Ejercicio 6 : Interpolación de Lagrange

g) ecuación de interpolación

$$f(x) \approx f(x_0) + f[x_0, x_1](x-x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x-x_0)(x-x_1)$$

$$= f(x_0) + f[x_0, x_1](x-x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x^2 - x x_1 - x x_0 + x_0 x_1)$$

distribuyendo

$$= f(x_0) + f[x_0, x_1](x) - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2]x^2 - f[x_0, x_1, x_2]x x_1 - f[x_0, x_1, x_2]x x_0 + f[x_0, x_1, x_2]x_0 x_1$$

agrupando x

$$= \underbrace{f[x_0, x_1, x_2]}_{a}x^2 + x\underbrace{\left(f[x_0, x_1] - f[x_0, x_1, x_2](x_1 + x_0)\right)}_{b} + \underbrace{f(x_0) - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2] x_0 x_1}_{c}$$

- a que acompaña x^2
- b que acompaña x
- c que es constante

Definición :

i) Si $b<0$ elegir el negativo

Si $b \geq 0$ elegir el positivo

En cada iteración $|x_3 - x_2|$ debe ser la más pequeña posible.

$$x_3 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2-4ac}}$$

al usar la fórmula de Bhaskara se da la definición cuando $b^2 >> 4ac$

- Si $b<0$, b tendrá signo negativo por lo que el valor de x_3 será mayor, dado

$$x_3 = \frac{-2c}{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}$$

- Si $b \geq 0$, b tendrá signo negativo por lo que el valor de x_3 será negativo, dado

$$x_3 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2-4ac}}$$

en ambos casos $|x_3 - x_2|$ va a ser menor por lo que en cada iteración se acerca más a la raíz que se halla con este método (de Müller) h).

$$f(x) \approx a(x-x_2)^2 + b(x-x_2) + c$$

$$f(x_0) = a(x_0-x_2)^2 + b(x_0-x_2) + c$$

$$f(x_1) = a(x_1-x_2)^2 + b(x_1-x_2) + c$$

$$f(x_2) = a(\cancel{x_2-x_2})^2 + b(\cancel{x_2-x_2}) + c$$

$$f(x_2) = c$$

$$f(x_0) - f(x_1) \quad a(x_0-x_2)^2 + b(x_0-x_2)$$

$$f(x_1) - f(x_2) = a(x_1-x_2)^2 + b(x_1-x_2)$$

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{(x_1-x_2)} + \frac{a(x_1-x_2)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x_1-x_2)}} = b$$

$$f[x_1,x_2] + a h_2 = b$$

$$f(x_0) - f(x_1) = a(x_0-x_2)^2 + f[x_1,x_2] + a h_2 (x_0 - x_2)$$

$$f(x_0) - f(x_1) - f[x_1,x_2] = a(x_0-x_2)^2 + a h_2 (x_0-x_2)$$

$$f(x_0) - f(x_1) - f[x_1,x_2] = a\left((x_0-x_2)^2 + h_2(x_0-x_2)\right)$$

$$\frac{f(x_0) - f(x_1) - f[x_1,x_2]}{(x_0-x_2)\left((x_0-x_2) + (x_2-x_1)\right)} = a$$

$$\frac{f(x_0) - f(x_1) - f[x_1,x_2]}{x_0 - x_2 \left((x_0+x_2) + (x_0-x_1)(x_2)^2 (x_2+x_1)\right)} = a$$