

Vetores

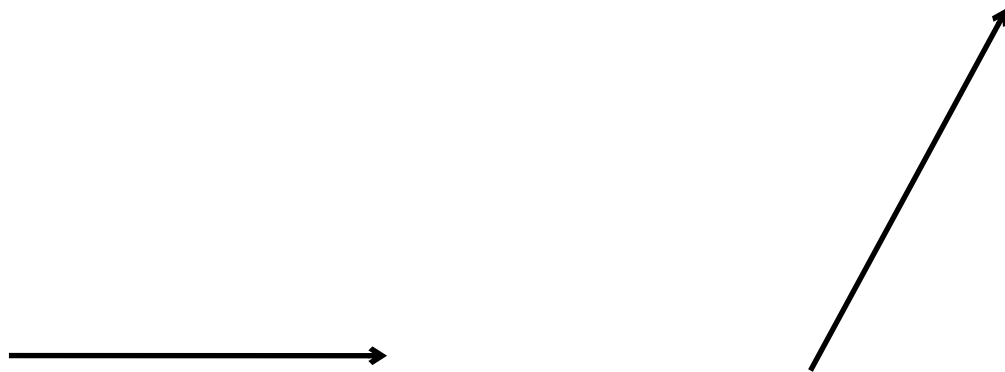
28.09.2022

**Para somar/subtrair vetores, lembre-se que os vetores são “livres”.
Ou seja, o representante pode ter sua origem colocada em qualquer ponto qualquer ponto**

Adição de Vetores

Regra do paralelogramo

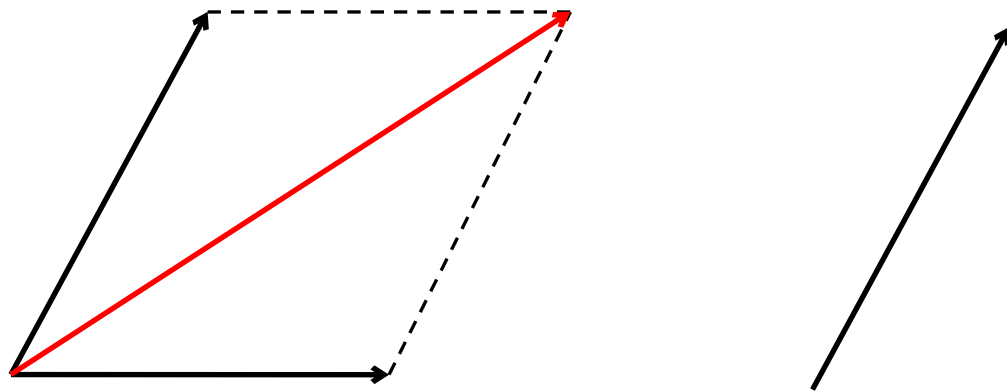
Deve-se escolher representantes de \vec{u} e \vec{v} , respectivamente \vec{AB} e \vec{AD} , com origem em A e construir um paralelogramo $ABCD$.



Adição de Vetores

Regra do paralelogramo

Deve-se escolher representantes de \vec{u} e \vec{v} , respectivamente AB e AD , com origem em A e construir um paralelogramo $ABCD$.



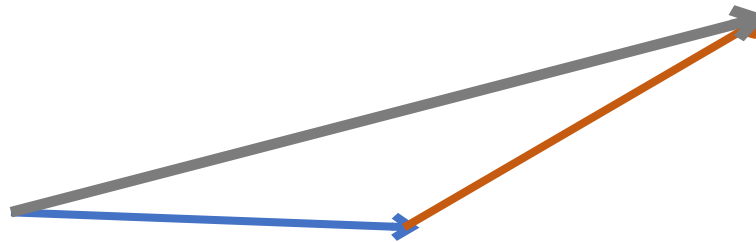
Adição de Vetores

Regra do Polígono: Considere e dois vetores, com representantes. Vamos determinar o vetor



Adição de Vetores

Regra do Polígono: Considere e dois vetores, com representantes dados pelos segmentos orientados AB e BC , respectivamente. A soma de com , denotada por , é o vetor que tem o segmento orientado AC como representante.



Adição de Vetores

Para adicionarmos dois vetores pelo método do polígono translada-se um dos vetores colocando sua origem na extremidade do outro vetor formando um “caminho”.

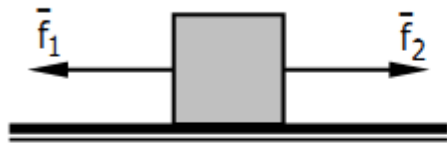
O vetor resultante terá sua origem comum ao primeiro vetor e sua extremidade comum à extremidade do último vetor.

O resultante fecha um polígono com os vetores somados.

Adição de Vetores

Vetores com mesma direção.

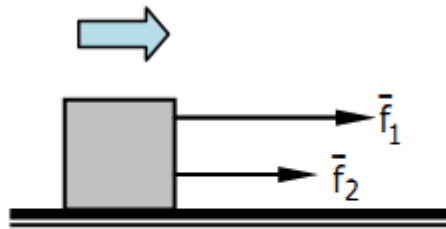
Sentidos opostos e mesmo módulo (comprimento/ intensidade)



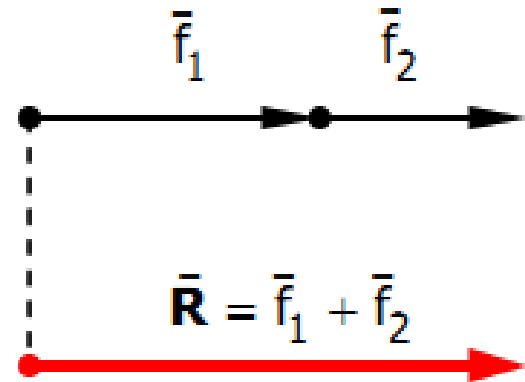
$$|\vec{f}_1| = 100\text{ N} \text{ e } |\vec{f}_2| = 100\text{ N}$$

$$\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = \vec{0} \quad \therefore |\vec{R}| = 0\text{ N}$$

Sentidos iguais.

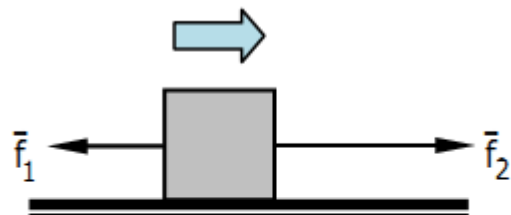


$$|\vec{f}_1| = 120\text{ N} \text{ e } |\vec{f}_2| = 100\text{ N}$$



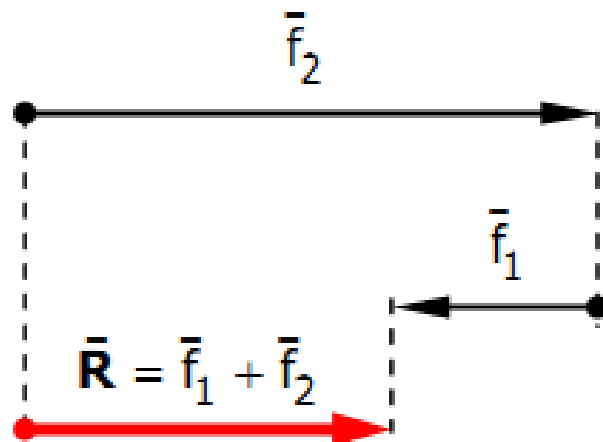
Adição de Vetores

Sentidos opostos e módulos (comprimento/ intensidade) diferentes

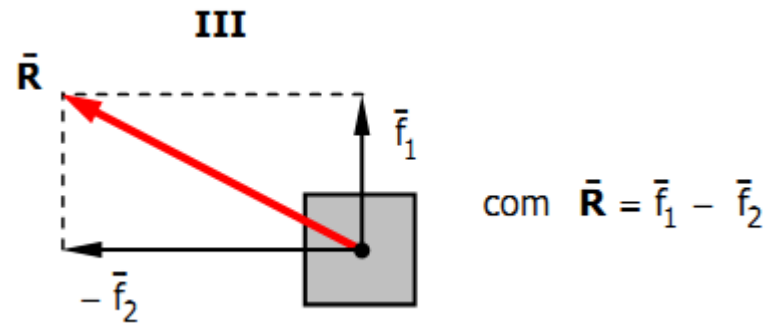
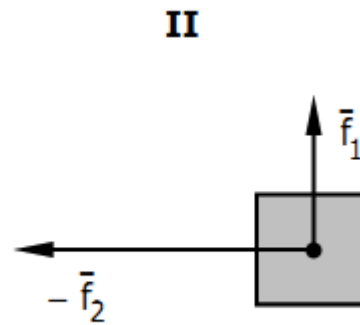
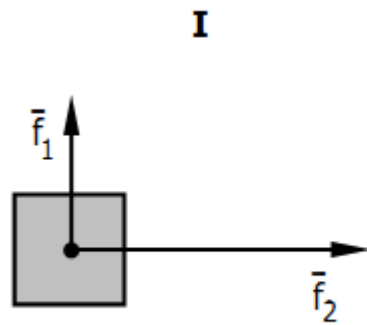


$$\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \quad \therefore \quad |\vec{R}| = 70\text{N}$$

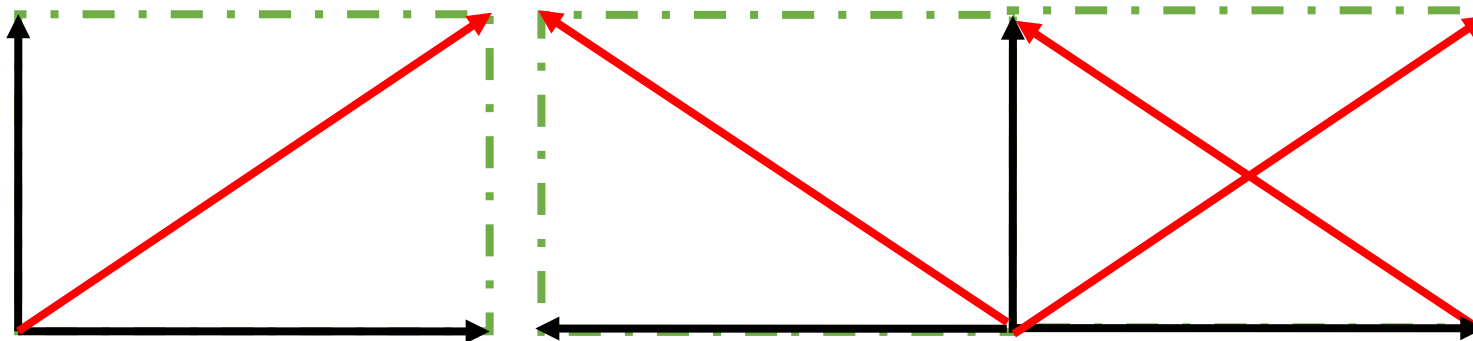
$$|\vec{f}_1| = 50\text{N} \text{ e } |\vec{f}_2| = 120\text{N}$$



Diferença entre vetores



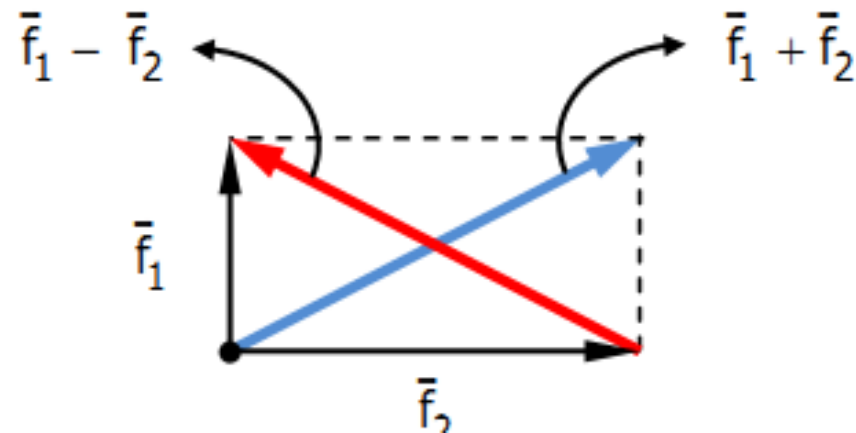
Diferença entre vetores



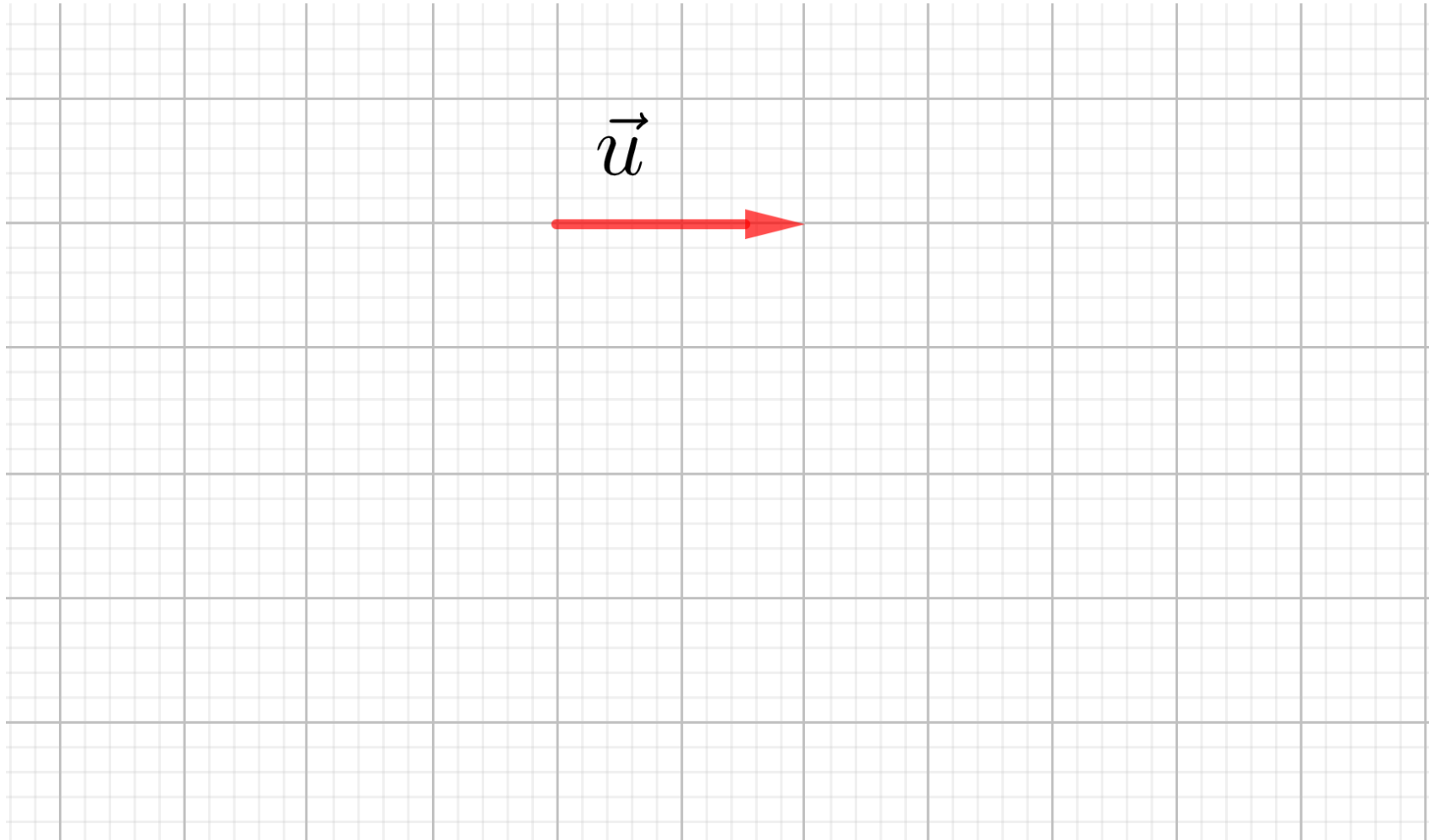
Diferença entre vetores

Assim, as diagonais do paralelogramo representam a soma e a diferença entre

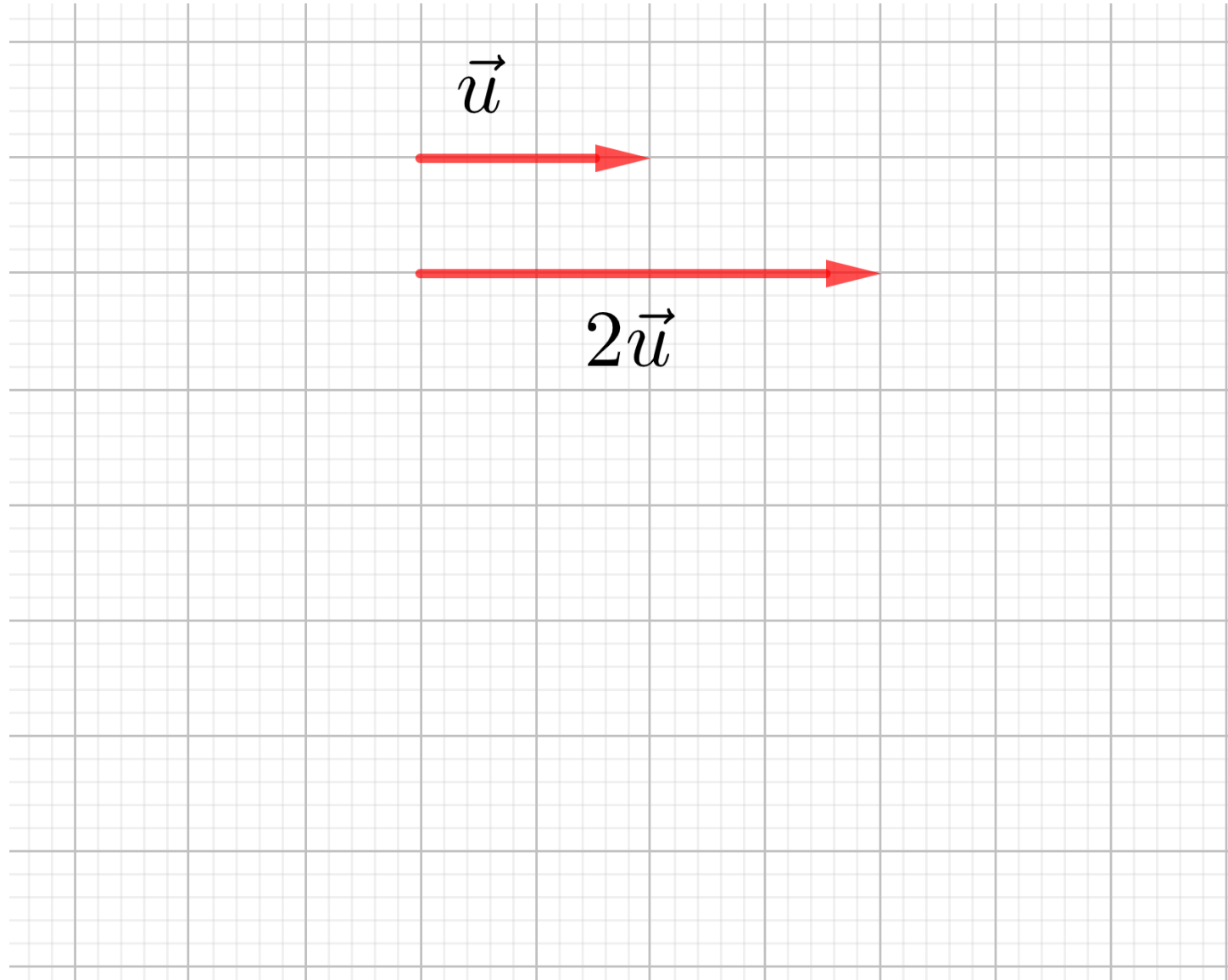
.



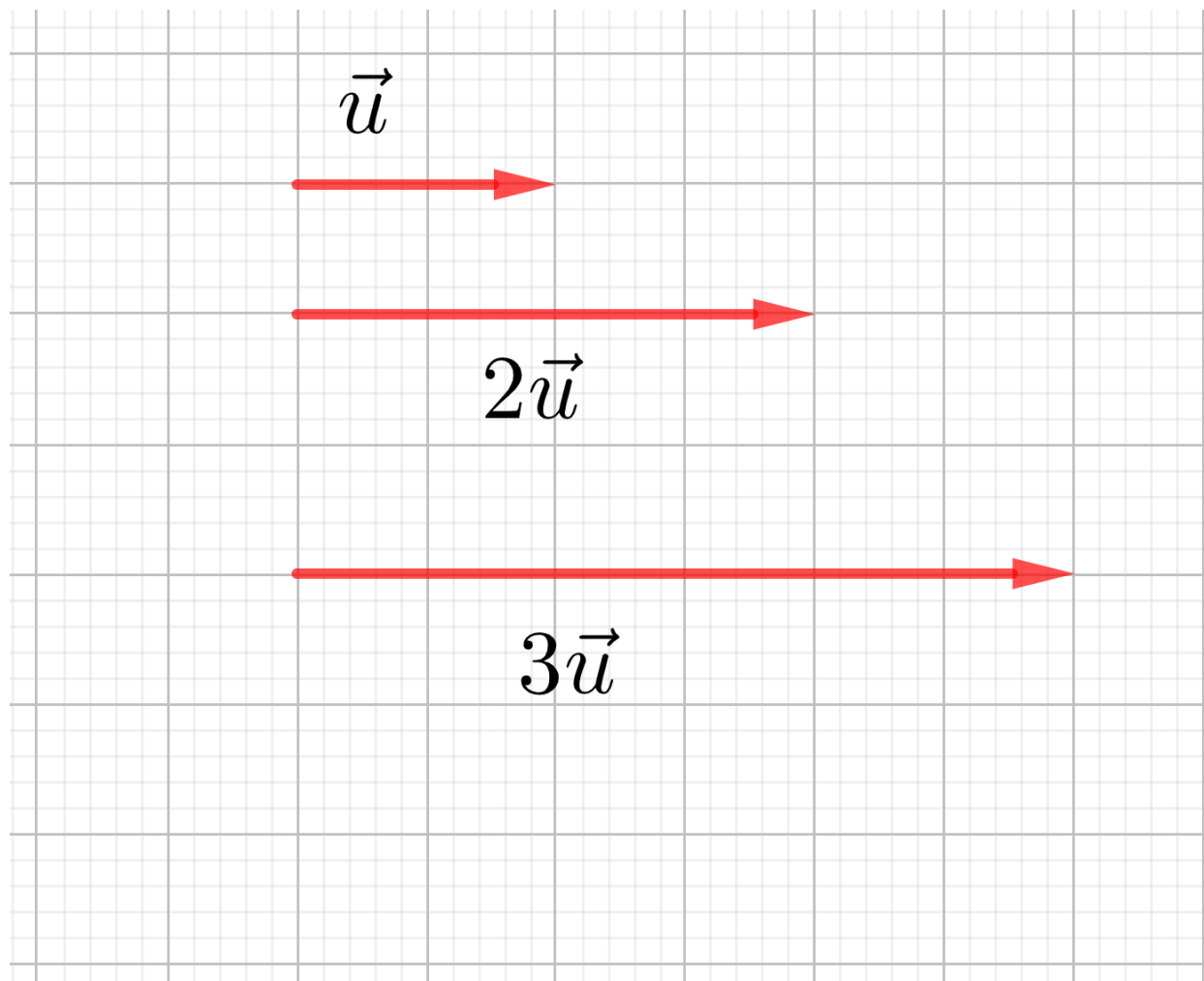
Multiplicação de Um Número Real por Vetor



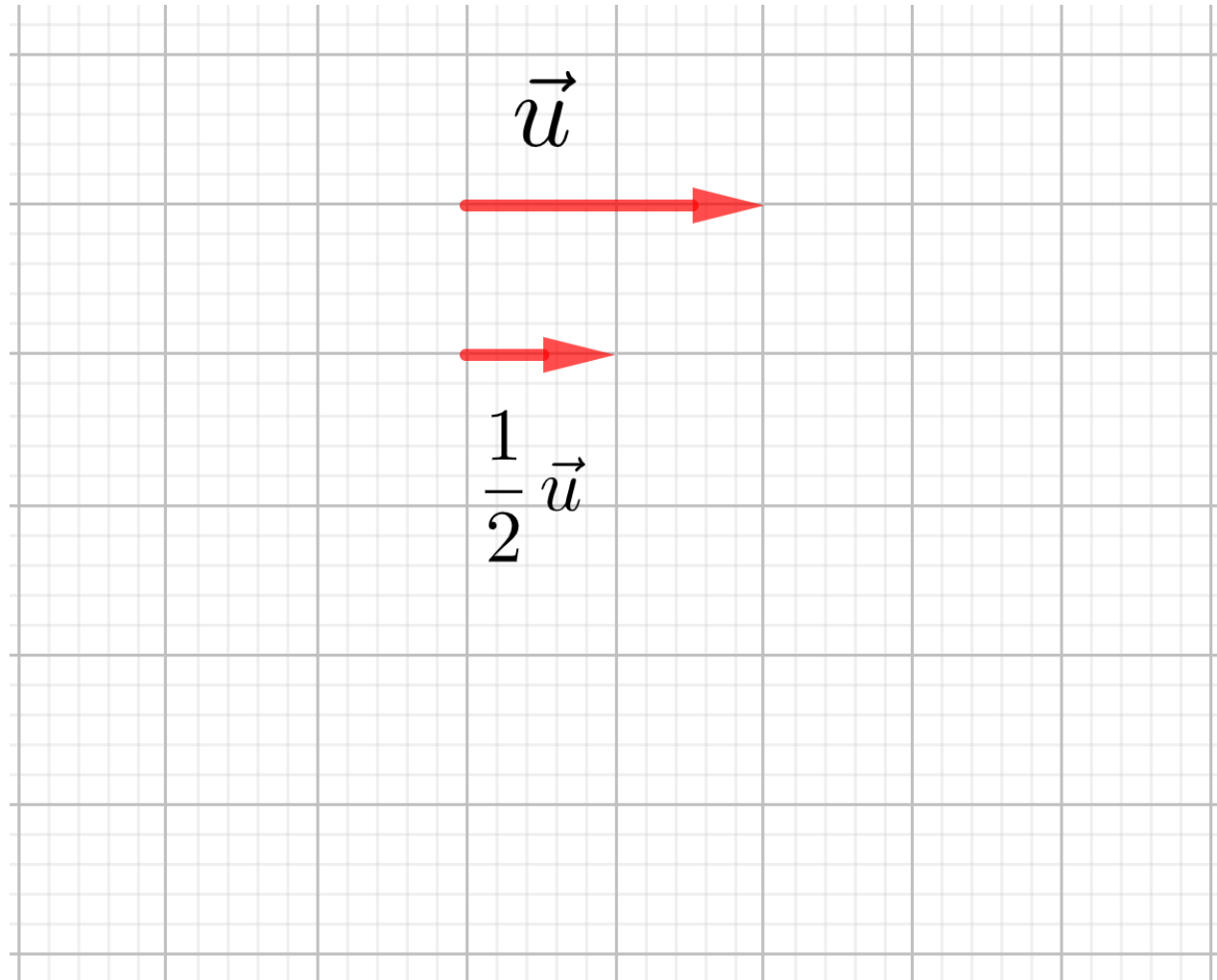
Multiplicação de Um Número Real por Vetor



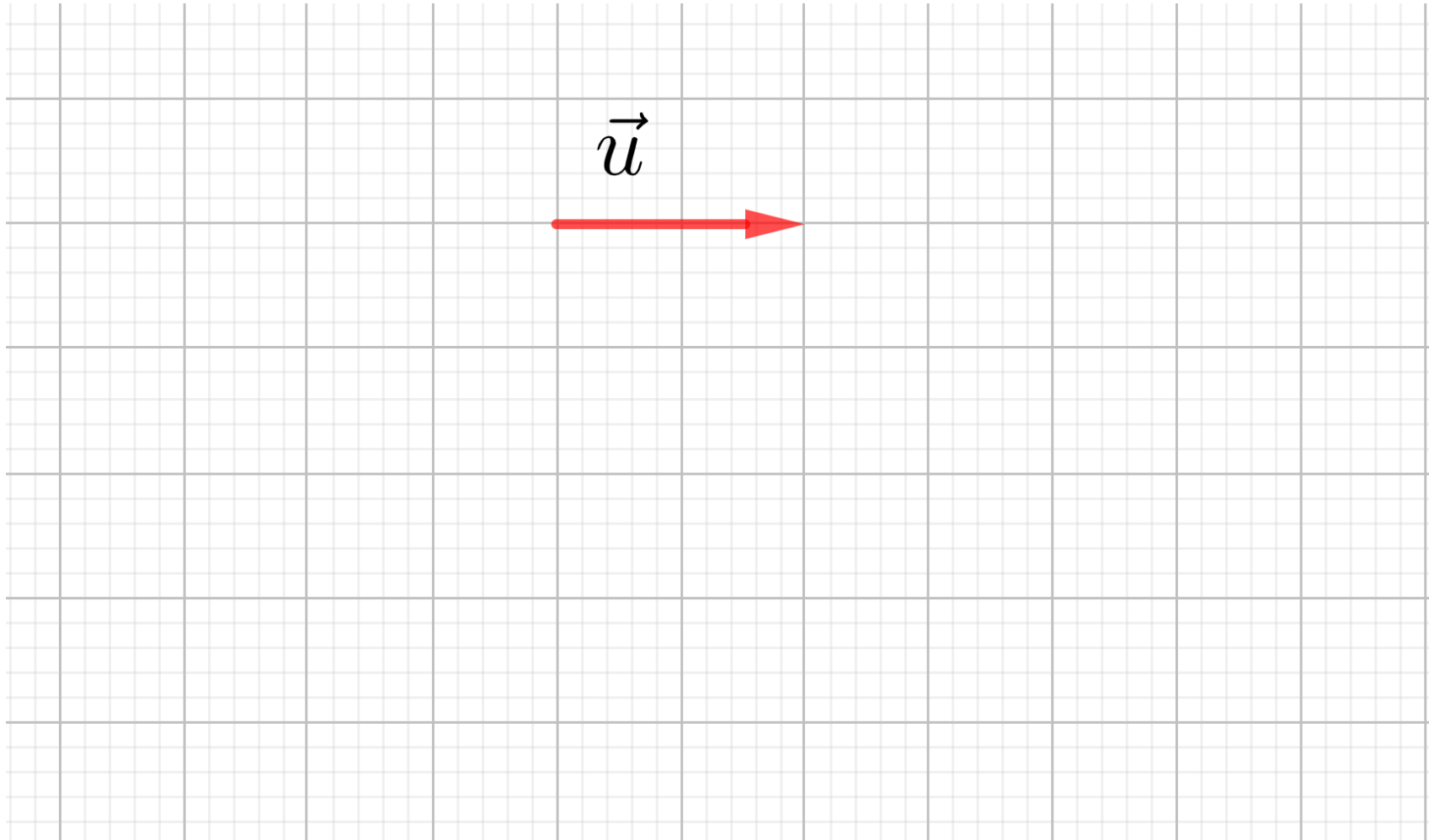
Multiplicação de Um Número Real por Vetor



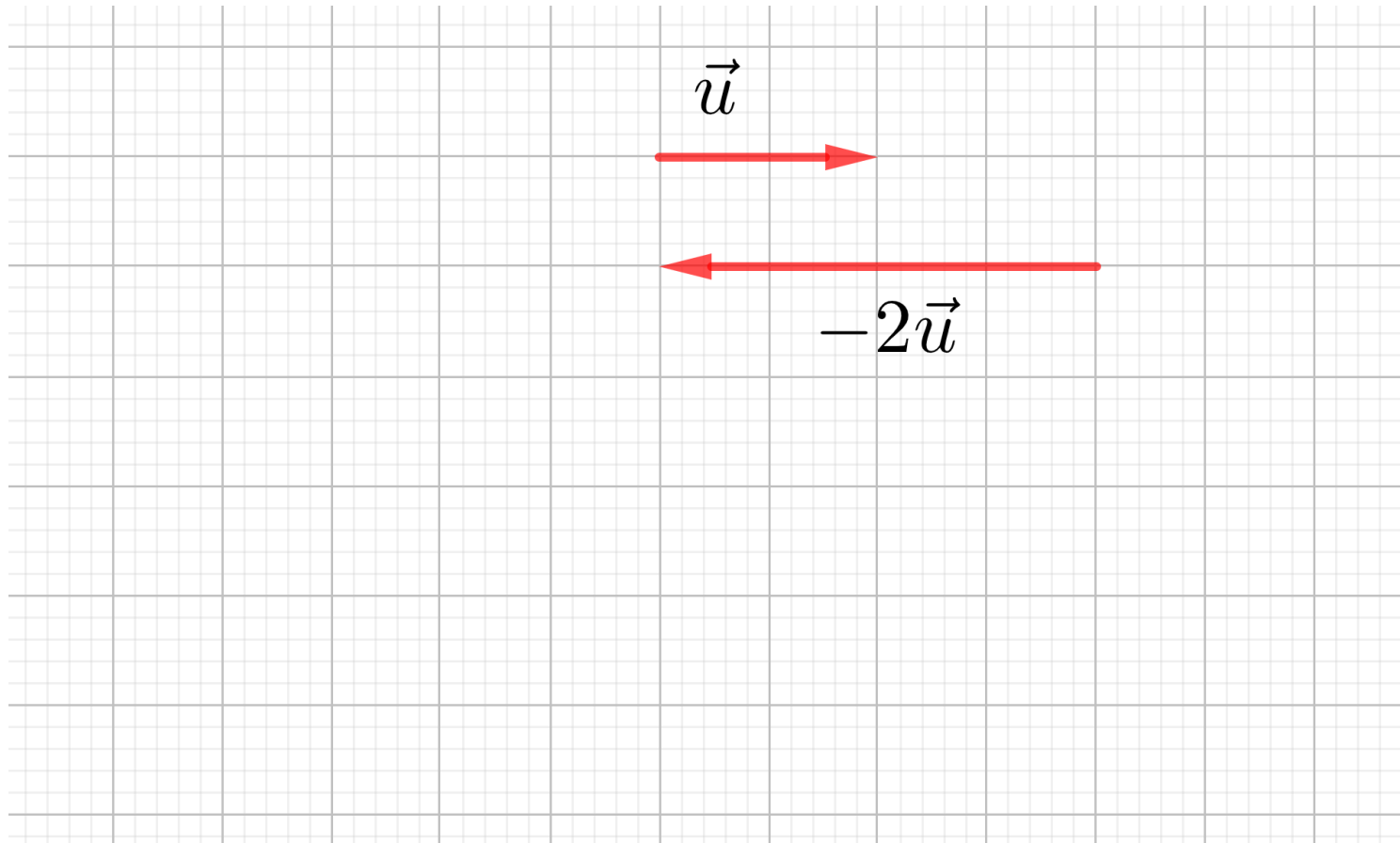
Multiplicação de Um Número Real por Vetor



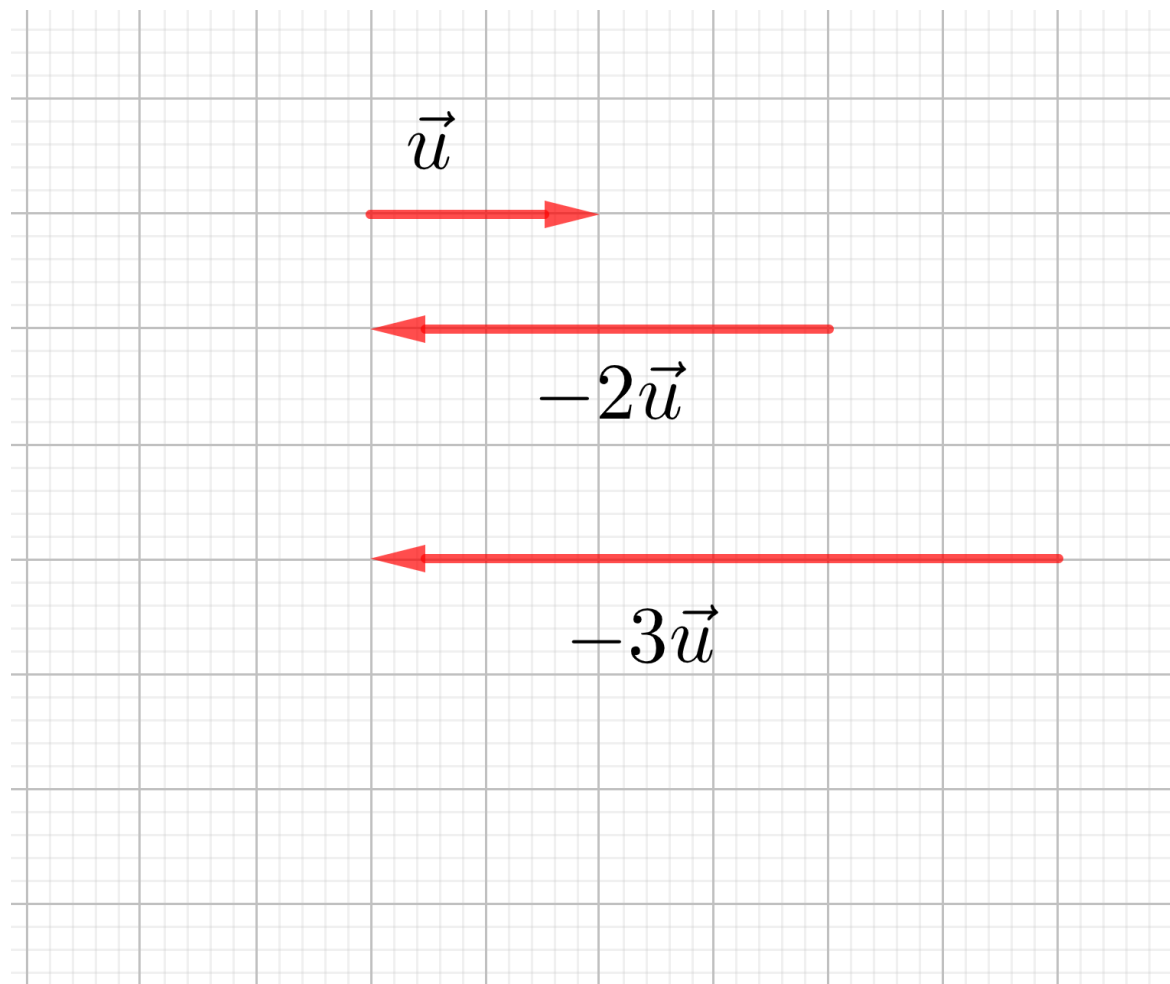
Multiplicação de Um Número Real por Vetor



Multiplicação de Um Número Real por Vetor

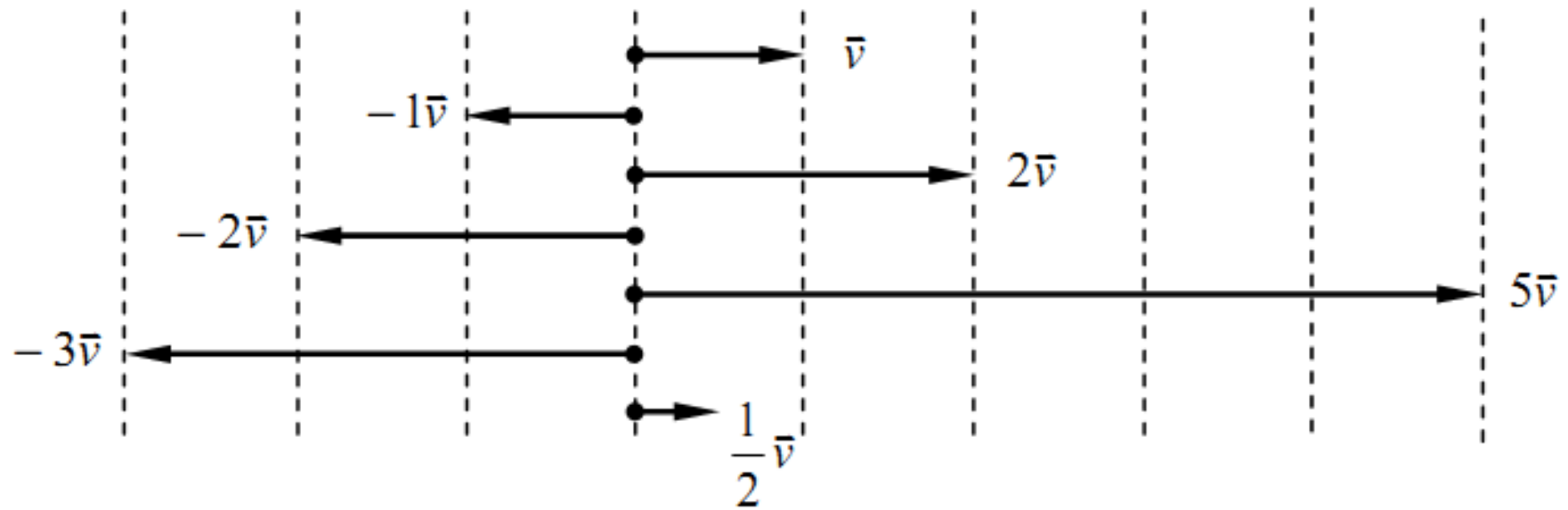


Multiplicação de Um Número Real por Vetor



Multiplicação de Um Número Real por Vetor

Vetor e seus múltiplos escalares.



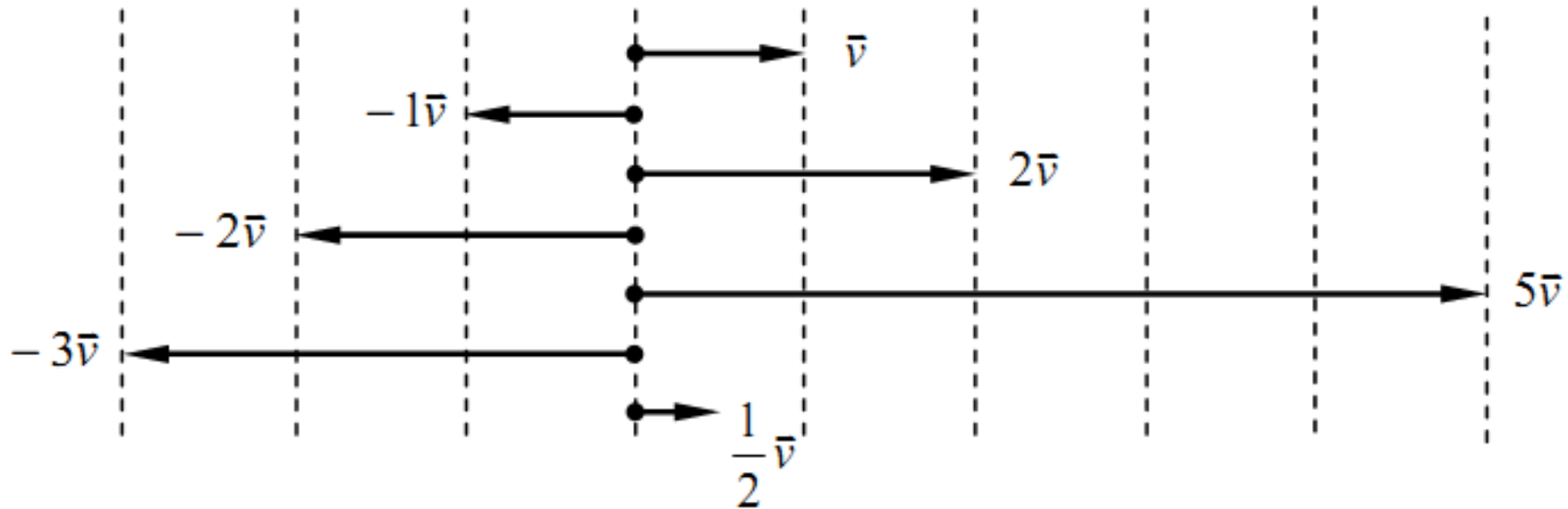
Multiplicação de Um Número Real por Vetor

Dado um vetor não nulo e um número real λ , chama-se produto do número real λ pelo vetor \vec{v} , o vetor $\lambda \vec{v}$ tal que:

a) Se $\lambda > 0$ então $\lambda \vec{v}$ tem mesma direção (é paralelo e sentido de \vec{v}) e

b) Se $\lambda < 0$ então $\lambda \vec{v}$ tem mesma direção de \vec{v} , sentido oposto e

Multiplicação de Um Número Real por Vetor



Todos os vetores acima tem mesma direção de \vec{v} .
Logo todos vetores acima são paralelos.

Multiplicação de Um Número Real por Vetor

Se dois vetores \vec{u} e \vec{v} (não nulos) são paralelos então existe um número real (não nulo) λ tal que

Multiplicação de Um Número Real por Vetor

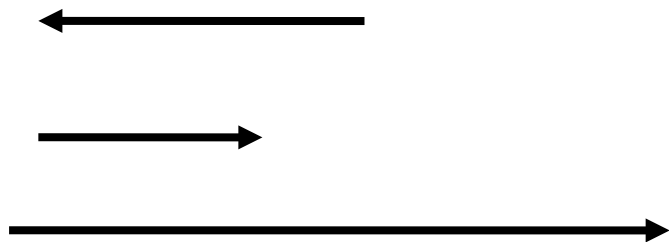


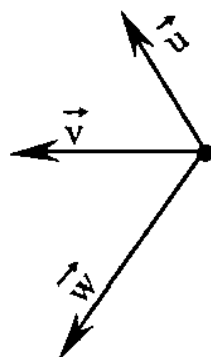
Figura 1.22

DC está dividido em 5 segmentos congruentes em relação ao vetor
()

Veja o exemplo a seguir (p. 12 do livro)

Exemplos

- 1) Representados os vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} como na Figura 1.25(a), obter graficamente o vetor \vec{x} tal que $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$.



(a)

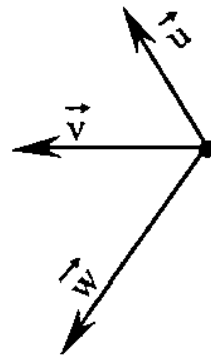
Solução: Figura 1.25(b)

Veja o exemplo a seguir (p. 12 do livro)

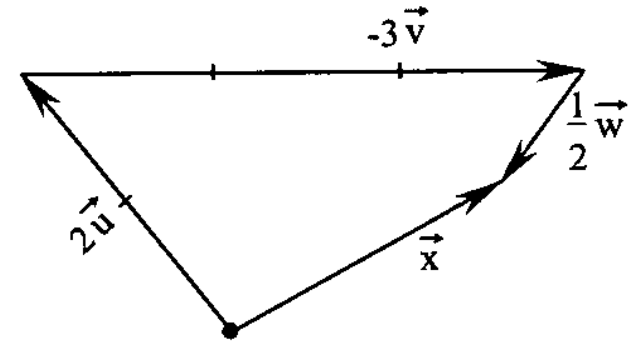
Exemplos

- 1) Representados os vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} como na Figura 1.25(a), obter graficamente o vetor \vec{x} tal que $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$.

Solução: Figura 1.25(b)



(a)

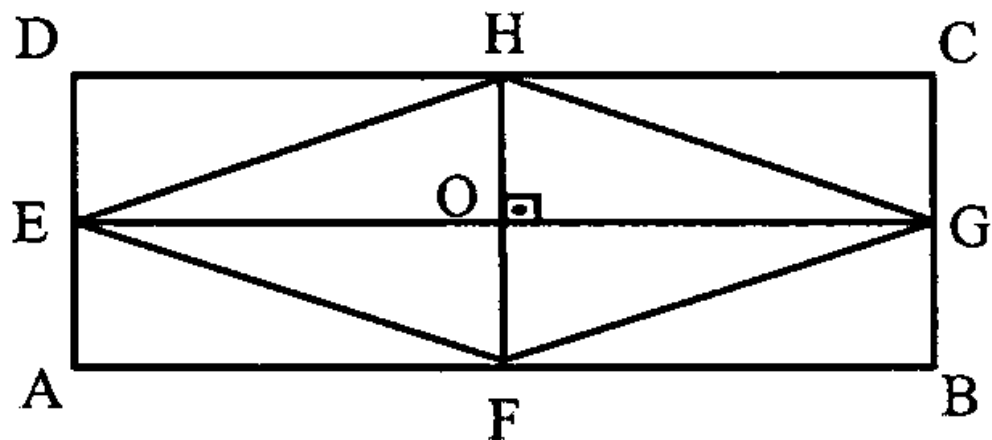


(b)

Figura 1.25

Exercício ex. 3, p. 14

Determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:



a) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CH}$

b) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FG}$

c) $2\overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{AF}$

d) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}$

e) $\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BG}$

f) $2\overrightarrow{OE} + 2\overrightarrow{OC}$

g) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EH}$

h) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$

i) $\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{HO}$

j) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{AO}$

Exercício ex. 4, p. 14

4) O paralelogramo ABCD (Figura 1.30) é determinado pelos vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AD} , sendo M e N pontos médios dos lados DC e AB, respectivamente. Determinar:

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$

c) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$

d) $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BC}$

e) $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}$

f) $\overrightarrow{BM} - \frac{1}{2} \overrightarrow{DC}$

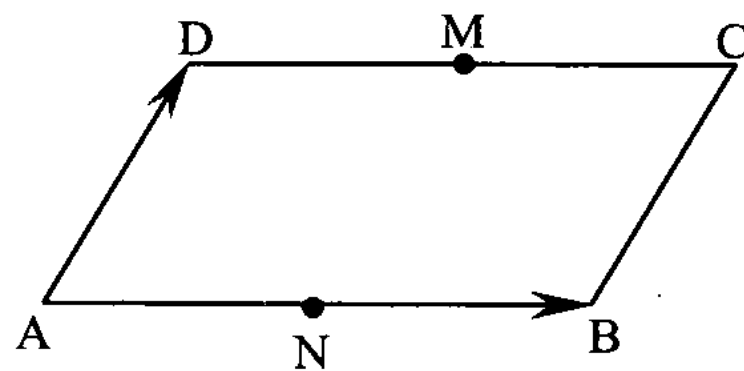
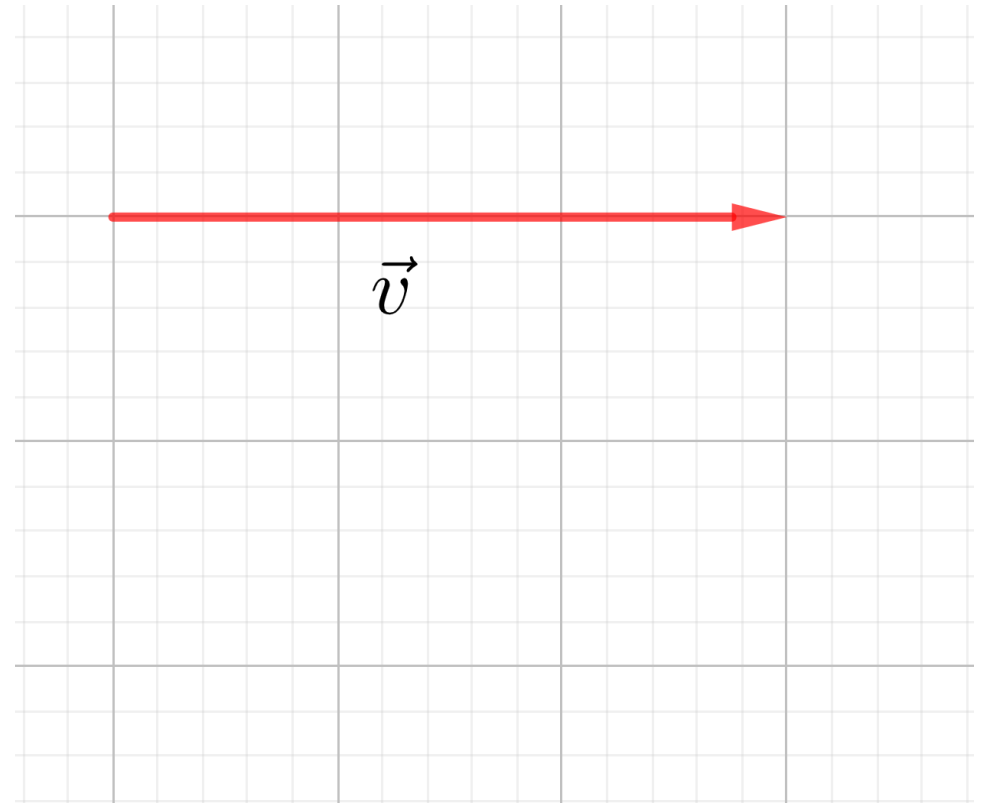


Figura 1.30

Multiplicação de Um Número Real por Vetor

- A cada vetor não nulo pode-se associar um vetor com mesma direção (paralelo) de
- Mesmo sentido de
- Unitário (comprimento 1)

- Por exemplo, se

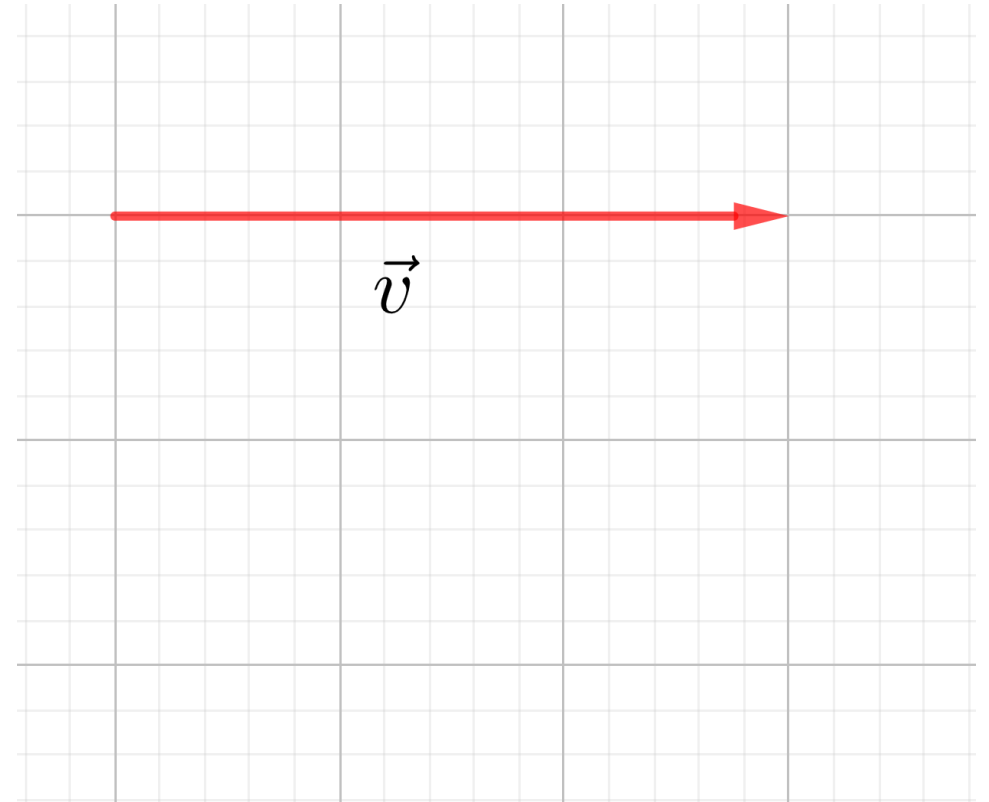


- Por exemplo, se

??? tem :

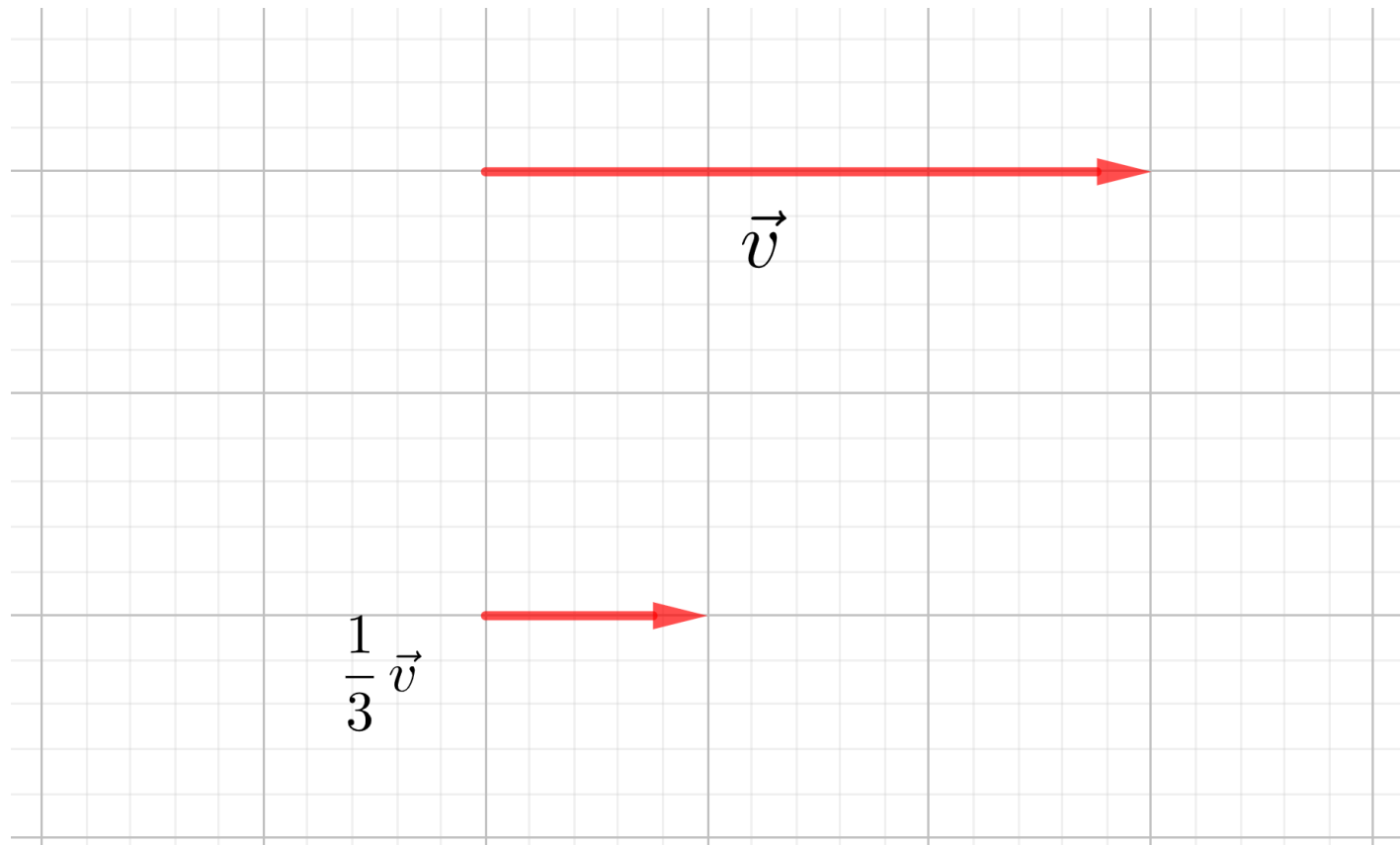
mesma direção e sentido de

E é unitário.



- Por exemplo, se

tem :

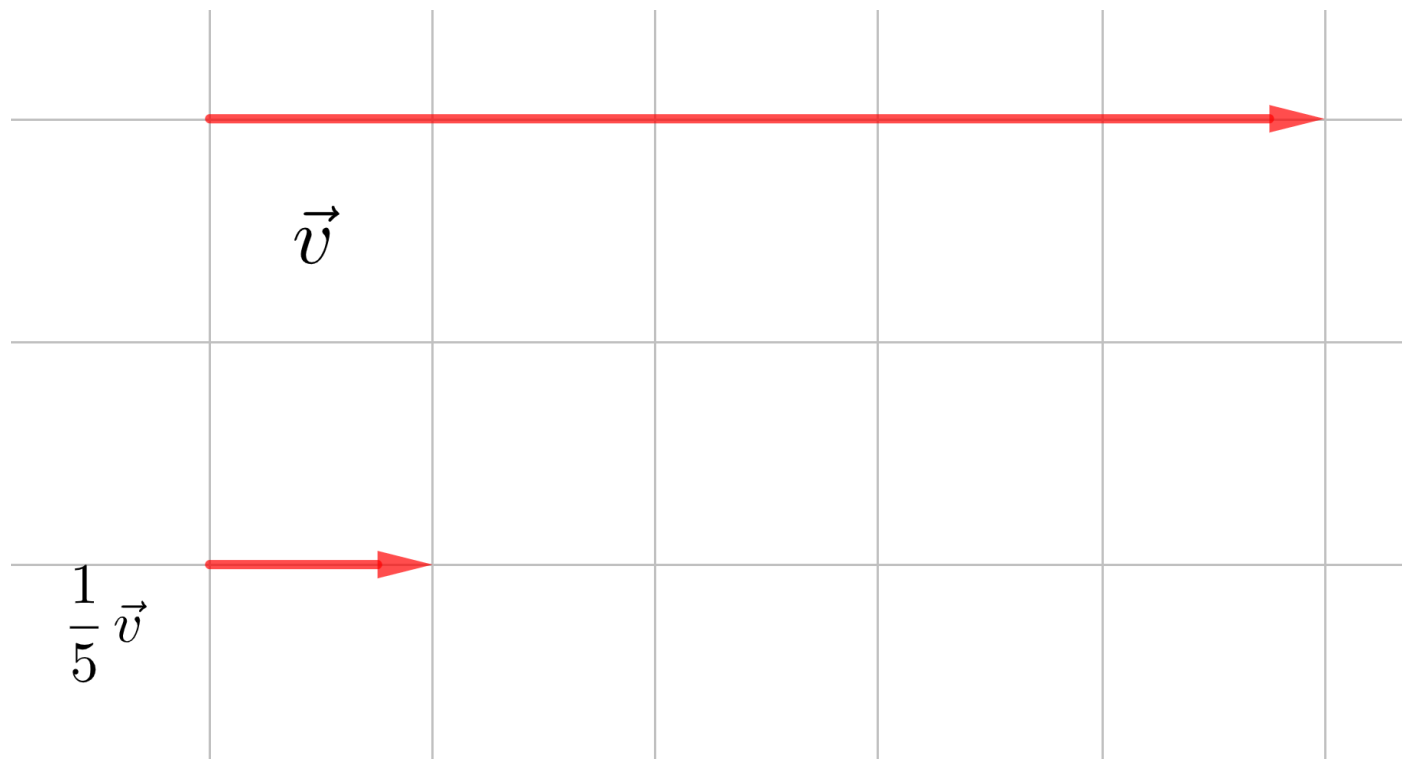


mesma direção e sentido de

E é unitário.

- Por exemplo, se

tem :

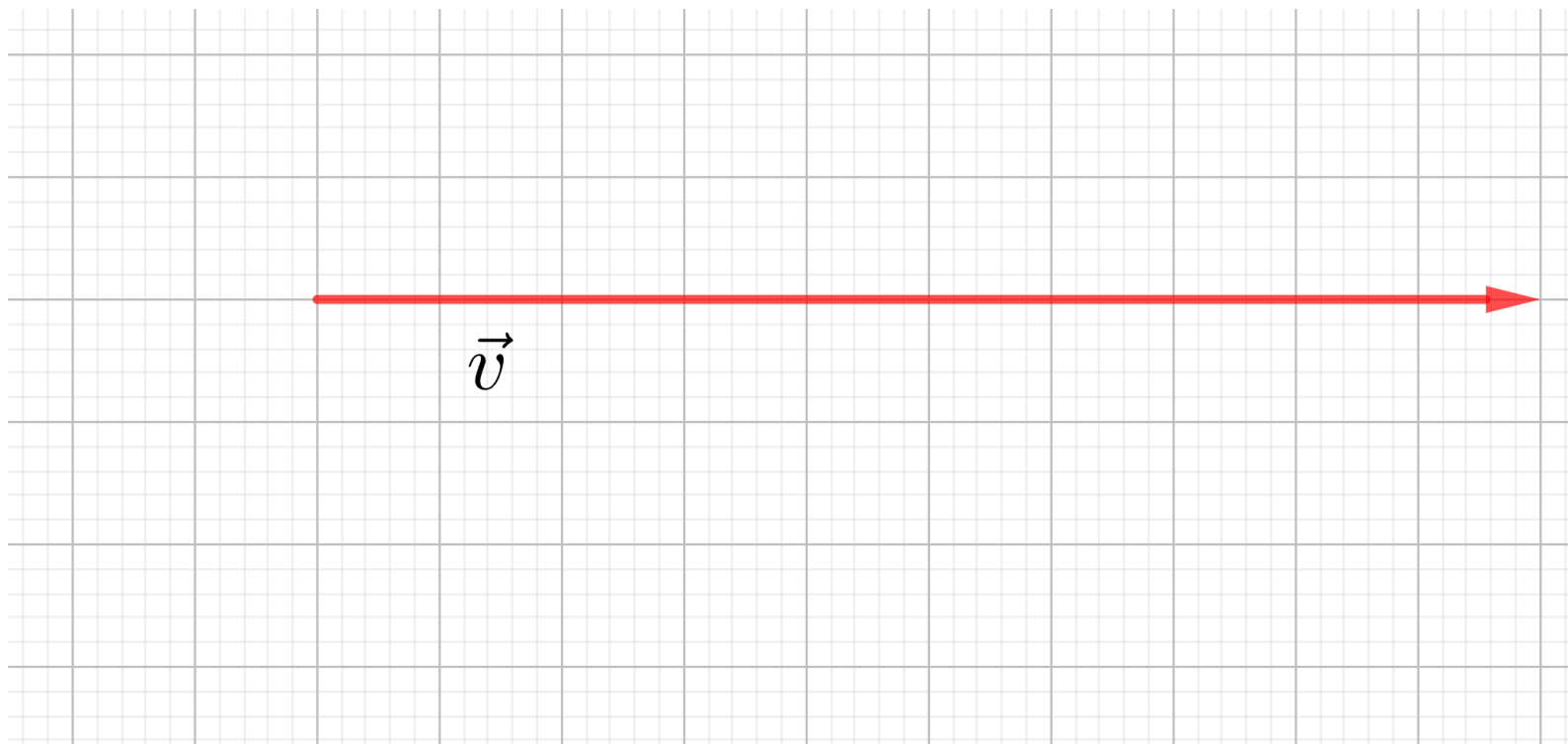


mesma direção e sentido de

E é unitário.

- Por exemplo, se

?? tem :

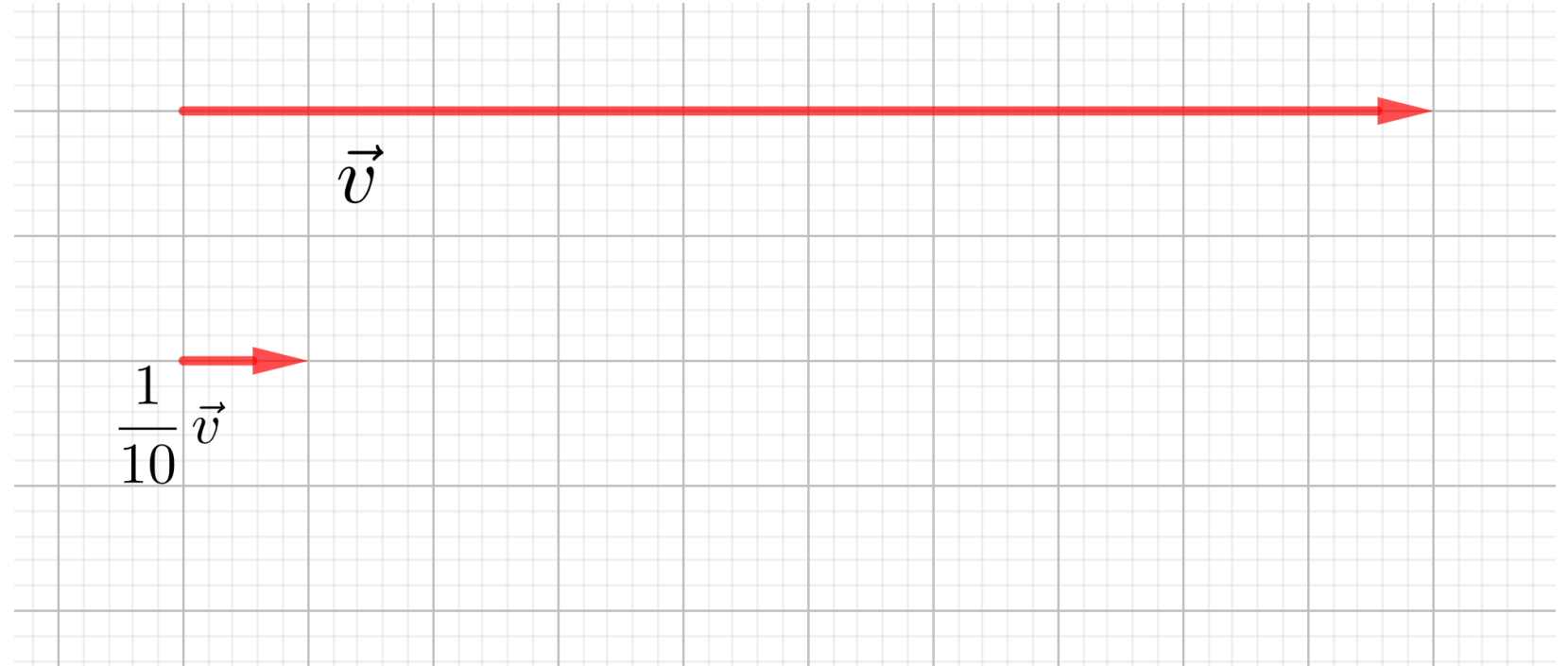


mesma direção e sentido de

E é unitário.

- Por exemplo, se

tem :

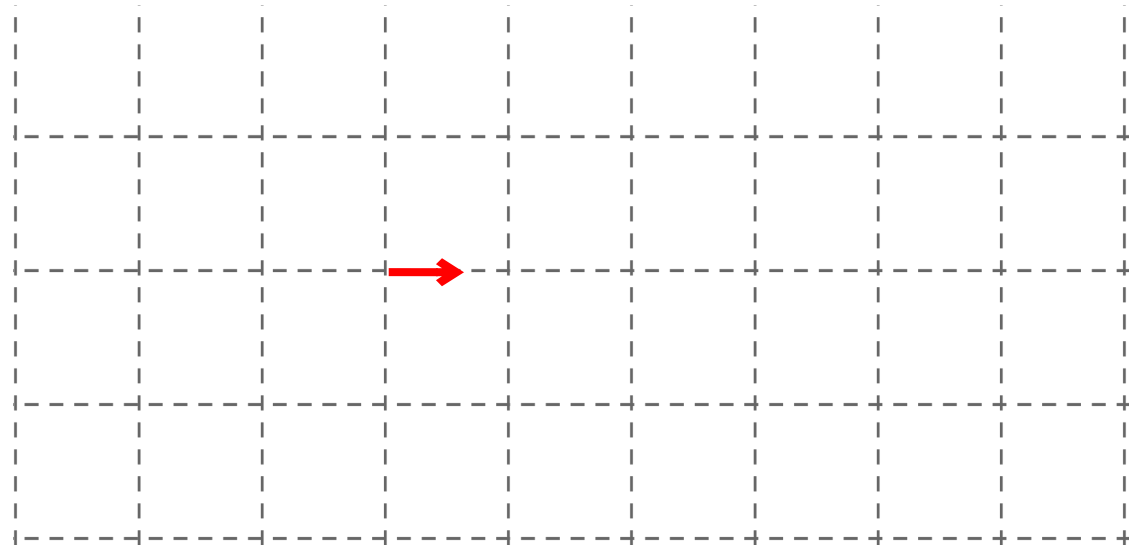


mesma direção e sentido de

E é unitário.

- Por exemplo, se

?? tem :

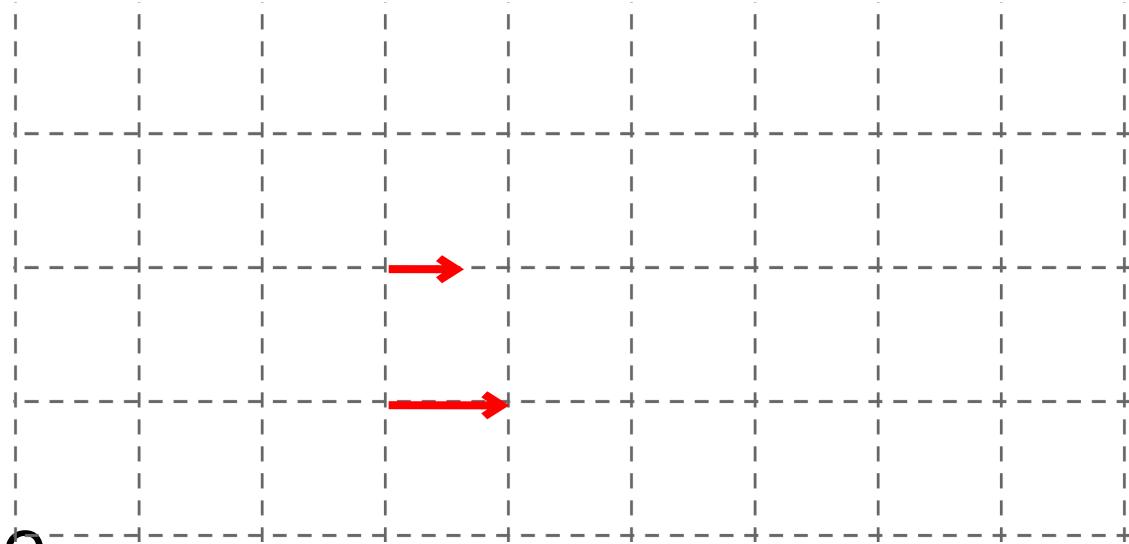


mesma direção e sentido de

E é unitário.

- Por exemplo, se

tem :



mesma direção e sentido de

\mathbf{E} é unitário.

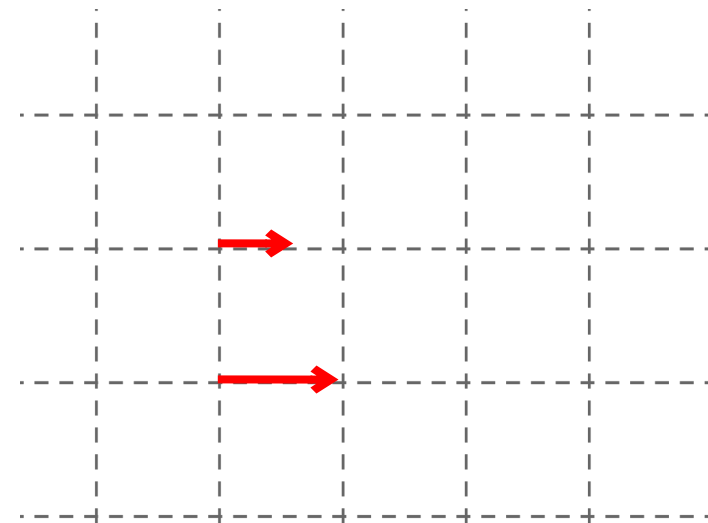
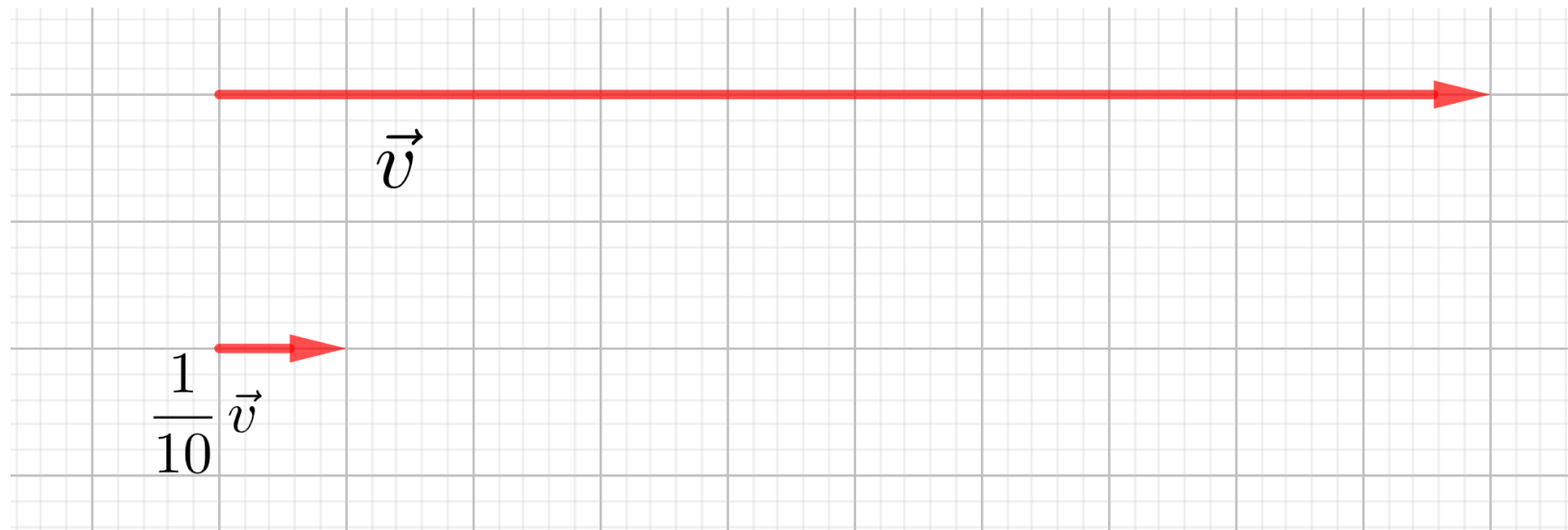
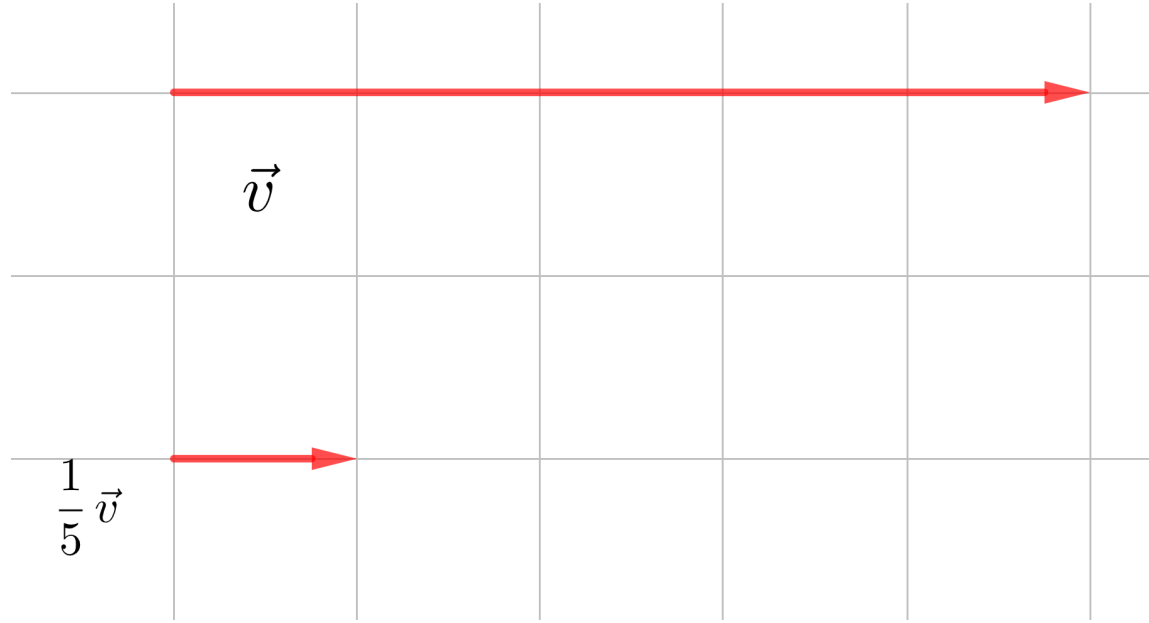
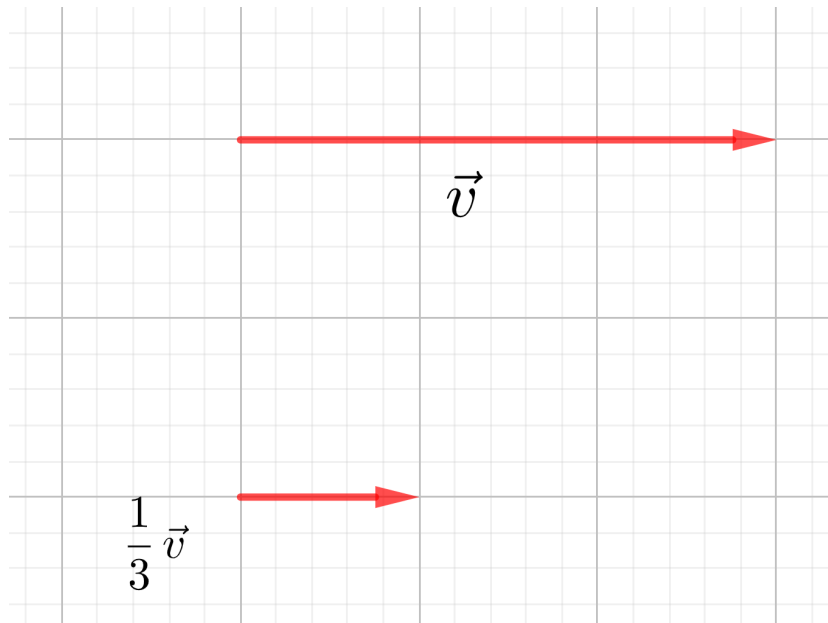
Versor

Se

?? tem :

mesma direção e sentido de

E é unitário.



Versor

Se

tem :

mesma direção e sentido de

E é unitário.

Versor

Se

tem :

mesma direção e sentido de

E é unitário.

Versor

- O vetor unitário

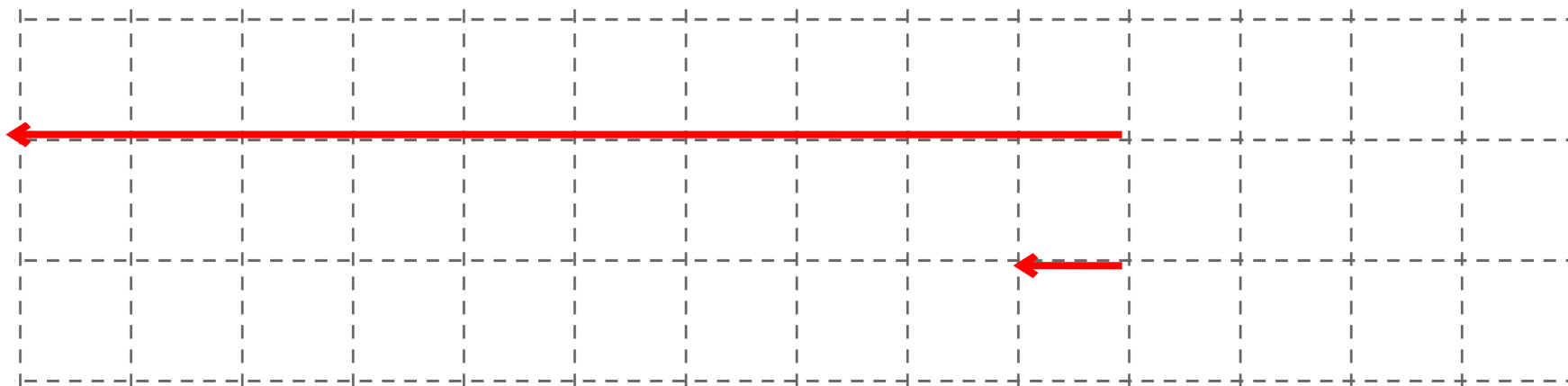
De mesmo sentido de \vec{v} é o versor de

.

Versor

- Por exemplo, se

Então o versor de é



Exemplo p. 12 (adaptação)

Considere o vetor

Determinar o vetor paralelo a tal que :

a) Tenha o mesmo sentido de e 5 vezes o comprimento de

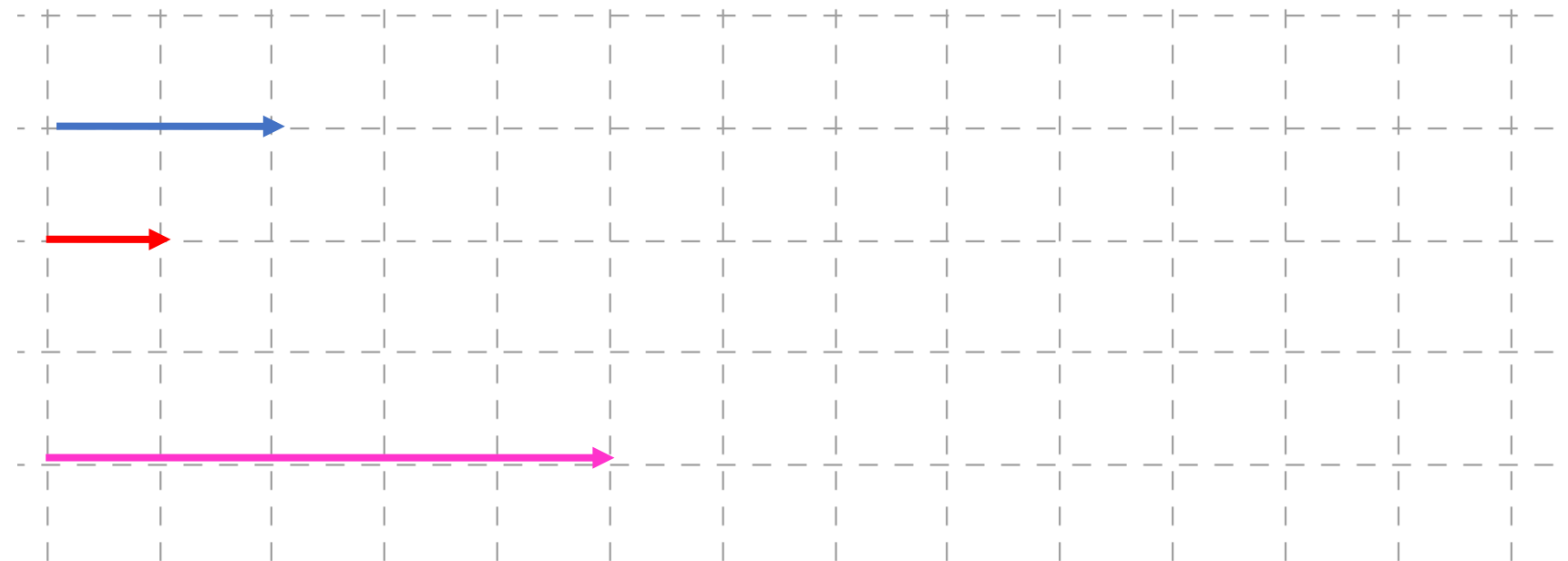


Exemplo p. 12 (adaptação)

Considere o vetor

Determinar o vetor paralelo a tal que :

b) Tenha o mesmo sentido de e módulo (comprimento) 5;

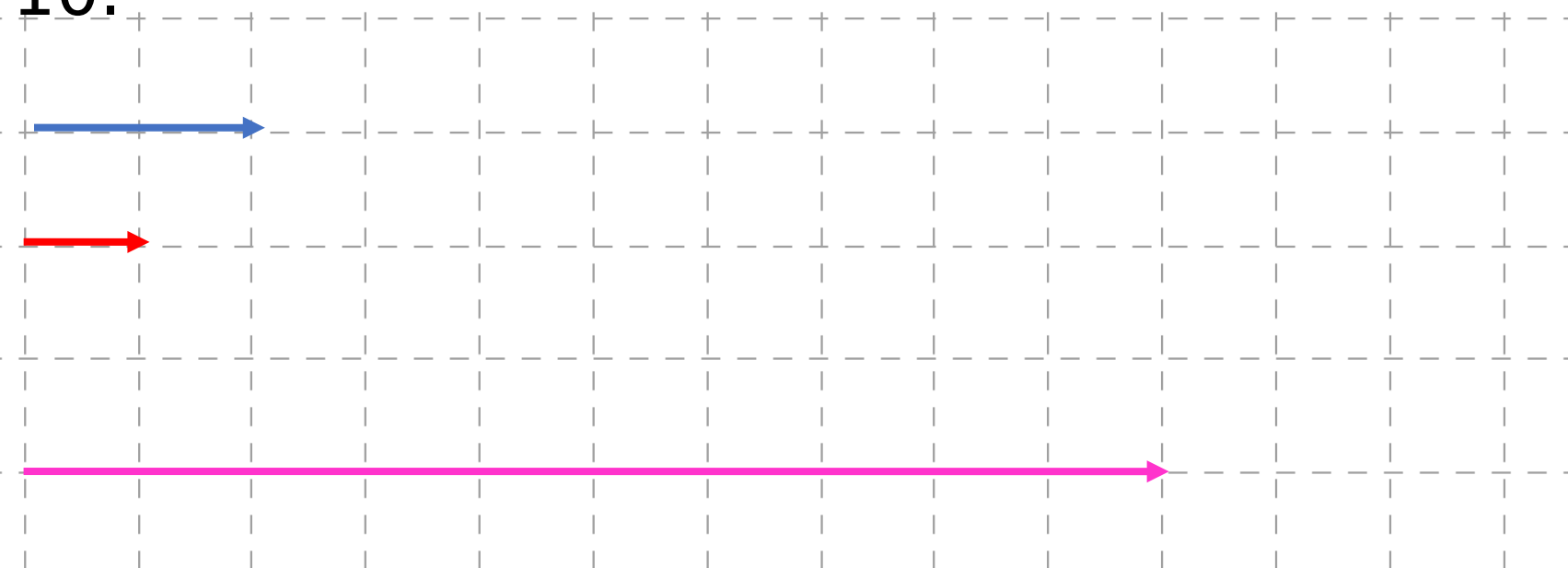


Exemplo p. 12 (adaptação)

Considere o vetor

Determinar o vetor paralelo a tal que :

c) Tenha sentido contrário ao de e módulo (comprimento) 10.

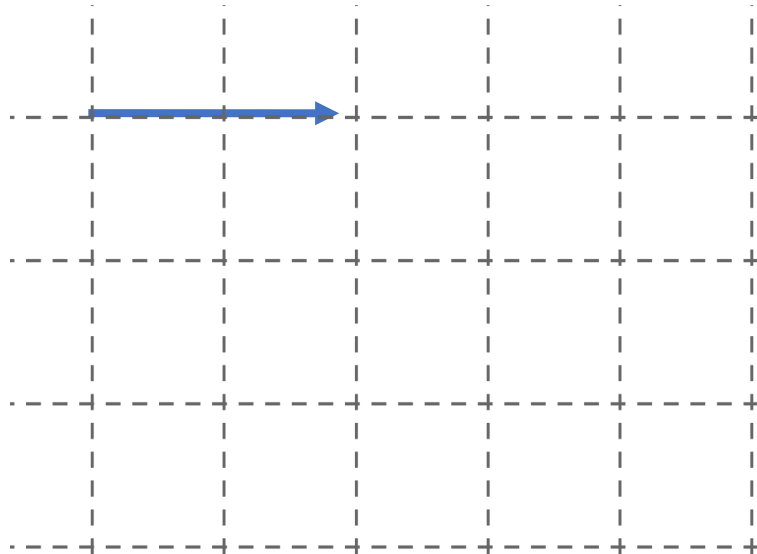


Exemplo p. 12 (adaptação)

Considere o vetor

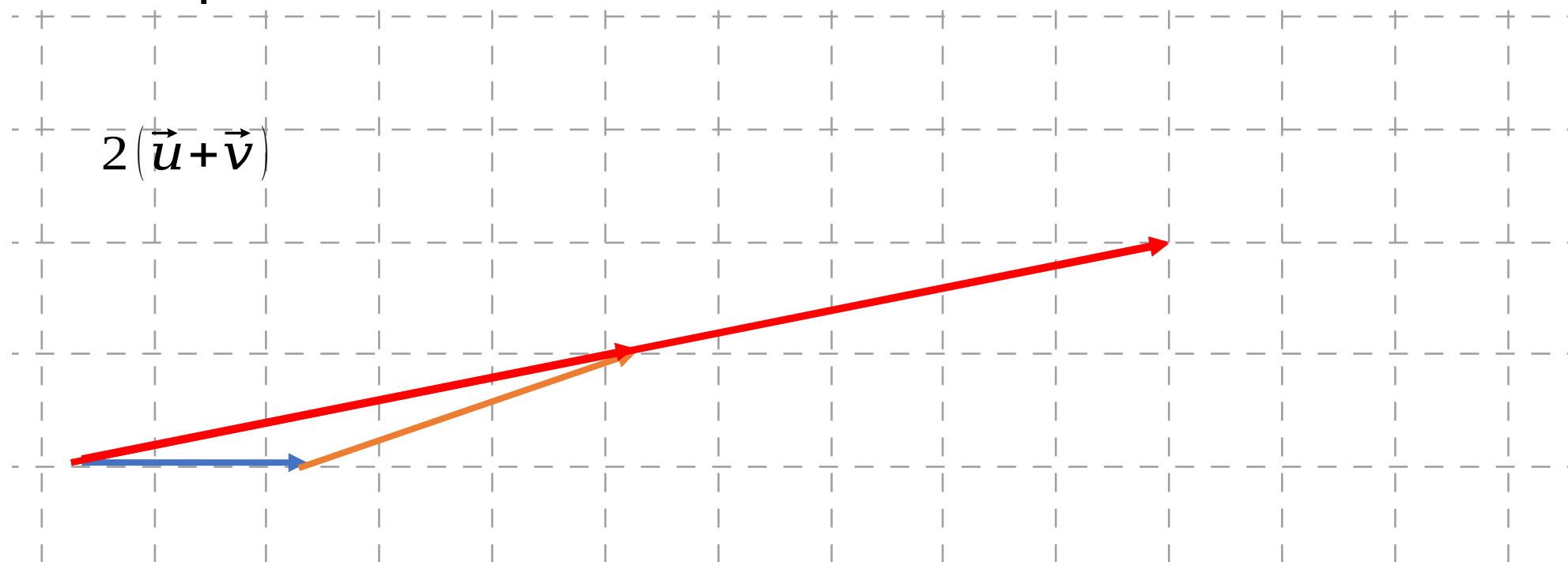
Determinar o vetor paralelo a tal que :

a) Tenha o mesmo sentido de e 5 vezes o comprimento de



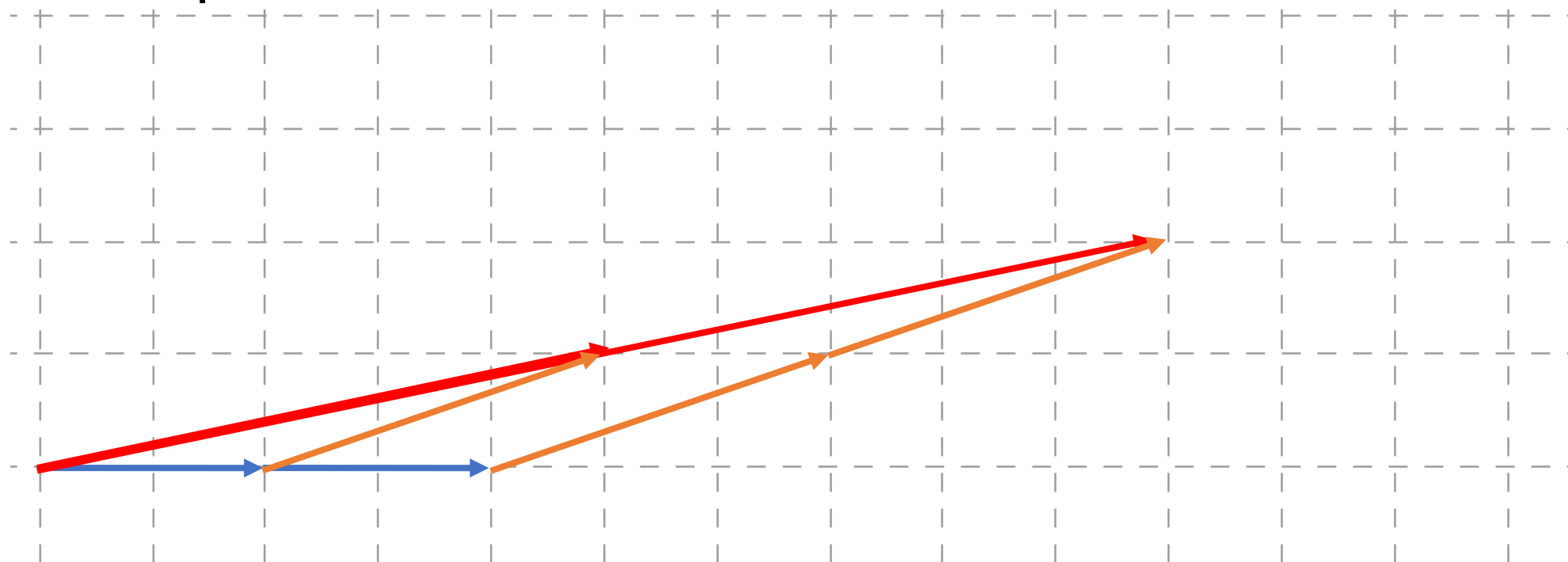
Multiplicação de Um Número Real por Vetor

Propriedades:



Multiplicação de Um Número Real por Vetor

Propriedades:

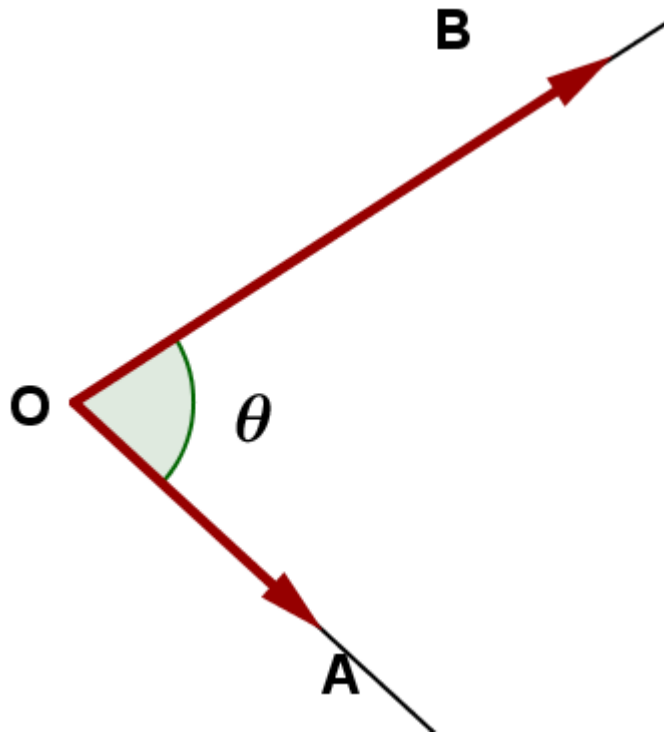


Multiplicação de Um Número Real por Vetor

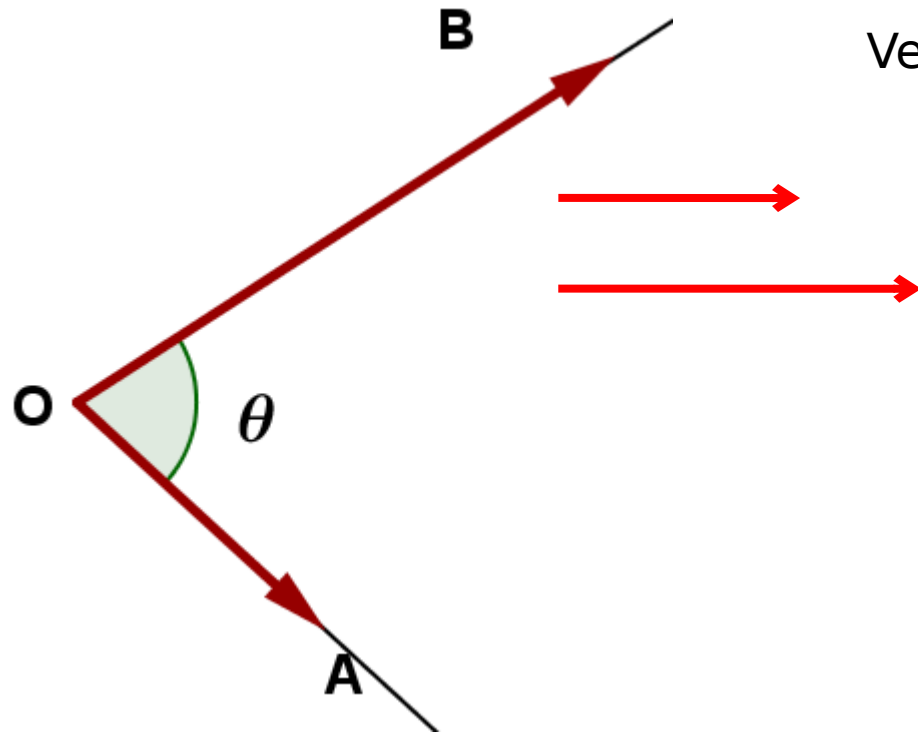
Considere os escalares α, β e os vetores \vec{u}, \vec{v}
São válidas as propriedades:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ângulo de Dois Vetores

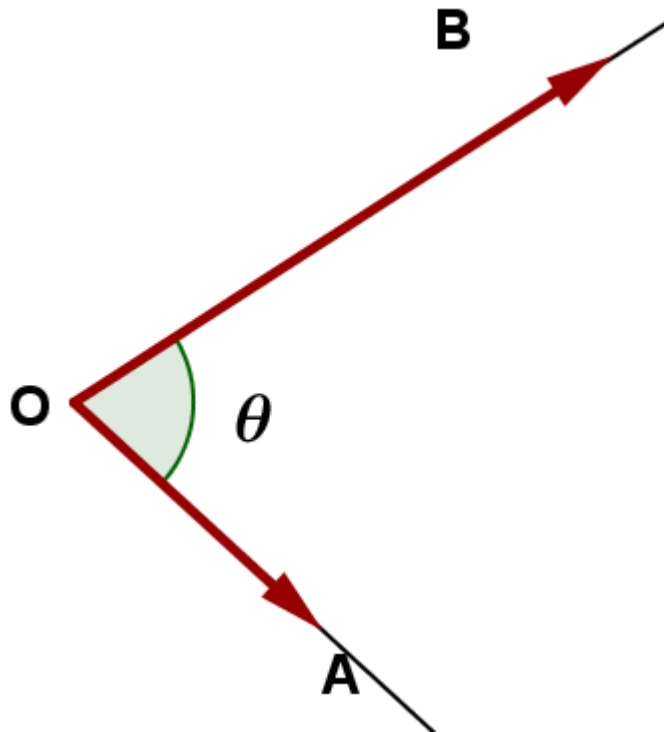


Ângulo de Dois Vetores



Vetores com mesma direção e mesmo sentido

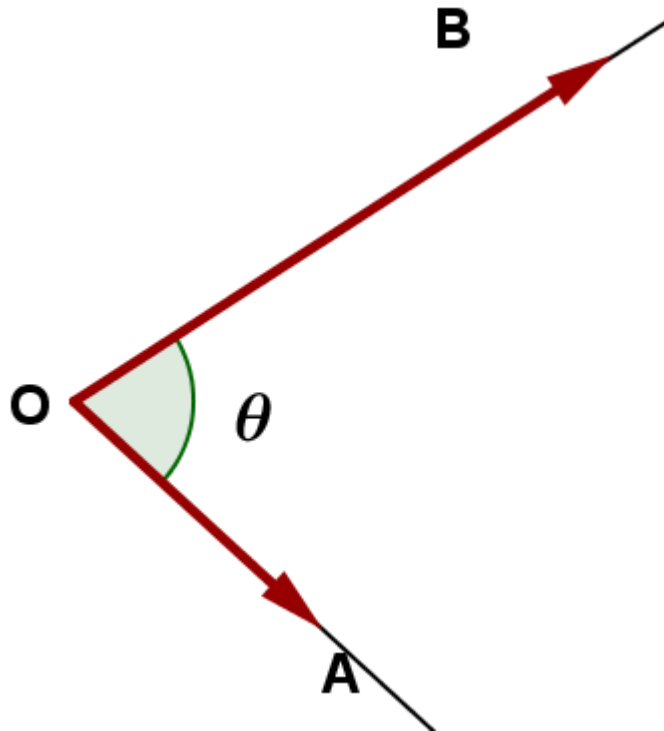
Ângulo de Dois Vetores



Vetores com mesma direção e sentido contrário



Ângulo de Dois Vetores



Vetores com mesma direção e sentido contrário

