MAKALAH

REFLEKSI GESER

Makalah Diajukan Untuk Memenuhi Tugas

Mata Kuliah : Geometri Transformasi

Dosen Pengampu :

Disusun oleh

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS PGRI SILAMPARI

2023/2024

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan penulis kemudahan dalam menyelesaikan makalah tepat waktu. Tanpa rahmat dan pertolongan-Nya, penulis tidak akan mampu menyelesaikan makalah ini dengan baik. Tidak lupa shalawat serta salam tercurahkan kepada baginda Nabi Muhammad SAW yang syafa'atnya kita nantikan kelak.

Penulis mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas limpahan nikmat sehat-Nya sehingga makalah " Refkeksi Geser " dapat diselesaikan, makalah ini disusun guna memenuhi tugas mata kuliah Geometri Transformasi . Penulis menyadari bahwa di dalam makalah ini terdapat kekurangan dan jauh dari kata sempurna. Namun berkat usaha dan doa serta dukungan dari berbagai pihak untuk menyelesaikan mata kuliah Geometri Transformasi ini, semuanya dapat teratasi dan berjalan dengan lancar.

Semua pihak tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu yang telah membantu pembuatan makalah ini. Oleh sebab itu, penulis berharap adanya kritik, saran, dan usulan demi perbaikan makalah yang telah tertulis buat dimasa yang akan datang, mengingat tidak ada sesuatu yang sempurna tanpa saran yang membangun.

Semoga makalah ini dapat dipahami bagi siapapun yang membacanya. Sekiranya makalah yang telah disusun ini dapat berguna bagi penulis sendiri maupun orang yang membacanya. Sebelumnya penulis mohon maaf apabila terdapat kesalahan kata-kata yang kurang berkenan, dan memohon kritik serta saran yang membangun.

Lubukliggau, 06 Oktober 2023

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Refleksi (Pencerminan) adalah bagian lain dari transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri dengan menggunakan sifat benda dan bayangan pada cermin datar

Sebuah Trasformasi R Dinamakan refleksi geser apabila ada garis g dan sebuah ruas garis berarah $\overline{\boldsymbol{AB}}$ yang sejajar g sehingga R = $\boldsymbol{G_{AB}}\ \boldsymbol{M_g}$. mencari hasil refleksi garis dari sebuah titik A, maka titik A tersebut harus direfleksi (Dicerminkan) terlebih dahulu baru digeser.

Suatu Pencerminan (Refleksi) pada sebuah garis s adalah suatu fungsi $\boldsymbol{M_s}$ yang didefinsikan untuk setiap titik pada bidang V sebagai Berikut :

a. Jika P ∈ s maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = P

b. Jika P ∉ s Maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = $\boldsymbol{P'}$ Sehingga garis s adalah sumbu $\overline{\boldsymbol{P\ P'}}$.

   Pencerminan M pada garis s selanjutnya dilambangkan $\boldsymbol{M_s}$, garis s disebut sumbu refleksi / sumbu pencerminan / singkat cermin.

B. Rumusan Masalah

1. Apa itu konsep Refleksi Geser?
2. Apa itu Transformasi?
3. Bagaimana Menentukan Hasil kali 2 Transformasi?

C. Tujuan

1. Untuk Mengetahui Konsep Refleksi Geser.
2. Untuk Mengetahui Transformasi.
3. Untuk Mengetahui Hasil Kali 2 Transformasi.

BAB II

PEMBAHASAN

A.Konsep Refleksi Geser

Refleksi (Pencerminan) adalah bagian lain dari transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri dengan menggunakan sifat benda dan bayangan pada cermin datar .

Sebuah Trasformasi R Dinamakan refleksi geser apabila ada garis g dan sebuah ruas garis berarah $\overline{\boldsymbol{AB}}$ yang sejajar g sehingga R = $\boldsymbol{G_{AB}}\ \boldsymbol{M_g}$.

Garis g ini dinamakan *refleksi geser*

Jika kita akan mencari hasil refleksi garis dari sebuah titik A, maka titik A tersebut harus direfleksi (Dicerminkan) terlebih dahulu baru digeser. Ingat Definisi dari pencerminan dan geseran berikut:

Definisi pencerminan sebagai berikut:

Definisi : Suatu Pencerminan (Refleksi) pada sebuah garis s adalah suatu fungsi $\boldsymbol{M_s}$ yang didefinsikan untuk setiap titik pada bidang V sebagai Berikut :

a. Jika P $\in$ s maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = P
b. Jika P $\notin$ s Maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = $\boldsymbol{P'}$ Sehingga garis s adalah sumbu $\overline{\boldsymbol{P}\ \boldsymbol{P'}}$.

Pencerminan M pada garis s selanjutnya dilambangkan $\boldsymbol{M_s}$, garis s disebut sumbu refleksi / sumbu pencerminan / singkat cermin.

Definisi Geseran atau translasi adalah sebagai berikut :

Jika $\boldsymbol{G_{OA}}$ Sebuah Translasi yang ditentukan oleh titik-titik O (0,0) dan A (a,b) dan T Transformasi yang didefinisikan untuk semua titik P (x,y) sebagai T (P) = (x+a,y+b) maka T = $\boldsymbol{G_{OA}}$.

Jika diperluas menjadi :

Jika $\boldsymbol{G_{AB}}$ sebuah translasi yang ditemntukan oleh titik A (a,b) dan B (c,d) dan T Trasformasi yang didefinisikan untuk semua titik P (x,y) sebagai T(P) = (x+(c-a),y+(d-b)) maka T =$\boldsymbol{G_{AB}}$

Oleh karna setiap translasi dapat diuraikan menjadi hasil kali dua refleksi garis , maka suatu refleksi geser dapat ditulis sebagai hasil kali tiga refleksi garis.

12.1 Ketentuan dan beberapa sifat refleksi geser.

Telah kita ketahui hingga sekarang fakta-fakta berikut :

1.Hasilkali (produk) dua translasi adalah sebuah translasi.
2.HasilKali dua refleksi pada dua garis adalah sebuah rotasi atau sebuah translasi.
3.Hasilkali dua rotasi adalah sebuah rotasi atau sebuah translasi .

Tentunya kita dapat juga menyusun hasilkali dari transformasi – transformasi yang terdiri dari anggota-anggota kelompok di atas misalnya yang diungkapkan oleh teorema berikut:

Teorema 2.1 : Hasilkali sebuah rotasi dan sebuah translasi adalah sebuah rotasi yang sudut rotasinya sama dengan sudut rotasi yang diketahui.

Bukti : Andaikan diketahui rotasi $R_{A,\varphi}$ dan translasi G_{BC} . Andaikan s sebuah garis melalui A yang tegak lurus pada $\overleftrightarrow{BC}$ dan andaikan D sebuah tiitik sehingga BC = 2AD. Andaikan t garis melalui D yang sejajar dengan s . maka $M_t\ M_s = G_{BC}$. Andaikan r garis melalui A sehingga besarnya sudut dari r ke s adalah $\frac{1}{2}\varphi$. Maka $R_{A,\varphi} = M_s M_r$. Sehingga

$$G_{BC}\ \ R_{A,\varphi} = (M_t\ M_s)\ (M_s M_r) = M_t\ M_s = R_{E,\varphi}$$

Jika (E) = t ∩ r maka $M_t\ M_r$ adalah sebuah rotasi mengelilingi E.Karena sudut antara t dan r juga $\frac{1}{2}\varphi$ maka kita peroleh $M_t\ M_r = R_{E,\varphi}$.

Dengan cara yang serupa dapat dibuktikan bahwa $R_{A,\varphi}\ \ G_{BC} = R_{E,\varphi}$.

Akibat : Himpunan translasi dan rotasi membentuk group dengan operasi hasilkali.

Andaikan diketahui rotasi $R_{A,\varphi}$ dan refleksi M_s. Apabila A ε s maka $R_{A,\varphi} = M_t\ M_s$: t

Adalah sebuah garis melalui A sehingga sudut dari s ke t adalah $\frac{1}{2}\varphi$.

Jadi $R_{A,\varphi}$, $M_s = (M_t\ M_s)\ .\ M_s = M_t$.

Andaikan A $\notin$ s. Kita tarik garis – garis t dan r sehingga t $\perp$ s dan r melalui A sehingga sudut dari t ke r adalah $\frac{1}{2}\,\varphi$. maka

$R_{A\,,\varphi}$. M_s = (M_r M_t) . M_s

= M_r (M_t) M_s)

= $M_r S_B$

Dengan (B) = t ∩ s.

Andaikan v sebuah garis melalui B tegak lurus pada r dan w sebuah garis melalui B yang sejajar r

dan S_B = M_w M_v.

Sehingga $R_{A\,,\varphi}$. M_s = M_r (M_w M_v) =(M_r M_w)M_v

Oleh karena w // r maka M_r M_w sebuah translasi sehingga :

$$R_{A\,,\varphi} \,.\, M_r = M_{2BC} \,.\, M_w$$

Dengan (C) = v ∩ r.

Jadi Transformasi tersebut adalah hasilkali sebuah refleksi pada v dan sebuah translasi sejajar v.

Hasilkali demikian dinamakan refleksi geser.

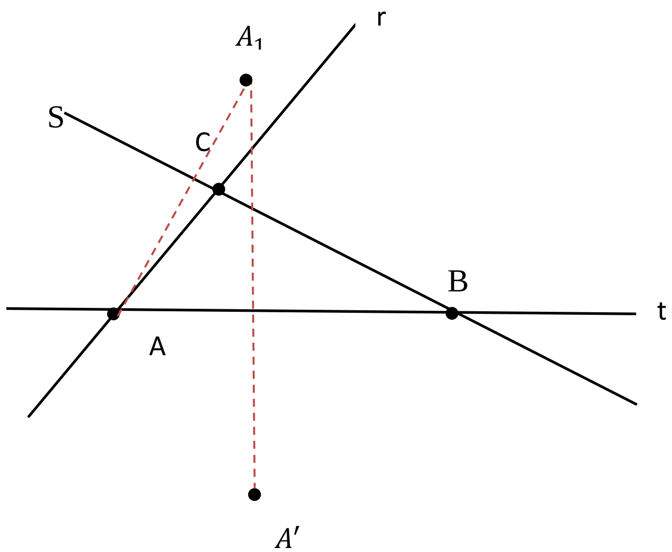
Contoh Soal:

1. Diketahui tiga garis r, s, t tidak melalui satu titik dan tidak ada pasangan sejajar. Jika $r \cap s = \{C\}, r \cap t = \{A\}$, dan $s \cap t = \{B\}$. Lukiskan :
   a. $A' = M_t M_s M_r(A)$
   b. Sumbu relaksi geser $R = M_t M_s M_r$

   Penyelesaian:

   a. $A' = M_t M_s M_r(A)$
   Langkah-langkah:
      - Buat sketsa titik-titik dan garis-garis yang diketahui.
      - $A_0 = M_r(A)$

- $A_1 = M_s(A_0) = M_s M_r(A)$
- $A' = M_t(A_1) = M_t M_s M_r(A)$



b. Sumbu refleksi geser $R = M_t M_s M_r$
Langkah-langkah:

- Buat sketsa titik-titik dan garis-garis yang diketahui,
- Untuk titik A:

$$A_0 = M_r(A)$$
$$A_1 = M_s(A_0) = M_s M_r(A)$$
$$A' = M_t(A_1) = M_t M_s M_r(A)$$

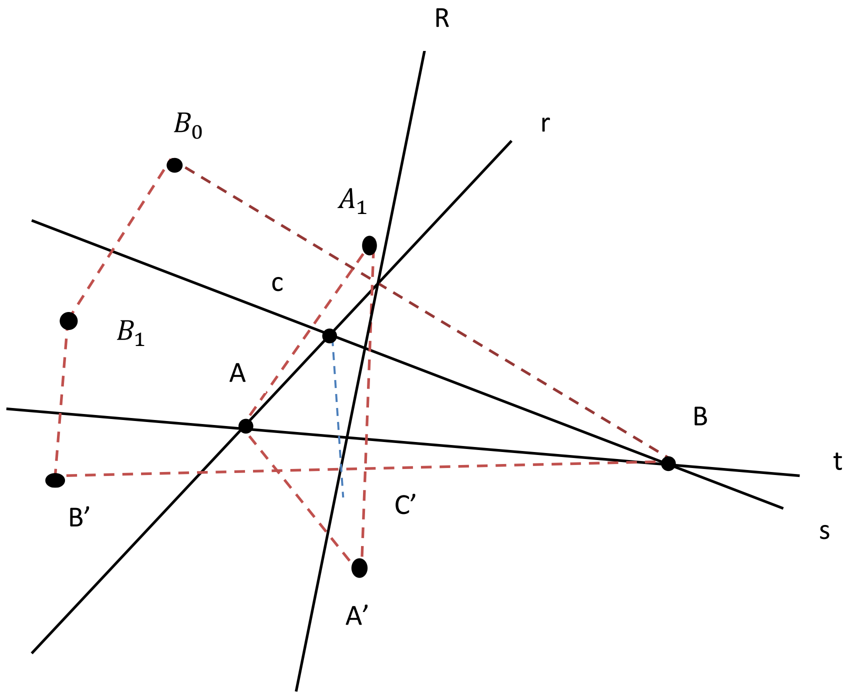
- Untuk titik B:

$$B_0 = M_r(B)$$
$$B_1 = M_s(B_0) = M_s M_r(B)$$
$$B' = M_t(B_1) = M_t M_s M_r(B)$$

- Untuk titik C:

$$C_0 = M_r(C)$$
$$C_1 = M_s(C_0) = M_s M_r(C)$$
$$C' = M_t(C_1) = M_t M_s M_r(C)$$

- Cari titik tengah antara AA', BB', dan CC'
- Hubungkan titik tengah tersebut menjadi sebuah garis sehingga diperoleh sumbu refleksi R



Definisi : Sebuah transfomasi R dinamakan refleksi - geser apabila ada garis g dan sebuah ruas garis berarah $\overline{AB}$ yang sejajar g sehingga R = $G_{AB}\ M_g$

$$S= S_{AB}\ M_g$$

Garis g ini dinamakan *Refleksi - Geser*.

Oleh karena itu setiap translasi dapat uraikan menjadi hasilkali dua refleksi garis, maka suatu refleksi – geser dapat ditulis sebagai hasilkali tiga refleksi geser .

Di atas telah diperhatikan bahwa $R_{A,\varphi}$. M_s adalah suatu refleksi geser ; dengan cara yang serupa dapat anda buktikan bahwa M_s . $R_{A,\varphi}$ adalah pula suatu refleksi – geser.

Jadi kita peroleh teorema berikut :;

Teorema 2.2 : Setiap hasilkali sebuah refleksi pada sebuah garis dengan sebuah rotasi mengelilingi suatu titik yang tidak terletak pada garis tersebut adalah suatu refleksi geser .

Akibat 1 : Apabila ada ruas garis berarah $\overline{AB}$ tidak tegak lurus pada garis s, maka hasilkali suatu geseran G_{AB} dengan sebuah refleksi M_s adalah sebuah refleksi geser.

Akibat 2 : Apabila ada garis r , s dan t tidak berpotongan pada satu titik dan tidak ada pasangan yang sejajar, maka setiap hasilkali refleksi – refleksi M_r , M_s dan M_t adalah suatu refleksi geser.

Eccles, Frank M. (1971)

Teorema 2.3

Setiap refleksi pada garis adalah suatu transformasi.

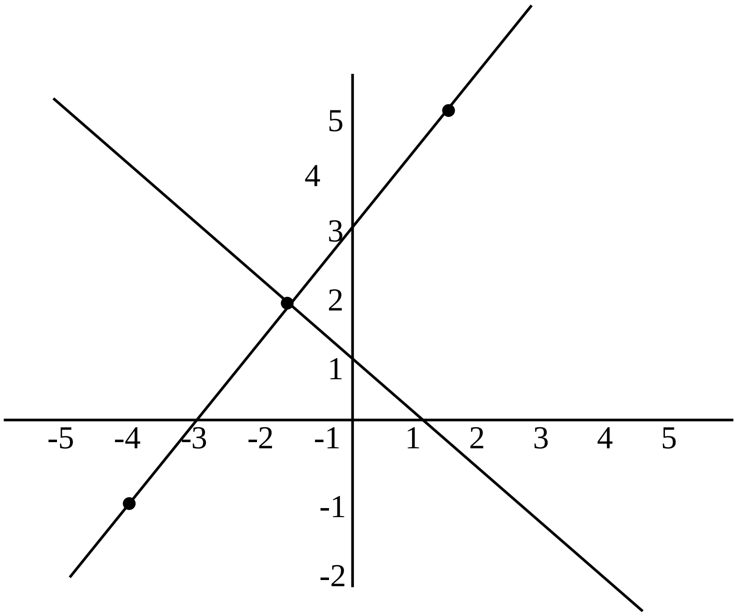
Bukti:

$M_s: V \to V$

a. Akan dibuktikan Ms surjektif.
   Ambil sebarang $X'\ \in V \ni X' =$ Ms(X).
   Menurut definisi jika $X \in S$ maka Ms(X) = X' = X
   Jadi $\forall$X' $\in$ V, $\exists$X' $= X = Ms(X)$ dengan S sumbu X X'
   Jadi M_s surjektif.
b. Akan dibuktikan M_s injektif.
   Kasus 1
   Misalkan $A_1 \neq A_2$
   Untuk $A_1 \in S$ maka $Ms(A_1) = A_1' = A_1$.
   $A_2 \in S$ maka $Ms(A_2) = A_2' = A_2$
   Jadi $A_1' \neq A_2'$

Contoh soal:

1. Diketahui A(1,3), B(3,-2), C(2,5) serta persamaan garis $g \equiv x + y = 1$.tentukan C' dimana $C' = G_{AB}M_g(C)$ terlebih dahulu.



$$\boldsymbol{x + y = 1 \iff y = -x + 1}$$

maka gradien dari garis g = -1

dari titik C ditarik garis tegak lurus terhadap garis g dan memotong daris g ditik P. Maka persamaan garis cp yang melalui titik C (2,5) dan $m_{CP} = -\frac{1}{mg} = \frac{1}{-1} = 1$ adalah sebagai berikut

$$y - y_1 = m_{CP}(x - x_1)$$

$$\iff y - 5 = 1(x - 2)$$

$$\iff y - 5 = x - 2$$

$$\iff y = x + 3$$

Maka koordinat titik P adalah

$$y = y$$

$$\iff x + 3 = -x + 1$$

$$\iff 2x = -2$$

$$\iff x = -1$$

$y = x + 3 = -1 + 3 = 2$

Maka titik P (-1,2)

Titik P merupakan titik tengah antara titik Q dan C, maka

$$(x_P, y_P) = \left(\frac{x_Q + x_C}{2}, \frac{y_Q + y_C}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow (-1,2) = \left(\frac{x_Q + 2}{2}, \frac{y_Q + 5}{2}\right)$$

$\Leftrightarrow -1 = \frac{x_Q+2}{2}$ dan $4 = \frac{y_Q+5}{2}$

$\Leftrightarrow -2 = x_Q + 2$ dan $4 = y_Q + 5$

$\Leftrightarrow -4 = x_Q$ dan $-1 = y_Q$

Maka titik Q (-4,-1)

Dengan A(1,3), B(3,-2) maka kita akan mencari titik

$$C' = G_{AB}M_g(C) = G_{AB}(Q) = G_{AB}(-4,-1)$$

$$C' = G_{AB}(-4,-1)$$

$$\Leftrightarrow C' = (-4 + (x_B - x_A), -1 + (y_B - y_A)$$

$$\Leftrightarrow C' = (-4 + (3 - 1), -1 + (-2 - 3))$$

$$\Leftrightarrow C' = (-4 + 2, -1 - 5) = (-2, -6)$$

2.Diketahui A (1,2), B (2,-2), serta persamaan garis g = x + y = 1 dan H = x =1.

Tentukan g' dimana g' = G_{AB} M_h (g)!

Jawab :

► Menentukan dua buah titik yang melalui garis g misalkan titik p dan q

Misalkan titik yang terletak pada garis g adalah p (1,0) dan q (0,1)

► Menentukan p'= G_{AB} M_h (P) dimana A (1,2), B (2,-2)

p' = G_{AB} M_h (P)

$\leftrightarrow p' = G_{AB}\ M_h(1,0)$

$\leftrightarrow p' = G_{AB}$ (1,0) karena titik p terletak pada garis h maka $M_h(1,0)$ = (`1,0)

$\leftrightarrow p'$ = (1+(x_B - x_A) , 0 + (y_B - y_A))

$\leftrightarrow p'$ = (1+(2-1), 0 +(-2-2))

$\leftrightarrow p'$ = (1+1,0 – 4) = (2-4)

► Menentukan $q' = G_{AB}\ M_h$(q) dimana A (1,2) , B (2,-2)

$q' = G_{AB}\ M_h$(q)

$\leftrightarrow q' = G_{AB}\ M_h$ (0,1)

$\leftrightarrow q' = G_{AB}$ (2,1)

$\leftrightarrow q'$ = (2 + (x_B - x_A), 1 + (y_B - y_A))

$\leftrightarrow q'$ = (2+1,1-4) = (3,-3)

► Menentukan persamaan garis g' dimana melalui p' (2,-4) dan q' (3,-3)

$$\frac{y-y_1}{y_{2-}\ y_1} = \frac{x-x_1}{x_{2-}\ x_1}$$

$$\leftrightarrow \frac{y-(-4)}{-3-(-4)} = \frac{x-2}{3-2}$$

$$\leftrightarrow \frac{y+4}{-3+4} = \frac{x-2}{3-2}$$

$$\leftrightarrow \frac{y+4}{1} = \frac{x-2}{1}$$

$\leftrightarrow$ y + 4 += x – 2

$\leftrightarrow$ y – x = -6

Jadi, g' = y – x = -6

Yulia Haryono (2017)

B.Hasil kali dua transformasi

Definisi 4.1 andaikan F dan G dua tranformasi dengan:

$F: V \rightarrow V$

$G : V \rightarrow V$

Maka komposisi dari F dan G dapat ditulis G ∘ F yang didefinisikan sebagai:

$(\mathrm{G} \circ \mathrm{F})(\mathrm{P}) = \mathrm{G}[\mathrm{f}(\mathrm{P})], \forall\, \mathrm{P} \in \mathrm{V}$

Teorema 4.1

Jika $F : V \rightarrow V$ dan $G : V \rightarrow V$ masing-masing suatu tranformasi, maka hasil kali H = G ∘ F : $V \rightarrow V$ adalah juga suatu tranformasi.

Bukti:

Akan Dibuktikan H = GoF suatu transformasi.

Untuk ini harus dibuktikan dua hal yaitu H surjektif dan H injektif.

1) Akan Dibuktikan H Surjektif

   Karena F tranformasi maka daerah nilai F adalah seluruh bidang V, dan daerah asal G juga seluruh V karena G suatu tranformasi.

   Ambil $Y \in V$, apakah ada X sehingga H(x) = Y? Akan Dibuktikan y = H(x).

   Karena G tranformasi maka untuk setiap ∀ $y \in V$ ∃ $z \in V$ ∋ y = G(z).

   Karena F suatu tranformasi maka pada z ∃ $x \in V$ ∃ z ∋ z = F(x). $z = F(x)$.

   Maka $y = G[F(x)]$ atau $y =$ (G ∘ F)(x).

   Jadi $y = H(x)$.

2) Akan dibuktikan H injektif

   Artinya, Jika $P \neq Q$ maka $H(P) \neq H(Q)$ ∀ P,Q ∈ V.

   Ambil P,Q ∈ V dan P ≠ Q. Karena F injektif maka F(P) ≠ F(Q).

   Jelas G(F(P)) ≠ G(F(Q)) karena G injektif.

   Diperoleh, Jika P ≠ Q maka G(F(P)) ≠ G(F(Q)) ∀ P,Q ∈ V

   Jadi H injektif.

Karena H Surjektif dan H Injektif maka H Suatu transformasi.

Jadi H = GoF suatu Transformasi.

Catatan: Dengan jalan yang serupa dapat pula dibuktikan bahwa hasil kali FoG juga Suatu transformasi.

Rina Febriana (2017)

Contoh soal :

1.Diketahui : g = {(x,y)|y = 3}, h = {(x,y)|y = -1}, dan *k* sebuah garis yang melalui A =(1,4) dan B =(-1,-2).

Tentukanlah: Persamaan $k' = M_g M_h(k)$?

Penyelesaian:

$k' = M_g M_h(k)$

Karena A(1,4) ∈ k dan B(-1,-2) ∈ k, maka $A'' = M_g M_h(A) \in k\ dan\ B'' = M_g M_h(B) \in k$.

Diperoleh $A'' = M_g M_h(A) = M_g[M_h(1,4)] = M_g(1,-6) = (1,12)$,

$dan\ B'' = M_g M_h(B) = M_g[M_h(-1,-2)] = M_g(-1,0) = (-1,6)$

Misal A''= (x_1, y_1) sehingga dan B''= (x_2, y_2) sehingga $x_1 = y_1 = 12$, $x_2 = -1$ dan $y_2 = 6$.

Persamaan garis k':

$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\leftrightarrow \frac{y-12}{6-12} = \frac{x-1}{-1-1}$

$\leftrightarrow \frac{y-12}{6} = \frac{x-1}{-2}$

$\leftrightarrow -2y + 24 = -6x + 6$

$\leftrightarrow -2y = -6x - 18$

$\leftrightarrow -y = -3x - 9$

$\leftrightarrow y = 3x + 9$

Jadi,persamaan garis k': $y = 3x + 9$.

BAB III
PENUTUP

A.Kesimpulan

Suatu Pencerminan (Refleksi) pada sebuah garis s adalah suatu fungsi $\boldsymbol{M_s}$ yang didefinsikan untuk setiap titik pada bidang V sebagai Berikut :

a. Jika P ∈ s maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = P

b. Jika P ∉ s Maka $\boldsymbol{M_s}$ (P) = $\boldsymbol{P'}$ Sehingga garis s adalah sumbu $\overline{\boldsymbol{P\,P'}}$.

   Pencerminan M pada garis s selanjutnya dilambangkan $\boldsymbol{M_s}$, garis s disebut sumbu refleksi / sumbu pencerminan / singkat cermin.

Jika $\boldsymbol{G_{AB}}$ sebuah translasi yang ditemntukan oleh titik A (a,b) dan B (c,d) dan T Trasformasi yang didefinisikan untuk semua titik P (x,y) sebagai T(P) = (x+(c-a),y+(d-b)) maka T =$\boldsymbol{G_{AB}}$

Oleh karna setiap translasi dapat diuraikan menjadi hasil kali dua refleksi garis , maka suatu refleksi geser dapat ditulis sebagai hasil kali tiga refleksi garis.

B.Saran

Adapun saran yang ingin kami sampaikan kepada calon guru, guru dan pembaca pada umumnya melalui terciptanya makalah ini, yaitu:

1. Mempelajari lebih dalam akan pentingnya Refleksi Ger=ser dalam pembelajaran matematika untuk membantu prose pembelajaran.
2. Mempergunakan Refleksi Geser dalam pembelajaran matematika dengan efektif dan efisien sesuai dengan materi serta durasi pembelajaran.
3. Mengeksplor lebih dalam mengenai berbagai macam Refleksi Pembelajaran , Sehingga diharapkan mampu untuk Memahami Pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

Masduki Rachmiazasi Lusi dan Ngastiti Bantining Pukky Tetralian, (2021). Buku Ajar Geometri Transformasi Model Guided Note Taking (GNT), Yayasan Pendidikan dan Sosial Indonesia Maju (YPSIM) Banten, Kota Serang Provinsi Banten, Hal 107.

Febriana Rina Dkk, (2017). Modul Geometri Transformasi, t Erka CV. Rumahkayu Pustaka Utama, Kecamatan Nanggalo, Padang. Hal,9

Nugroho Andri Aryo Dkk, (2018). Buku Geometri Transformasi, UPGRS Press Semarang.Hal,9 & Hal,25

Kurniasih Dwi Meyta dan Handayani Isnaini, (2017). Tangkas Geometri Transformasi. Fakultas pendidikan dan ilmu pendidikan, Jakarta. Hal,36