é uma sentença ou proposição que não é provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial necessário para a construção ou aceitação de uma teoria. Por essa razão, é aceito como verdade e serve como ponto inicial para dedução de outras verdades (dependentes de teoria).

Na matemática, um *axioma* é uma hipótese inicial de qual outros enunciados são logicamente derivados. Pode ser uma sentença, uma proposição, um enunciado ou uma regra que permite a construção de um sistema formal. Diferentemente de teoremas, axiomas não podem ser derivados por princípios de dedução e nem são demonstráveis por derivações formais, simplesmente porque eles são hipóteses iniciais. Isto é, não há mais nada a partir do que eles seguem logicamente (em caso contrário eles seriam chamados teoremas). Em muitos contextos, "axioma", "postulado" e "hipótese" são usados como sinônimos.

➤ Definição

Uma **definição** é um enunciado que explica o significado de um termo (uma palavra, frase ou um conjunto de símbolos). O termo a ser definido é chamado *definiendum*. O termo pode ter muitos sentidos diferentes. Para cada sentido ou significado, um *definiens* pode ser estabelecido através de uma série de palavras que definem o termo (ou esclarece a intenção do falante). Por exemplo: para bem definir o que é *vegan*, ao *definiendum* (a palavra "vegan" em si mesma) deve ser dado um *definiens* (na verdade, no caso dessa palavra em particular, serão pelo menos dois *definiens*: (1) "uma pessoa que em sua forma de viver é contra, na medida do praticável, *todas as formas de exploração e de crueldade contra animais(veganismo)*" e (2) "alguém de Vega, uma cidade pertencente à Noruega").

Uma definição pode variar em precisão e popularidade. A palavra "vegan", por exemplo, raramente quer dizer "alguém de Vega, na Noruega". Há também diferentes tipos de definição, visando propósitos distintos (definição intencional, extensional, descritiva, estipulativa, etc.).

Como uma definição usa palavras para definir ou esclarecer uma palavra, uma dificuldade comum nessa prática é ter de escolher termos cuja compreensão seja mais acessível que a daquele que se quer definir. Se os termos usados para definir uma palavra carecerem eles mesmos de esclarecimento, a definição proposta não terá utilidade alguma.

➤ Teorema

Na matemática, um **teorema** é uma afirmação que pode ser provada como verdadeira, por meio de outras afirmações já demonstradas, como outros teoremas, juntamente com afirmações anteriormente aceitas, como axiomas. Prova é o processo de mostrar que um teorema está correto. O termo *teorema* foi introduzido por Euclides, em Elementos, para significar "afirmação que pode ser provada". Em grego, originalmente significava "espetáculo" ou "festa". Atualmente, é mais comum deixar o termo "teorema" apenas para certas afirmações que podem ser provadas e de grande "importância matemática", o que torna a definição um tanto subjetiva.

É importante notar que "**teorema**" é diferente de "teoria".

➤ Paradoxo de Russell

O **Paradoxo de Russell** é um paradoxo descoberto por Bertrand Russell em 1901 e que mostra que no sistema do livro de Frege *Leis fundamentais da aritmética* pode ser derivada uma contradição. O paradoxo foi comunicado por uma carta a Frege de 1902. Frege publicou o paradoxo no segundo volume de seu livro em 1903, num posfácio, mas Russell o publicou antes no seu livro *Princípios das Matemáticas*. Parece ter sido descoberta independentemente, mas não publicada, por Ernst Zermelo, pertencente ao círculo de Hilbert. Posteriormente, foi publicado no clássico *Principia Mathematica* e em muitos outro lugares.

Formulação matemática

Considere que o conjunto M é: "o conjunto de todos os conjuntos que não possuam a si próprios como elementos". Se todos os conjuntos estão formando o outro conjunto, então ele não pode ser um conjunto, daí surge o paradoxo: não existe conjunto de todos os conjuntos, nem classe de todas as classes. Quando se diz que a classe está dentro de todas as outras, então se diz que ela é maior que ela mesma (absurdo) formalmente: A é elemento de M se e só se A não é elemento de A .

$$M = \{A \mid A \notin A\}.$$

No sistema de Cantor, M é um conjunto bem definido. Será que M se contém a si mesmo? Se sim, não é membro de M de acordo com a definição. Por outro lado, supondo que M não contém a si mesmo, tem de ser membro de M , de acordo com a definição de M . Assim, as afirmações " M é membro de M " e " M não é membro de M " conduzem ambas a contradições.

No sistema de Frege, M corresponde ao conceito *não recai no conceito da sua definição*. O sistema de Frege também conduz a contradições: de que há uma classe definida por este conceito, que recai no conceito da sua definição apenas no caso de não recai.

➤ Primo de Mersenne

Primo de Mersenne é um [número de Mersenne](#) (número da forma $M_n = 2^n - 1$, com " n " [número natural](#)) que também é um [número primo](#). Nem todo número de Mersenne é primo: *entre os números de Mersenne, com efeito, há aqueles que são primos*; porém, além do [número um](#), que é número de Mersenne ($M_1 = 1$), porém *não-primo*, pois singular, há também números de Mersenne [compostos](#).

- Assim: $M_2 = 3$, $M_3 = 7$, $M_5 = 31$, $M_7 = 127$, $M_{13} = 8.191$, $M_{17} = 131.071$, $M_{19} = 524.287...$ etc. formam a série de mersennes primos
- Mas: $M_0 = 0$ (composto, par); $M_1 = 1$ (singular, ímpar); $M_4 = 15$, $M_6 = 63$, $M_8 = 255$, $M_9 = 511$, $M_{10} = 1.023$, $M_{11} = 2.047$, $M_{12} = 4.095...$ etc (todos números compostos e ímpares), formam a série de mersennes não-primos (o zero; o um; e os demais, *compostos ímpares*).

História

Os registros históricos dão conta de que os números primos de Mersenne, como atualmente conhecidos, já eram considerados por [Euclides de Alexandria \(360 a.C. — 295 a.C.\)](#), o notável [matemático platônico](#), o criador da [geometria euclidiana](#). Euclides, ao estudá-los, achou-lhes conexão com os [números perfeitos](#). O nome atual, entretanto, veio em consequência dos estudos de [Marin Mersenne](#), matemático francês que chegou a compilar uma lista de *mersennes primos* até o expoente 257. Verificou-se, posteriormente, que a lista era apenas parcialmente correta: em seu trabalho, ele omitiu M_{61} , M_{89} , M_{107} (*que são primos*), bem como incluiu impropriamente M_{67} e M_{257} (*que são compostos*). Não se tem informação de como Mersenne obteve essa lista e sua verificação rigorosa só foi levada a efeito mais de dois séculos depois.