$$\boxed{5} \qquad \iint_R g(x)\,h(y)\,dA = \int_a^b g(x)\,dx \int_c^d h(y)\,dy \qquad \text{onde } R = [a, b] \times [c, d]$$

EXEMPLO 5 Se $R = [0, \pi/2] \times [0, \pi/2]$, então, pela Equação 5,

$$\iint_R \operatorname{sen} x \cos y\,dA = \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x\,dx \int_0^{\pi/2} \cos y\,dy$$

$$= \Big[-\cos x\Big]_0^{\pi/2} \Big[\operatorname{sen} y\Big]_0^{\pi/2} = 1 \cdot 1 = 1$$

A função $f(x, y) = \operatorname{sen} x \cos y$ do Exemplo 5 é positiva em R, assim, a integral representa o volume do sólido que está acima de R e entre o gráfico de f, como mostrado na Figura 6.

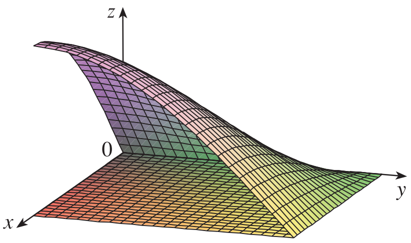

FIGURA 6

15.2 Exercícios

1–2 Determine $\int_0^5 f(x, y)\,dx$ e $\int_0^1 f(x, y)\,dy$.

1. $f(x, y) = 12x^2y^3$

2. $f(x, y) = y + xe^y$

3–14 Calcule a integral iterada.

3. $\int_1^4 \int_0^2 (6x^2 - 2x)\,dy\,dx$

4. $\int_0^1 \int_1^2 (4x^3 - 9x^2y^2)\,dy\,dx$

5. $\int_0^2 \int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} y\,dy\,dx$

6. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \int_{-1}^5 \cos y\,dx\,dy$

7. $\int_{-3}^3 \int_0^{\pi/2} (y + y^2\cos x)\,dx\,dy$

8. $\int_0^1 \int_1^2 \dfrac{xe^x}{y}\,dy\,dx$

9. $\int_1^4 \int_1^2 \left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}\right)dy\,dx$

10. $\int_0^1 \int_0^3 e^{x+3y}\,dx\,dy$

11. $\int_0^1 \int_0^1 v(u - v^2)^4\,du\,dv$

12. $\int_0^1 \int_0^1 xy\sqrt{x^2 + y^2}\,dy\,dx$

13. $\int_0^2 \int_0^\pi r \operatorname{sen}^2\theta\,d\theta\,dr$

14. $\int_0^1 \int_0^1 \sqrt{s + t}\,ds\,dt$

15–22 Calcule a integral dupla.

15. $\iint_R \operatorname{sen}(x + y)\,dA$, $R = \{(x, y) \mid 0 \leqslant x \leqslant \pi/2, 0 \leqslant y \leqslant \pi/2\}$

16. $\iint_R (y + xy^{-2})\,dA$, $\quad R = \{(x, y) \mid 0 \leqslant x \leqslant 2, 1 \leqslant y \leqslant 2\}$

17. $\iint_R \dfrac{xy^2}{x^2 + 1}\,dA$, $\quad R = \{(x, y) \mid 0 \leqslant x \leqslant 1, \; -3 \leqslant y \leqslant 3\}$

18. $\iint_R \dfrac{1 + x^2}{1 + y^2}\,dA$, $\quad R = \{(x, y) \mid 0 \leqslant x \leqslant 1, \; 0 \leqslant y \leqslant 1\}$

19. $\iint_R x \operatorname{sen}(x + y)\,dA$, $\quad R = [0, \pi/6] \times [0, \pi/3]$

20. $\iint_R \dfrac{x}{1 + xy}\,dA$, $\quad R = [0, 1] \times [0, 1]$

21. $\iint_R ye^{-xy}\,dA$, $\quad R = [0, 2] \times [0, 3]$

22. $\iint_R \dfrac{1}{1 + x + y}\,dA$, $\quad R = [1, 3] \times [1, 2]$

23–24 Esboce o sólido cujo volume é dado pela integral iterada.

23. $\int_0^1 \int_0^1 (4 - x - 2y)\,dx\,dy$

24. $\int_0^1 \int_0^1 (2 - x^2 - y^2)\,dy\,dx$

25. Determine o volume do sólido que se encontra abaixo do plano $4x + 6y - 2z + 15 = 0$ e acima do retângulo $R = \{(x, y) \mid -1 \leqslant x \leqslant 2, -1 \leqslant y \leqslant 1\}$.

26. Determine o volume do sólido que se encontra abaixo do paraboloide hiperbólico $z = 3y^2 - x^2 + 2$ e acima do retângulo $R = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

27. Determine o volume do sólido que está abaixo do paraboloide elíptico $x^2/4 + y^2/9 + z = 1$ e acima do retângulo $R = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

28. Determine o volume do sólido limitado pela superfície $z = 1 + e^x \operatorname{sen} y$ e pelos planos $x = \pm 1$, $y = 0$, $y = \pi$ e $z = 0$.

29. Determine o volume do sólido limitado pela superfície $z = x \sec^2 y$ e pelos planos $z = 0$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ e $y = \pi/4$.

30. Encontre o volume do sólido no primeiro octante limitado pelo cilindro $z = 16 - x^2$ e pelo plano $y = 5$.

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

SCA É necessário usar um sistema de computação algébrica

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com