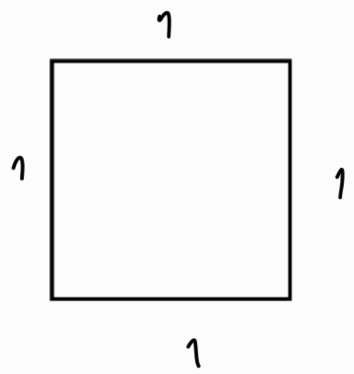
El Área mide el espacio contenido dentro de la Figura.

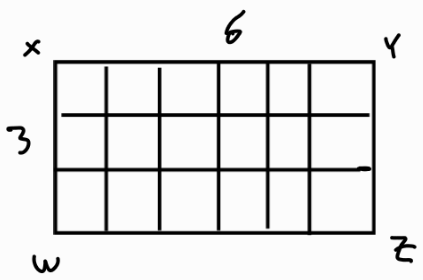


El Cuadrado tiene un área de "1 pulgada cuadrada", donde "pulgada cuadrada" es una unidad de área.

Llamamos un cuadrado con lado de longitud 1 unit square (unidad cuadrada.

Podemos pensar en el área de una Figura como el número de unidades cuadradas que necesitamos para llenar la figura.

> **Definición:** El Área de un rectángulo de longitud ℓ y ancho w es
> $$\ell \cdot w$$



El rectángulo WXYZ es $3 \cdot 6 = 18$ unidades cuadradas.

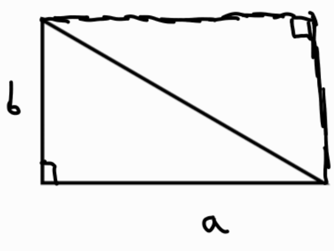
Algunas veces usamos bracket para referirnos al área, $[WXYZ] = 18$ para simbolizar que el área de WXYZ es 18 unidades cuadradas.

Problemas

11.6)

ΔPQR es la mitad del área del rectángulo: $\dfrac{9 \cdot \cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} = 18$ unidades cuadradas.

11.7)

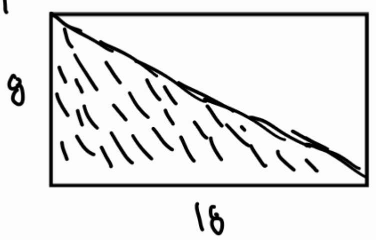


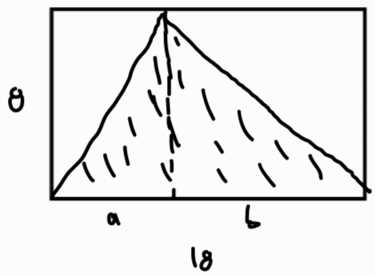
$\dfrac{ab}{2}$.

> **Importante:** El área de un triángulo rectángulo es la mitad del producto de sus lados.

11.8)

(a)



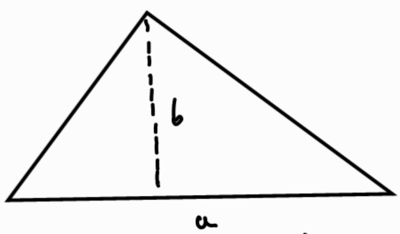


(a) $\dfrac{\cancel{18}^{\,9} \cdot 8}{\cancel{2}_{\,1}} = 72\ ft^2$

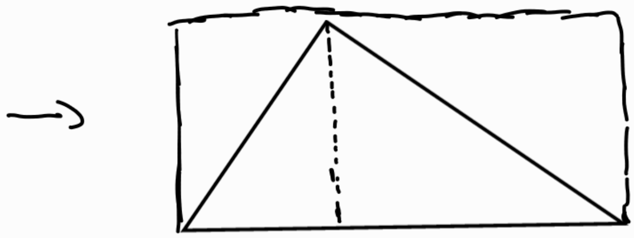
(b) $\dfrac{8a}{2} + \dfrac{8b}{2} = 4a + 4b = 4(18) = 72\ ft^2$.

en (b), podemos ver que cada rectángulo se divide perfectamente en mitad pintado, por lo que la pared total tendrá también la mitad pintada.

11.9)



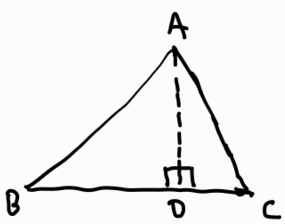
Triángulo agudo



Todo triángulo agudo puedo visualizarlo contenido en un rectángulo de ancho a y de largo b. Como vimos en 11.8, ambas regiones están divididas en mitad-mitad, por lo que el área total del triángulo agudo es su base × altura entre 2.

Importante: Para hallar el área de un triángulo agudo, seleccionamos un lado como la base. El segmento perpendicular desde el vértice opuesto a la base hasta la base es la altura. El área es

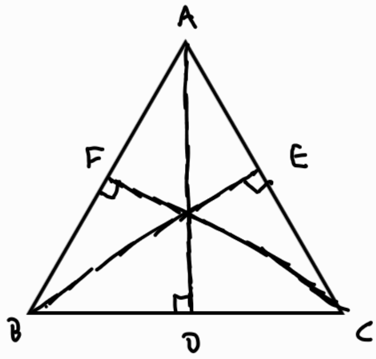
$$\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$



$$[ABC] = \frac{BC \cdot AD}{2}$$

Cada lado del triángulo puede tomarse como base. Por lo tanto, cada triángulo tiene 3 alturas, una para cada base.

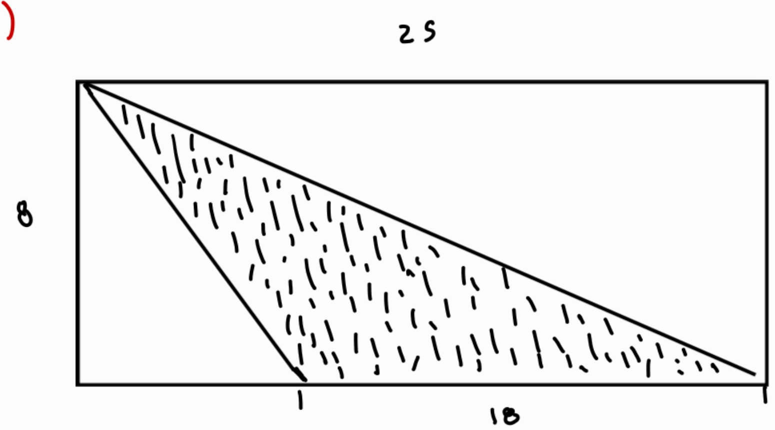
△ABC tiene alturas $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, y $\overline{CF}$, y podemos escribir el área del triángulo usando cualquiera de:



$$[ABC] = \frac{AD\cdot BC}{2} = \frac{BE\cdot AC}{2} = \frac{CF\cdot AB}{2}$$

Nota: Trés líneas son concurrentes si comparten un punto común. Las trés alturas de cualquier triángulo son concurrentes. El punto de cruce se llama el Ortocentro / Orthocenter del triángulo.

11.10)



La altura del triángulo es

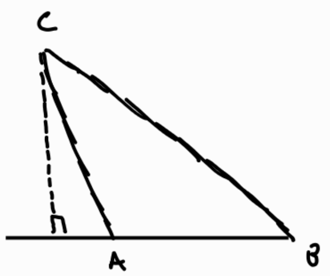
$$8\cdot 25 - \frac{7\cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}} - \frac{25\cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$200 - 28 - 100 = 72\ ft^2$$

Podemos extender nuestras reglas sobre triángulos para crear una regla que funcione para cualquier triángulo:

Importante: Para hallar el área de un triángulo, seleccionamos un lado como base. El segmento perpendicular desde el vértice opuesto a la base hasta la línea conteniendo la base es la altura hasta esa base:

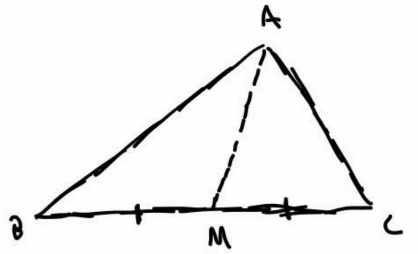
$$\frac{base \times altura}{2}$$



Notese que aveces tenemos que extender la base del triángulo para trazar la altura.

11.11)

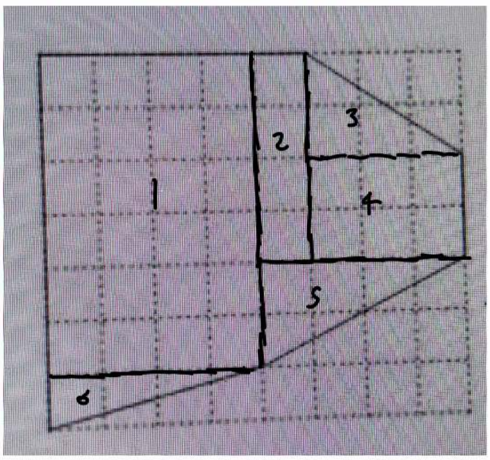
Definición: La mediana de un triángulo es un segmento que conecta un vértice al punto medio del lado opuesto.



$\overline{AM}$ es una mediana de $\triangle ABC$.

Al trazar la media se forman 2 triángulos, ambos comparten la misma altura y la misma base, por lo tanto su area es congruente.

11.12)



1) $20 \times 30 = 600$

2) $5 \times 20 = 100$

3) $\frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times 15}{1} = 75$

4) $10 \times 15 = 150$

5) $\frac{10 \times \overset{10}{\cancel{20}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 100$

6) $\frac{5 \times \overset{10}{\cancel{20}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 50$

Area total $= 600 + 100 + 75 + 150 + 100 + 50$

$= 1075\ ft^2$

Ejercicios

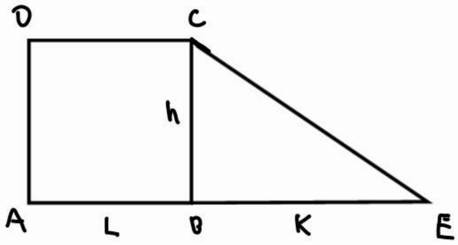
11.2.1)

$$(l+1)\cdot w = 12 + lw \to lw + w = 12 + lw \to w = 12$$

$l \cdot (w+12) = lw + 42 \rightarrow lw + 2l = lw + 42 \rightarrow l = 21$

$w \cdot l = 12 \cdot 21 = 252$

11.2.2)



$hL = \frac{kh}{2}$ $\quad L = \frac{k}{2}$

$AB = L$

$AE = L + k$

$\frac{L}{k+L} = \frac{L}{3L} = \frac{1}{3}$

11.2.3)

2×3 $\quad 24 \times 24$

$12 \times 8 = 96$

11.2.4)

$11 \cdot 27 - \frac{5 \cdot \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}_{1}} = 297 - 30 = 267$

11.2.5)

$\frac{12 \cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}_{1}} = 36$

11.2.6)

$\frac{\cancel{6}^{3}}{5} l \cdot \frac{9}{\cancel{10}_{5}} w = \frac{27}{25} (lw)$

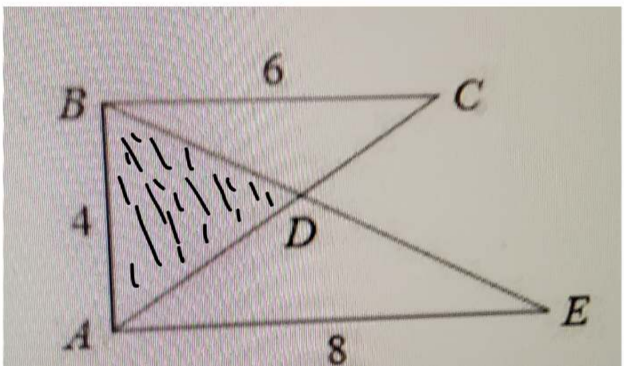
$= 108\% \, lw$

8%

11.2.7)

6.5 cm^2 $\quad \frac{13}{2} \text{ cm}^2$

11.2.8)



$BAE = 16$

$ABC = 12$

$16 - 12 = 4$

Idea: así como los lados de un triángulo a, b y c se rigen por la desigualdad triangular ($a+b > c$). Otra desigualdad similar existe para las 3 alturas del triángulo. Si x, y y z son las alturas desde los 3 vértices de un triángulo, tenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$$