Grafică 3D

Mihai-Sorin Stupariu

Sem. I, 2023 - 2024

Scurt istoric (i)

"The Utah teapot" - 1975. Consultați și schița ceainicului realizată de Martin Newell. În biblioteca `glut` sunt implementate (și pot fi folosite în OpenGL "vechi") funcții dedicate (e.g. `glutWireTeapot`)

Sursa: Wikipedia, image încărcată de Marshall Astor (http://www.marshallastor.com/)

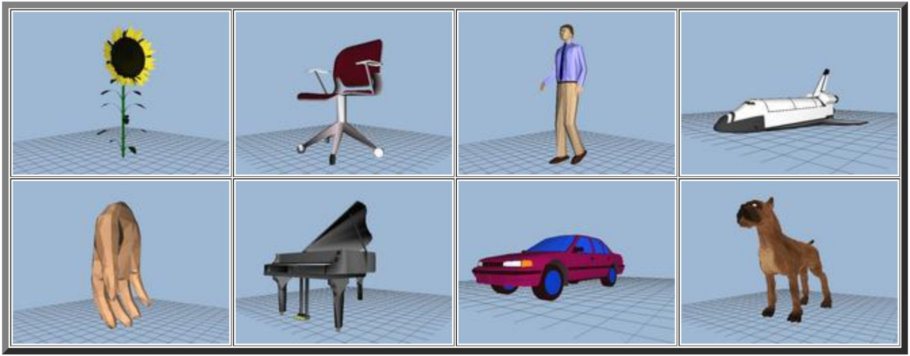
Scurt istoric, resurse (ii)

"The Stanford bunny" - 1994.

Sursa: *Stanford scanning repository*

Scurt istoric, resurse (iii)

"The Princeton shape benchmark" - $\sim$ 2005



Sursa: *Princeton shape benchmark*

Scurt istoric, resurse (iv)

ModelNet - 2015

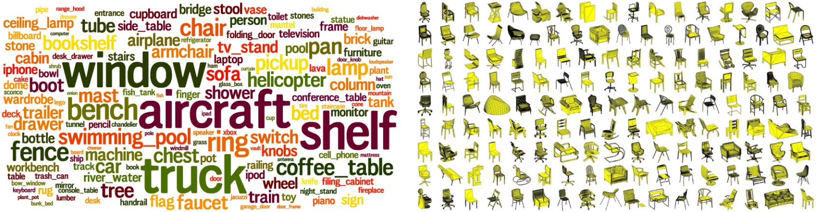
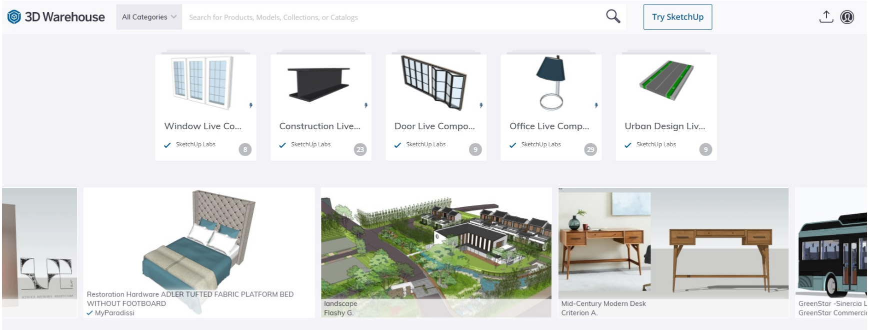


Figure 5: **ModelNet Dataset.** Left: word cloud visualization of the ModelNet dataset based on the number of 3D models in each category. Larger font size indicates more instances in the category. Right: Examples of 3D chair models.

Sursa: [Wu et al., 2015]

Scurt istoric, resurse (v)

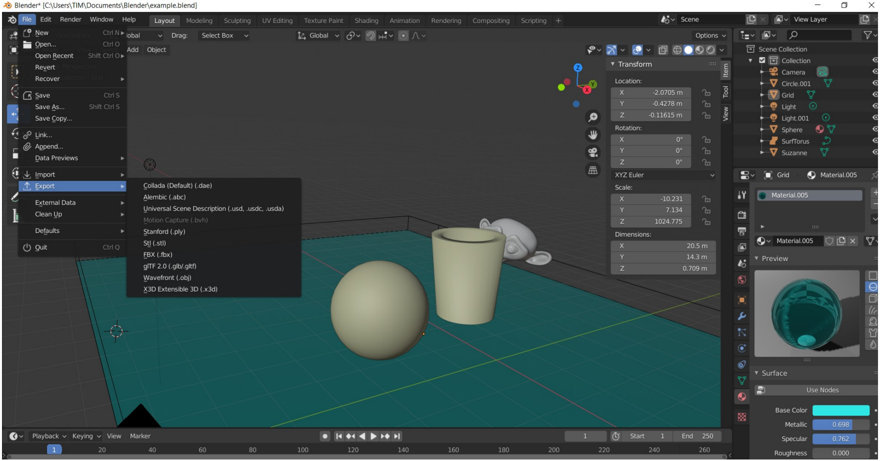
... în prezent există multe resurse disponibile!



Sursa: 3D warehouse

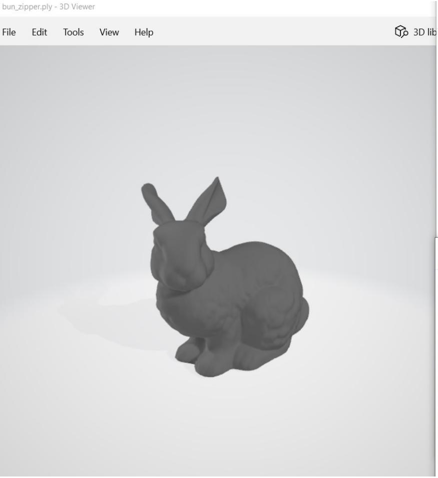
Resurse (vi)

... modele 3D pot fi create cu aplicații dedicate!



Exemplu: .PLY

Formatul PLY (altă referință)



bun_zipper - Notepad

File Edit Format View Help

```
ply
format ascii 1.0
comment zipper output
element vertex 35947
property float x
property float y
property float z
property float confidence
property float intensity
element face 69451
property list uchar int vertex_indices
end_header
-0.0378297 0.12794 0.00447467 0.850855 0.5
-0.0447794 0.128887 0.00190497 0.900159 0.5
-0.0680095 0.151244 0.0371953 0.398443 0.5
-0.00228741 0.13015 0.0232201 0.85268 0.5
-0.0226054 0.126675 0.00715587 0.675938 0.5
-0.0251078 0.125921 0.00624226 0.711533 0.5
```

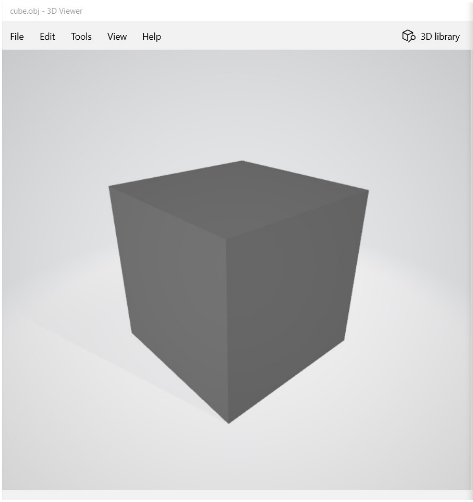
bun_zipper - Notepad

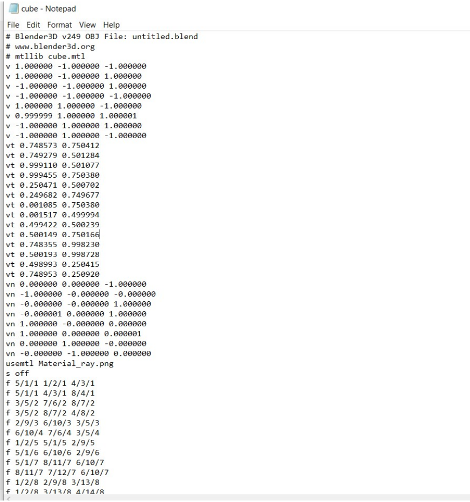
File Edit Format View Help

```
-0.0678418 0.143634 -0.0139334 0.718635 0.5
-0.0677458 0.149084 -0.0355035 0.386188 0.5
-0.0221568 0.157426 -0.00647102 0.226161 0.5
-0.0704544 0.150585 -0.0434585 0.224465 0.337855
-0.0310262 0.153728 -0.00354608 0.167698 0.5
-0.0400442 0.15362 -0.00816685 0.734503 0.5
3 21216 21215 20399
3 9186 9280 14838
3 16020 13433 5187
3 16021 16020 5187
3 20919 20920 21003
3 23418 15239 23127
3 30553 27378 30502
3 7291 7293 21464
3 12803 12714 13083
3 12777 4682 16928
3 22066 22936 21048
3 21134 22066 21048
```

Exemplu: .OBJ

Formatul .OBJ (altă referință)






```
# Blender3D v249 OBJ File: untitled.blend
# www.blender3d.org
# mtllib cube.mtl
v 1.000000 -1.000000 -1.000000
v 1.000000 -1.000000 1.000000
v -1.000000 -1.000000 1.000000
v -1.000000 -1.000000 -1.000000
v 1.000000 1.000000 -1.000000
v 0.999999 1.000000 1.000001
v -1.000000 1.000000 1.000000
v -1.000000 1.000000 -1.000000
vt 0.748573 0.750412
vt 0.749279 0.501284
vt 0.999110 0.501077
vt 0.999455 0.750380
vt 0.250471 0.500702
vt 0.249682 0.749677
vt 0.001085 0.750380
vt 0.001517 0.499994
vt 0.499422 0.500239
vt 0.500149 0.750166
vt 0.748355 0.998230
vt 0.500193 0.998728
vt 0.498993 0.250415
vt 0.748953 0.250920
vn 0.000000 0.000000 -1.000000
vn -1.000000 -0.000000 -0.000000
vn -0.000000 -0.000000 1.000000
vn -0.000001 0.000000 1.000000
vn 1.000000 -0.000000 0.000000
vn 1.000000 0.000000 0.000001
vn 0.000000 1.000000 -0.000000
vn -0.000000 -1.000000 0.000000
usemtl Material_ray.png
s off
f 5/1/1 1/2/1 4/3/1
f 5/1/1 4/3/1 8/4/1
f 3/5/2 7/6/2 8/7/2
f 3/5/2 8/7/2 4/8/2
f 2/9/3 6/10/3 3/5/3
f 6/10/4 7/6/4 3/5/4
f 1/2/5 5/1/5 2/9/5
f 5/1/6 6/10/6 2/9/6
f 5/1/7 8/11/7 6/10/7
f 8/11/7 7/12/7 6/10/7
f 1/2/8 2/9/8 3/13/8
f 1/2/8 3/13/8 4/14/8
```

Cadru

- Grafica 3D:
  - ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
  - cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)

Cadru

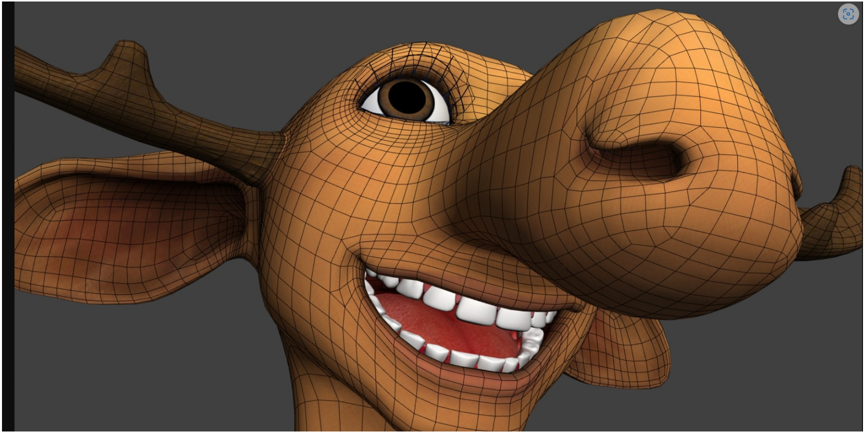
- Grafica 3D:
  - ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
  - cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)
- Pentru a reprezenta cât mai realist un obiect 3D, pe lângă **coordonate**, **culori**, **coordonate de texturare**, un element cheie sunt **vectorii normali** asociați vârfurilor (un atribut al vârfurilor, indicați în funcția de tip creare a VBO, apoi transferați în shader).

Cadru

- Grafica 3D:
  - ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
  - cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)
- Pentru a reprezenta cât mai realist un obiect 3D, pe lângă **coordonate**, **culori**, **coordonate de texturare**, un element cheie sunt **vectorii normali** asociați vârfurilor (un atribut al vârfurilor, indicați în funcția de tip creare a VBO, apoi transferați în shader).
- Formatele standard pentru obiectele 3D includ astfel de informații. Extrăgând informațiile din fișier (v. și assimp), astfel de modele 3D pot fi utilizate în OpenGL.

1. Poliedre / alte obiecte

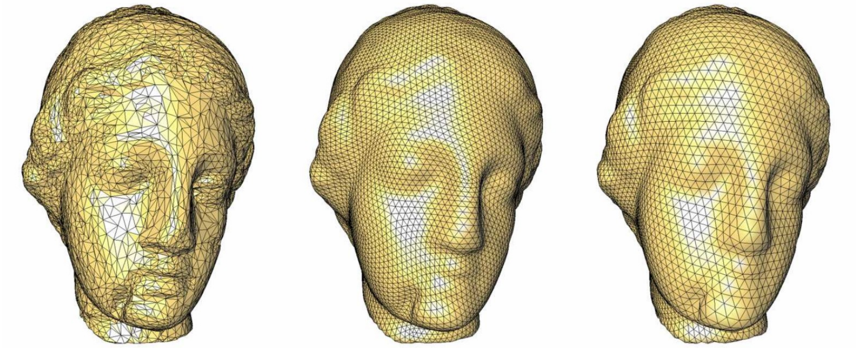
Sunt legate de rețele de poligoane/triunghiuri (*polygon/triangle meshes*)



Sursa: https://talkingmoose.ca/wp-content/uploads/2012/01/Moose_11112_10.jpg

1. Poliedre / alte obiecte

Sunt legate de rețele de poligoane/triunghiuri (*polygon/triangle meshes*)



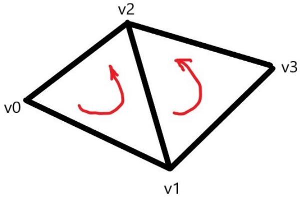
Sursa: https://hal.inria.fr/file/index/docid/186820/filename/modeling-course.pdf

1. Poliedre: vectori normali pentru triunghiuri adiacente

- Un element esențial este indexarea vârfurilor.

1. Poliedre: vectori normali pentru triunghiuri adiacente

- Un element esențial este indexarea vârfurilor.
- Legat de modul de calcul pentru normale / indexarea vârfurilor:



Fețele din imagine sunt indexate a.î. să fie același sens de parcurgere:

0 1 2
2 1 3

1. Poliedre: vectori normali

a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.

1. Poliedre: vectori normali

a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.

b) Pentru rețele de triunghiuri:

1. Poliedre: vectori normali

a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.

b) Pentru rețele de triunghiuri:

   (i) se lucrează la nivel de vârfuri, pentru fiecare vârf se calculează normala (! normala este atribut al vârfurilor), folosind normalele fețelor adiacente.

1. Poliedre: vectori normali

a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.

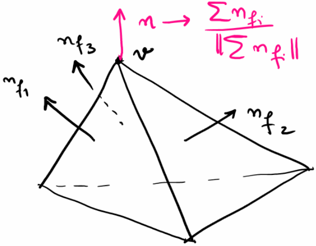
b) Pentru rețele de triunghiuri:

   (i) se lucrează la nivel de vârfuri, pentru fiecare vârf se calculează normala (! normala este atribut al vârfurilor), folosind normalele fețelor adiacente.

   (ii) se folosește pentru fiecare față normala, așa cum a fost calculată (! atenție la implementare: normala este atribut al vârfurilor).

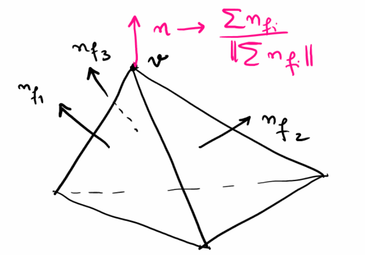
1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele $f_1, f_2, \ldots, f_q$, având vectorii normali $\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, \ldots, \mathrm{n}_q$ (respectiv).



1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele $f_1, f_2, \ldots, f_q$, având vectorii normali $\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, \ldots, \mathrm{n}_q$ (respectiv).

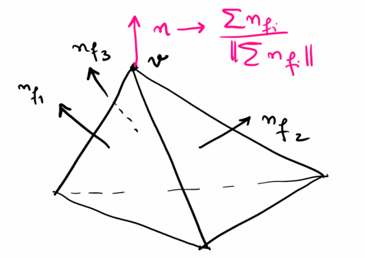


- Vectorul normal în v poate fi definit ca

$$\mathrm{n}_v = \frac{\sum \mathrm{n}_i}{\|\sum \mathrm{n}_i\|}.$$

1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele $f_1, f_2, \ldots, f_q$, având vectorii normali $\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, \ldots, \mathrm{n}_q$ (respectiv).



- Vectorul normal în v poate fi definit ca

$$\mathrm{n}_v = \frac{\sum \mathrm{n}_i}{\|\sum \mathrm{n}_i\|}.$$

- (Variantă mai generală) Se pot considera ponderi $\lambda_1, \ldots, \lambda_q$ (au suma $\sum \lambda_q = 1$) asociate fețelor (de exemplu date de arii), apoi n_v se definește ca

$$\mathrm{n}_v = \frac{\sum \lambda_i \mathrm{n}_i}{\|\sum \lambda_i \mathrm{n}_i\|}.$$

2. Suprafețe implicite

Forma generală: $F(x, y, z) = 0$ (practic - dificil de implementat)

Exemple (suprafețe date de ecuații de gradul II - cuadrice)

- $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
- $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
- $x^2 - y^2 - z^2 = 1$
- $x^2 + y^2 - z^2 = 0$
- $x^2 + y^2 = 1$
- $x^2 - y^2 = 2z$

2. Suprafețe implicite

Forma generală: $F(x, y, z) = 0$ (practic - dificil de implementat)

Exemple (suprafețe date de ecuații de gradul II - cuadrice)

- $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ sferă
- $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid cu 1 pânză
- $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid cu 2 pânze
- $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ con circular drept
- $x^2 + y^2 = 1$ cilindru circular drept
- $x^2 - y^2 = 2z$ paraboloid hiperbolic

2. Suprafețe implicite: vectori normali

- **Vectori normali.** Fie (x_0, y_0, z_0) un punct al suprafeței. Normala exterioară la suprafață este dată de vectorul

$$\nabla F(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

2. Suprafețe implicite: vectori normale

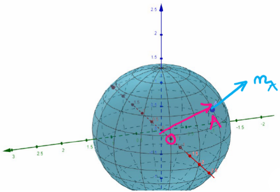
- **Vectori normali.** Fie (x_0, y_0, z_0) un punct al suprafeței. Normala exterioară la suprafață este dată de vectorul

$$\nabla F(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

- **Exemplu.** Sfera de ecuație $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, deci $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$. Fixăm un punct (x_0, y_0, z_0) pe sferă:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) = 2x_0, \ \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0) = 2y_0, \ \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) = 2z_0.$$

Vectorul $\nabla(x_0, y_0, z_0)$ este coliniar cu vectorul de poziție (x_0, y_0, z_0).



n_A e coliniar cu $\overrightarrow{OA}$

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Preliminarii - reprezentarea curbelor

Fie $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $c(t) = (\cos(t), \sin(t))$

deci $\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \end{cases}$, $\underline{\underline{t \in \mathbb{R}}}$

$t \to$ parametru

Imaginea curbei (când t variază): cercul de centru O și rază 1.

- se aleg valori ptr. t
- se calculează punctele corespunzătoare
- se unesc și se trasează o aproximare a curbei

În spațiu: $\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

<u>"elice"</u>

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

1)
$$\begin{cases} x = r\cos u \cos v \\ y = r\cos u \sin v \\ z = r\sin u \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este sfera cu centrul $O = (0, 0, 0)$ și raza r, are ecuația $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

1)

$$\begin{cases} x = r\cos u \cos v \\ y = r\cos u \sin v \\ z = r\sin u \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este sfera cu centrul $O = (0,0,0)$ și raza r, are ecuația $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Observații:
(i) Această reprezentare a fost utilizată pentru "survolarea scenelor" (observatorul se deplasa, practic, pe o sferă).
(ii) Desenarea sferei folosind reprezentarea parametrică este implementată în codul sursă `08_03_sfera.cpp`.
(iii) Stabiliți care este reprezentarea unei sfere de centru oarecare $C = (x_C, y_C, z_C)$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r\cos u \\ y = r\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r\cos u \\ y = r\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este un cilindru circular drept, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r\cos u \\ y = r\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este un cilindru circular drept, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3)

$$\begin{cases} x = v\cos u \\ y = v\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r\cos u \\ y = r\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este un cilindru circular drept, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3)

$$\begin{cases} x = v\cos u \\ y = v\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad u, v, \in \mathbb{R} \textit{ parametri}$$

este un con circular drept, are ecuația $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Definiția generală

În general, o suprafață parametrizată este dată de o funcție

$$f : U \times V \to \mathbb{R}^3, \qquad U, V \subset \mathbb{R} \text{ intervale}$$

Elemente de forma $u \in U, v \in V$ se numesc parametri. Pentru diverse valori ale parametrilor se obțin diferite puncte ale suprafeței. **Pentru a desena o suprafață sunt selectate anumite valori ale parametrilor și, practic, sunt eșantionate puncte pe respectiva suprafață.**

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Implementare: vârfuri

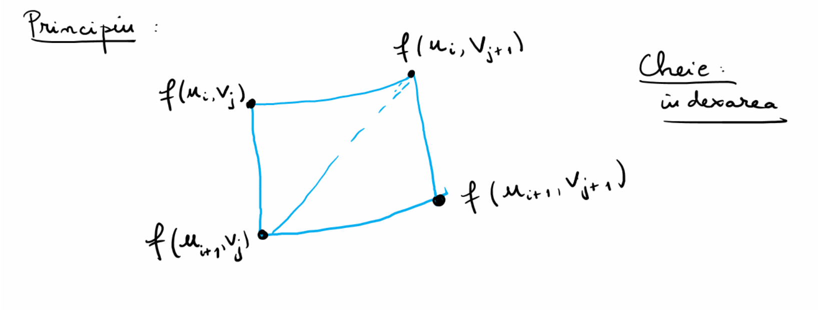
Pentru implementare: se consideră

$$\widetilde{U} = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\} \subset U,$$
$$\widetilde{V} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} \subset V.$$

Pentru fiecare pereche (i, j) calculăm $f(u_i, v_j)$, acestea reprezentând coordonatele unui vârf, corespunzător unui punct de pe suprafață. În plus, fiecărei astfel de perechi îi este asociat un index corespunzător vârfului.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Implementare: fețe

Se generează folosind triunghiuri sau patrulatere și “legând” în mod adecvat vârfurile învecinate.



Sunt desenate două triunghiuri (sau un patrulater) care aproximează, local, suprafața respectivă. Se utilizează indexarea vârfurilor.

Detalii pentru sferă.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Implementare: vectori normali

Pentru normale: două variante:

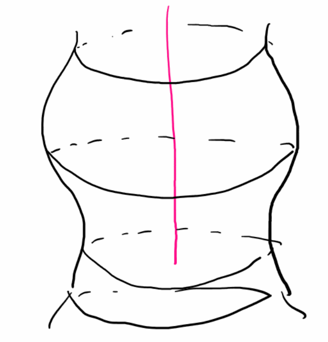
(i) se aplică principiile pentru rețele de triunghiuri;

(ii) fixând (u, v) și punctul corespunzător de pe suprafață, un vector s normal la suprafață în punctul respectiv se poate obține calculând $\frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v)$, apoi normalizând:

$$\mathrm{s} = \frac{\frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v)}{\left\| \frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v) \right\|}.$$

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Ilustrare

O suprafață de rotație se obține dacă o curbă este rotită în jurul unei drepte (axa de rotație) pe care nu o intersectează. De fapt: fiecare punct al curbei descrie un cerc având centrul pe axa de rotație (punctul de intersecție dintre axă și planul perpendicular pe axă care trece prin punctul respectiv).



4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Cazuri particulare

(i) segment paralel cu axa de rotație $\Rightarrow$ cilindru circular drept (sau o porțiune a acestuia)

(ii) segment coplanar cu axa de rotație, dar care nu este paralel cu axa de rotație și nu o intersectează $\Rightarrow$ trunchi de con

(iii) semicerc $\Rightarrow$ sferă (eventual fără poli)

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Reprezentare parametrică

- Practic: se aleg două funcții $\varphi, \psi : I \to \mathbb{R}$, unde $I \subset \mathbb{R}$ este un interval și $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$. Fie

$$f : [0, 2\pi] \times I \to \mathbb{R}^3,$$

$$f(u, v) = (\varphi(v) \cos u, \varphi(v) \sin u, \psi(v))$$

(uneori suprafețele pot fi definite pe $\mathbb{R} \times I$ sau cu ordinea parametrilor inversată).

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Reprezentare parametrică

- Practic: se aleg două funcții $\varphi, \psi : I \to \mathbb{R}$, unde $I \subset \mathbb{R}$ este un interval și $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$. Fie

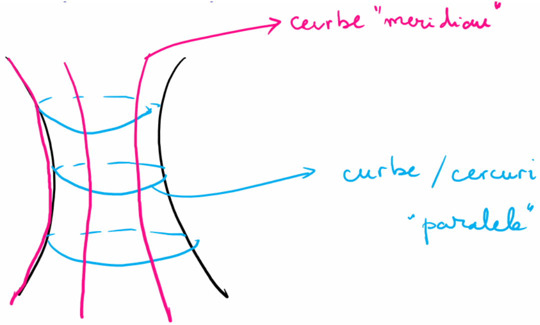
$$f : [0, 2\pi] \times I \to \mathbb{R}^3,$$

$$f(u, v) = (\varphi(v) \cos u, \varphi(v) \sin u, \psi(v))$$

(uneori suprafețele pot fi definite pe $\mathbb{R} \times I$ sau cu ordinea parametrilor inversată).

- Reprezentarea de mai sus corespunde suprafeței obținute prin rotirea curbei $v \mapsto (\varphi(v), 0, \psi(v))$ în jurul axei Oz. Condiția $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$ corespunde faptului că această curbă nu intersectează axa de rotație (dreapta Oz).

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Comentarii



În general, pe o suprafață de rotație, curbele $u = const$ și $v = const$ au denumiri speciale.

Fie $(u_0, v_0) \in [0, 2\pi] \times I$, deci $f(u_0, v_0)$ este un punct de pe suprafață.

(i) $v = v_0$, u=variabil, $u \mapsto f(u, v_0)$ cerc paralel

(ii) $u = u_0$, v=variabil, $v \mapsto f(u_0, v)$ cerc meridian