6) Sustitución hacia atrás:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc|c} x_0 & x_1 & \cdots & x_{j-1} & x_j & \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} A_{00} & A_{01} & \cdots & A_{0,j-1} & A_{0j} & b_0 \\ & A_{11} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & \cdots & A_{i-2,j-1} & A_{i-2,j} & b_{i-2} \\ & & & A_{i-1,j-1} & A_{i-1,j} & b_{i-1} \\ & & & & A_{ij} & b_i \end{array}\right] \end{array}$$

Para la matriz triangular superior A se tiene:

- $A_{ij} x_j = b_i$

  $x_j = \frac{b_i}{A_{ij}}$

- $A_{i-1,j-1} x_{j-1} + A_{i-1,j} x_j = b_{i-1}$

  $x_{j-1} = \frac{b_{i-1} - A_{i-1,j} x_j}{A_{i-1,j-1}}$

- $x_0 = \frac{b_0 - A_{0i} x_i - A_{0,i-1} x_{i-1} \cdots - A_{01} x_1}{A_{00}}$

Si se toma $n = i, i-1, i-2 \ldots 0$; $x_n = \frac{b_n - (A_{nj} x_j + A_{n,j-1} x_{j-1} + \cdots + A_{n0} x_0)}{A_n}$

Se puede expresar de la forma $x_n = \frac{b_n - \sum_{j=n+1} A_{nj} x_j}{A_{ni}} = \frac{b_i - \sum_{j=n+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}} = x_i$

5) Sustitución hacia adelante

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc|c} x_0 & x_1 & \cdots & x_{j-1} & x_j & \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} A_{00} & & \cdots & & & b_0 \\ A_{10} & A_{11} & \cdots & & & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & & & b_{i-2} \\ A_{i-1,0} & A_{i-1,1} & \cdots & A_{i-1,j-1} & & b_{i-1} \\ A_{i0} & A_{i1} & \cdots & A_{i,j-1} & A_{ij} & b_i \end{array}\right] \end{array}$$

Para la matriz triangular inferior A se tiene:

- $A_{00} x_0 = b_0$

  $x_0 = \frac{b_0}{A_{00}}$

- $A_{i-1,0} x_0 + A_{i-1,1} x_1 + \cdots + A_{i-1,j-1} x_{j-1} + A_{ij} x_{ij} = b_{i-1}$

  $x_{j-1} = \frac{b_{i-1} - A_{i-1,0} x_0 - A_{i-1,1} x_1 - \cdots - A_{ij} x_{ij}}{A_{i-1,j-1}}$

- $A_{i0} x_0 + A_{i1} x_1 + \cdots + A_{i,j-1} x_{j-1} + A_{ij} x_j = b_i$

  $x_j = \frac{b_i - A_{i0} x_0 - A_{i1} x_1 \cdots - A_{i,j-1} x_{j-1}}{A_{ij}}$

Si se toma $i = j$ $\quad x_i = \frac{b_i - A_{i0} x_0 - A_{i1} x_1 \cdots - A_{i,i-1} x_{i-1}}{A_{ii}}$

Se puede expresar de la forma $x_i = \frac{b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$