Diferenças divididas

Se é a função que contém os pontos distintos , com
Lembremos que a derivada de   no ponto é definida por:

A diferença dividida de primeira ordem em é definida por:

Tomando , temos:

Generalizando:

Diferenças divididas

A diferença de ordem *n* é definida por:

Com

Exemplo:

0	*0,0*	*1,008*				
1	*0,2*	*1,064*				
2	*0,3*	*1,125*				
3	*0,5*	*1,343*				
4	*0,6*	*1,512*				

Diferenças divididas

0	*0,0*	*1,008*	*0,280*	*1,100*	*1,000*	*0,000*
1	*0,2*	*1,064*	*0,610*	*1,600*	*1,000*	
2	*0,3*	*1,125*	*1,090*	*2,000*		
3	*0,5*	*1,343*	*1,690*			
4	*0,6*	*1,512*				

Exercício: Construa a tabela de diferenças divididas.

0	*1*	*2,75*					
1	*3*	*8,3*					
2	*6*	*15,6*					
3	*7*	*17,9*					
4	*9*	*22,4*					
5	*11*	*26,8*					

Diferenças divididas

0	*1*	*2,75*	*2,775*	*-0,0683*	*0,0058*	*-0,0004*	*0,00002*
1	*3*	*8,3*	*2,4333*	*-0,0333*	*0,0028*	*-0,0002*	
2	*6*	*15,6*	*2,3000*	*-0,0167*	*0,0008*		
3	*7*	*17,9*	*2,2500*	*-0,0125*			
4	*9*	*22,4*	*2,2000*				
5	*11*	*26,8*					

Forma de Newton para interpolação com diferenças divididas

A forma de Newton para o polinômio interpolador para os pontos

é:

Note que fazendo , temos:

Fazendo , temos:

De forma análoga,

Forma de Newton para interpolação com diferenças divididas

Temos então:

ou

Exercício: Obter o polinômio na forma de Newton para os pontos dados nas tabelas anteriores.

Diferenças finitas

Em muitas situações os valores de são igualmente espaçados, isto é:

Para todo

Neste caso, fazendo , temos

.

.

...

Diferenças finitas

Substituindo isso na Forma de Newton, temos:

Definindo as diferenças finitas :

- *Ordem zero:*
- *Primeira ordem:*
- *Segunda ordem:*
- *...*
- *Ordem n*

Diferenças finitas

Observe que:

de onde segue

E como consequência, temos a Fórmula de Gregory-Newton para interpolação com diferenças finitas:

onde .

Comparação entre métodos: (nº de operações)

Nº de operações	adições	multiplicações	divisões	total
Lagrange				
Newton				
Gregory-Newton				

Erros de truncamento

Quando um polinômio interpolador de grau *n* é usado para aproximar os valores de uma função qualquer, devemos observar que foram utilizados apenas *(n+1)* pontos desta função. Nos pontos utilizados, o polinômio coincide com a função. Para as demais posições, teremos uma aproximação da função pelo polinômio. O erro de truncamento dessa aproximação pode ser estimado pela relação:

Onde é tal que

Exercícios:

Livro: Barroso, L. C. Cálculo numérico com aplicações. 2ª ed. São Paulo: Harbra, 1987.

Pág. 188 e 189, nº: 4.6.6.1, 4.6.6.2 e 4.6.6.3.

Pág. 197, nº: 4.7.4.1, 4.7.4.2, 4.7.4.3 , 4.7.4.4 e 4.7.4.5.