$r_K = -\nabla(\phi(x_K)) = -(Ax_K - b)$ $h'(\alpha) = \phi(x_K + \alpha r_K)$

$h'(\alpha) = 0$

$$\alpha_K = \frac{r_K^T p_K}{p_K^T A p_K} = -\frac{\nabla\phi(x_K)^T p_K}{p_K^T A p_K}$$

Como p_{K+1} es la dirección más cercana al residuo r_K. Entonces se tiene que:

$$p_{K+1} = -r_K + \frac{p_K^T A r_K}{p_K^T A p_K} p_K \longrightarrow \beta_{K+1}$$

entonces

$$p_K = -r_K \, \beta_K p_{K-1}$$

pasando a sumar r_K y multiplicando el residuo transpuesto se tiene

$$r_K^T(p_K + r_K) = r_K^T(\beta_K p_{K-1})$$

$$\Rightarrow \frac{-r_K^T p_K}{p_K^T A p_K} = \frac{r_K^T r_K}{p_K^T A p_K}$$

entonces debido a la dirección de minimización $x_{K+1} = x_K + \alpha_K r_K$

$$\alpha_K = -\frac{r_K^T r_K}{r_K^T A r_K}$$