Sistemas de Coordenadas Cartesianas

21/09/2022

Geometria Analítica

A geometria analítica é uma conexão entre duas áreas da matemática: Geometria e Álgebra.

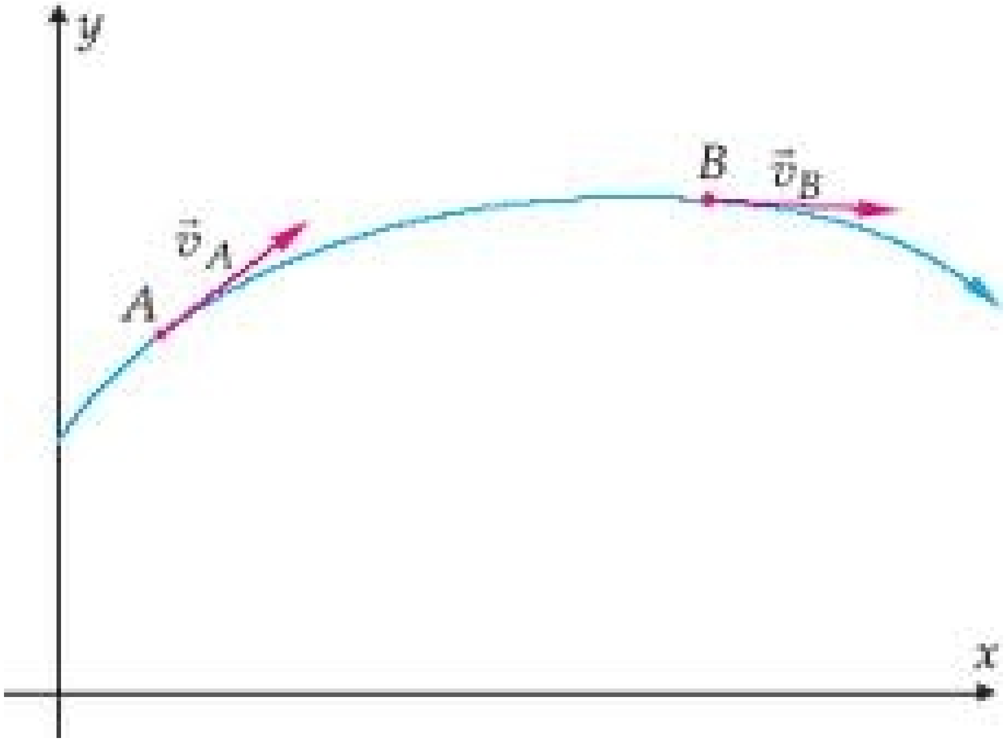
Geometria Analítica

Baseia-se na ideia de representar pontos da reta por números, pontos do plano por pares ordenados de números reais e pontos do espaço por ternas (ternos) de números reais.

Geometria Analítica

- Esta identificação permite tratar algebricamente muitas questões geométricas e
- Reciprocamente, interpretar de forma geométrica certas situações algébricas.

VELOCIDADE INSTANTÂNEA



Geometria Analítica

- A interconexão entre Geometria e Álgebra obtida por este método foi responsável por extraordinários progressos na matemática e suas aplicações.

Reta e os números reais

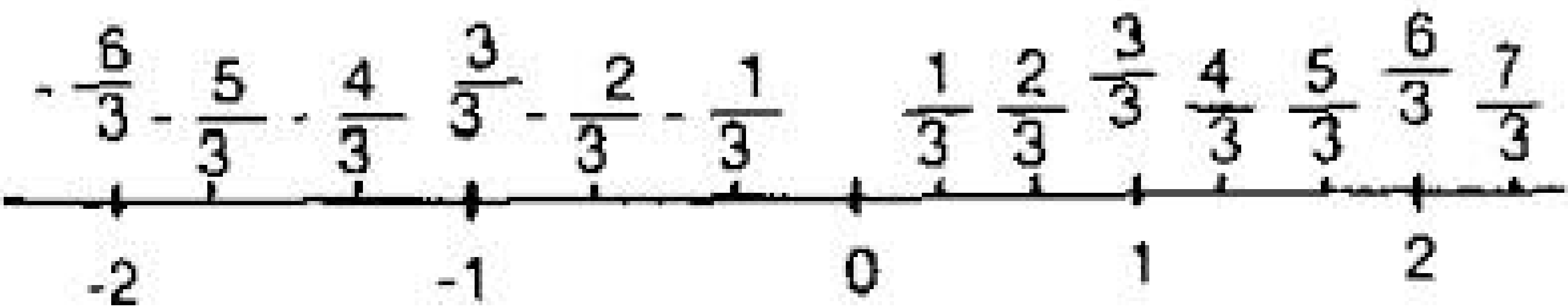
- Reta orientada: define-se um sentido de percurso, chamado positivo; o sentido inverso é chamado negativo.

- Eixo: uma reta orientada na qual se fixou um ponto O, chamado origem.
- Todo número real fica representado por um ponto da reta e todo ponto da reta representa um número real.

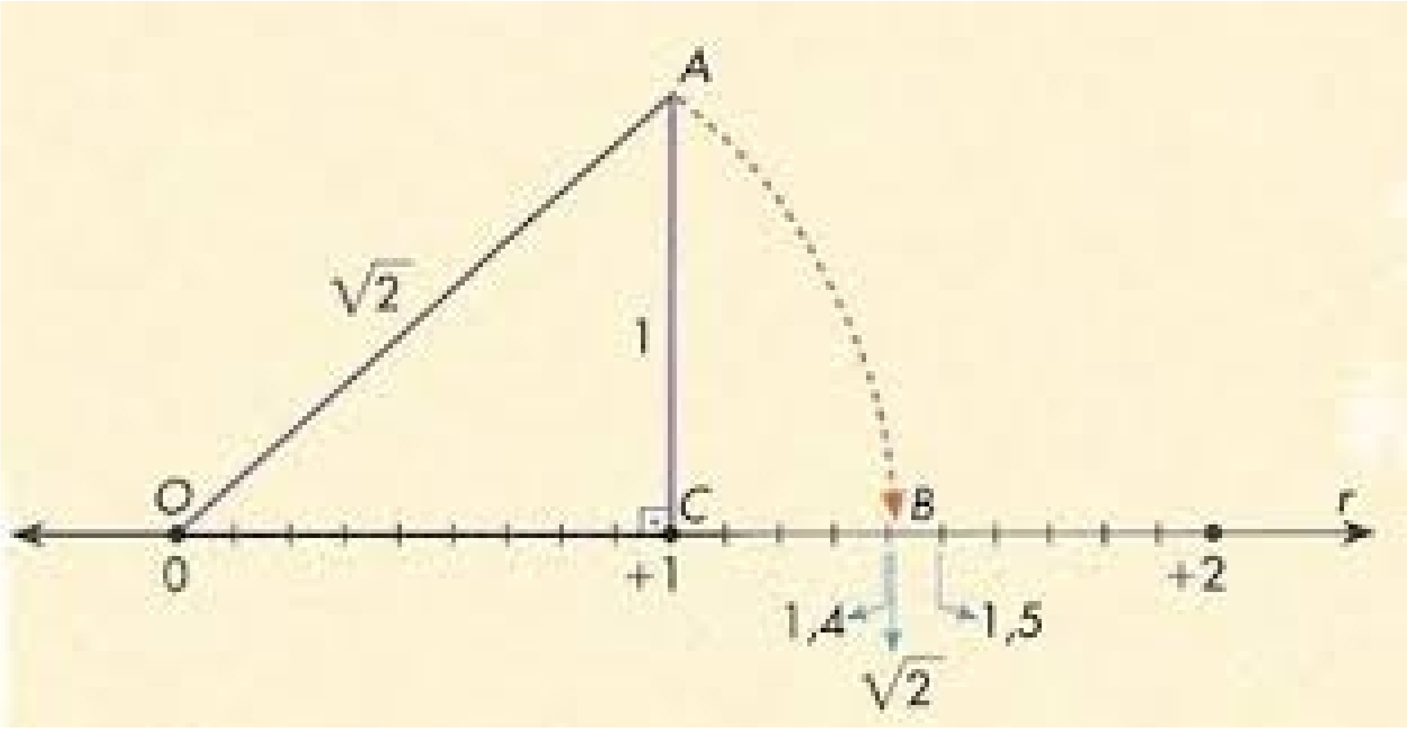
- Escolhe-se um ponto, chamado origem, para representar o zero.

- Escolhe-se um sentido, em geral a direita, para representar o sentido positivo,

- E uma unidade, que representa o número 1.


$-\frac{6}{3}$
$-\frac{5}{3}$
$-\frac{4}{3}$
$-\frac{3}{3}$
$-\frac{2}{3}$
$-\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{3}$
$\frac{4}{3}$
$\frac{5}{3}$
$\frac{6}{3}$
$\frac{7}{3}$
-2
-1
0
1
2

Representação de $\sqrt{2}$ na reta numérica



Pares Ordenados

- **Definição:**
- Dois números reais quaisquer formam um par, e quando a ordem do par está determinada, denomina-se par ordenado de números reais.
- Se x é o primeiro número e y é o segundo, indica-se (x,y).
- x: 1ª coordenada chamada abscissa
- Y: 2ª coordenada chamada ordenada

Pares Ordenados

Obs) note que, por exemplo, os pares (2,3) e (3,2) são diferentes.

Dados (x,y) e (x’,y’) tem-se que (x,y) = (x’,y’) se e somente se, x=x’ e y=y’.

$\mathbb{R}^2$

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$$

Exemplos de elementos desse conjunto:

$$(\sqrt{2}, -5), \left(\frac{7}{17}, \pi\right)$$

Pontos do Plano e Pares Ordenados

Considere duas retas perpendiculares, chamadas eixos.

O ponto de interseção destas é chamado origem, denotado por O.

Eixo horizontal: eixo das abcissas (eixo x, ou eixo Ox)

Eixo vertical: eixo das ordenadas (eixo y, ou eixo Oy)

Pontos do Plano e Pares Ordenados

- Dado um par (a,b) podemos associar um ponto Q do plano

Pontos do Plano e Pares Ordenados

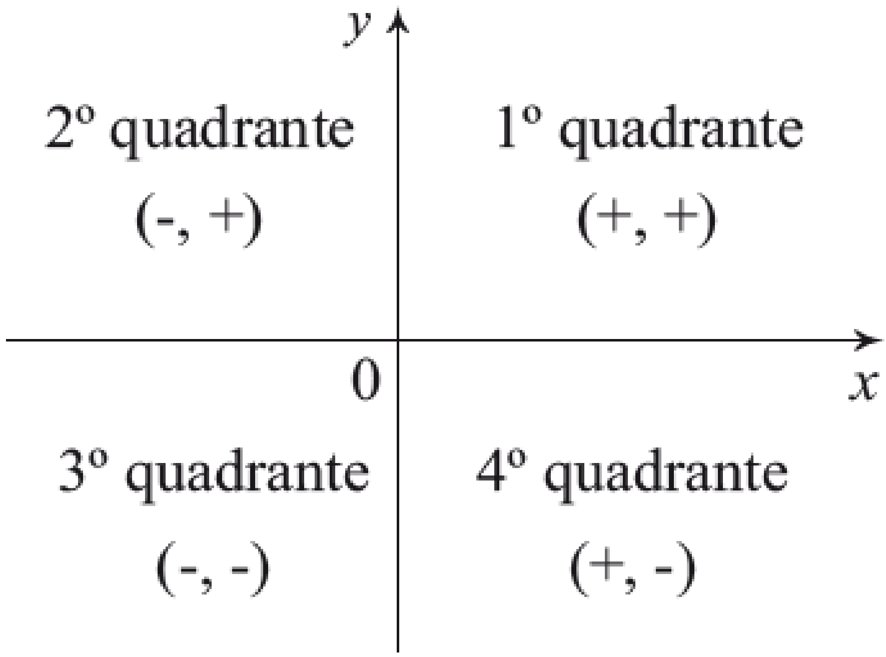
Represente os seguintes pares ordenados

(1,2), (-1, -2), (-3,4), (0,-1), (4,0), (0,-3,), (0,-1), (0,2)

Pontos do Plano e Pares Ordenados

- Podemos associar cada par (a,b) a um ponto Q do plano.
- Reciprocamente, podemos representar o ponto P pelo par de números reais (x,y)

Plano numérico - quadrantes



Pontos do Plano e Pares Ordenados

Pontos do eixo x tem coordenadas (x,0)

Pontos do eixo y tem coordenadas (0,y)

Exemplos:

1)Sabendo que P(3, b-5) pertence ao eixo das abcissas, determine o valor de b.

2) Determine dois pontos D e E de modo que A(-1,3), D, e E pertençam a mesma reta paralela a Ox.

$$d(A,B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

3) Distância entre dois pontos

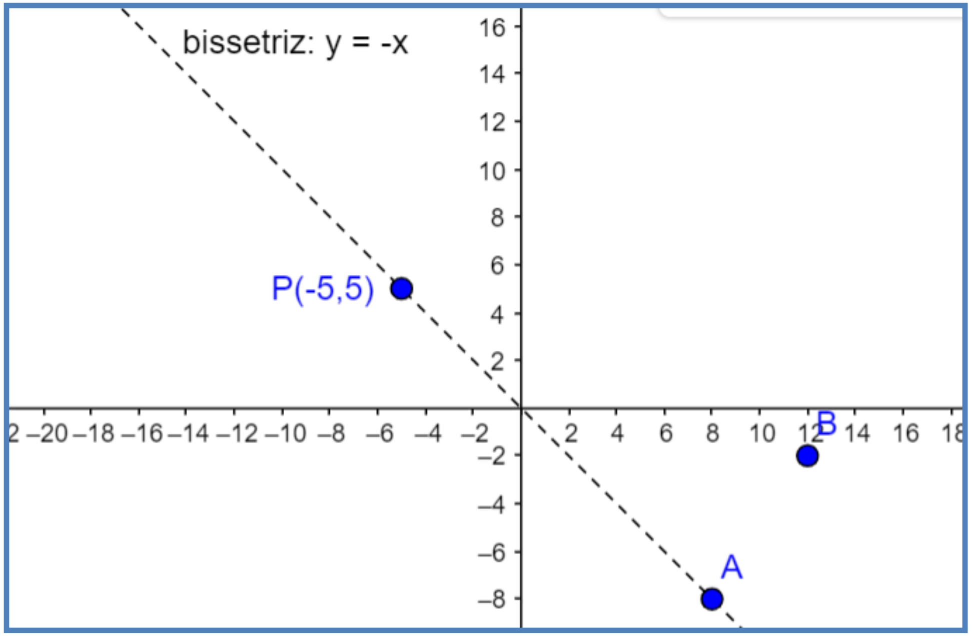
Exemplo:

1) Mostre que o triângulo de vértices A(-2,4), B(-5,-1) e C (-6,5) é isósceles.

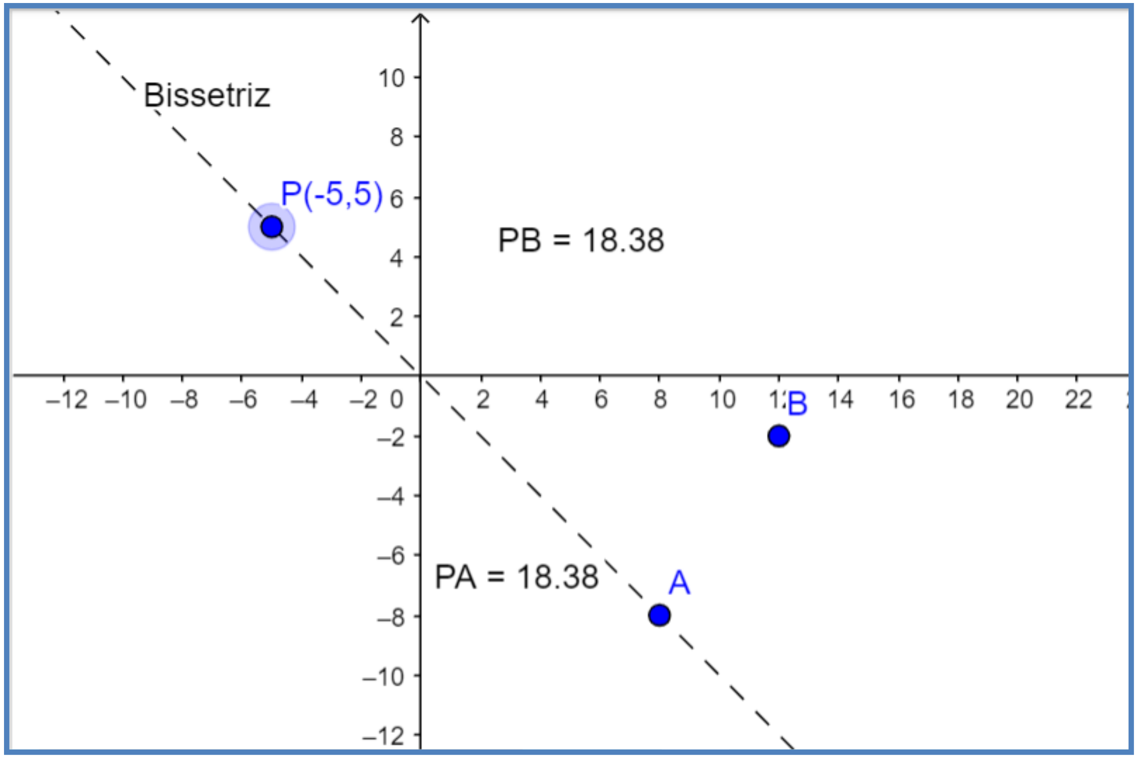
2) Determine o ponto P do eixo dos x, equidistante de A(1,3) e B(-3,5).

3) Determine o ponto P da bissetriz dos quadrantes pares equidistante dos pontos A(8,-8) e B(12,-2)

Resposta: P(-5, 5)



$$d(P,A) = d(P,B) \cong 18,38$$



Calcule o comprimento da mediana AM do triângulo de vértices A(0,0), B (3,7) e C (5,-1).

Calcule o comprimento da mediana AM do triângulo de vértices A(0,0), B (3,7) e C (5,-1).

Ponto médio de BC: M(4,3)

Comprimento da mediana: d(A,M)=5

Ternas Ordenadas

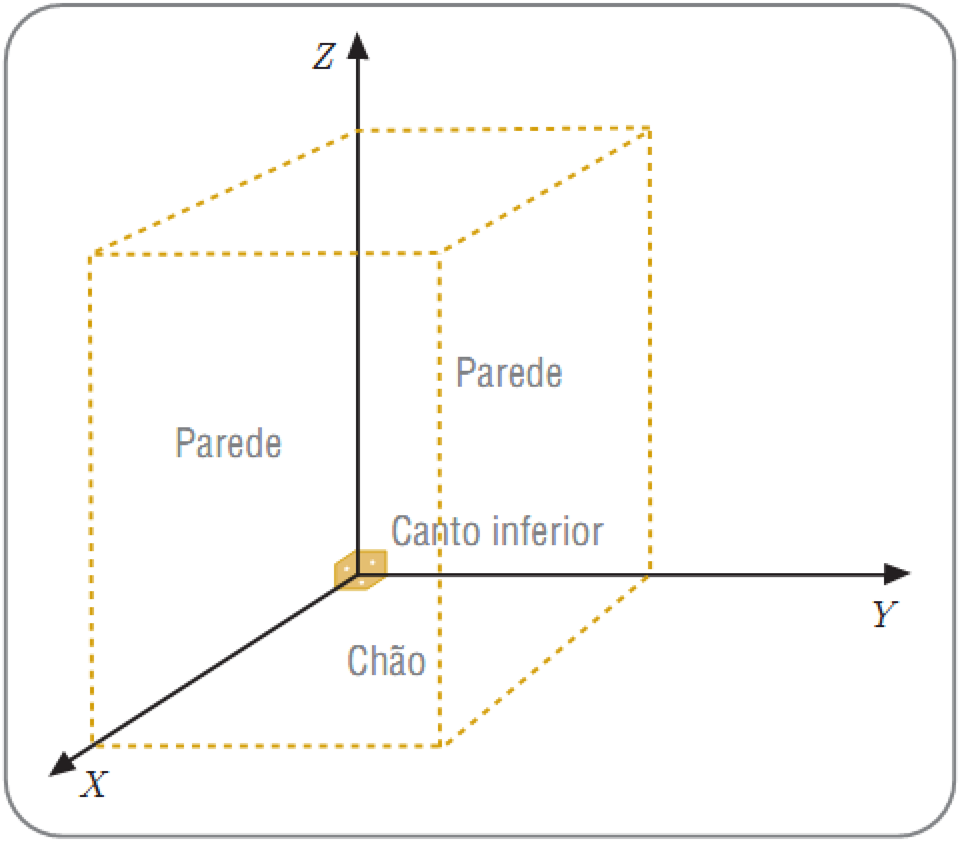
- **Definição:**
- Três números reais quaisquer formam um terna, e quando a ordem da terna está determinada, denomina-se terna ordenada de números reais.
- (x,y,z).
- x: 1ª coordenada chamada abscissa
- y: 2ª coordenada chamada ordenada
- z: 3 coordenada chamada cota

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R}\}$$

Exemplos de elementos desse conjunto:

$$(\sqrt{2}, -5, -1), \left(\frac{7}{17}, \pi, 2\right), (-1, 2, 0)$$

Espaço Tridimensional

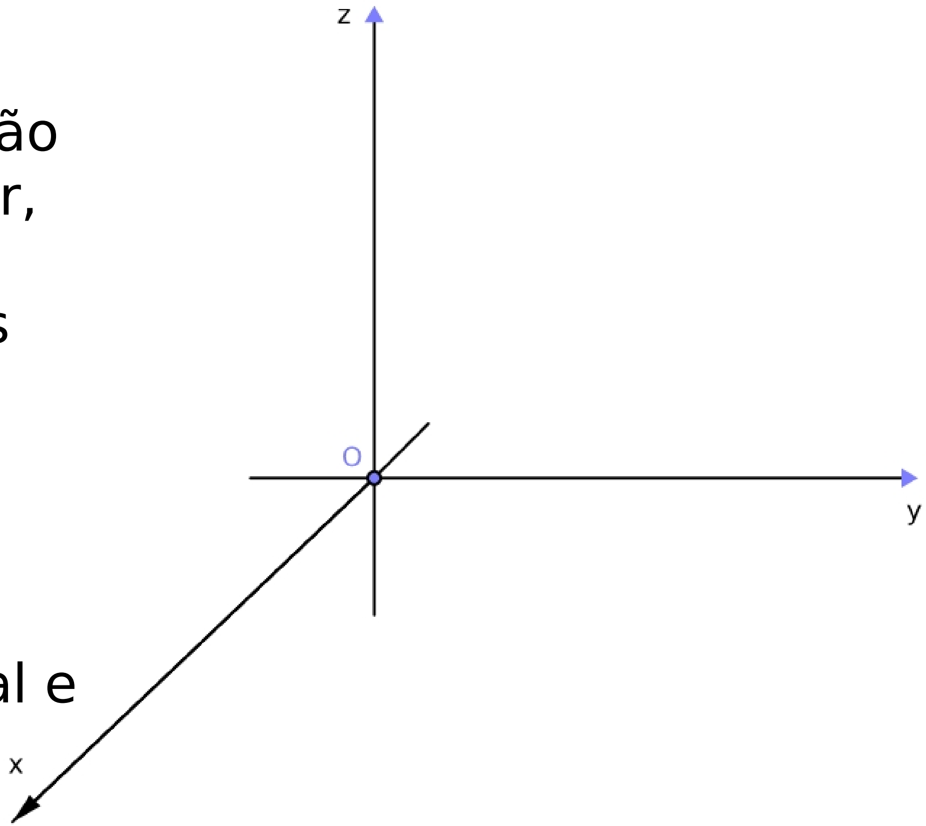


Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz

- Para fazer a representação no plano, tem-se de fazer, em uma perspectiva que dê uma melhor visão dos objetos a representar.

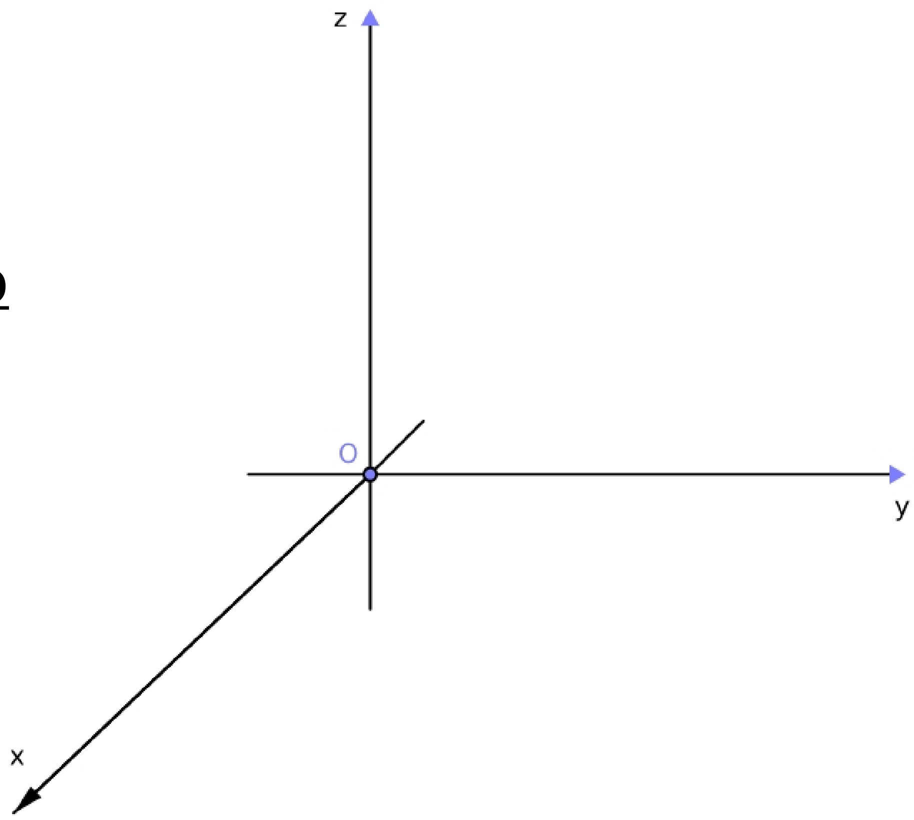
A maneira canônica:

- É traçar os eixos z e y perpendicularmente,
- Em que o eixo z é vertical e aponta para cima ;
- Eixo x “saindo da tela”

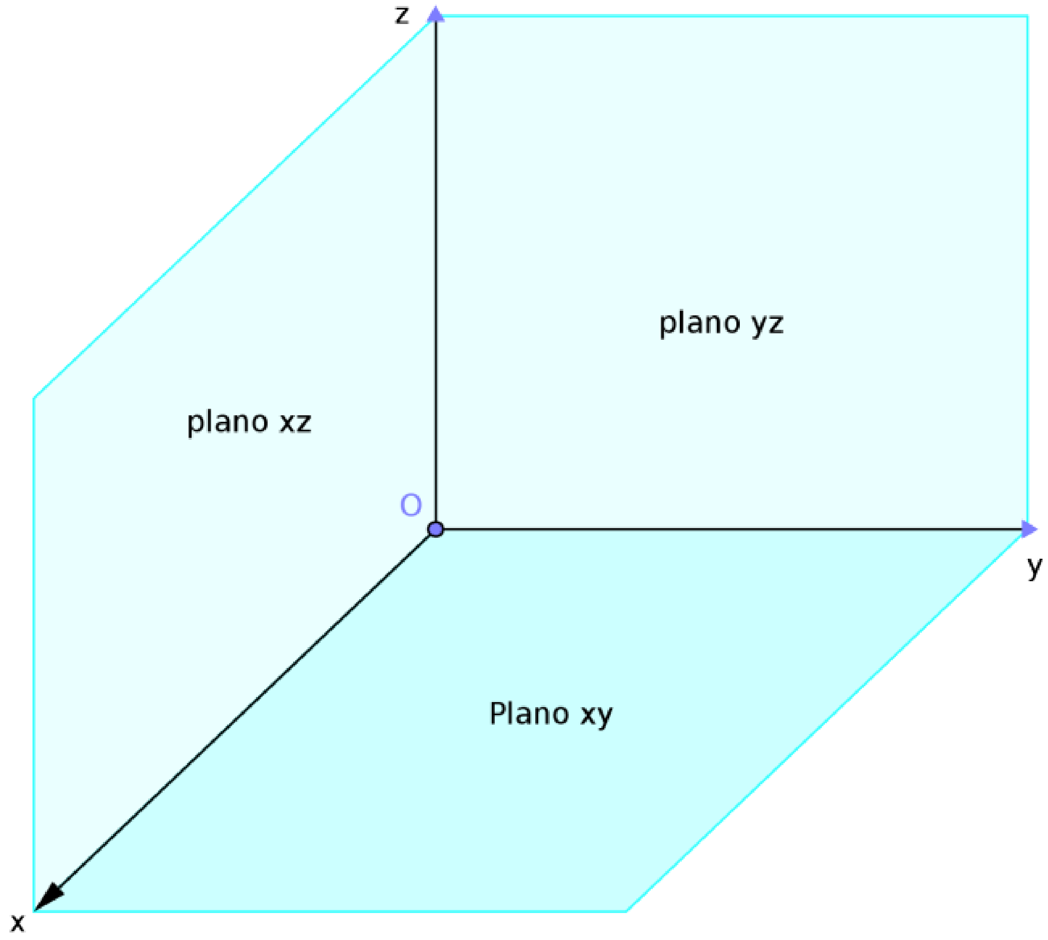


Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz

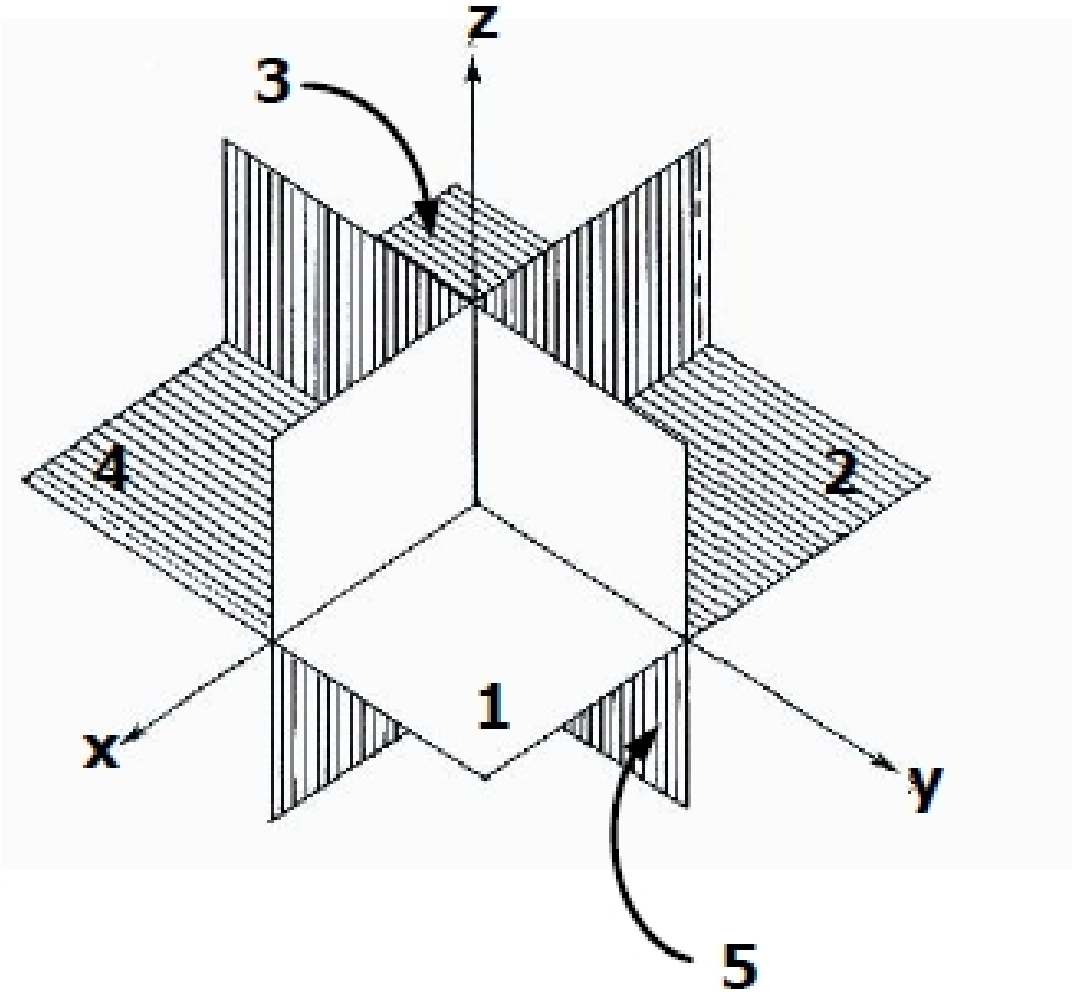
- O eixo coordenado Ox ou simplesmente
- eixo x é chamado eixo das abcissas;
- o eixo y é o eixo das ordenadas; e
- o eixo z é o eixo das cotas.



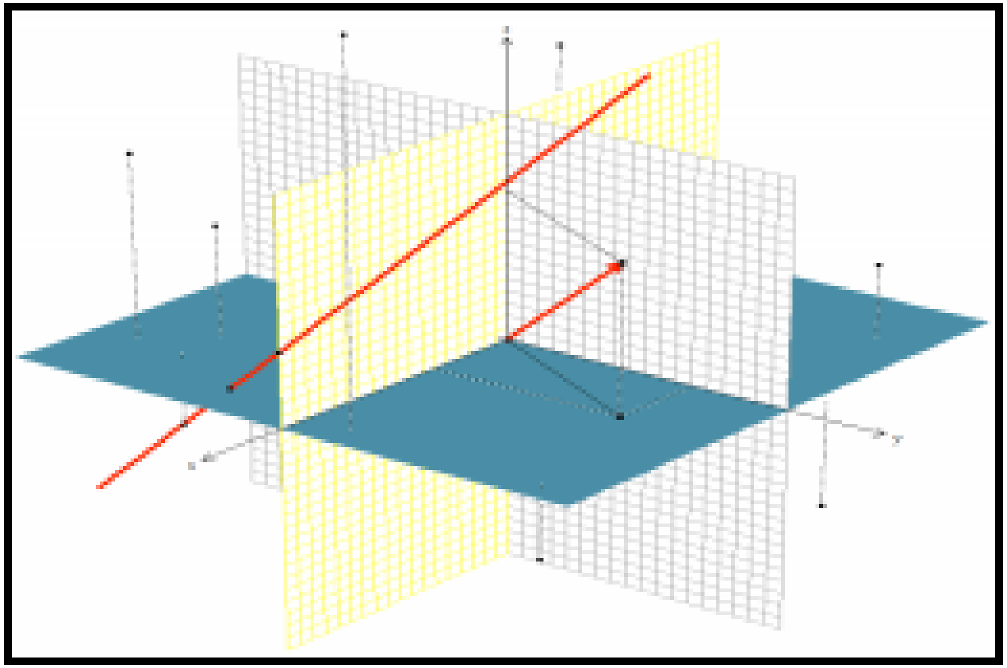
Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz



Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz - Octantes

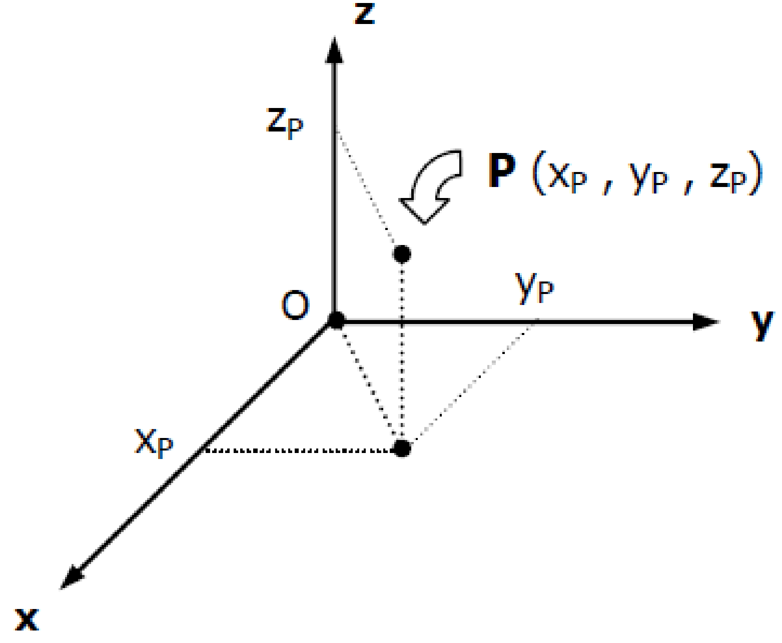


Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz - Octantes



Como representar ternas em Oxyz

A cada terna ordenada de números reais (x,y,z) associamos um ponto P



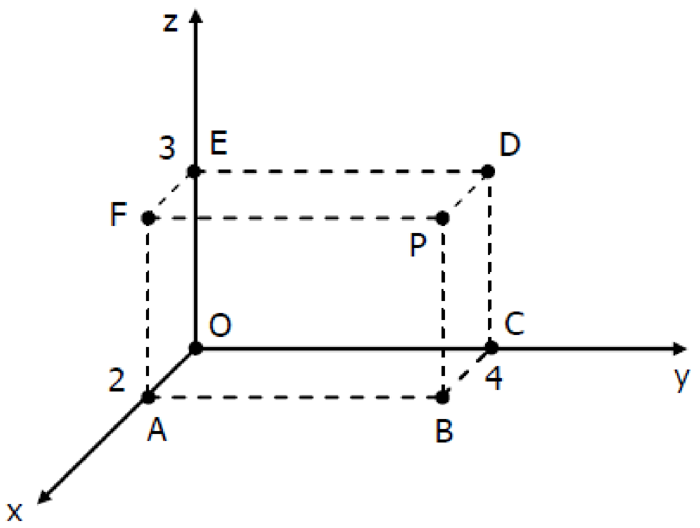
Como representar ternas em Oxyz

Exemplo:

Represente o ponto P(2,4, 3)

Como representar ternas em Oxyz

P(2,4, 3)

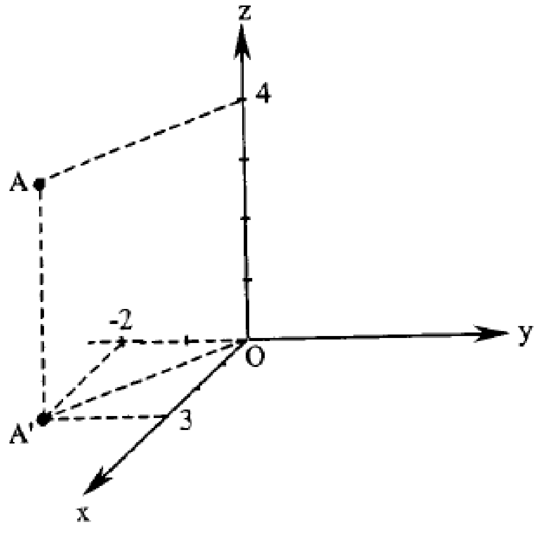


Como representar ternas em Oxyz

Representе P(3,-2,4)

Como representar ternas em Oxyz

Represente P(3,-2,4)

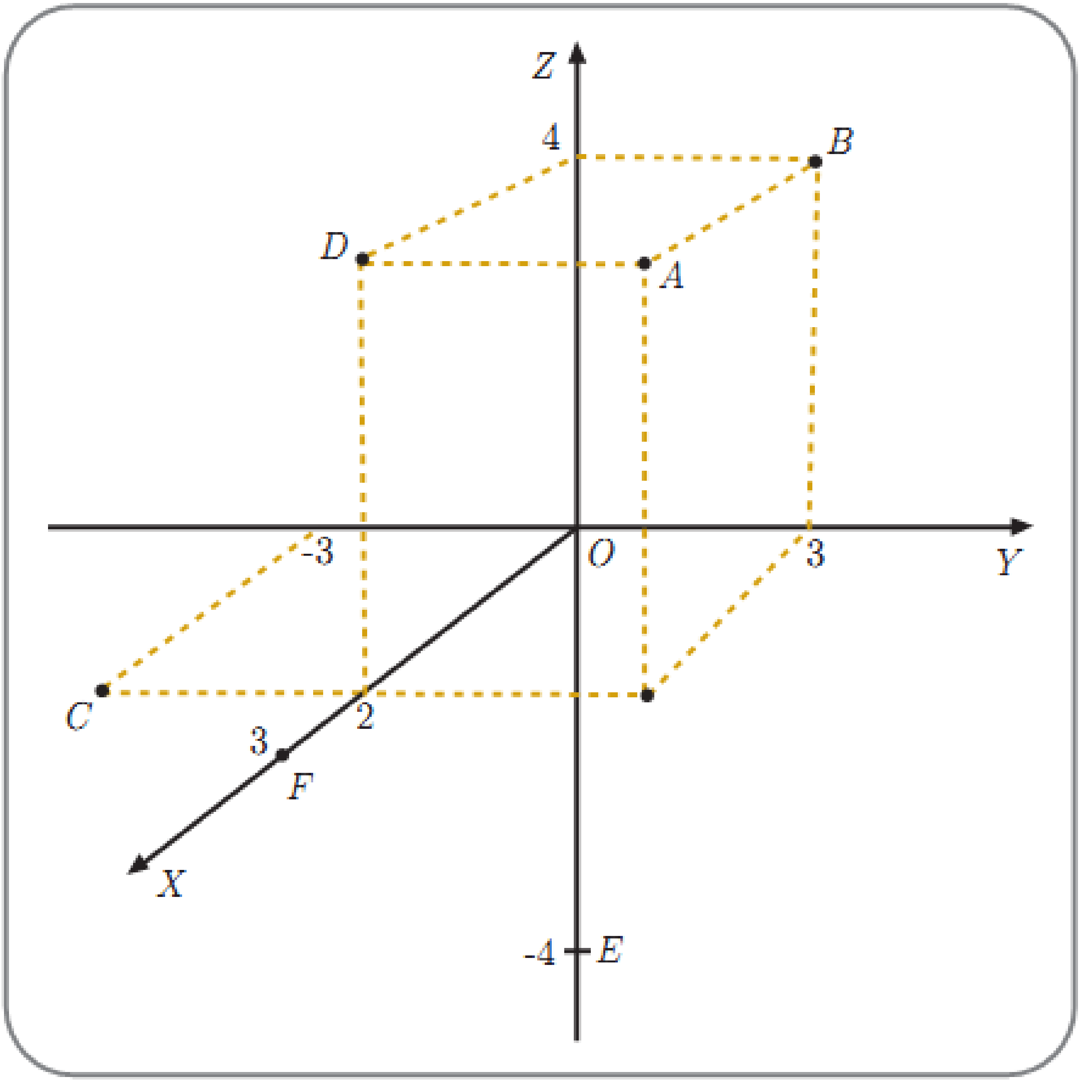


Como representar ternas em Oxyz

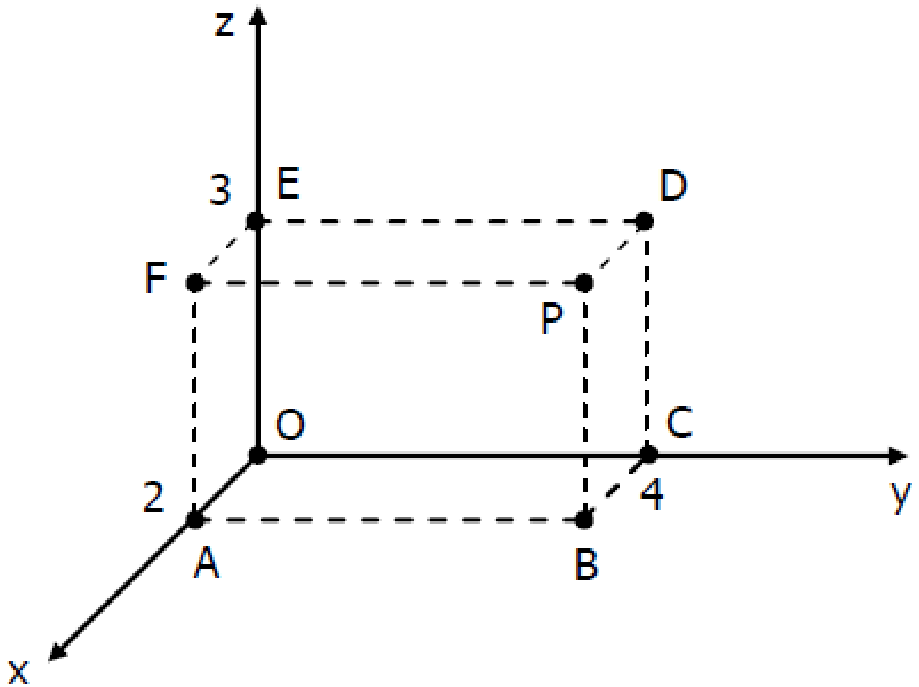
- Represente os seguintes pontos

A(2,3,4), B(0,3,4), C(2,-3,0)
D(2,0,4)

Como representar ternas em Oxyz



Exemplo:
Encontre as coordenadas dos demais pontos indicados na figura:



Exercício

25) Traçar o retângulo formado pelos pontos (x, y, z) tal que

a) $x = 0$, $1 \leq y \leq 4$ e $0 \leq z \leq 4$

b) $-1 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$ e $z = 3$

26) Construir o cubo constituído dos pontos (x, y, z), de modo que

a) $-4 \leq x \leq -2$, $1 \leq y \leq 3$ e $0 \leq z \leq 2$

b) $-2 \leq x \leq 0$, $2 \leq y \leq 4$ e $-4 \leq z \leq -2$

Exercício

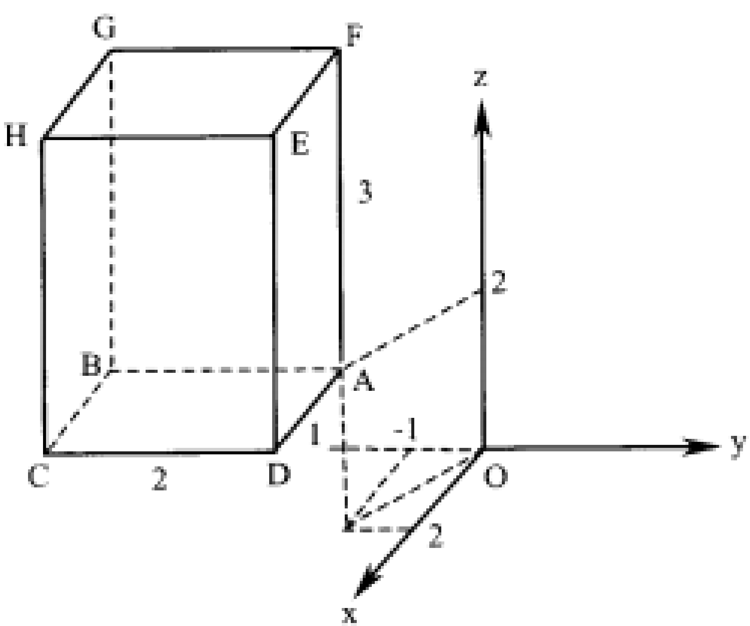


Figura 1.65

29) A Figura 1.65 apresenta um paralelepípedo retângulo de arestas paralelas aos eixos coordenados e de medidas 2, 1 e 3. Determinar as coordenadas dos vértices deste sólido, sabendo que A(2,-1,2).