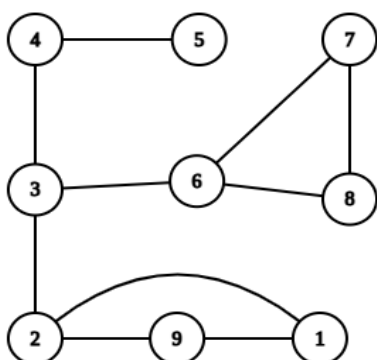
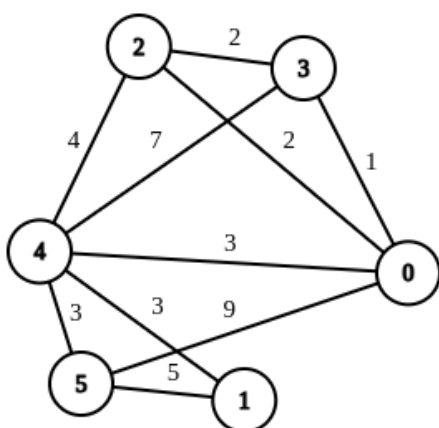


Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 1-4 și **justificați răspunsurile**:



- 1) Care sunt nodurile critice ? Explicați un algoritm eficient care identifica nodurile critice și exemplificați pentru acest graf
- 2) Care sunt muchiile critice?
- 3) Exemplificați cum funcționează $df(3)$ până când sunt vizitate 7 vârfuri, ilustrând și arborele df asociat; vecinii unui vârf se consideră în ordine lexicografică
- 4) Puneți ponderi pe muchii astfel încât costul unui arbore parțial de cost minim în graful obținut să fie 42.

Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 5-7 și **justificați răspunsurile**:

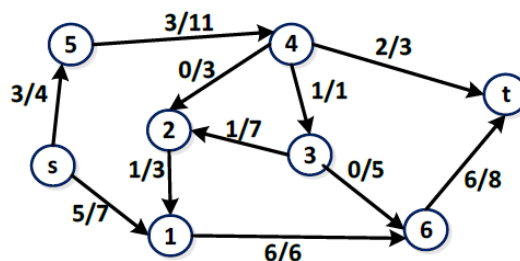


- 5) Exemplificați Dijkstra din 3, opriți-va după ce ați găsit distanța către vârful 1
- 6) Cum funcționează algoritmul lui Prim din 1? Exemplificați alegerea primelor 4 muchii
- 7) Este graful bipartit ? Dacă nu eliminați un număr minim de muchii astfel încât el să devină bipartit. Care este numărul maxim de muchii ale unui graf bipartit cu 7 vârfuri? Justificați.

BAREM exercitiile 1-6 0.5 p, exercitiul 7 1p

CERINTA - Minim 3p din primele 7 subiecte

8) Definiți noțiunile de flux, tăietură, tăietură minimă și lanț nesaturat/drum de creștere. Ilustrați pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru rețeaua din figura următoare (pe un arc e sunt trecute valorile $f(e)/c(e)$ reprezentând flux/capacitate), pornind de la fluxul indicat și alegând la fiecare pas un s-t lanț f -nesaturat de lungime minimă (algoritmul Edmonds-Karp). Indicați o tăietură (s-t tăietură) minimă în rețea (se vor indica vârfurile din bipartiție, arcele directe, arcele inverse) și determinați capacitatea acestei tăieturi. Mai există și o altă s-t tăietură minimă în această rețea? Justificați răspunsurile (1p)

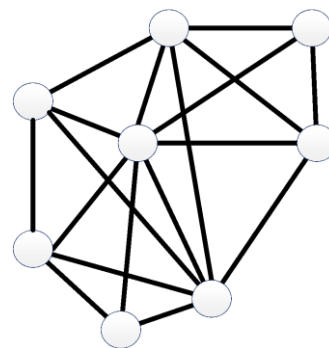


9 a) Dați exemplu de un graf planar conex care are o hartă având exact o față de grad 4 și o hartă care nu are fețe de grad 4.

b) Fie $M = (V, E, F)$ o hartă conexă în care lungimea minimă a unui ciclu este 4, cu $n = |V| \geq 4$ și $m = |E|$. Arătați că $m \leq 2n - 4$ și există în M cel puțin două vârfuri de grad mai mic sau egal cu 3. Mai mult, pentru orice $n \geq 4$ arătați că există un astfel de graf cu n vârfuri și $2n - 4$ muchii. (1.5p)

10) Care este distanta de editare între cuvintele “examen” si “restanta” ? Justificați 0.5p

11) Descrieți algoritmul de 6-colorare a vârfurilor unui graf neorientat conex planar și **exemplificați** acest algoritm pentru graful alăturat. Justificați și de ce acest graf este planar. 0.5p



12) Meșterul vrea să asambleze o megamasina și a citit cu atenție instrucțiunile. A identificat cele n acțiuni care trebuie să le facă și perechi (i, j) de acțiuni care depind direct una de cealaltă (acțiunea j se poate face după ce activitatea i s-a terminat). Meșterul vrea să facă activitatea p care este activitatea sa preferată. Pentru acest lucru el trebuie să facă toate activitățile de care p depinde direct sau indirect.

Ajutați-l pe Meșterul găsind toate activitățile pe care trebuie să le facă și o ordine în care le poate face. (De restul activităților se vor ocupa prietenii săi).

Descrieți cum puteți rezolva această problemă și complexitatea soluției. Dacă există mai multe soluții/implementări puneți accent pe discuția despre când ar trebui să folosim o soluție și când alta.

Barem: 1,5p (0,75 soluție corectă + 0,75 discuții complexitate + complexitate optimă)