9.43)

(a)

$$t^2 = 9^6$$
$$t^2 = 729^2$$
$$t = \boxed{729}$$

(b)

$$t^2 = 9^5$$
$$t^2 = (3)^{2\cdot 5}$$
$$t^2 = (3^5)^2$$
$$t = \boxed{243}$$

9.44)

$$\frac{1}{\sqrt{z}} = 5 \qquad \left(\frac{1}{\sqrt{z}}\right)^2 = 25 \qquad z = \boxed{\frac{1}{25}}$$
$$\frac{1}{z} = 25$$

9.45)

$$\sqrt{r+200} \qquad r = -200$$
$$r+200 = 0$$

$r+200$ debe ser un cuadrado perfecto.

$1^1, 2^2, \dots 14^2.$

$\boxed{14}$ valores.

9.46)

a) $$\sqrt{24\cdot 150} = \sqrt{2^2\cdot 3\cdot 2\cdot 5\cdot 3\cdot 5\cdot 2}$$
$$= \sqrt{2^4\cdot 3^2\cdot 5^2} = 4\cdot 3\cdot 5 = \boxed{60}$$

b)

$\boxed{\text{Sí}}$, por ejemplo la media geométrica de $\sqrt{3}$ y $\sqrt{27}$

$$\sqrt{\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}} = \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3.$$

9.47)

$$\sqrt{x^3} = 27$$
$$x^3 = (3^3)^2$$
$$x^3 = 9^3 \qquad x = \boxed{9}$$

9.48)

$$\sqrt{\frac{3}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{5}{3}\times\cdots\frac{n+2}{n}} =$$

$$\frac{\cancel{3}}{1}\times\frac{\cancel{4}}{2}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{6}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{n}}{\cancel{n-2}}\cdot\frac{n+1}{\cancel{n-1}}\cdot\frac{n+2}{\cancel{n}} = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$$

$4\cdot 5 = 20 \qquad n = \boxed{7}$

$5\cdot 6 = 30$

$6\cdot 7 = 42$

$7\cdot 8 = 56$

$8\cdot 9 = 72$ ✓

9.49)

$$\frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3\cdot 4}} = \frac{9}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{\cancel{81}^{27}}{\cancel{12}_{4}}} = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

otra solución...

$$\frac{9}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{\cancel{18}^{3}\sqrt{3}}{\cancel{4}_{2}\cdot\cancel{3}_{1}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

9.50)

$\sqrt{5} = 2.236$

$5 = (2.236)^2$

$2.236 \overline{)5}$ $= 0.447$

20
23
20
36
35
1

$$\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{(2.236)^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2.236}{5} \approx 0.447$$

≈ 0.45

9.51)

(a) $4^x \cdot 4^x = 4^{2x}$

(b) $4^x = 2$

$4^x \cdot 4^x = 4$

(c) $4^x = 2$

$4^x \cdot 4^x = 2 \cdot 2$

$4^{2x} = 4$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

9.52)

(a) $\sqrt[3]{8} = 2$

(b) $\sqrt[3]{216} = 6$

(c) $\sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{-10^3} = -10$. sí porque el cubo de los negativos da negativo.

(d) $x = \sqrt[3]{x}$ -1 y 1 y 0.

(e) $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

(F) $\sqrt[4]{256} = \sqrt{4^4} = \boxed{4}$

$256 = 64 \cdot 4$
$= 8 \cdot 8 \cdot 4$
$= 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2$
$= 2^8 = 4^4$

9.53)

(a) $\left(\sqrt{11} - \sqrt{7}\right)\left(\sqrt{11} + \sqrt{7}\right)$

$11 + \sqrt{11}\sqrt{7} - \sqrt{7}\sqrt{11} - 7 = \boxed{4}$

(b) $\dfrac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)} = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{5 + \sqrt{10} - \sqrt{10} - 2} = \boxed{\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}}$

9.54)

$\sqrt{84k} = 2\sqrt{21k}$
$= 2\sqrt{7 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3}$

k debe tener mínimo un 7 y 3 en su factorización prima.

$\boxed{k = 21}$

9.55) $7^2 + \dfrac{1}{x^2} = 25^2$

$\dfrac{1}{x^2} = 625 - 49$

$\dfrac{1}{x^2} = 576$

$\dfrac{1}{576} = x^2$

$\sqrt{\dfrac{1}{576}} = x$

$\dfrac{1}{24} = x$

$\boxed{\dfrac{1}{24} \text{ y } -\dfrac{1}{24}}$

9.56)

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36} = 13x$

$\frac{1}{36} = x$

$\dfrac{\sqrt{\frac{1}{36}}}{\sqrt{\frac{1}{400}}} = \dfrac{\sqrt{400}}{\sqrt{36}} = \dfrac{20}{6}$

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 41y$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{25} = \frac{25+16}{400} = \frac{41}{400}$

$\frac{41}{400} = 41y$

$\frac{1}{400} = y$

$\frac{20}{6} = \boxed{\frac{10}{3}}$

9.57) $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

cuando $x - 1 = 0$
$x = 1$

$-1 < x < 1$

• cuando $x+1>0$ y $x-1<0$, $x>-1$ y $x<1$

• cuando $x+1\leq 0$ y $x-1>0$, $x\leq -1$ y $x>1$

$-1<x\leq 1$

9.58)

$$\sqrt{(r-3)^2}=9$$

r puede ser 12 y -6.

$12-6=6$

9.59)

$$\frac{3\sqrt{27}}{h}=\frac{h}{27\sqrt{3}}$$

$$(3\sqrt{27})(27\sqrt{3})=h^2$$

$$81\sqrt{81}=h^2$$

$$729=h^2$$

$$3^1\cdot 3\sqrt{3}\cdot 3^3\cdot 3\sqrt{3}$$

$$(3^3)^2=h^2 \qquad 27^2=h^2$$

27 y -27

9.60)

$$\sqrt{5-2x}=\frac{10}{\sqrt{5-2x}}$$

$$5-2x=10$$

$$-5=2x$$

$$-\frac{5}{2}=x$$

9.61)

(a) $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}>\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}$$

$$a>b$$

(b)

(b) $\sqrt{a} = \sqrt{b}$, entonces $a = b$

$a = \sqrt{ab}$ $\qquad$ $\sqrt{ab} = b$

$a = b$

(c) $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, $\quad a < b$

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} < \sqrt{b}\,\sqrt{a}$ $\qquad$ 2) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} < b$

$a < \sqrt{ab}$ $\qquad$ $\sqrt{ab} < b$

$a < b$

(d) $a > b$ entonces $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

Para todo a y b no-negativo, tenemos una de 3 opciones:

$a > b$, $\quad a = b$, $\quad a < b$

$\sqrt{a} > \sqrt{b}$, $\quad \sqrt{a} = \sqrt{b}$, $\quad \sqrt{a} < \sqrt{b}$

solamente $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ lleva a $a > b$.

4.62)

$0 < x < 1$. $\qquad x = \dfrac{a}{b}$ con $b > a$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \qquad \sqrt{x} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab}}$$

$\frac{a}{b}$ se multiplica por un número mayor a 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} > \frac{a}{b} \qquad \frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}$$

Otra solución...

Ya que $x < 1$, y todo número que sea al menos 1 tiene un cuadrado de al menos 1, por lo tanto $\sqrt{x} < 1$.

$$\sqrt{x} < 1$$

$$(\sqrt{x})^2 < \sqrt{x}$$

$$x < \sqrt{x}$$

9.63)

$$\sqrt{6n} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot n} \, .$$

$n = 6(a)$

$6(2) \ldots 6(16)$

Solo los a entre 2 y 16 que son cuadrados perfectos:

$a = 4, 9, 16.$ $\quad 3$

* 9.64)

Probaremos que $\sqrt{2}$ es irracional usando prueba por contradicción:

(a) Suponemos que la $\sqrt{2}$ se puede expresar como el cociente de dos enteros en su forma simplificada, por lo que el numerador y denominador no tienen factores en común mayores a 1:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \, . \qquad \frac{p^2}{q^2} = 2$$

(b) $p^2 = 2q^2$, por lo que p^2 debe ser par, si el cuadrado de p es par, p debe ser par.

(c) $p = 2r$. $\qquad \frac{p^2}{2} = q^2 \qquad \frac{(2r)^2}{2} = q^2$

$$2r^2 = q^2$$

q^2 debe ser par porque tiene un 2 en su factorización, por lo tanto q también debe ser par.

(d) Si p y q son pares, $\frac{p}{q}$ se puede simplificar lo que contradice

$\frac{}{q}$ se puede [illegible], lo que contradice

nuestro punto de partida "$\frac{p}{q}$" está simplificado.

Esto quiere decir que nuestro postulado "$\sqrt{2}$ se puede escribir como una fracción en forma simple" es imposible.