

Pesquisa e Ordenação de Dados

Unidade 5.6:

Árvores B+



*Material parcialmente baseado nos slides do Prof. Denio Duarte

Árvore B+

- As árvores B+ são semelhantes às árvores B, tendo duas diferenças mais significativas:
 - Armazena dados dos registros somente nas folhas
 - os nós internos servem apenas como ponteiros para orientar o caminhamento na árvore;
 - por serem as únicas páginas que carregam dados, as folhas podem possuir uma estrutura diferente das páginas internas;
 - As folhas são encadeadas
 - cada folha possui um ponteiro para a folha imediatamente à sua direita, permitindo acesso sequencial a todos os registros.

Árvore B

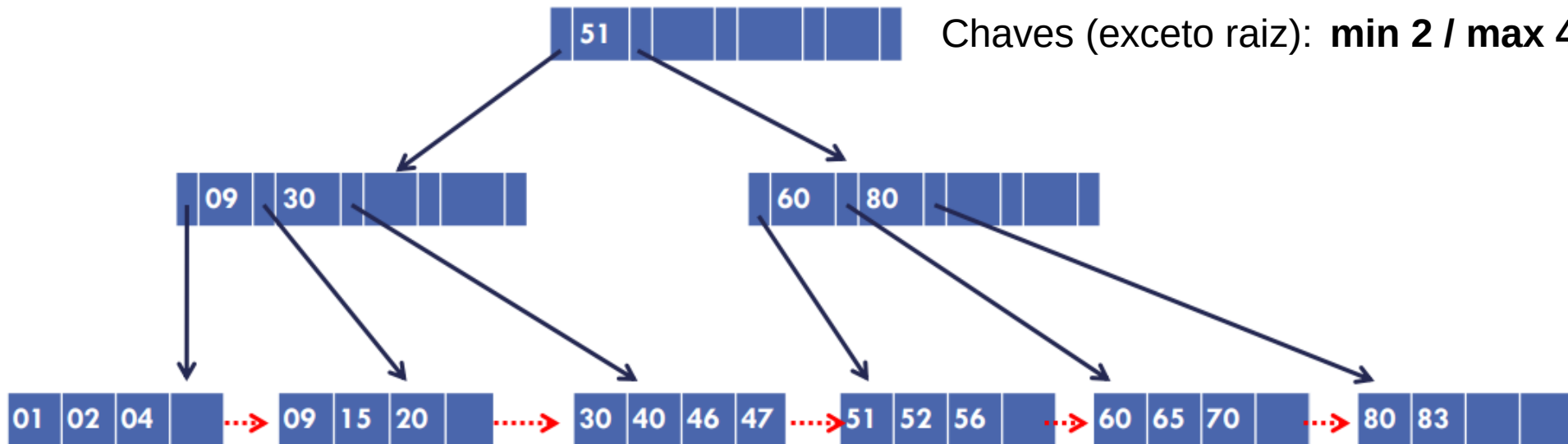
- Árvores B+ são muito importantes por sua eficiência, e muito utilizadas na prática:
 - Os sistemas de arquivo [NTFS](#), [ReiserFS](#), [NSS](#), [XFS](#), e [JFS](#) utilizam este tipo de árvore para indexação;
 - Sistemas de Gerência de Banco de Dados como [IBM DB2](#), [Informix](#), [Microsoft SQL Server](#), [Oracle 8](#), [Sybase ASE](#), [PostgreSQL](#), [Firebird](#), [MySQL](#) e [SQLite](#) permitem o uso deste tipo de árvore para indexar tabelas;
 - Outros sistemas de gerência de dados como o [CouchDB](#), [MongoDB](#), [Tokyo Cabinet](#) e [Tokyo Tyrant](#) permitem o uso deste tipo de árvore para acesso a dados.

Árvore B+

Ordem: **5**

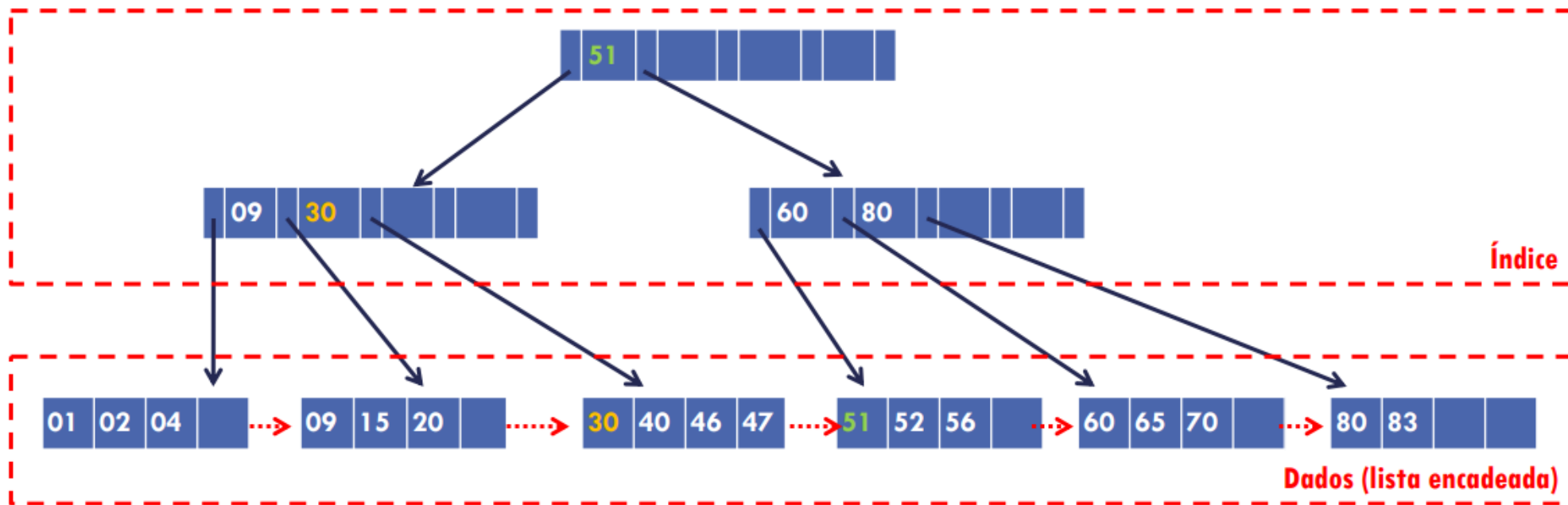
Nº filhos nó interno: **min 3 / max 5**

Chaves (exceto raiz): **min 2 / max 4**

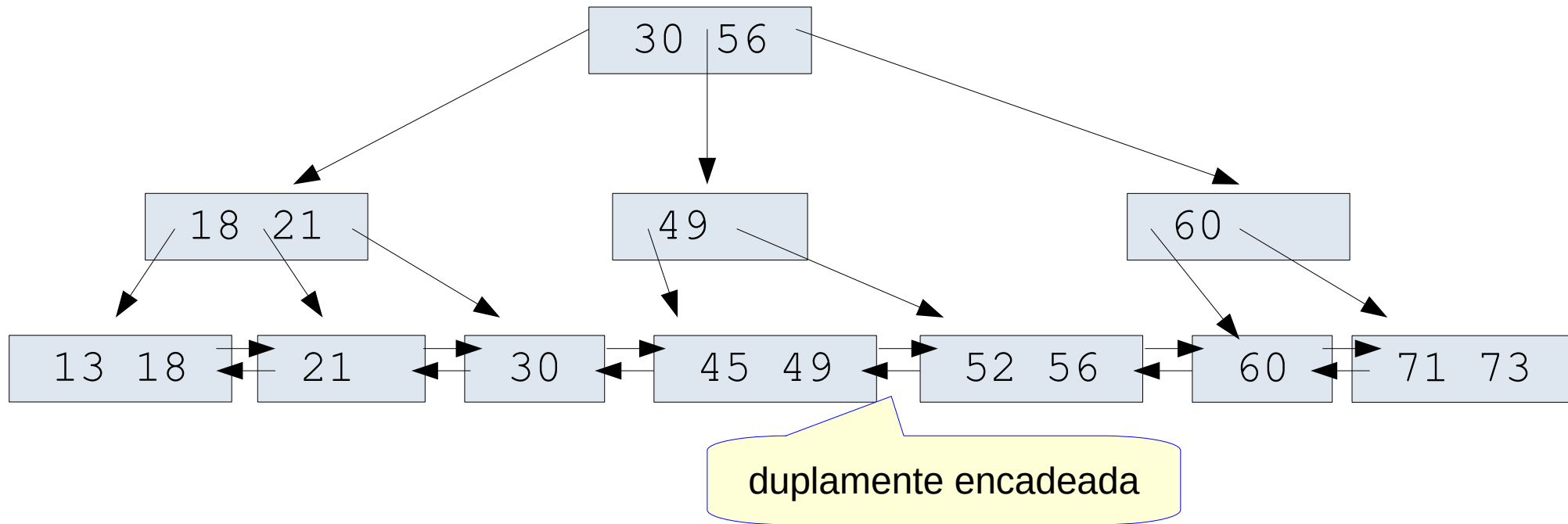


Árvore B+

Índices repetem valores de chave que aparecem nas folhas
(diferente do que acontece nas árvores B)



Árvore B+



Árvore B+

- **Inserção**

- mesmas regras da árvore B
- diferença: ao subdividir uma **folha** (*split*), a chave central deve ser **copiada** (e não movida) para o nó pai
 - somente a chave é copiada, e não todo o registro!
 - dessa maneira, a chave central continua a ser uma chave válida, pois ela permanece numa folha;
 - será sempre o primeiro elemento da página da **direita**.
- se o nó particionado não for folha, o procedimento é o mesmo utilizado na árvore B (chave é movida e não copiada)

Árvore B+

Inserção

- **Exemplo (árvore de ordem 4):**

- Insert 30

30

- Insert 20

20 30

- Insert 40

20 30 40

Árvore B+

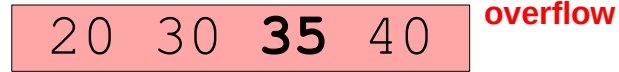
Inserção

- Exemplo (árvore de ordem 4):

- Insert 35



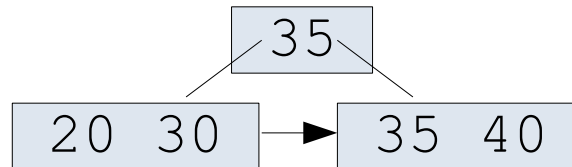
- Passo 1 (insere):



- Passo 2 (divide):



- Passo 3 (promove):

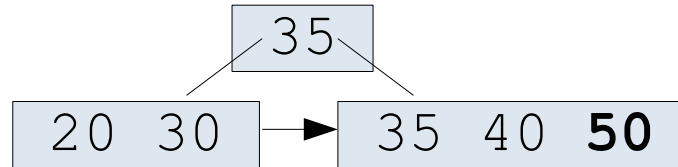


Árvore B+

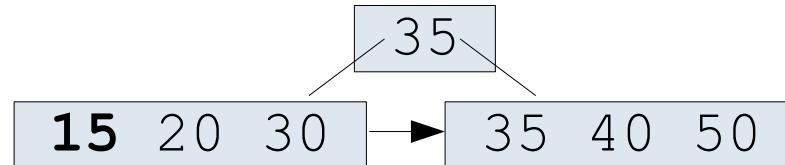
Inserção

- **Exemplo (árvore de ordem 4):**

- Insert 50



- Insert 15



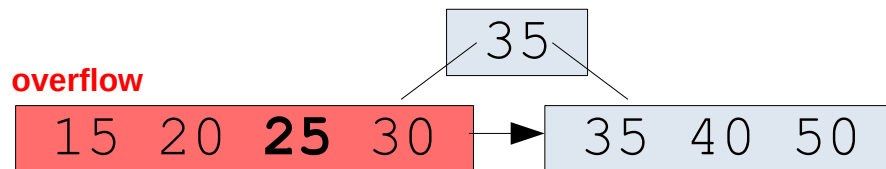
Árvore B+

Inserção

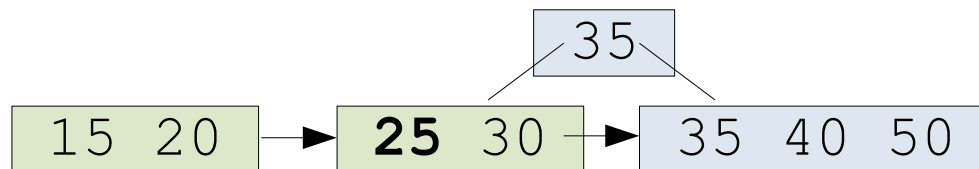
- Exemplo (árvore de ordem 4):

- Insert 25

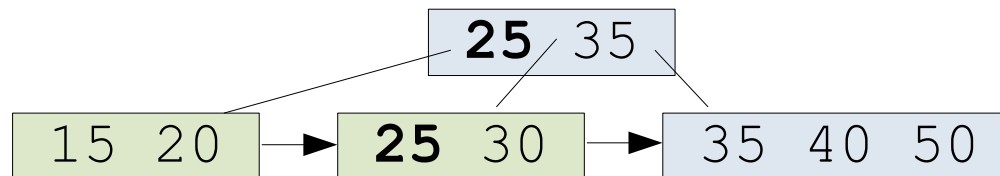
- Passo 1 (insere):



- Passo 2 (divide):



- Passo 3 (promove):



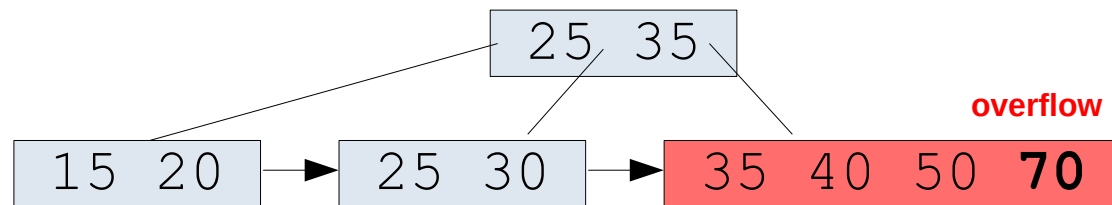
Árvore B+

Inserção

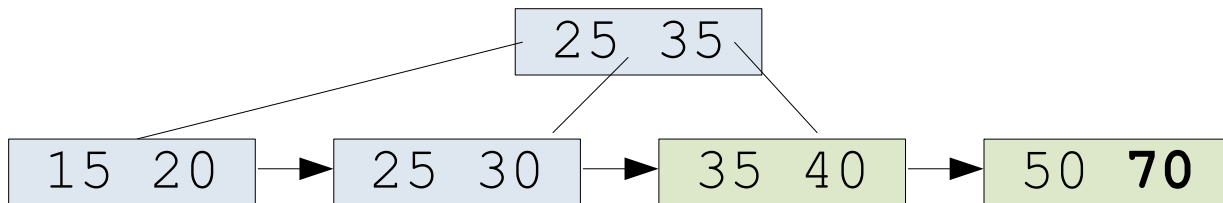
- Exemplo (árvore de ordem 4):

- Insert 70

- Passo 1 (insere):



- Passo 2 (divide):



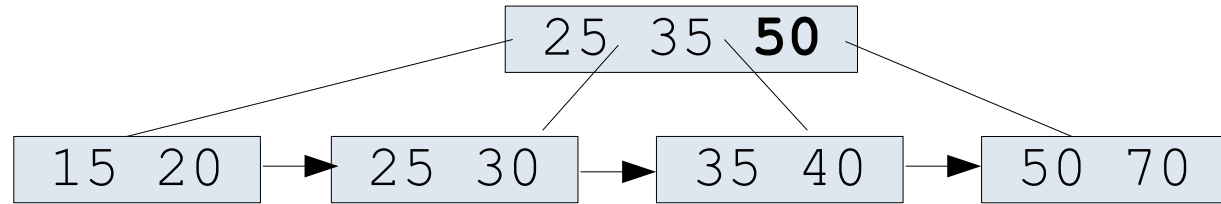
Árvore B+

Inserção

- **Exemplo (árvore de ordem 4):**

- Insert 70

- Passo 3 (promove):

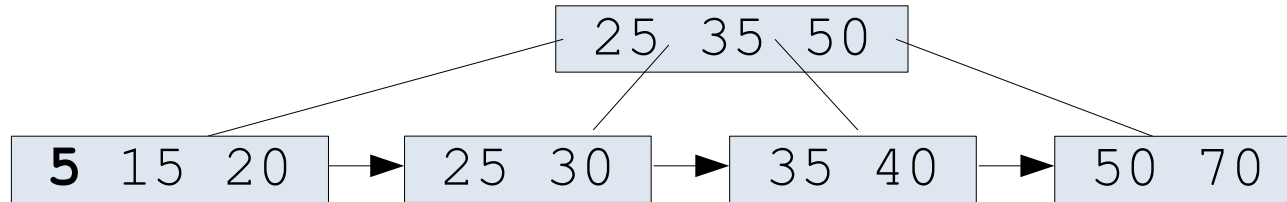


Árvore B+

Inserção

- **Exemplo (árvore de ordem 4):**

- Insert 5



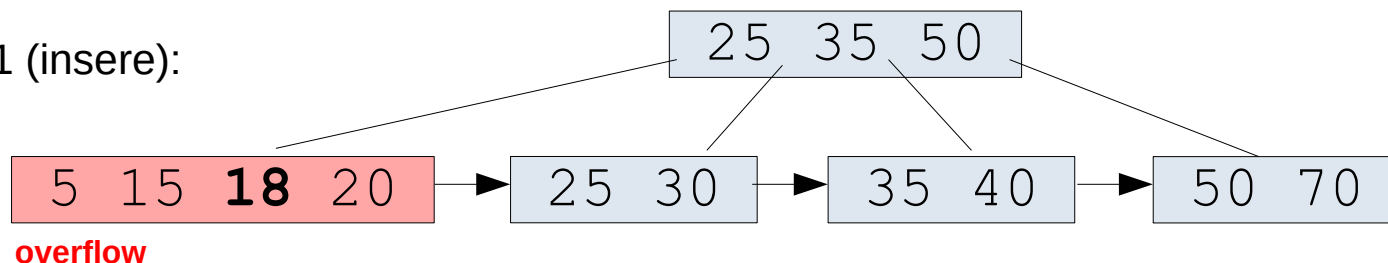
Árvore B+

Inserção

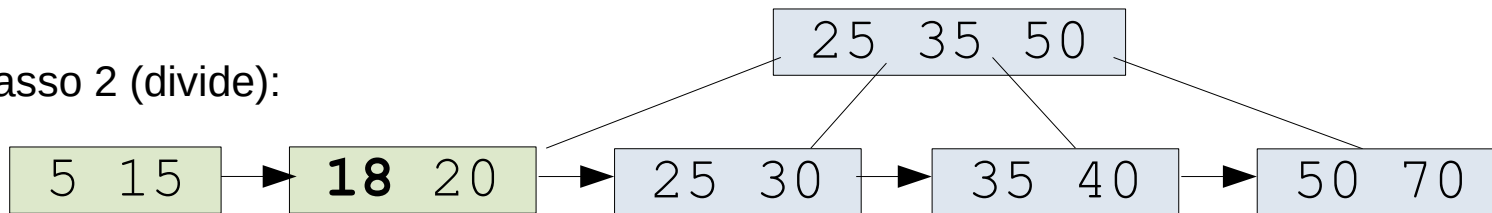
- Exemplo (árvore de ordem 4):

- Insert 18

- Passo 1 (insere):



- Passo 2 (divide):



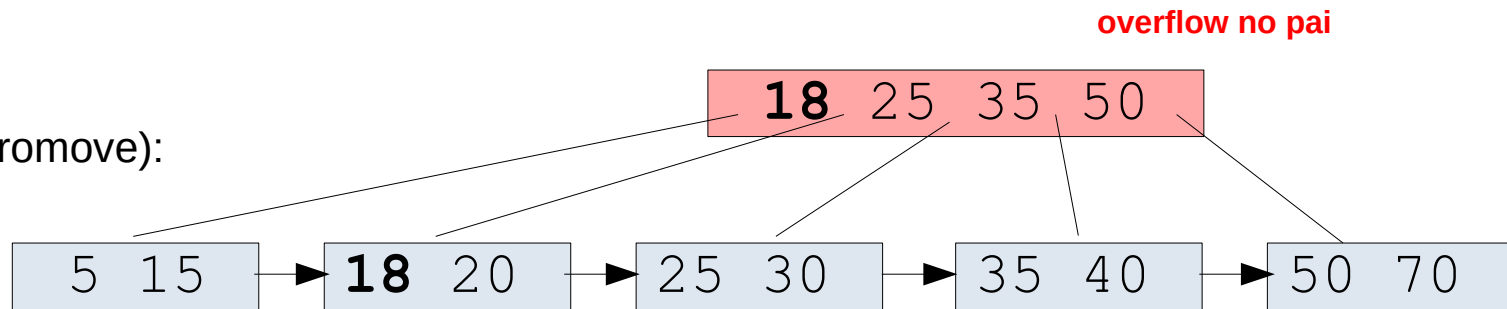
Árvore B+

Inserção

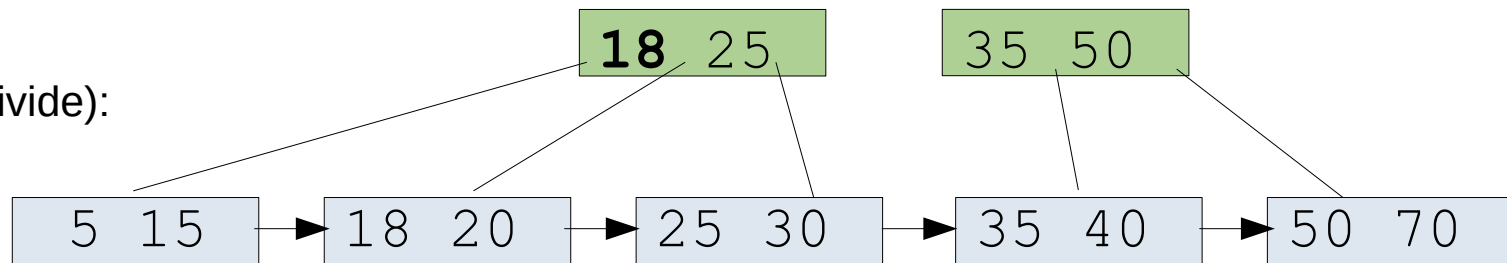
- Exemplo (árvore de ordem 4):

- Insert 18

- Passo 3 (promove):



- Passo 4 (divide):



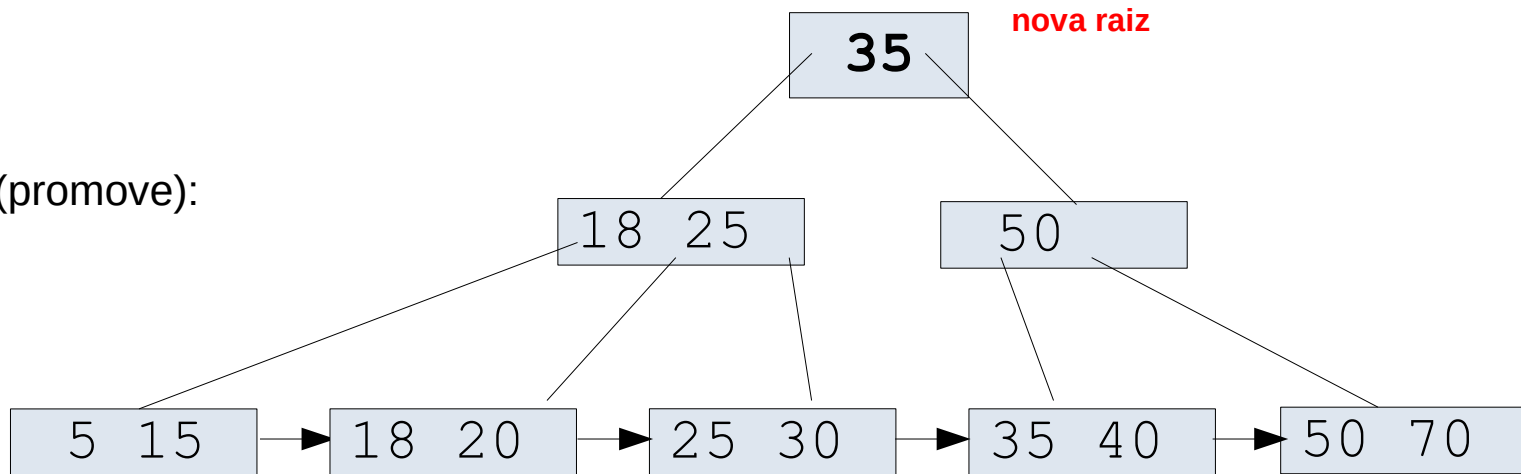
Árvore B+

Inserção

- **Exemplo (árvore de ordem 4):**

- Insert 18

- Passo 5 (promove):



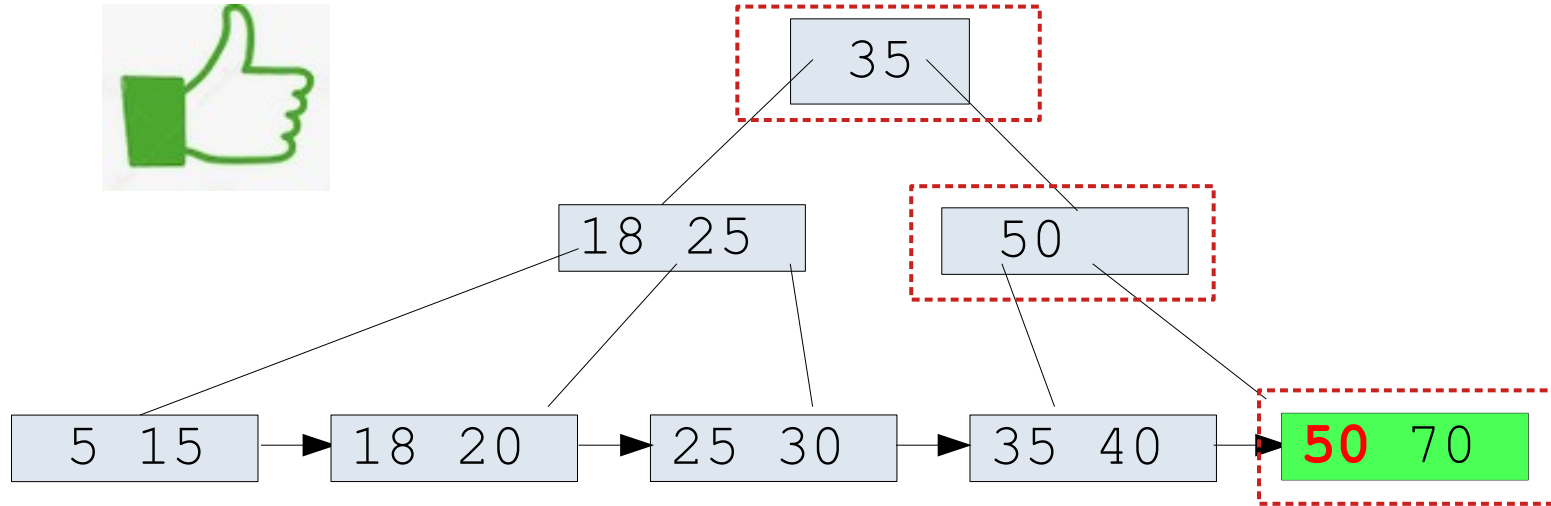
Árvore B+

- **Busca**
 - uma chave só é válida se aparece em alguma folha.
 - a busca não termina caso a chave procurada seja encontrada em uma página interna.

Árvore B+

Busca

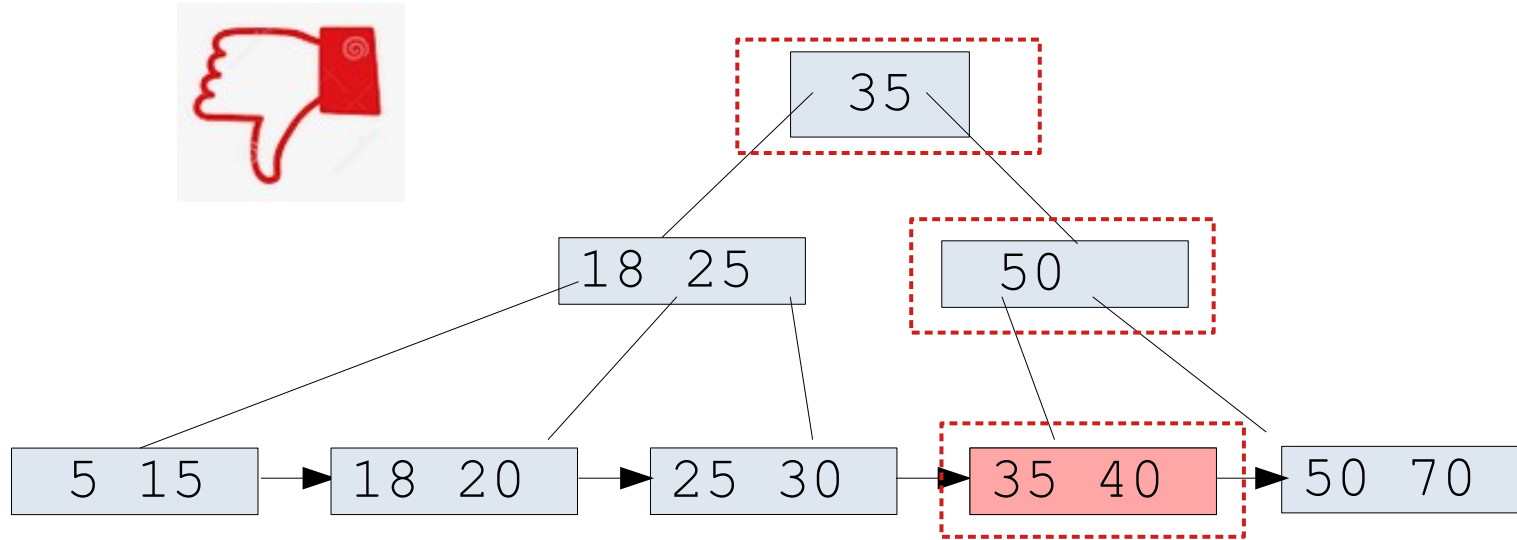
- Exemplo: buscar **50**



Árvore B+

Busca

- Exemplo: buscar **37**



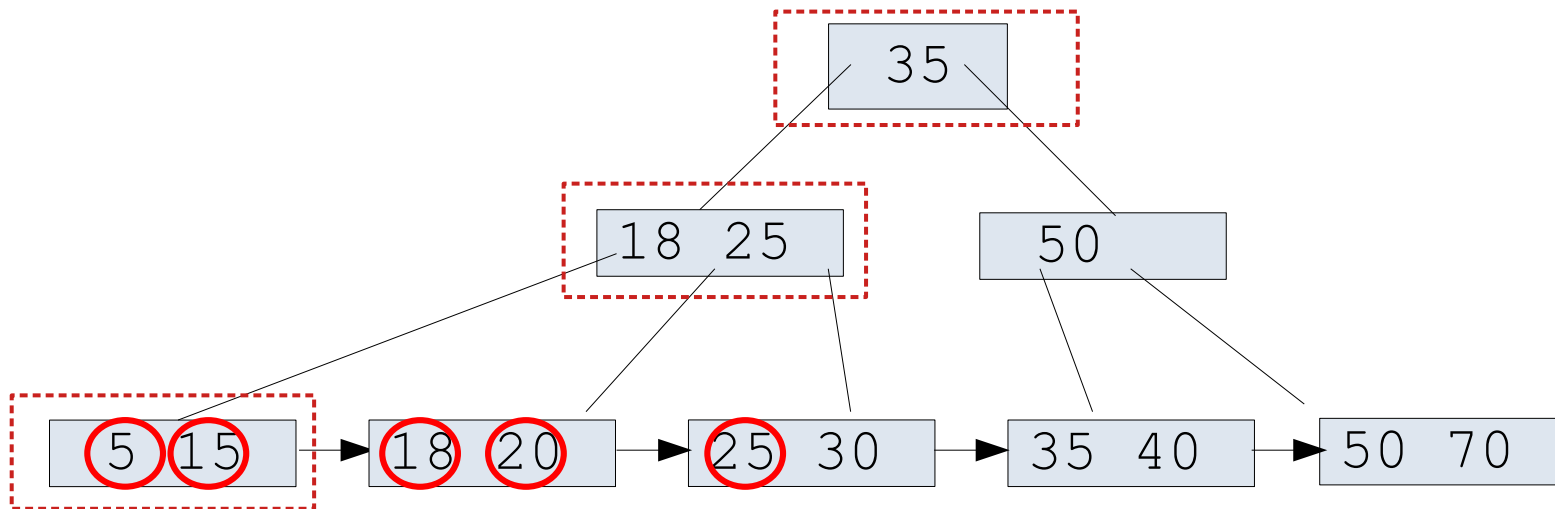
Árvore B+

- **Busca por intervalo (range)**
 - encontrar a primeira chave de interesse, seguida por uma operação de busca linear na lista encadeada de folhas

Árvore B+

Busca

- Exemplo: buscar valores entre **5** e **25**



Árvores B+

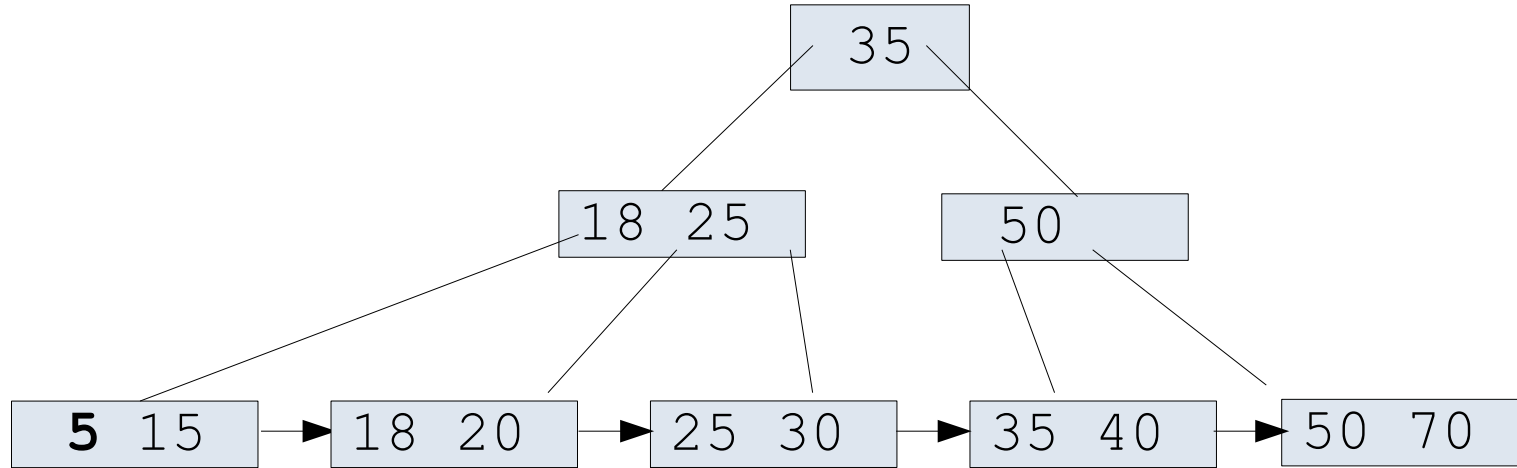
- **Remoção**

- a remoção é sempre nas folhas, pois é nelas que se encontram efetivamente os dados dos registros
 - páginas internas e raiz somente são removidos quando as folhas são concatenadas
- Se a chave a ser removida:
 - não está em uma página interna: simplesmente remove-se da folha, observando a ocupação mínima;
 - está em uma página interna: remove-se o elemento da folha, mas a chave não precisa, necessariamente, ser removida da páginas internas. Ela ainda serve como separador entre dois filhos, mesmo se o próprio separador não ocorre nos filhos;
 - obs: há implementações que substituem a chave excluída por uma cópia de uma chave adjacente.

Árvore B+

Remoção

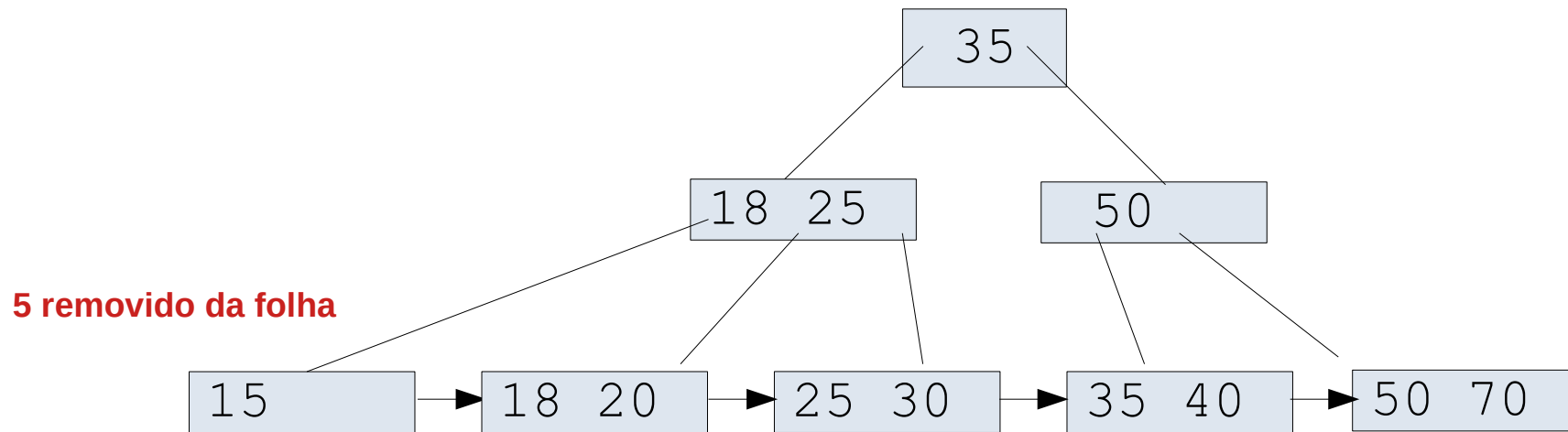
- Exemplo: excluir a chave **5**



Árvore B+

Remoção

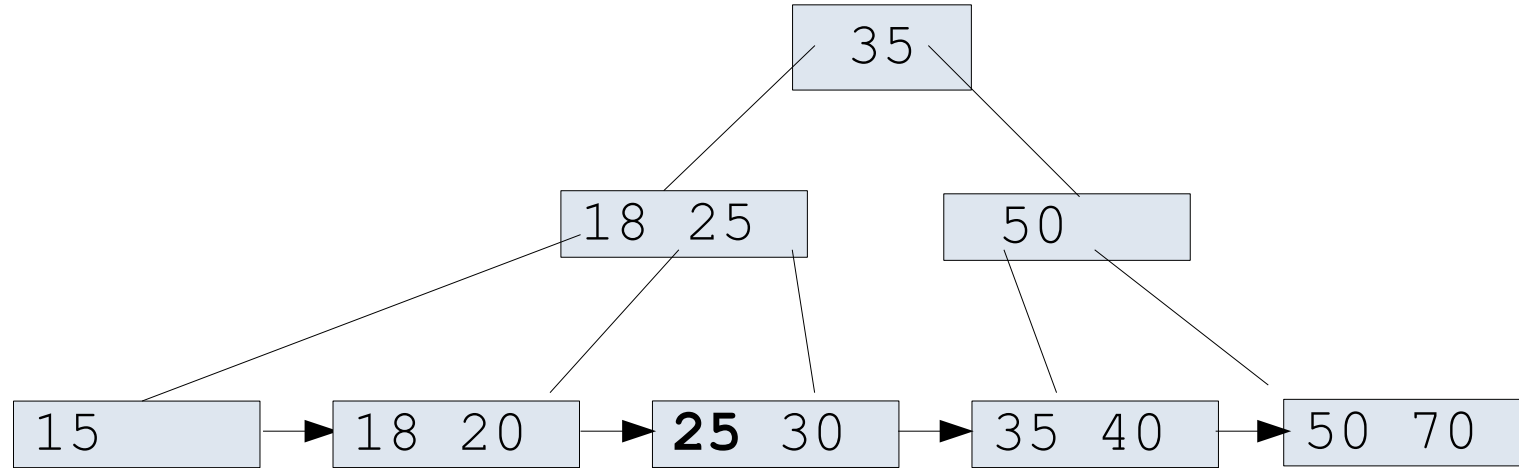
- Exemplo: excluir a chave **5**



Árvore B+

Remoção

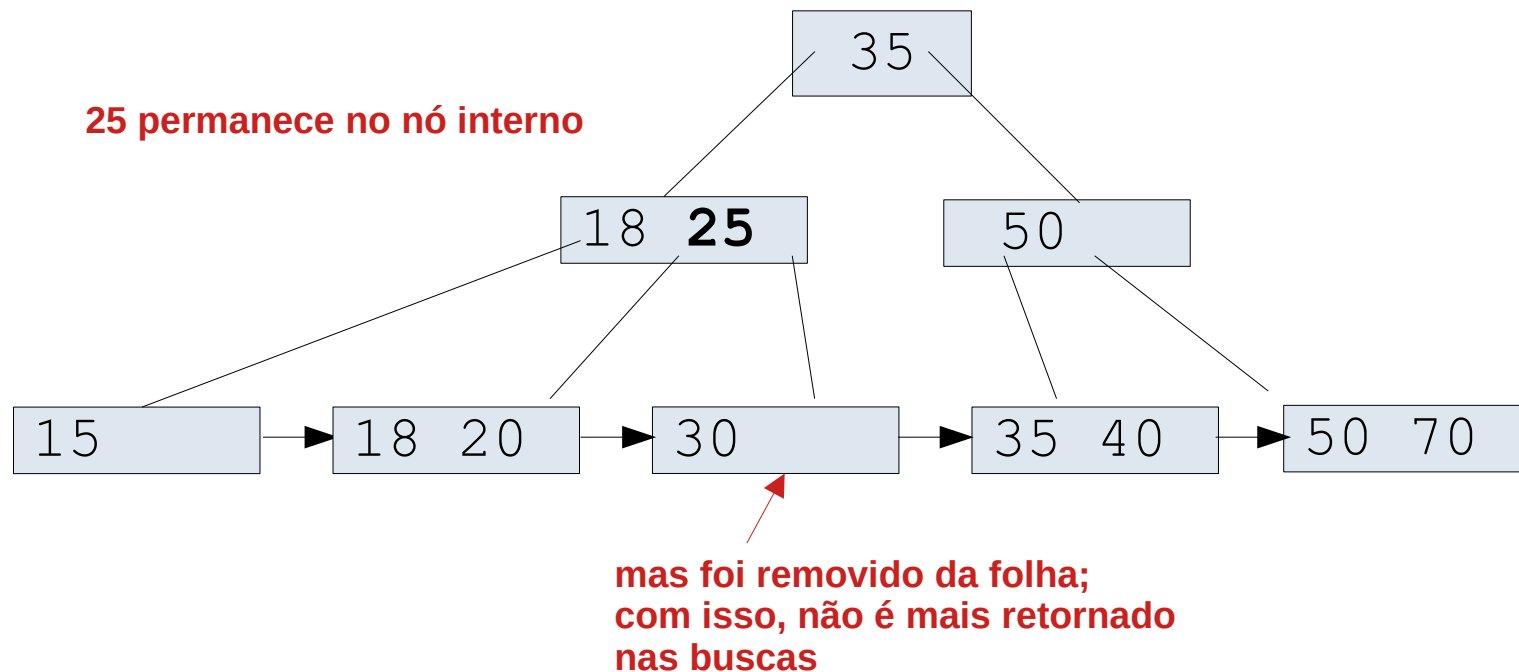
- Exemplo: excluir a chave **25**



Árvore B+

Remoção

- Exemplo: excluir a chave **25**



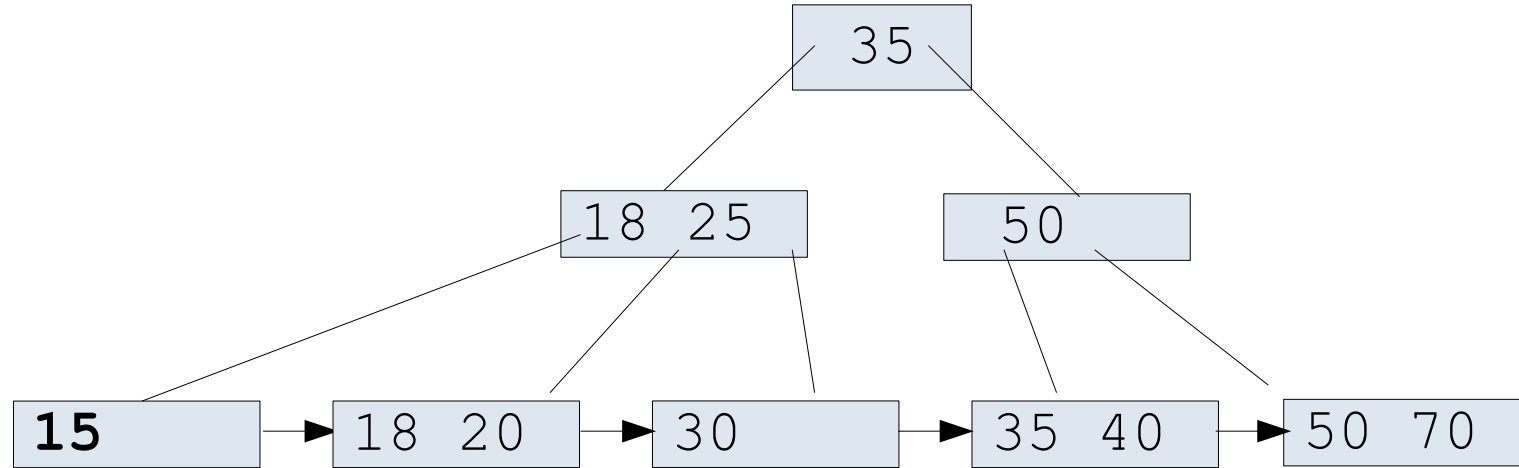
Árvores B+

- **Remoção**
 - exclusão que causa redistribuição:
 - semelhante à árvore B

Árvore B+

Remoção

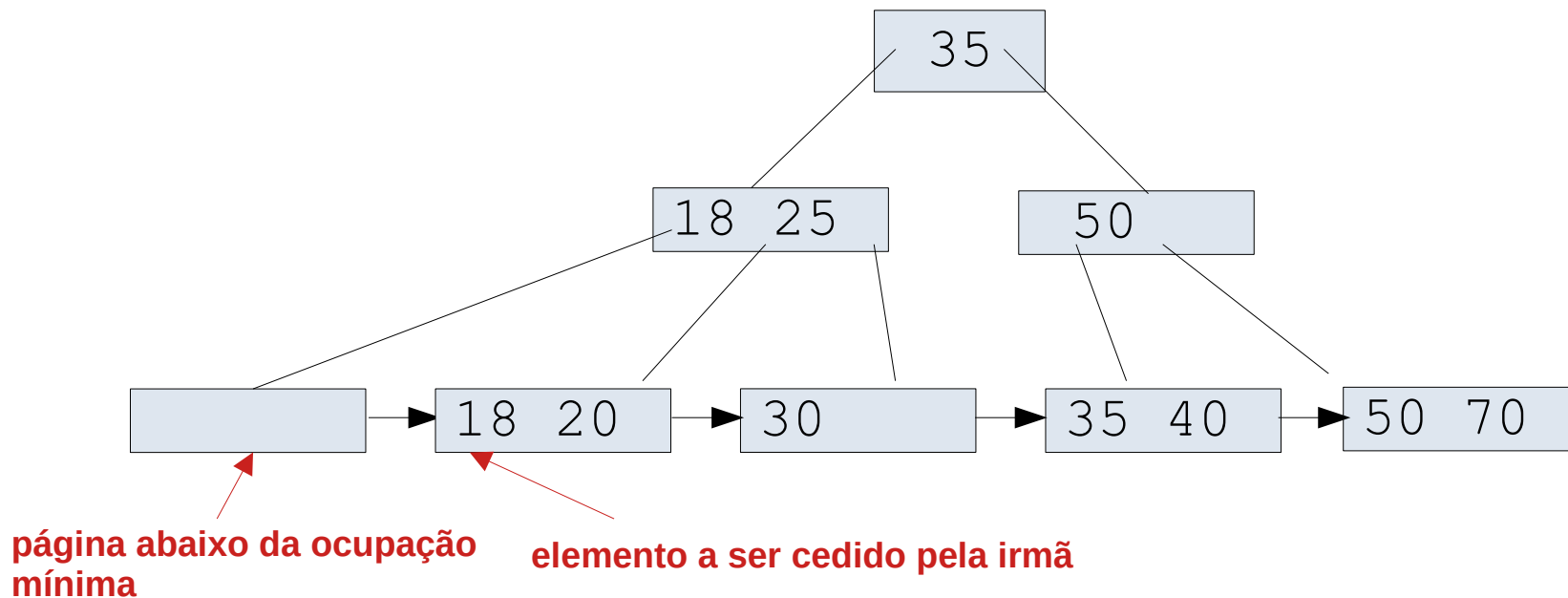
- Exemplo: excluir a chave **15** (*underflow*)



Árvore B+

Remoção

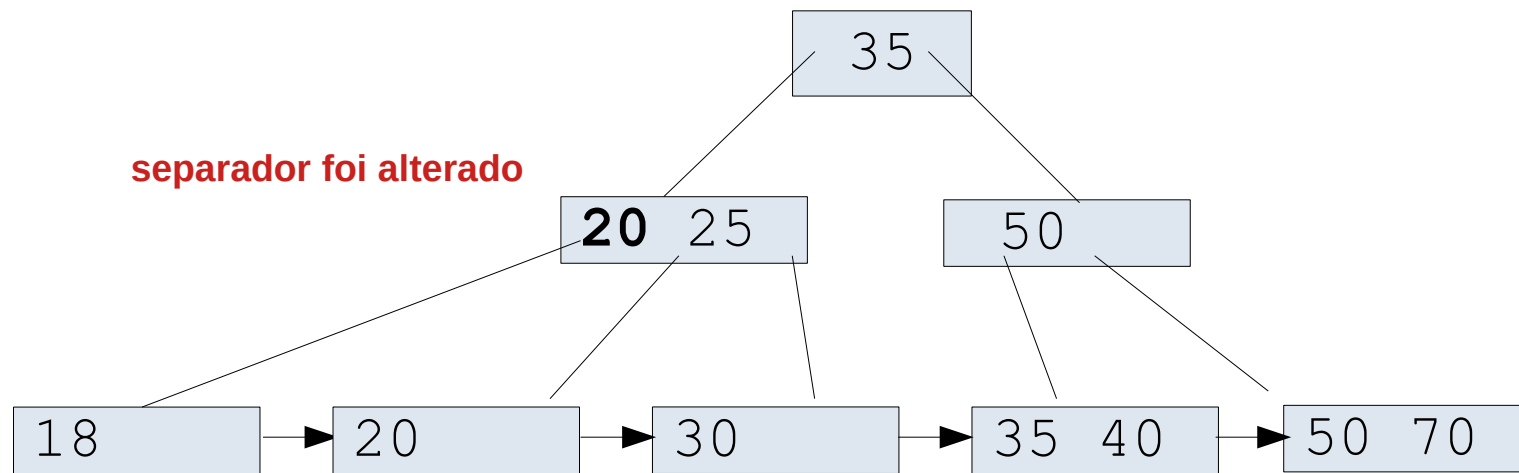
- Exemplo: excluir a chave **15** (underflow)



Árvore B+

Remoção

- Exemplo: excluir a chave **15** (underflow)



Árvores B+

- **Remoção**

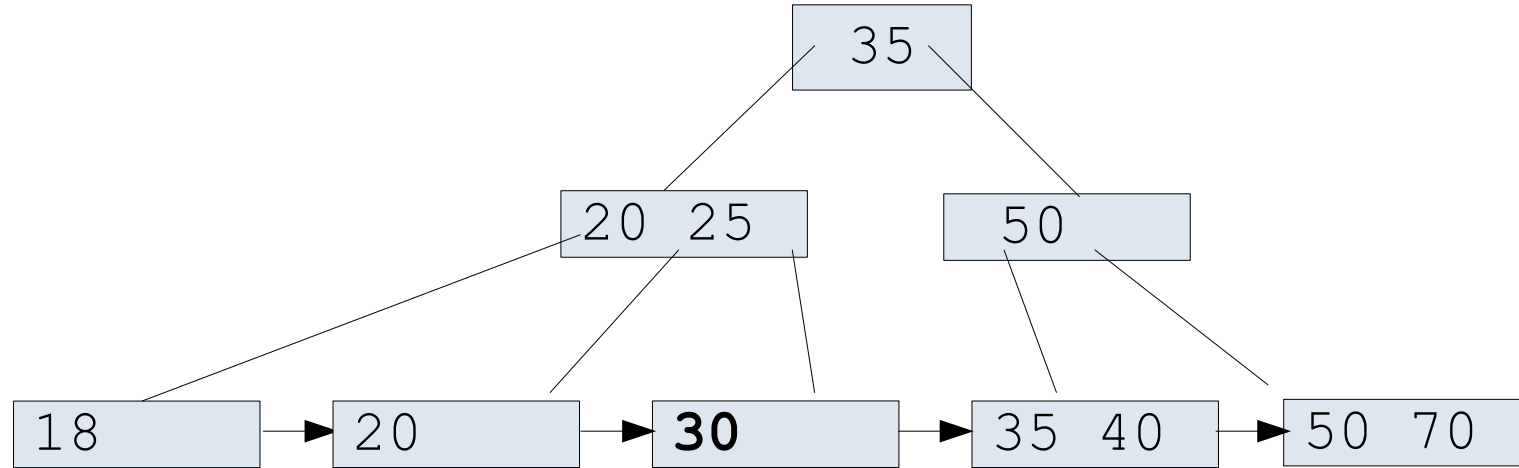
- exclusão que causa concatenação:

- se a concatenação acontece na folha, a chave separadora no nó pai não desce para o nó concatenado (como ocorria na árvore B); ela simplesmente é eliminada.

Árvore B+

Remoção

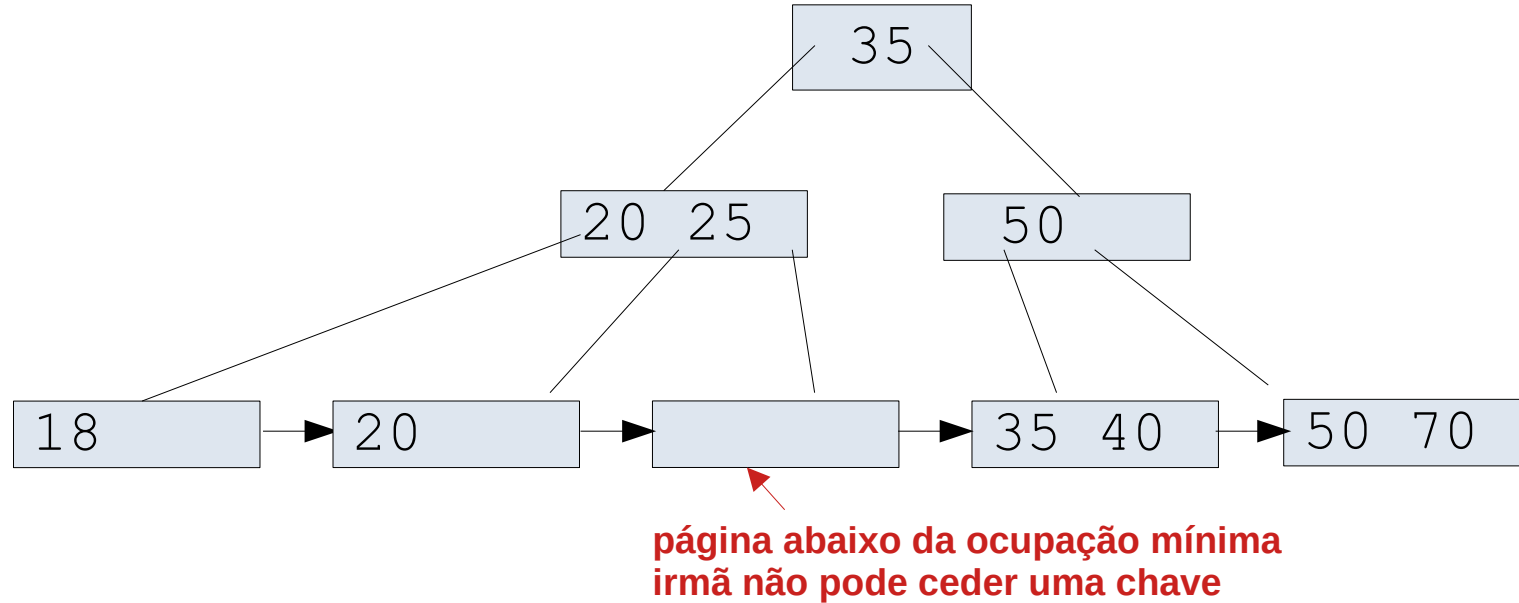
- Exemplo: excluir a chave **30**



Árvore B+

Remoção

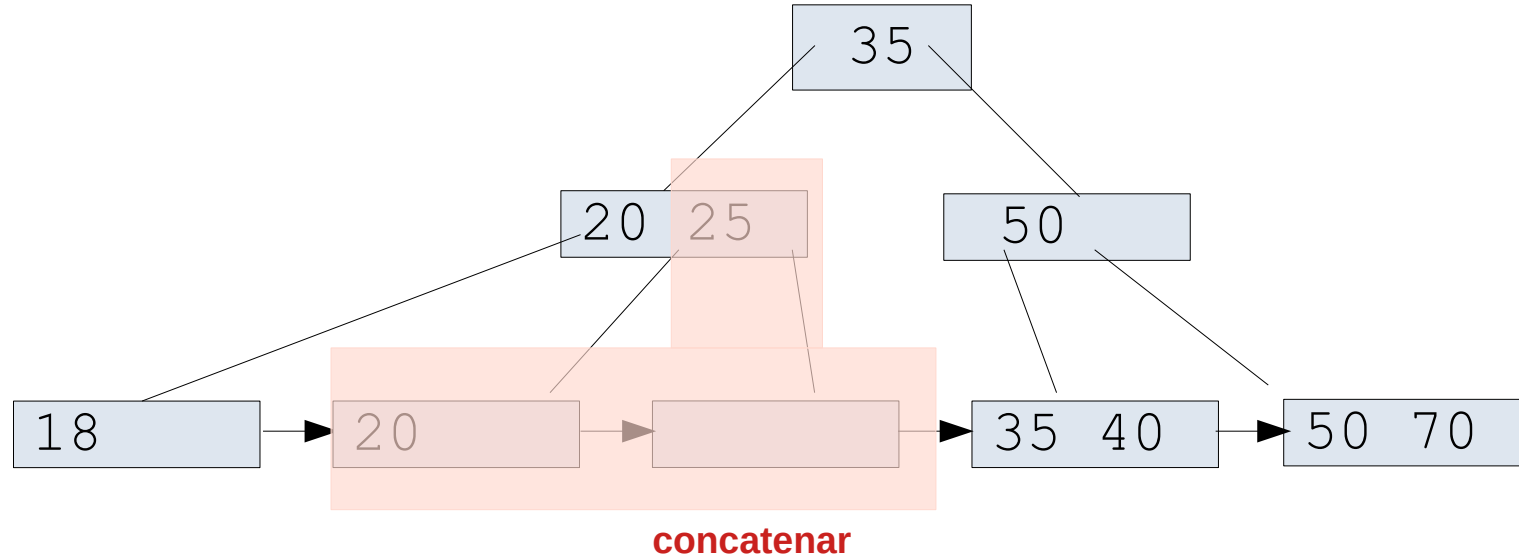
- Exemplo: excluir a chave **30**



Árvore B+

Remoção

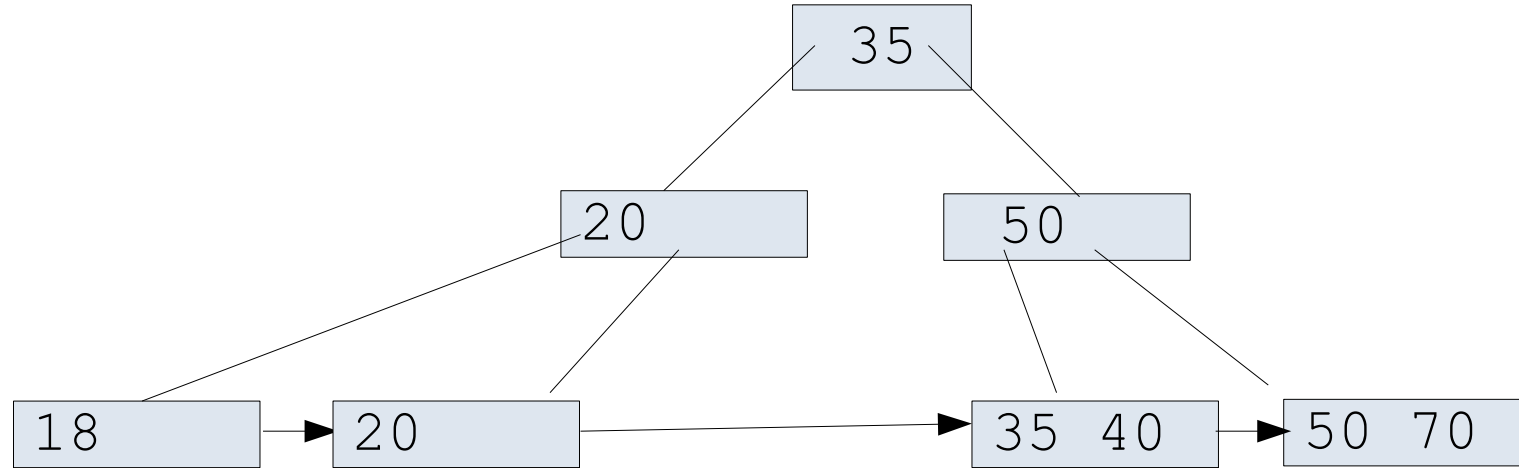
- Exemplo: excluir a chave **30**



Árvore B+

Remoção

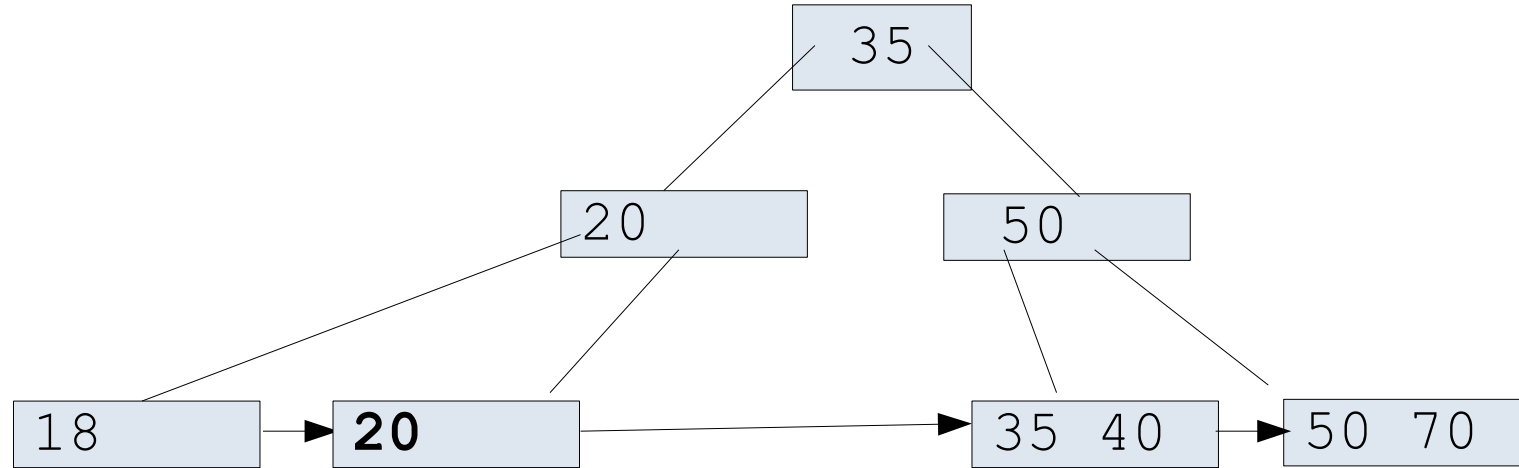
- Exemplo: excluir a chave **30**



Árvore B+

Remoção

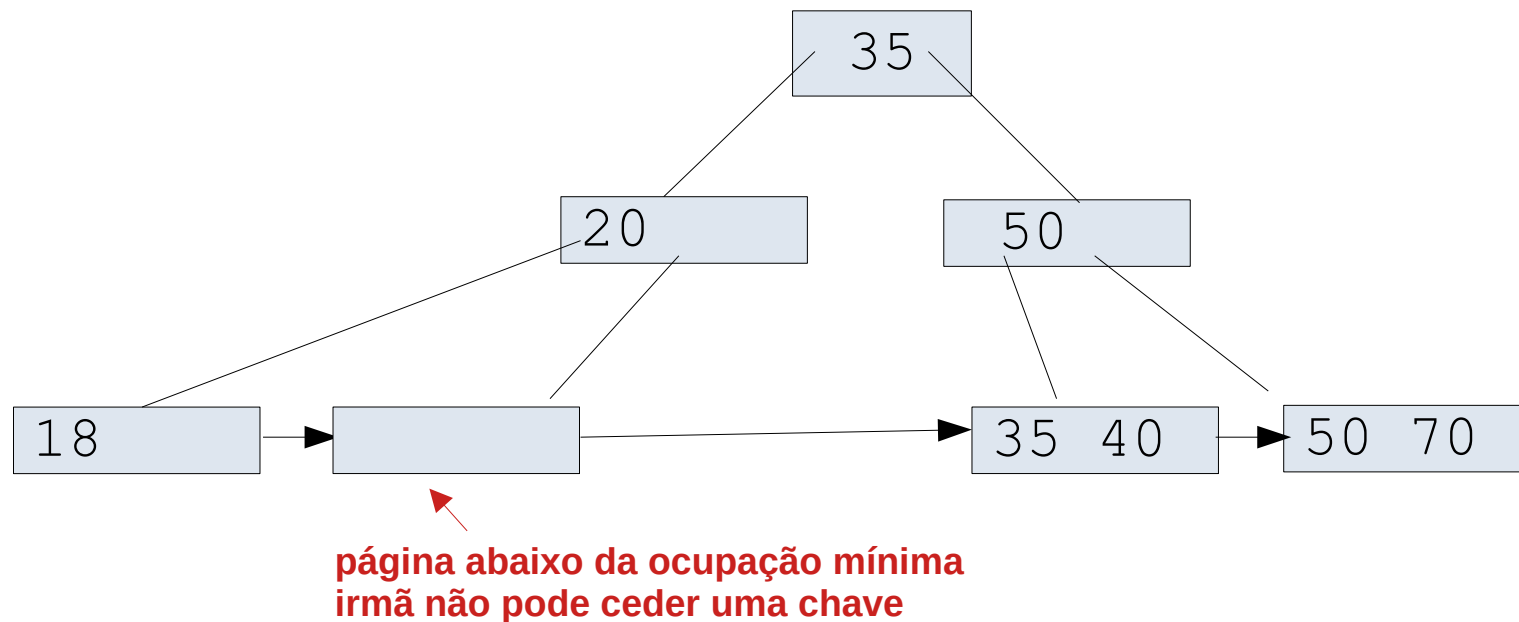
- Exemplo: excluir a chave **20**



Árvore B+

Remoção

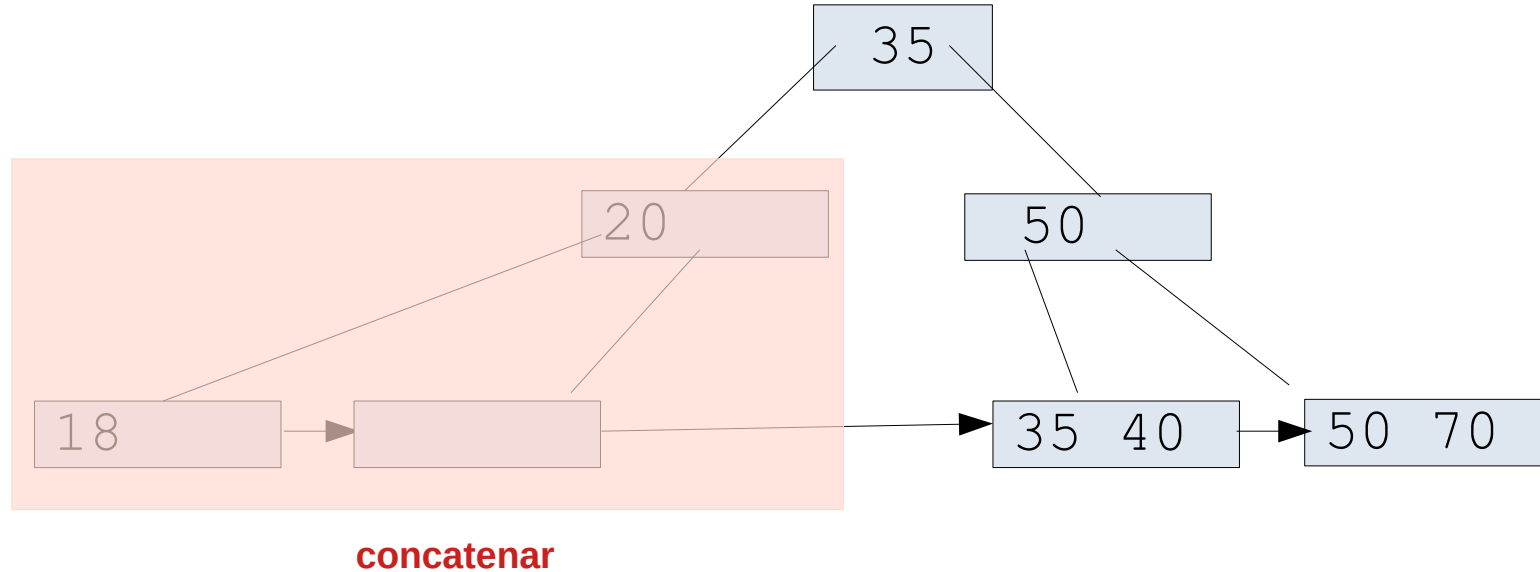
- Exemplo: excluir a chave **20**



Árvore B+

Remoção

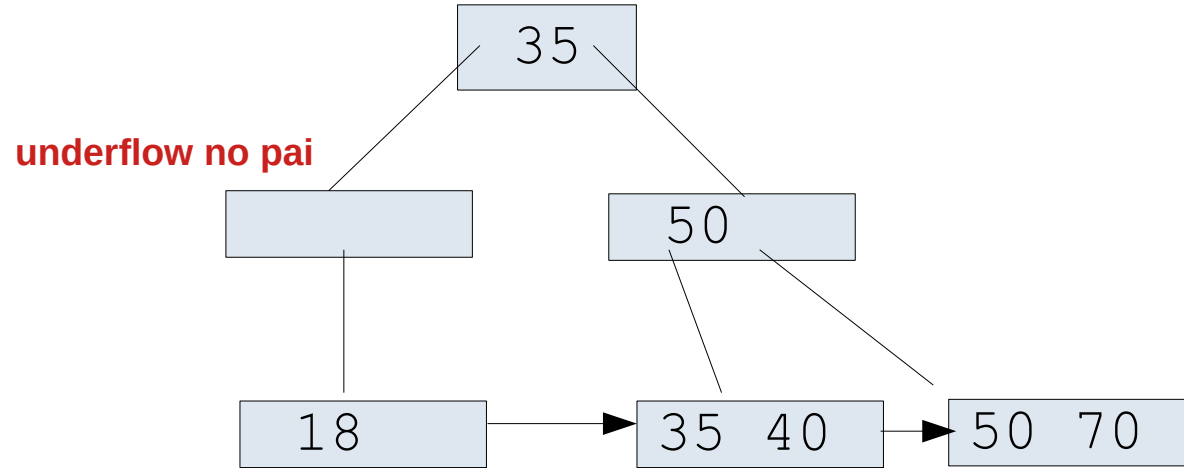
- Exemplo: excluir a chave **20**



Árvore B+

Remoção

- Exemplo: excluir a chave **20**

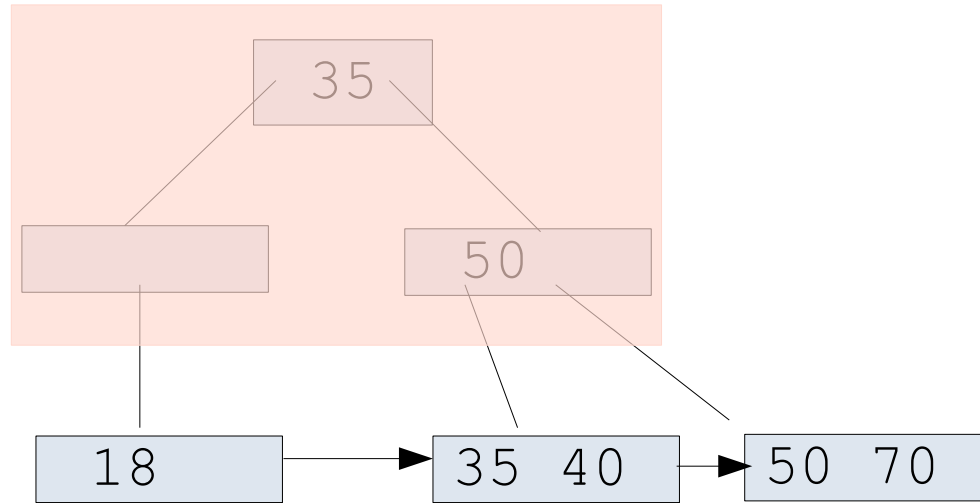


Árvore B+

Remoção

- Exemplo: excluir a chave **20**

concatenar

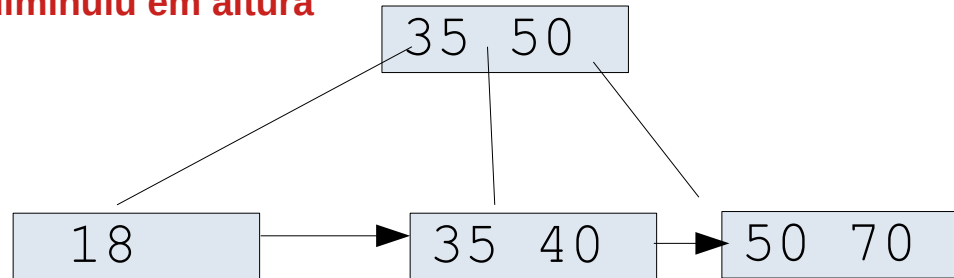


Árvore B+

Remoção

- Exemplo: excluir a chave **20**

árvore diminuiu em altura



Árvore B+

- Escolha da ordem (e da capacidade) de uma árvore B+:
 - A maior possível
 - O objetivo da árvore B+ é otimizar o acesso ao disco e portanto a mesma deve “caber” na memória principal.
 - A árvore pode ser armazenada em disco, assim o tamanho de cada nó (mais corretamente página) deveria ser múltiplo do tamanho do bloco do disco.

Árvore B+

- Escolha da ordem (e da capacidade) de uma árvore B+ (cont.):
 - Considerar o espaço (em bytes) ocupado pela chave, mais o espaço ocupado pelos ponteiros.