FUNDAMENTELE PROIECTĂRII COMPILATOARELOR

CURS 3

Gianina Georgescu

CUPRINSUL CURSULUI 3

ANALIZA LEXICALĂ

- Algoritm de transformarea ExprReg AFD
 (funcțiile nullable, firstpos, lastpos, followpos, exemple)
- Translator finit definiție, exemple, proprietăți
- Analiza sintactică introducere
- Gramatici independente de context

CONSTRUCȚIA DIRECTĂ A UNUI *AFD* PORNIND DE LA O EXPRESIE REGULATĂ

Fie r expresie regulată peste Σ și # un simbol nou, $\# \notin \Sigma$. Numim **extensia lui** r expresia (r)#.

Vom construi un AFD care recunoaște r. Pentru aceasta construim arborele sintactic T asociat lui (r)# apoi, printr-o parcurgere în adâncime a lui T, calculăm 4 funcții: nullable, firstpos, lastpos, followpos.

- Numerotăm frunzele lui T de la stânga la dreapta cu numere (numite **poziții**) de la 1 la n (unde n este asociat lui #). Se vor numerota doar frunzele etichetate cu o literă din $\Sigma \cup \{\#\}$. Nodurile etichetate cu λ nu se etichetează.
- Nodurile interne ale lui T sunt etichetate cu unul dintre cei 3 operatori de bază ai expresiilor regulate: $|,\cdot,*|$

- Nodurile externe ale lui T sunt etichetate cu simboluri din $\Sigma \cup \{\lambda, \#\}$.
- Pentru un nod n al lui T care este rădăcina unui subarbore T_1 al lui T, ce corespunde subexpresiei r_1 , calculăm:
- $\triangleright nullable(n) = true dacă și numai dacă <math>\lambda \in L(r_1)$
- ightharpoonup firstpos(n) reprezintă pozițiile care corespund primelor simboluri ale șirurilor din $L(r_1)$
- ightharpoonup lastpos(n) reprezintă pozițiile care corespund ultimelor simboluri ale șirurilor din $L(r_1)$
- Followpos(p) (unde p este o poziție, $1 \le p \le n$) cuprinde toate pozițiile $q, 1 \le q \le n$, astfel încât în L((r)#) există un șir w de forma $w = w'a_1a_2w'', a_1, a_2 \in \Sigma$, iar poziția corespunzătoare lui a_1 este p, iar a lui a_2 este q.

Calculul pentru nullable, firstpos, lastpos

Nodul n	nullable(n)	firstpos(n)	lastpos(n)
n este frunză	true	Ø	Ø
etichetată cu λ			
$n = a \in \Sigma$, frunza			
având asociată	false	{ <i>i</i> }	$\{i\}$
poziția i			
n	$nullable(c_1)$ or	$firstpos(c_1) \cup$	$lastpos(c_1) \cup$
∠\>	$nullable(c_2)$	$firstpos(c_2)$	$lastpos(c_2)$
c_1 c_2			
n ·	$nullable(c_1)$ and	if $(nullable(c_1))$	if $(nullable(c_2))$
∠\	$nullable(c_2)$	$firstpos(c_1) \cup$	$lastpos(c_1) \cup$
c_1 c_2		$firstpos(c_2)$	$lastpos(c_2)$
		else	else
		$firstpos(c_1)$	$lastpos(c_2)$
n *			
↓	true	firstpos(c)	lastpos(c)
С			

Calculul lui followpos

 Pentru fiecare nod concatenare cu descendenții c1 și c2, atunci:

```
\forall i \in lastpos(c1), followpos(i) \supseteq firstpos(c2)
```

 Pentru fiecare nod * având descendentul direct c, atunci:

```
\forall i \in lastpos(c), followpos(i) \supseteq firstpos(c)
```

ALGORITM PENTRU OBȚINEREA ARBORELUI SINTACTIC CORESPONDENT UNEI EXPRESII REGULATE

Fie r expresie regulată peste alfabetul Σ . Se aplică algoritmul Shunting Yard pentru transformarea expresiei (r)# în formă postfixată.

Se scanează elementele (token-ii) expresiei în ordinea postfixată. Folosim o stivă, inițial vidă.

Se repetă cât timp există token-i:

- dacă token-ul curent este un simbol $a \in \Sigma \cup \{\lambda, \#\}$, se construiește arborele T_a care constă dintr-un singur nod etichetat cu a. Se introduce T_a pe stivă.

- dacă token-ul curent este $op \in \{\cdot, | \}$, se scot din stivă arborii T_1, T_2 și se introduce pe stivă arborele T_{op} având ca rădăcină nodul etichetat cu op, arborele stâng T_2 și arborele drept T_1 .
- dacă token-ul curent este *, se scoate de pe stivă arborele T și se introduce pe stivă arborele T_* având ca rădăcină nodul etichetat cu * și ca unic descendent pe T. Putem seta pe T ca subarbore stâng al lui T_* , subarborele drept fiind setat cu null.

În final, arborele (unic, dacă expresia în formă postfixată este corectă) rămas în stivă reprezintă arborele sintactic al expresiei regulate inițiale.

Algoritmul ExpReg ⇒ AFD

Intrare: (r)#, unde r expresie regulata peste Σ

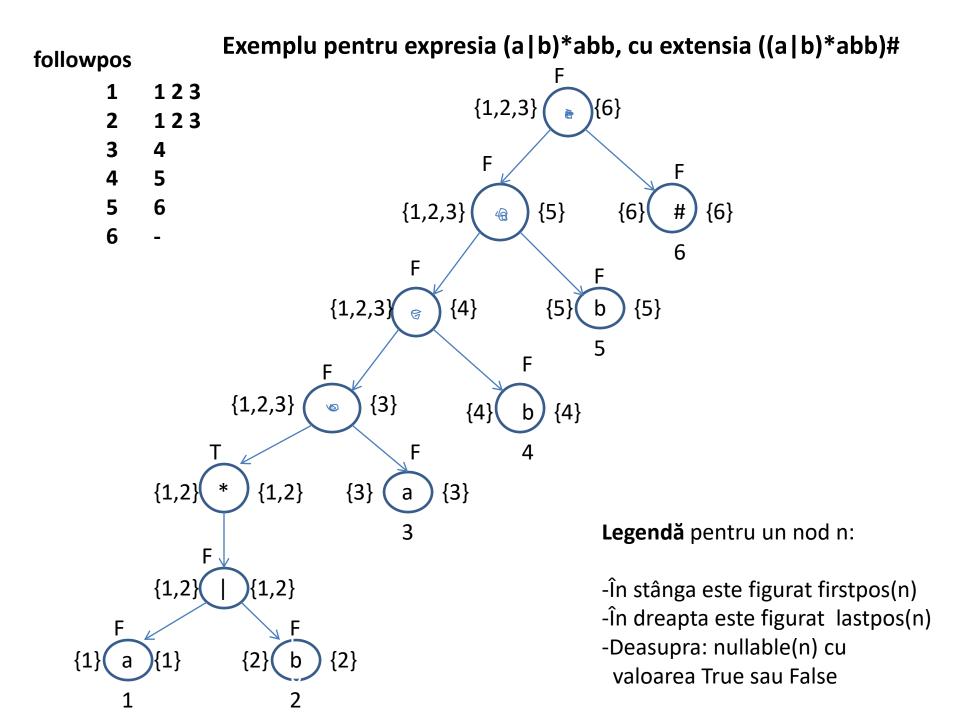
Ieşire: AFD $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F), L(A) = L(r)$

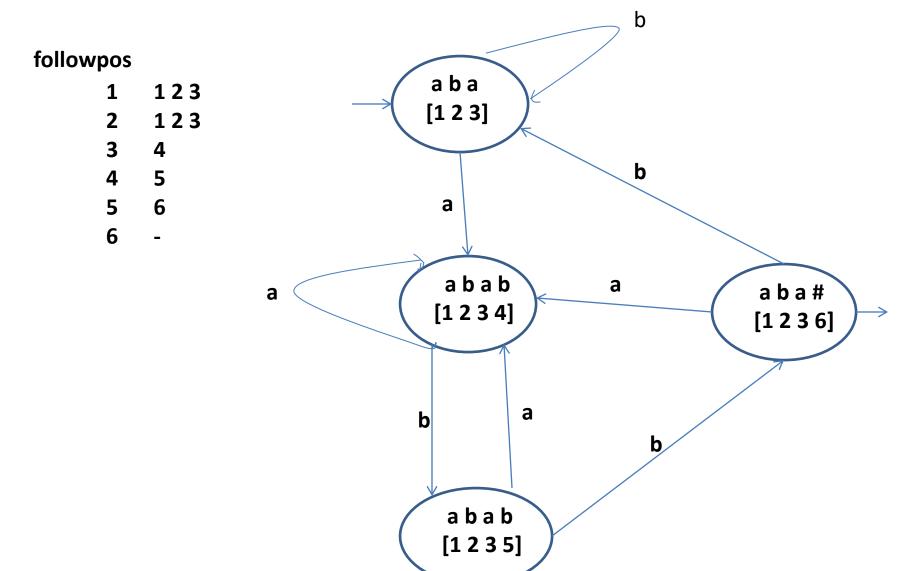
Metoda:

- 1. Se construieste arborele sintactic T pentru (r)#;
- Se calculează funcțiile nullable, firstpos, lastpos, followpos ca în tabelul de mai sus, prin parcurgerea în adâncime a lui T.
- 3. $Q \subseteq 2^{\{1,2,\dots,n\}}$, unde $1,2,\dots,n$ reprezinta pozițiile asociate frunzelor lui T. Stările lui A sunt mulțimi de poziții.

Algoritmul ExpReg ⇒ AFD

```
s \leftarrow firstpos(rad); // rad este radacina lui T
Q \leftarrow \{s\}, s stare nemarcata;
while (exista M \in Q nemarcata)
     marcheaza M;
     for (a \in \Sigma){
          V \leftarrow \{q | \exists p \in M, p \text{ pozitie ce corespunde lui} \}
                 a, q \in followpos(p);
          if(V \notin Q) Q \leftarrow Q \cup \{V\} V stare nemarcată;
           \delta(M,a) \leftarrow V;
     \end for
  \end while
F \leftarrow \{M \in Q | M \text{ contine pozitia lui } \#\};
```





AFD echivalent cu (a|b)*abb (nu este neaparat minimal)

TRANSLATOARE FINITE

Sunt ca și automatele finite, cu deosebirea că la fiecare tranziție produc o ieșire. Formal:

Definiție. Un translator finit nedeterminist cu λ tranziții este o structură de forma:

$$T = (Q, V_i, V_e, \delta, s, F)$$
, unde:

- *Q* este mulțimea stărilor
- V_i este alfabetul de intrare
- V_e este alfabetul de ieșire
- $s \in Q$ este starea initiala a lui T
- $F \subseteq Q$ mulțimea stărilor finale

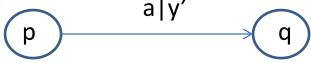
TRANSLATOARE FINITE

Descriere instantanee (configurație, instanță) a lui T: triplet de forma (q, x, y), unde:

- $q \in Q$ starea curentă a translatorului
- $x \in V_i^*$ şirul curent scanat din intrare
- $y \in V_e^*$ șirul de ieșire curent

Mișcare a lui T:

• $(p,ax,y) \vdash (q,x,yy') \operatorname{ddacă}(q,y') \in \delta(p,a),$ $p,q \in Q, \ a \in V_i \cup \{\lambda\}, \ x \in V_i^*, \ y,y' \in V_e^*$ $a \mid y'$



Închiderea reflexivă și tranzitivă a relației ⊢ este notată cu ⊢* (reprezintă 0 sau mai multe mișcări)

TRANSLATAREA DEFINITĂ DE TRANSLATORUL T

- Pentru un şir $x \in V_i^*$: $T(x) = \{ y \in V_e^* | (s, x, \lambda) \vdash^* (q, \lambda, y), q \in F \}$
- Pentru un limbaj $L \subseteq V_i^*$:

$$T(L) = \bigcup_{x \in L} T(x)$$

• Translatarea definita de T la modul global: $\tau(T) = \{(x, y) | x \in V_i^*, y \in V_e^*, y \in T(x)\}$

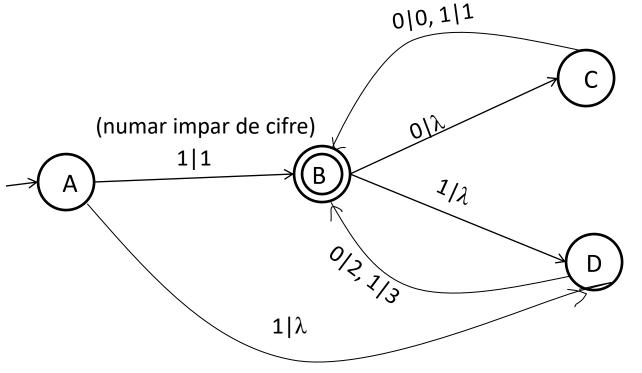
EXEMPLU

Translator care translatează orice șir $w \in \{0,1\}^*$ care

începe cu '1' în șirul echivalent din baza 4.

Astfel: $100110010 \rightarrow 10302, 101100 \rightarrow 230$

 $\mathsf{T=}(\{\mathsf{A},\mathsf{B},\mathsf{C},\mathsf{D}\},\,\{\mathsf{0},\mathsf{1}\},\,\{\mathsf{0},\mathsf{1},\mathsf{2},\mathsf{3}\},\,\delta,\,A,\,\{B\})$



(ramura pentru siruri cu numar par de cifre)

 $(A,101100,\lambda) \rightarrow$ $(B,01100,1) \rightarrow$ $(C,1100,1) \rightarrow$

 $(B,100,11) \rightarrow$

 $(D,00,11) \to$

 $(B,0,112) \to$

 $(C, \lambda, 112),$

C nefinala

 $(A,101100,\lambda)\rightarrow$

 $(D,01100, \lambda) \rightarrow$

 $(B,1100,2) \rightarrow$

 $(D,100,2) \rightarrow$

 $(B,00,23) \rightarrow$

 $(C,0,23) \rightarrow$

 $(B, \lambda, 230)$

B finala

 $T(101100) = \{230\}$

PROPRIETĂŢI ALE TRANSLATOARELOR FINITE

Propoziția 1. Familia limbajelor regulate, \mathcal{L}_{REG} , este închisă la translatări finite.

Aceasta înseamnă că dacă $L \in \mathcal{L}_{REG}$ și T este un translator finit, atunci $T(L) \in \mathcal{L}_{REG}$, unde $L \subseteq \Sigma^*$ iar alfabetul de intrare al lui T este Σ .

Propoziția 2. Familia limbajelor independente de context, \mathcal{L}_{CF} , este închisă la translatări finite. Aceasta înseamnă că dacă $L \in \mathcal{L}_{CF}$ și T este un translator finit, atunci $T(L) \in \mathcal{L}_{CF}$, unde $L \subseteq \Sigma^*$ iar alfabetul de intrare al lui T este Σ .

ANALIZA SINTACTICĂ

Sintaxa unui limbaj de programare cuprinde mulțimea regulilor referitoare la:

- Structura unui program scris în limbajul respectiv
- Diferite tipuri de declarații (variabile, funcții/ proceduri, structuri etc.)
- Instrucțiuni
- Expresii

Sintaxa unui limbaj de programare poate fi formalizată de o gramatică independentă de context (prescurtat gic)

ANALIZA SINTACTICĂ – GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

Definiție. O gramatică independentă de context are o structură de forma:

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$
, unde:

- *N* este alfabetul neterminalilor
- Σ este alfabetul terminalilor
- $S \in \mathbb{N}$ este simbolul de start
- P este mulțimea producțiilor de forma:

$$A \rightarrow x$$
, $A \in \mathbb{N}$, $x \in (\mathbb{N} \ U \ \Sigma)^*$

GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

O **derivare** (într-un pas) în G, notată prin $x \Rightarrow_G y$ (sau prin $x \Rightarrow y$ când G este subînțeles), unde $x = zAu, y = zwu, A \rightarrow w \in P$, $z, u, w \in (N \cup \Sigma)^*$ (A este înlocuit de w).

Închiderea reflexivă și tranzitivă a relației ⇒ se notează cu ⇒ (reprezintă o derivare în zero sau mai mulți pași).

Închiderea tranzitivă a relației \Rightarrow se notează cu $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ (reprezintă o derivare în cel puțin un pas).

Dacă în derivarea $xAy \Rightarrow xzy$ (într-un pas), $A \rightarrow z \in P$ avem $x \in \Sigma^*$ (respectiv $y \in \Sigma^*$) spunem că este vorba despre o **derivare stângă** (respectiv **dreaptă**), notată \Rightarrow (respectiv \Rightarrow).

Limbajul generat de gramatica $G = (N, \Sigma, S, P)$ este:

$$L(G) = \{ w \in \Sigma^* | S \stackrel{*}{\Rightarrow} w \}$$

EXEMPLE DE GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT ȘI LIMBAJELE GENERATE

$$G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, S, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\})$$

O derivare in $G_1: S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow \cdots \Rightarrow a^nSb^n \Rightarrow a^nb^n;$
 $L(G_1) = \{a^nb^n | n \geq 0\}$

$$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSa, S \to bSb, S \to a, S \to b, S \to \lambda\})$$

 $L(G_2) = \{w \in \{a, b\}^* | w \text{ palindrom}\}$

EXEMPLE DE GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT ȘI LIMBAJELE GENERATE

$$G_3 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, \{S \to AB, A \to aAb, B \to aBb, A \to \lambda, B \to \lambda\})$$

 $L(G_3) = \{a^m b^m a^n b^n | m, n \ge 0\}$

$$G_4 = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \to aSb, S \to aS, S \to \lambda \})$$

 $L(G_4) = \{a^m b^n | m \ge n \ge 0\}$

GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

Un arbore de derivare în G este construit astfel:

- rădăcina este etichetată cu un neterminal
- dacă A ∈ N este eticheta unui nod interior, atunci
 Z₁,..., Z_m ∈ Σ ∪ N sunt descendenții săi direcți, de la
 stânga la dreapta, dacă și numai dacă A → Z₁ ... Z_m
 este o producție din P. Dacă A → λ este în P, atunci
 A va putea avea ca (unic) descendent pe λ.
- Unei derivări stângi sau drepte îi corespunde un unic arbore de derivare.
- Unui arbore de derivare îi pot corespunde mai multe derivări (nu neapărat stângi sau drepte)

GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

Definiție. Spunem că o gramatică independentă de context $G = (N, \Sigma, S, P)$ este **ambiguă** dacă există $w \in L(G)$ pentru care este adevărată una dintre afirmațiile (echivalente) următoare:

- a) w are cel puțin 2 derivări stângi distincte
- b) w are cel puțin 2 derivări drepte distincte
- c) w are cel puțin 2 arbori de derivare distincți

Observații. Pentru gramaticile neambigue se pot implementa algoritmi de analiză sintactică liniari.

La modul general, problema dacă o gramatică independentă de context este ambiguă sau nu este nedecidabilă.

Exemplu. Gramatica cu producțiile $E \rightarrow E + E \mid n$ este ambiguă.

EXEMPLU DE GRAMATICĂ INDEPENDENTĂ DE CONTEXT PENTRU EXPRESII

$$E \rightarrow int$$
 $E \rightarrow E Op E$
 $E \rightarrow (E)$
 $Op \rightarrow +$
 $Op \rightarrow Op \rightarrow *$
 $Op \rightarrow /$

Simbolurile care apar în stânga regulilor, **E**, **Op** sunt neterminali. Primul neterminal ce apare în lista de producții este simbol de start (în acest caz **E**)
Celelalte simboluri, care apar în șirurile din dreapa regulilor și nu sunt neterminali, respectiv **int**, **(**, **)**, **+**, **-**, *****, **/** sunt terminali.

SCRIERE SIMPLIFICATĂ PENTRU GRAMATICA EXPRESIILOR CU AJUTORUL META-CARACTERULUI '|'

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{int} \mid \mathbf{E} \mid \mathbf{Op} \mid \mathbf{E} \mid \mathbf{E}$$

EXEMPLU DE GRAMATICĂ INDEPENDENTĂ DE CONTEXT CE REDĂ SINTAXA PENTRU EXPRESII

Cu notația Backus-Naur

$$< expr > ::= < term > " + " < expr > | < term > < term > ::= < factor > " * " < term > | < factor > < factor > ::= < const > | < var > | "(" < expr > ")" < const > ::= < digit > | < digit > < const > < < digit > ::= "0"|"1"|"2"|"3"|"4"|"5"|"6"|"7"|"8"|"9"$$

Neterminalii apar în paranteze unghiulare.

| delimitează membrii drepți ai producțiilor cu același neterminal în membrul stâng.

Ceea ce apare între ghilimele trebuie să apară ca atare într-un șir corect (ce se potrivește cu regula respectivă)

EXEMPLU DE GRAMATICĂ INDEPENDENTĂ DE CONTEXT CE REDĂ SINTAXA PENTRU EXPRESII

Cu notația folosită de bison

```
input: /* empty string */
                                     input, line, exp sunt neterminali, iar
       input line
                                     NUM este token declarat într-o
                                     secțiune specială
line:
       `\n`
       exp '\n'
                                     ; marchează sfârșitul producțiilor
                                     unui neterminal
       NUM
exp:
       exp`+`exp
                                      delimitează producțiile unui
       exp'-'exp
                                     același neterminal
       exp`*`exp
                                     Primul neterminal ce apare în
       exp`/`exp
                                     secțiunea de reguli este simbol de
       | `(`exp`)`
                                     start dacă nu este folosită directiva
                                     specială pentru desemnarea acestui
                                     simbol
```

EXEMPLU DE GRAMATICĂ CF PENTRU UN LIMBAJ DE PROGRAMARE

```
BLOCK \rightarrow STMT
         STMTS
STMTS \rightarrow \epsilon
           STMT STMTS
STMT
         \rightarrow EXPR;
          | if (EXPR) BLOCK
           while (EXPR) BLOCK
            do BLOCK while (EXPR);
           BLOCK
EXPR
         \rightarrow identifier
           constant
           EXPR + EXPR
           EXPR – EXPR
           EXPR * EXPR
```

EXEMPLU DE DERIVARE STÂNGĂ

```
BLOCK \rightarrow STMT
     { STMTS }
                               STMTS
STMTS → E
        STMT STMTS
                           ⇒ STMT STMTS
                             ⇒ EXPR; STMTS
STMT \rightarrow EXPR;
       if (EXPR) BLOCK
                             ⇒ EXPR = EXPR; STMTS
        while (EXPR) BLOCK
        do BLOCK while (EXPR);
                             ⇒ id = EXPR; STMTS
        BLOCK
                             ⇒ id = EXPR + EXPR; STMTS
EXPR → id
                             ⇒ id = id + EXPR; STMTS
        constant
                             ⇒ id = id + constant; STMTS
        EXPR + EXPR
        EXPR - EXPR
                             ⇒ id = id + constant;
        EXPR * EXPR
        EXPR = EXPR
```

EXEMPLU DE DERIVARE DREAPTĂ ÎN GRAMATICA

```
\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{int} \mid \mathbf{E} \mid \mathbf{Op} \mid \mathbf{E} \mid \mathbf{E}
```

```
E ⇒ E Op E ⇒ E Op E

⇒ int Op E ⇒ E Op (E)

⇒ int * E ⇒ E Op (E Op E)

⇒ int * (E) ⇒ E Op (E Op int)

⇒ int * (E Op E) ⇒ E Op (E + int)

⇒ int * (int Op E) ⇒ E Op (int + int)

⇒ int * (int + E) ⇒ E * (int + int)

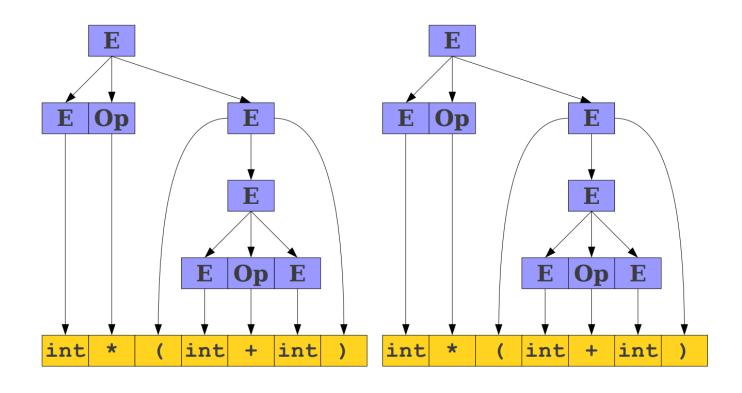
⇒ int * (int + int) ⇒ int * (int + int)
```

ARBORE DE DERIVARE PENTRU O DERIVARE STÂNGĂ

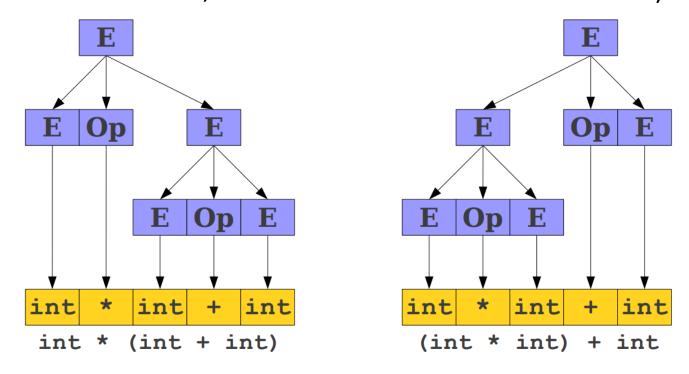
ARBORE DE DERIVARE PENTRU O DERIVARE DREAPTĂ

```
Е
   \mathbf{E}
\Rightarrow E Op E
                                          Op
                                                               Е
\Rightarrow E Op (E)
\Rightarrow E Op (E Op E)
                                                               Е
\Rightarrow E Op (E Op int)
\Rightarrow E Op (E + int)
\Rightarrow E Op (int + int)
\Rightarrow E * (int + int)
                                   int
                                                                   int
                                                       int
\Rightarrow int * (int + int)
```

COMPARAȚIE ÎNTRE CEI 2 ARBORI DE DERIVARE



EXEMPLU DE AMBIGUITATE pentru șirul int * int + int, ce are 2 arbori de derivare distincți

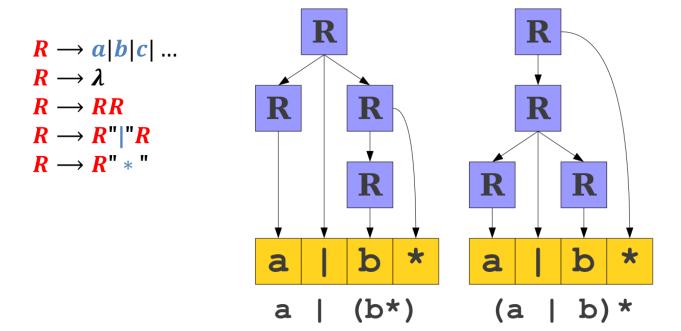


Arborele din stånga sugerează evaluarea expresiei int * (int + int). Arborele din dreapta sugerează evaluarea expresiei (int * int) + int.

EXEMPLU DE GRAMATICĂ INDEPENDENTĂ DE CONTEXT CARE GENEREAZĂ EXPRESIILE REGULATE!

$$R \longrightarrow \alpha |b|c| ...$$
 $R \longrightarrow \lambda$
 $R \longrightarrow RR$
 $R \longrightarrow R"|"R$
 $R \longrightarrow R" * "$

GRAMATICA DE MAI JOS ESTE AMBIGUĂ



ELIMINAREA AMBIGUITĂȚII PENTRU ANUMITE GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

1. Gramatica ambiguă G_1 generează expresii formate cu ajutorul operatorului op și are producțiile:

$$Exp \rightarrow Exp \ op \ Exp \mid n$$

Dacă operatorul op este asociativ la stânga, atunci o expresie generată de G_1 va fi procesată corect într-un parser de tip LR (care are asociată o gramatică neambiguă) dacă înlocuim producțiile de mai sus cu producțiile (care definesc o gramatică neambiguă echivalentă cu G_1):

$$Exp \rightarrow Exp \ op \ Exp' \mid Exp'$$

 $Exp' \rightarrow n$

Dacă op este asociativ la dreapta, atunci înlocuim producțiile lui G_1 cu producțiile (care definesc o gramtică neambiguă echivalentă cu G_1):

$$Exp \rightarrow Exp' \ op \ Exp \mid Exp'$$

 $Exp' \rightarrow n$

ELIMINAREA AMBIGUITĂȚII PENTRU ANUMITE GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT

2. Fie G_2 gramatica (ambiguă) care generează expresii formate cu ajutorul operatorilor + și *, cu producțiile:

$$Exp \rightarrow Exp + Exp \mid Exp * Exp \mid n$$

Următoarea gramatică este neambiguă, este echivalentă cu G_2 , exprimă asociativitatea la stânga a operatorilor '+' și '*', precum și precedența mai mare a lui '*' față de '+' atunci când este folosită de un parser LR:

$$Exp \rightarrow Exp + Exp' \mid Exp'$$

 $Exp' \rightarrow Exp' * Exp'' \mid Exp''$
 $Exp'' \rightarrow n$

ANALIZA SINTACTICĂ

<u>La modul formal</u>, pentru o gic $G = (N, \Sigma, S, P)$ și $w \in \Sigma^*$, a analiza sintactic pe w înseamnă a decide algoritmic dacă $w \in L(G)$. În caz afirmativ se furnizează o derivare, de regulă stângă sau dreaptă, a lui w.

<u>În cazul unui limbaj de programare \mathcal{L} </u> pentru care sintaxa este formalizată de gic $G = (N, \Sigma, S, P)$:

- *N* reprezintă diferitele categorii sintactice (declarații, instrucțiuni, expresii, constante etc.)
- Σ conține toate tipurile de token-i
- *P* conține toate regulile sintactice (regulile de formare a instrucțiunilor, declarațiilor etc.), scrise în format Backus-Naur, în format *bison* etc.
- Pentru a verifica dacă $w \in \Sigma^*$ (w corect din punct de vedere lexical) este în L(G) se folosește un automat push-down care corespunde lui G. Dacă $w \in L(G)$, spunem că w este corect din punct de vedere sintactic.
- În cazul în care dorim să obținem și o derivare a lui w se utilizează un translator stivă