

Diferenças divididas

Se f é a função que contém os pontos distintos x_0, x_1, \dots, x_n , com $x_i \neq x_j$ para $i \neq j$, lembremos que a derivada de f no ponto x_0 é definida por:

A diferença dividida de primeira ordem em x_0 é definida por:

Tomando $x_1 = x_0 + h$, temos:

Generalizando:

Diferenças divididas

A diferença de ordem n é definida por:

Com

Exemplo:

<i>0</i>	<i>0,0</i>	<i>1,008</i>				
<i>1</i>	<i>0,2</i>	<i>1,064</i>				
<i>2</i>	<i>0,3</i>	<i>1,125</i>				
<i>3</i>	<i>0,5</i>	<i>1,343</i>				
<i>4</i>	<i>0,6</i>	<i>1,512</i>				

Diferenças divididas

<i>0</i>	<i>0,0</i>	<i>1,008</i>	<i>0,280</i>	<i>1,100</i>	<i>1,000</i>	<i>0,000</i>
<i>1</i>	<i>0,2</i>	<i>1,064</i>	<i>0,610</i>	<i>1,600</i>	<i>1,000</i>	
<i>2</i>	<i>0,3</i>	<i>1,125</i>	<i>1,090</i>	<i>2,000</i>		
<i>3</i>	<i>0,5</i>	<i>1,343</i>	<i>1,690</i>			
<i>4</i>	<i>0,6</i>	<i>1,512</i>				

Exercício: Construa a tabela de diferenças divididas.

<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2,75</i>					
<i>1</i>	<i>3</i>	<i>8,3</i>					
<i>2</i>	<i>6</i>	<i>15,6</i>					
<i>3</i>	<i>7</i>	<i>17,9</i>					
<i>4</i>	<i>9</i>	<i>22,4</i>					
<i>5</i>	<i>11</i>	<i>26,8</i>					

Diferenças divididas

<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2,75</i>	<i>2,775</i>	<i>-</i> <i>0,0683</i>	<i>0,005</i> <i>8</i>	<i>-0,0004</i>	<i>0,000</i> <i>02</i>
<i>1</i>	<i>3</i>	<i>8,3</i>	<i>2,4333</i>	<i>-</i> <i>0,0333</i>	<i>0,002</i> <i>8</i>	<i>-0,0002</i>	
<i>2</i>	<i>6</i>	<i>15,6</i>	<i>2,3000</i>	<i>-</i> <i>0,0167</i>	<i>0,000</i> <i>8</i>		
<i>3</i>	<i>7</i>	<i>17,9</i>	<i>2,2500</i>	<i>-</i> <i>0,0125</i>			
<i>4</i>	<i>9</i>	<i>22,4</i>	<i>2,2000</i>				
<i>5</i>	<i>11</i>	<i>26,8</i>					

Forma de Newton para interpolação com diferenças divididas

A forma de Newton para o polinômio interpolador para os pontos é:

Note que fazendo , temos:

Fazendo , temos:

De forma análoga,

Forma de Newton para interpolação com diferenças divididas

Temos então:

ou

Exercício: Obter o polinômio na forma de Newton para os pontos dados nas tabelas anteriores.

Diferenças finitas

Em muitas situações os valores de y_n são igualmente espaçados, isto é:

Para todo n

Neste caso, fazendo $h = x_n - x_{n-1}$, temos

•

•

...

Diferenças finitas

Substituindo isso na Forma de Newton, temos:

Definindo as diferenças finitas :

- *Ordem zero:*
- *Primeira ordem:*
- *Segunda ordem:*
- *...*
- *Ordem n*

Diferenças finitas

Observe que:

de onde segue

E como consequência, temos a Fórmula de Gregory-Newton para interpolação com diferenças finitas:

onde .

Comparação entre métodos: (nº de operações)

Nº de operações	adições	multiplicações	divisões	total
Lagrange				
Newton				
Gregory-Newton				

Erros de truncamento

Quando um polinômio interpolador de grau n é usado para aproximar os valores de uma função qualquer, devemos observar que foram utilizados apenas $(n+1)$ pontos desta função. Nos pontos utilizados, o polinômio coincide com a função. Para as demais posições, teremos uma aproximação da função pelo polinômio. O erro de truncamento dessa aproximação pode ser estimado pela relação:

Onde ϵ é tal que

Exercícios:

Livro: Barroso, L. C. Cálculo numérico com aplicações.
2ª ed. São Paulo: Harbra, 1987.

Pág. 188 e 189, nº: 4.6.6.1, 4.6.6.2 e 4.6.6.3.

Pág. 197, nº: 4.7.4.1, 4.7.4.2, 4.7.4.3 , 4.7.4.4 e 4.7.4.5.