

# Probabilitati si Statistica

## - Curs 1 -

- Notarea
- Lab / Sem 20% (R)
    - ↳ teste meamurabile
  - Proiect 30% (echipa 2 pers)
    - ↳ în sesiune + prezentare orală
  - Examen (50%) 3 h 50%
    - (sigur subpunct R)
    - fără materiale!
- 1 pct. of.

### Criteriul de promovabilitate

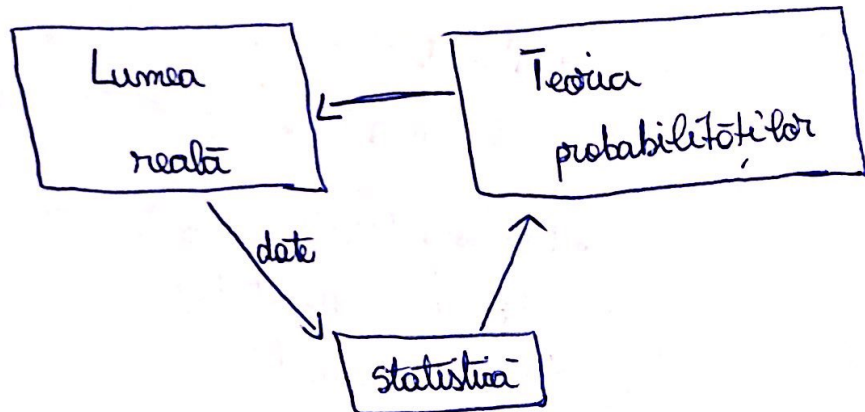
Nota  $\geq 5$  (50p)

Nota examen  $\geq 2.5$  (25p)

Bonus - Latex 1.5p.

# Introducere în Probabilități & Statistică

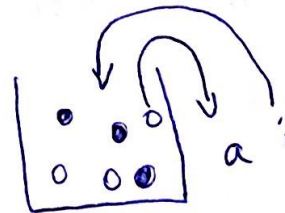
AI  
Machine Learning



Exemplu:

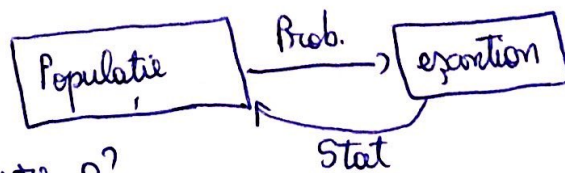
Urnă cu bile albe și negre  
proporția bilor albe este  $p \in (0, 1)$  necunoscut

Prob.  $p = 14\%$  extragem 10 bile  
care este prob. ca între 10 bile  
să avem 4 de culoare albă?



Stat: Am extras 10 bile (cu întoarcere)

obs! 4 sunt alb



ce pot spune despre  $p$ ?

1600  $\rightarrow$  1900

Câmp de probabilitate,  
operații cu evenimente

Experiment alator = sir de acțiuni care conduc la un  
(fenomen) rezultat necunoscut înainte realizării lui

$\Omega$  - mulțimea evenimentelor elementare / spațiul stărilor / spațiul probelor

$\Omega = \{H, T\}$  (Aruncatul cu banul)  
     $\swarrow$        $\searrow$   
    head      tail

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (Aruncatul cu zarul)

①  $\omega \in \Omega$

$\rightarrow$  eveniment elementar

$\Omega$

- (a) mutual exclusivitate
- (b) colectare exhaustivă (cel puțin un el. are loc)

.	.	.	.	.	.
-	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.

$\Omega$

- ① H și afară plouă
- ② T și afară plouă
- ③ H și afară nu plouă
- ④ T și afară nu plouă

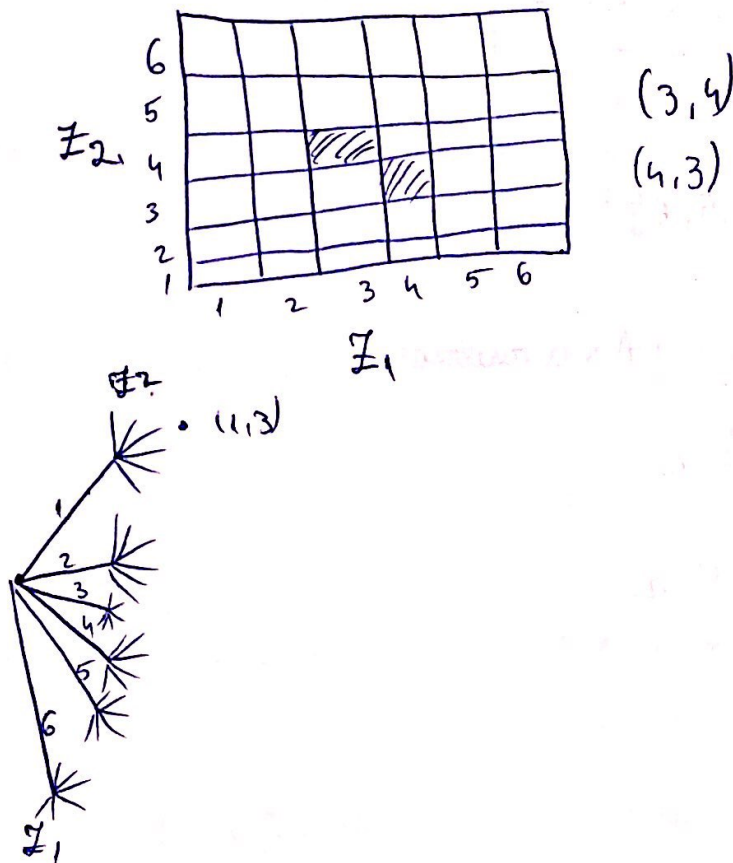
$$\Omega = \{H, T\}$$

Vremea nu influențează H / T

Exp: ①  $\Omega = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \{H, T\}\}$

② Două zaruri

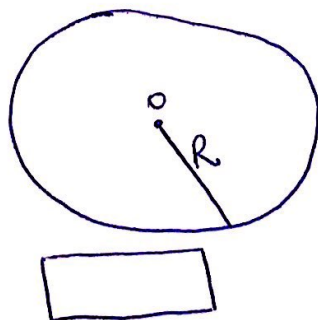
$$\Omega = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, \dots, 6\}\}$$



③ Durata mersului

$$\Omega: [0, T], T \geq 0$$

$\mathbb{R}_+$

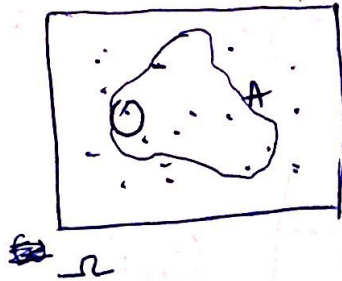


$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

$$\Omega = \{(x, y) \mid -a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b\}$$



Def: O submultime  $A \subseteq \Omega$  s.m. eveniment. Spunem ca evenimentul  $A$  s-a realizat daca in urma desfasurarii experimentului aleator rez.  $\omega \in A$ .



$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

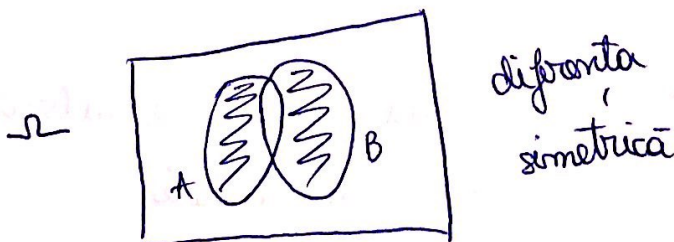
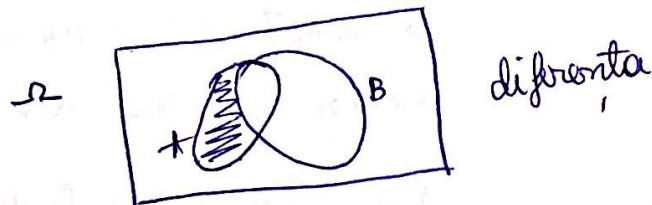
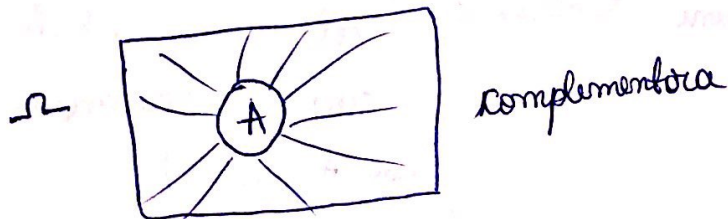
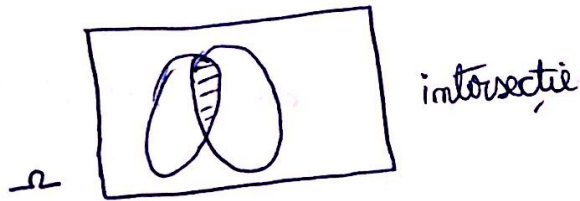
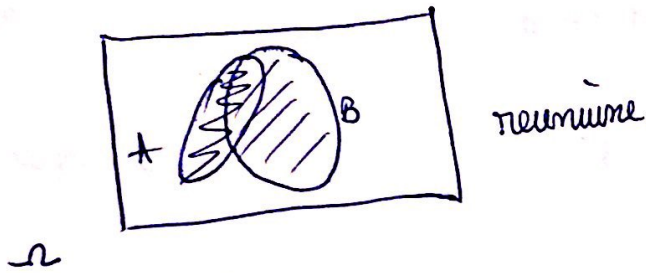
$$A = \{4\} \in \Omega \Rightarrow A \text{ s-a realizat}$$

$$A = \{2, 4, 6\} \in \Omega$$

$$A = \{2, 3, 5\} \in \Omega$$

	Teoria mulțimilor	Teoria probabilităților
$\Omega$	mulțimea $\Omega$	spațiul stărilor
$\omega$	un element din $\Omega$	evenimentul elementor
$\emptyset$	mulțimea vidă	evenimentul imposibil
$A$	mulțimea $A$	ev. $A$
$A^c (C_A, \bar{A})$	complementara lui $A$ în $\Omega$	ev. contrar al lui $A$
$A \cup B$	reuniune	cel puțin unul din ev. $A$ sau $B$ se realizează (ev. $A$ sau $B$ )
$A \cap B$	intersecție	evenimentul $A$ și evenimentul $B$ (ev. $A$ și $B$ se realizează simultan)
$A \setminus B$	diferență	$A$ se realizează, dar $B$ nu
$A \Delta B$ $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ $= (A \cup B) \setminus (A \cap B)$	diferență simetrică	sau $A$ sau $B$ se realizează dar nu ambele

# Diagramme Venn





Def. Multimea ex. posibile asociate exp. aleator cu sp. stărilor  $\Omega$  este o submultime  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$  care verifică următoarele prop:

algebra  $\left\{ \begin{array}{l} a) \Omega \in \mathcal{F} \\ b) \text{ dacă } A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c \in \mathcal{F} \\ c) \text{ dacă } A, B \in \mathcal{F} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{F} \end{array} \right.$

$\emptyset \in \mathcal{F}$

Exp: Aruncăm cu banul până obținem pentru prima dată

$$\Omega = \left\{ \underset{\text{TH}}{1}, \underset{\text{TH}}{\underset{\downarrow}{2}}, \underset{\text{TH}}{\underset{\downarrow}{3}}, \dots \right\} = \mathbb{N}^*$$

$$\begin{aligned} H &= \{ \text{am obținut pt. prima dată } H \text{ după un nr. por de ori} \} = \\ &= \{ 2, 4, 6, \dots \} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \{ 2i \} \end{aligned}$$

c') dacă  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{F}$  atunci  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$

$\mathcal{F}$  care verifică a), b) și c') s.m.  $\sigma$ -algebra.

$(\Omega, \mathcal{F})$  spațiu probabilizabil (spațiu măsurabil)  
a, b, c)

exp. aleator  $\longrightarrow (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$   
 $\hookrightarrow$  probabilitatea.

Proprietati:

a) Avem  $(\Omega, \mathcal{F})$

①.  $\Omega = \{H, T\}$

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega) = \{ \emptyset, \{H\}, \{T\}, \Omega \}$$

②.  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega) \cong \{0, 1\}^{|\Omega|}$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$A \rightarrow (0, 1, 1, \dots, 0)$$