**FMI, Anul III**
**Elemente de securitate şi logică aplicată**

# Examen

**Nume:** ______________________

**Prenume:** ____________________

**Grupa:** ______________________

## Modulul 3: Logică pentru cunoaştere şi demonstrare automată

**(P1)** [2 puncte]

(i) Fie $p, q \in PROP$. Verificaţi dacă următoarele formule sunt valide în clasa tuturor cadrelor Kripke pentru $ML_0$:

(a) $\Box p \to \Box\Box p$.

(b) $\Diamond(p \wedge q) \to \Diamond p \wedge \Diamond q$.

(ii) Demonstraţi că pentru orice formule $\varphi, \psi$ ale lui $ML_0$,

$$\vdash_{\boldsymbol{K}} \neg\varphi \to \neg\psi \quad \text{implică} \quad \vdash_{\boldsymbol{K}} \Box\psi \to \Box\varphi.$$

(iii) Fie $\mathcal{M}_c$ modelul epistemic care descrie jocul de cărţi, definit în curs. Verificaţi dacă următoarea afirmaţie este adevărată:

$$\mathcal{M}_c, (A, B) \Vdash K_2\neg K_1 2B.$$

**(P2)** [2 puncte]

(i) Scrieţi o demonstraţie în Lean pentru teorema `th1` de mai jos.

```
variable {α : Type} (p q : α → Prop)

theorem th1 :
  (∀ x, p x) ∧ (∀ x, q x) → (∀ x, ¬(¬p x ∨ ¬q x))
```

(ii) Definiţi, prin recursie structurală pe numere naturale şi fără a folosi operaţia de înmulţire "`*`" predefinită în Lean, o funcţie `mymul : Nat → Nat → Nat` astfel încât, pentru orice `n m : Nat`, `mymul n m` să returneze produsul numerelor `n` şi `m`.