

Conteo, permutaciones y combinaciones.

Count, permutations and combinations

Autor: Angie Valery Jaramillo Guerrero

Facultad de ingeniería, ingeniería en sistema, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

Correo-e: angievalery.jaramillo@utp.edu.co

Resumen— Las características que distinguen unas agrupaciones de otras son que se puedan cambiar o no de orden los elementos y que se puedan repetir o no. La siguiente escena representa un esquema que permite distinguir unas agrupaciones de otras y finalmente poder calcular el número de agrupaciones buscadas.

Palabras clave—permutación, combinación, combinatoria, conteo, cambiar, repetir.

Abstract— the characteristics that distinguish some groupings from others are those that can be changed or not the order of the elements and that can be repeated or not. The following scene represents a scheme that allows to distinguish the groupings of others and finally to be able to calculate the number of groupings sought.

Key Word— permutation, combination, combinatorial, counting, changing, repeating.

I. INTRODUCCIÓN

Si necesitamos saber el número de alumnos y de alumnas que hay en una clase, los podemos contar directamente. Si queremos hacer algún tipo de agrupaciones con los alumnos y alumnas y queremos saber todas las posibilidades que existen, habrá que tener en cuenta el tipo de agrupaciones que necesitamos y aplicar algún procedimiento o fórmula que nos permita resolver el problema.

Por ejemplo:

¿Cuántas posibilidades habrá en la elección de delegado(a) o subdelegado(a)?

Si elegimos al azar, una persona para resolver un ejercicio en la pizarra y después a otra persona para resolver el siguiente ejercicio, ¿cuántas posibilidades distintas se puede dar si puede salir dos veces la misma persona?

Si elegimos a dos personas para realizar un trabajo entre las dos. ¿Cuántas posibilidades distintas habrá?

¿De cuántas formas se podrán sentar en los pupitres sino sobra ni falta ninguno?

En todas las situaciones tendremos que tener en cuenta si en cualquiera de las agrupaciones que se realicen se puede permitir cambiar o no el orden y repetir o no a los alumnos y alumnas. De la solución a todas estas preguntas se ocupa la combinatoria.

La combinatoria es la parte de las matemáticas que se ocupa de estudiar procedimientos y estrategias para contar las posibles combinaciones de los elementos de un conjunto.

II. CONTENIDO

A. Historia de la permutación y combinación.

Distintos cálculos de combinatoria se encuentran en algunas civilizaciones antiguas (tales como la hindú, china y árabe) como técnicas o estrategias para resolver distintos problemas. Así se conocían de forma particular en algunos casos y de forma general en otros, fórmulas para el cálculo de variaciones, permutaciones y combinaciones.

La combinatoria se desarrolla de forma más completa o lo trabajos de **Jacob Bernoulli** (1654-1705) y **Gottfried Wilhelm Leibnitz** (1646-1716) que definieron los conceptos básicos de la combinatoria. Leibnitz introdujo el término combinatoria en su obra "Dissertatio de arte Combinatoria" (Razonamiento sobre el arte combinatorio), editada en 1666 y dio la construcción sistemática, perfeccionando el simbolismo combinatorio. Bernoulli publicó en 1703 su obra "Artis Conjectandi" (Arte de la suposición), en la que dice: "...la Combinatoria nos enseña a enumerar todos los modos posibles en que un conjunto dado de objetos puede mezclarse y combinarse de manera que estemos seguros de que no hemos omitido ninguno de los posibles...". En este libro se trata la Combinatoria de forma muy parecida a la actual.

Leonhard Euler (1707-1783) también contribuyó al desarrollo de la Combinatoria con distintos trabajos y con el estudio de la Teoría de Grafos.

B. Factorial de un numero:

Se le llama factorial de un numero n al producto de los n primeros naturales y se representa de la siguiente manera: $n!$ (en este producto no se tiene en cuenta el cero). Se le llama numero combinatorios a la expresión de $m! / n!(m-n)!$

C. Permutación sin repetición:

Son los distintos grupos de n elementos distintos que se pueden hacer, de forma que dos grupos se diferencien únicamente en el orden de colocación de los elementos se representa por P_n

D. Permutación con repetición:

N elementos en las que el primer elemento se repite n_1 veces, el segundo se repite n_2 veces... y el último se repite n_k veces, son los distintos grupos de n elementos que se pueden hacer de forma que en cada grupo, cada elemento aparezca el número de veces indicado y que dos grupos se diferencian únicamente en el orden de colocación de los elementos. Se representa por $PR_n^{n_1 n_2 \dots n_k}$

E. Ejemplo:

Una organización de una escuela tiene 30 miembros. Cuatro miembros serán escogidos al azar para una entrevista con el periódico de la escuela sobre el grupo. ¿Cuántos grupos de 4 personas son posibles?

$$\frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

¡Existen 27,405 posibles grupos diferentes de 4 personas a partir de 30 miembros!

F. Combinaciones sin repetición:

M elementos tomados de n en n (de n orden) son los distintos grupos de n elementos distintos que se pueden hacer con los m elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencien en algún elemento y no en el orden de colocación se represente por $C_{m,n} (n \leq m)$.

G. Combinaciones con repetición:

m elementos tomados de n en n son los distintos grupos de n elementos iguales o distintos que se pueden hacer con los m elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencian en algún elemento y no en el orden de colocación. Se representa por $CR_{m,n}$.

H. diferencias

Una vez estudiadas las distintas agrupaciones posibles, en cualquier problema de combinatoria hay que saber distinguir el tipo de agrupación que se ajusta al enunciado

FIGURA 1
PERMUTACION SIN REPETICION.

Ejemplos:

Nuestro "ejemplo de elegir en orden 3 bolas de 16" sería:

$$\frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = \frac{20,922,789,888,000}{6,227,020,800} = 3360$$

¿De cuántas maneras se pueden dar primer y segundo premio entre 10 personas?

$$\frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{3,628,800}{40,320} = 90$$

(que es lo mismo que: $10 \times 9 = 90$)

Figura 1. Ejemplo de permutación sin repetición

Además de los "grandes paréntesis", la gente también usa estas notaciones:

$$C(n, r) = {}^nC_r = {}^nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejemplo

Entonces, nuestro ejemplo de bolas de billar (ahora sin orden) es:

$$\frac{16!}{3!(16-3)!} = \frac{16!}{3! \times 13!} = \frac{20,922,789,888,000}{6 \times 6,227,020,800} = 560$$

O lo puedes hacer así:

$$\frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1} = \frac{3360}{6} = 560$$

Figura 2. Ejemplo de permutación con repetición.

- Ejemplo: Si se seleccionan cinco cartas de un grupo de nueve, ¿cuántas combinaciones de cinco cartas habría?

La cantidad de combinaciones posibles sería: $P(9,5)/5! = (9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5) / (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 126$ combinaciones posibles.

La fórmula para determinar el número de combinaciones es:

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

${}_nC_r$ = Combinaciones de r objetos tomados de entre n objetos

Donde se observa que,

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

Figura 3. Ejemplo de combinación con repetición.

Si en el artículo se utilizan ecuaciones, estas deberán tener numeración consecutiva, así no las cite o use en el texto. Se debe definir su procedencia.

III. CONCLUSIONES

Como se ha podido apreciar, los problemas que se resuelven por el principio de multiplicidad también se pueden resolver utilizando fórmulas muy sencillas. Se debe tener solo en cuenta si en el problema es esencial o no el orden y si se toman todos los elementos a la vez, o se toman en grupos.

Esto permite determinar si se está ante un problema sobre Variaciones, combinaciones o permutaciones.

REFERENCIAS

Referencias de libros web:

- [1]. <https://www.disfrutalasmatematicas.com/combinatoria/combinaciones-permutaciones.html>
- [2]. http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria_2/introduccion.htm

