

Concursul de admitere iulie 2024

Barem

<b>I. Algebră.</b>	Din oficiu	1 p
(a)	Calculul lui $\Delta$ : $\Delta = m^2 - 4m - 8$	0,5 p
	Condiția $\Delta \geq 0$	0,5 p
	Calculul soluțiilor ecuației $\Delta = 0$ : $2 \pm 2\sqrt{3}$	0,5 p
	Soluția: $m \in (-\infty, 2 - 2\sqrt{3}] \cup [2 + 2\sqrt{3}, \infty)$	0,5 p
(b)	$s_1 = m$	0,5 p
	$s_2 = m^2 - 2m - 4$	0,5 p
	$s_3 = m^3 - 3m^2 - 6m$	0,5 p
	$s_3 - s_1s_2 + (s_1 + 2)s_1 = 0$	0,5 p
	Demonstrarea afirmației: “ $s_n \in \mathbb{R}$ pentru orice $n$ .”	1 p
(c)	$\det(A) = 2m^2 - 1$	0,5 p
	$A$ inversabilă $\Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$	0,5 p
	Enunțarea axiomelor grupului	0,5 p
	Verificarea axiomelor grupului	0,5 p
(d)	Observația că $m \in \mathbb{Z}$	0,5 p
	Deducerea valorilor $m = 6$ și $m = -2$	1,5 p
<b>II. Analiză.</b>	Din oficiu	1 p
(a)	Demonstrarea faptului că funcția $f_1$ este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$	0,75 p
	Determinarea ecuației asimptotei verticale	0,5 p
	Determinarea ecuației asimptotei orizontale spre $\infty$	0,5 p
	Argumentarea faptului că graficul funcției $f_1$ nu are asimptote oblice spre $\infty$	0,25 p
(b)	Calculul $\int_0^1 f_1(x^2)dx = 1 - \frac{\pi}{4}$	1,5 p
	Calculul $\int_0^1 f_n(x^2)dx = 1 - \frac{\arctg \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$	1 p
	Finalizare: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x^2)dx = 1$	0,5 p
(c)	Calculul $f'_n(x) = \frac{n}{(nx+1)^2}$ pentru orice $x \in [0, \infty)$ și $n \in \mathbb{N}^*$	0,5 p
	Calculul $f''_n(x) = \frac{-2n^2}{(nx+1)^3}$ pentru orice $x \in [0, \infty)$ și $n \in \mathbb{N}^*$	0,5 p
	Alegerea unei valori convenabile pentru $c$	0,5 p
	Demonstrarea faptului că șirul obținut este divergent	0,5 p

- (d) Obținerea egalității  $\frac{f_n\left(\frac{1}{n}\right)}{1 \cdot \ln 2} + \frac{f_n\left(\frac{2}{n}\right)}{2 \cdot \ln 3} + \dots + \frac{f_n\left(\frac{n}{n}\right)}{n \cdot \ln(n+1)} = \frac{1}{2 \cdot \ln 2} + \frac{1}{3 \cdot \ln 3} + \dots + \frac{1}{(n+1) \cdot \ln(n+1)}$   
 pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$  ..... 0,5 p
- Obținerea concluziei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{f_n\left(\frac{1}{n}\right)}{1 \cdot \ln 2} + \frac{f_n\left(\frac{2}{n}\right)}{2 \cdot \ln 3} + \dots + \frac{f_n\left(\frac{n}{n}\right)}{n \cdot \ln(n+1)} \right) = \infty$  ..... 1,5 p

**III. Geometrie.** Din oficiu ..... 1 p

- (a) Demonstrația faptului că  $ABCD$  este pătrat ..... 0,5 p  
 Obținerea ecuației dreptei  $AC$ :  $x + y - 1 = 0$  ..... 0,5 p  
 Obținerea ecuației dreptei  $BD$ :  $x - y + 1 = 0$  ..... 0,5 p  
 Obținerea coordonatelor punctului de intersecție  $Q(0, 1)$ . ..... 0,5 p
- (b) Aflarea coordonatelor punctelor  $M\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$  și  $N\left(1, \frac{2}{3}\right)$  ..... 1 p  
 Calculul ariei:  $\text{aria}(AMN) = \frac{5}{3}$  ..... 1 p  
 Calculul distanței  $d$  de la punctul  $A$  la dreapta  $MN$ :  $d = \frac{20}{\sqrt{97}}$  ..... 1 p
- (c) Calculul razei cercului înscris  $r = \sqrt{2} - 1$  ..... 1 p  
 Demonstrarea apartenenței centrului cercului înscris la cercul circumscris pătratului  $ABCD$  .... 1 p
- (d) Dacă  $P$  are coordonatele  $(x_0, y_0)$ , atunci  $x_0^2 + y_0^2 - 4y_0 + 3 = 0$  ..... 1 p  
 Calculul  $PQ^2 = (x_0 - 0)^2 + (y_0 - 1)^2 = x_0^2 + y_0^2 - 2y_0 + 1$  ..... 0,5 p  
 Finalizarea ..... 0,5 p

Orice rezolvare corectă este punctată corespunzător.