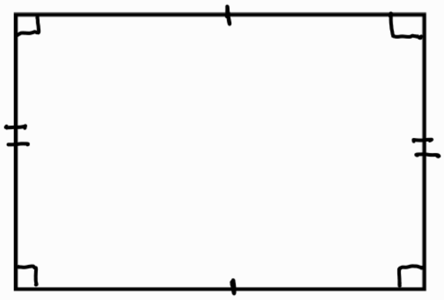
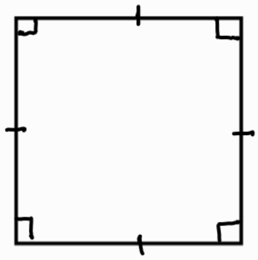


Rectángulo



Cuadrado

- Un rectángulo es un cuadrilátero en el que todos los 4 ángulos son rectos. Los lados opuestos de un rectángulo son paralelos y tienen la misma longitud.

- Un cuadrado es un rectángulo donde los 4 lados son congruentes.

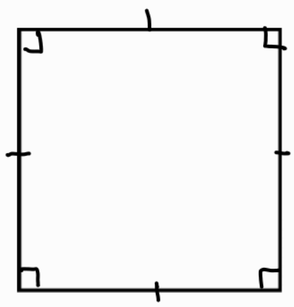
Problemas (Personal)

12.12)

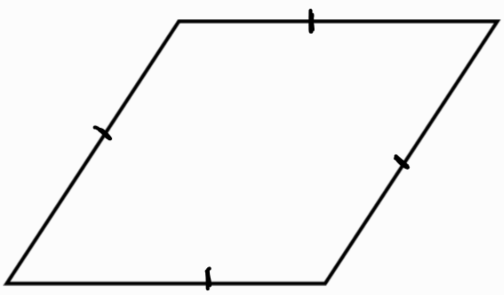
Un rombo es un cuadrilátero donde los 4 lados tienen la misma longitud.

(a) Todo cuadrado es un rombo.

(b) No todo rombo es un cuadrado porque no todos tienen 4 ángulos de 90°.

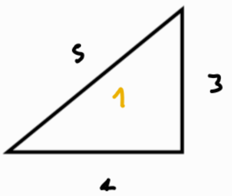


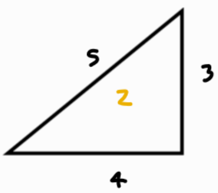
Un cuadrado es un Rombo.

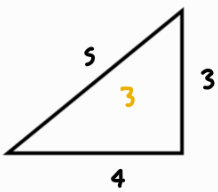


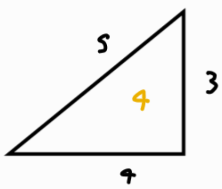
Este rombo no es un cuadrado.

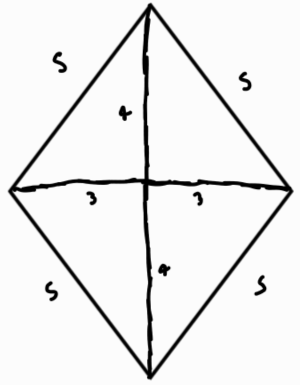
12.13)







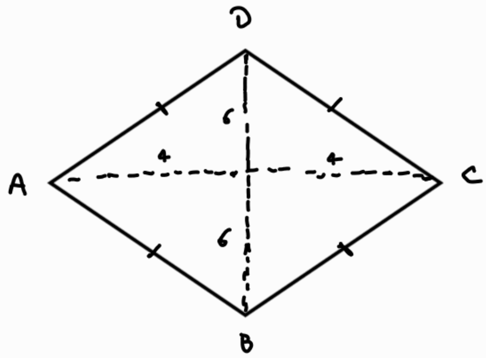




Los hipotenusas ahora son los lados del rombo.

Rombo.

12.14



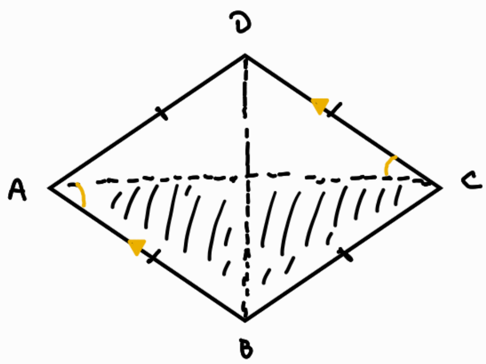
$AC = 8$
$BD = 12$

(a) $\dfrac{8 \times 6}{2} = 24$

(b) El área total es $2(24) = 48$.

Decimos que las diagonales de un rombo bisectan / bisect una con la otra, porque cada una corta a la otra por la mitad.

12.15)



$AC = x$
$BD = y$

El área de la parte inferior es $\dfrac{x \cdot y/2}{2} = \dfrac{xy}{4}$

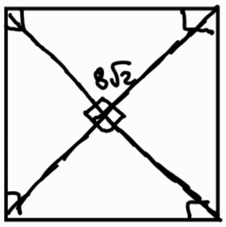
dos veces esta área es $\boxed{\dfrac{xy}{2}}$.

Importante: El área de un rombo es la mitad del producto de sus diagonales.

Adicionalmente, [illegible] $\angle CAB = \angle ACD$, [illegible] $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. Similarmente

Adicionalmente, porque $\angle CAB = \angle ACD$, sabemos que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. Similarmente, tenemos $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$.

12.16)



Un cuadrado es un rombo, por lo tanto podemos aplicamos la formula:

$$\frac{xy}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64.$$

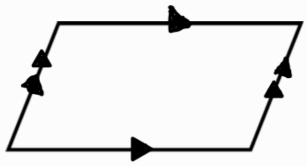
12.17)

Un paralelogramo es un cuadrilatero en el que ambos pares de lados opuestos son paralelos.

(a) Todo rectángulo es un paralelogramo.

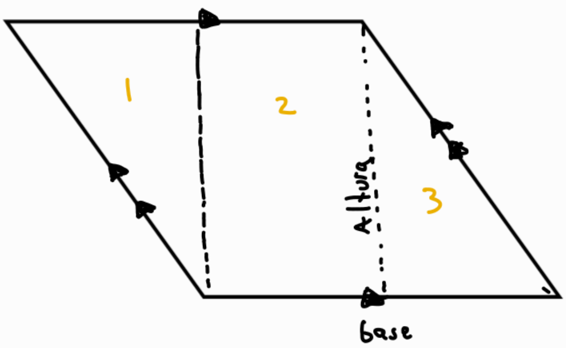
rectángulo y paralelogramo.

(b) No todo paralelogramo es un rectángulo.

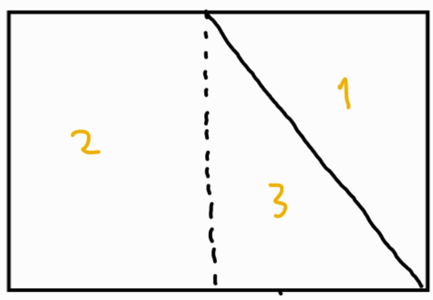


Paralelogramo pero no rectángulo.

12.18)



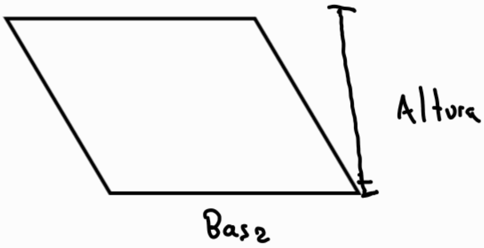
(a)



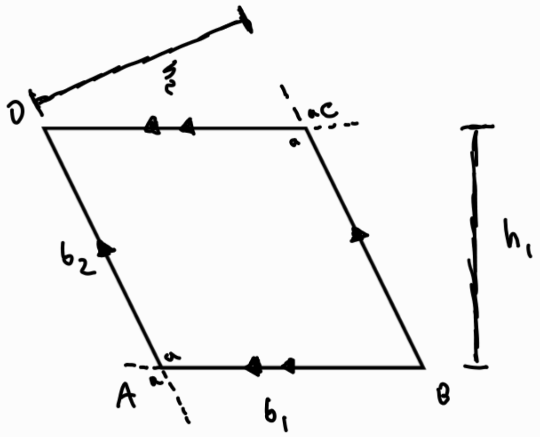
(b) Un lado del rectángulo resultante es un lado del paralelogramo original le llamaremos base del paralelogramo. La longitud del otro lado es igual a la distancia entre la base y el lado opuesto. A esto le llamamos altura. El área de un rectángulo es igual a su longitud por su altura, así que el área será el producto de la base por la altura del paralelogramo.

Importante: El área de un paralelogramo es igual al producto de la longitud de un lado y la distancia entre ese lado y el lado opuesto.

Area Paralelogramo = Base × Altura



Hay una altura asociada con cada par de lados paralelos de un paralelogramo. Por lo tanto, hay dos alturas de un paralelogramo. Podemos usar cualquiera con la base apropiada para encontrar el área:



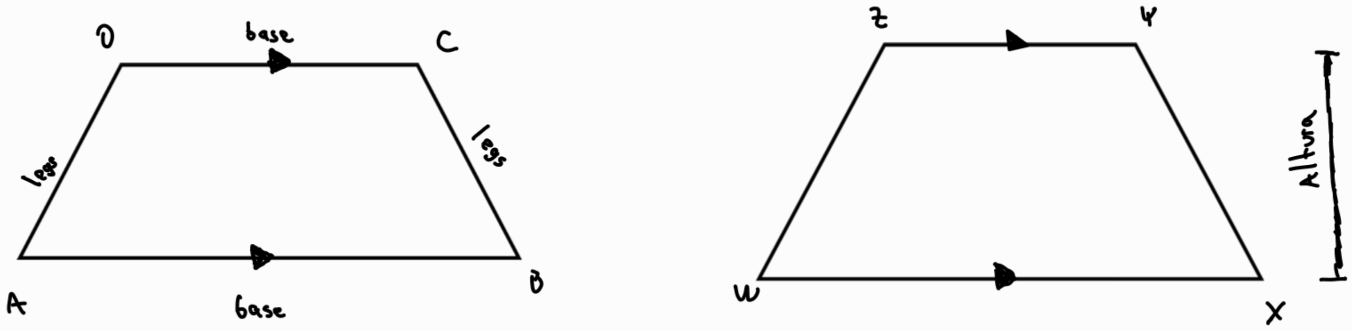
$$[ABCD] = b_1 h_1 = b_2 h_2$$

Importante: Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes, y los ángulos opuestos son congruentes.

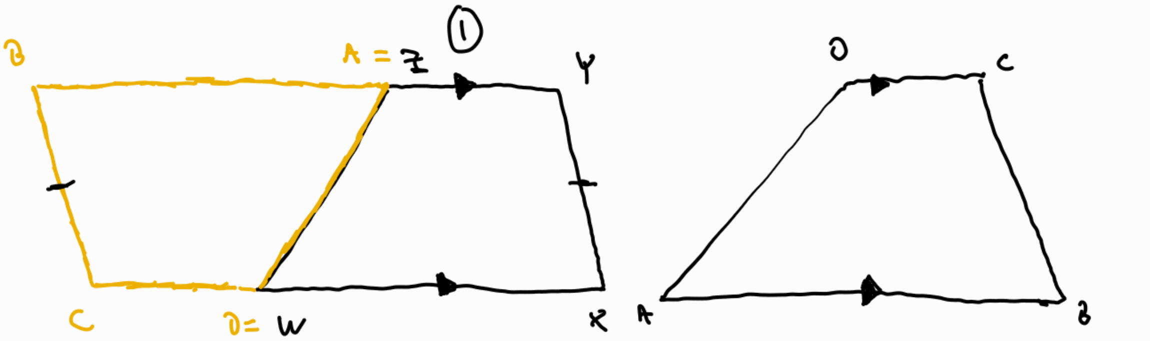
12.19)

Un trapezoide es un cuadrilatero en el que dos lados son paralelos. Los dos lados paralelos de un trapezoide son llamados bases del trapezoide y los otros lados son llamados legs.

La distancia entre las dos bases del trapezoide es llamado altura del trapezoide.

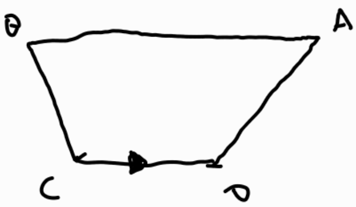


(a)



Girando 2 180° me queda

(b) El área del paralelogramo BCXY de la parte anterior es igual a CX y la altura entre $\overline{CX}$ y $\overline{BY}$.



CX es la suma de las bases del trapezoide y la altura del paralelogramo es igual a la altura del trapezoide.

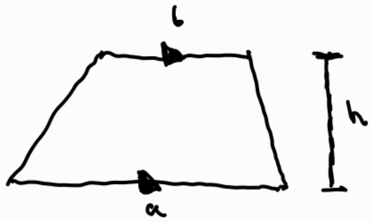
Por lo tanto, el área de CBYX es igual al producto de la altura del trapezoide y la suma de una de las bases de un trapezoide.

(c) El área de cada trapezoide es la mitad del área del paralelogramo:

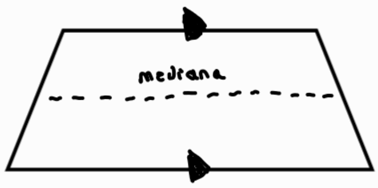
$$\text{Area de Trapezoide} = \frac{(\text{Altura}) \times (\text{suma de las bases})}{2}$$

Importante: El área de un trapezoide es la mitad del producto de la altura y la suma de sus bases.

$$\text{Area} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



El segmento de linea que conecta los midpoints de los legs del trapezoide es llamado median/mediana del trapezoide. La mediana es paralela a las bases y tiene longitud igual a la mitad de la suma de las longitudes de la base.



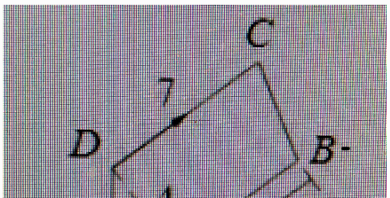
Ya que la longitud de la mediana es la mitad de la suma de las bases, el área del trapezoide es:

Mediana × Altura.

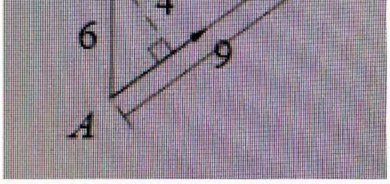
Importante: A la pregunta ¿Es un paralelogramo un trapezoide? no hay una respuesta clara. Algunos definen trapezoide teniendo exactamente una pareja de lados paralela, por lo que un paralelogramo no sería un trapezoide. Sin embargo, otros definen trapezoide como teniendo al menos un par de lados paralelos. Dada esta definición sí es un trapezoide.

12.20)

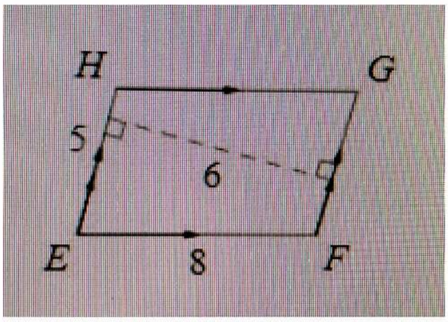
(a)



$$\text{Área} = \frac{7+9}{2} \cdot 4 = 16 \cdot 2 = \boxed{32}$$

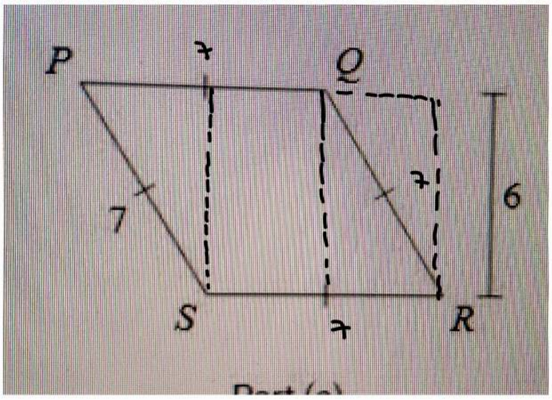


(b)



$6 \times 5 = 30$

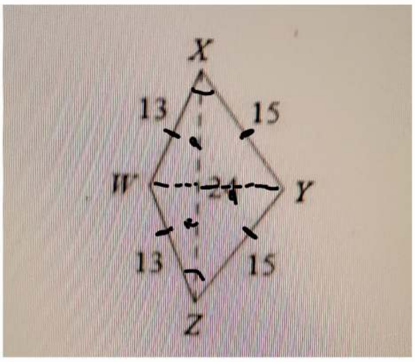
(c)

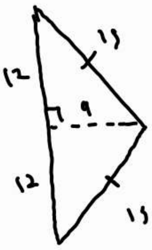


PQRS es un rombo.

$6 \times 7 = 42$

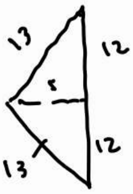
(d)





$$a^2 = 15^2 - 12^2$$
$$= 225 - 144$$
$$= 81$$
$$a = \sqrt{81} = 9$$

$$\text{Area triángulo} = 2\left(\frac{12 \times 9}{2}\right) = 12 \times 9$$
$$= 108.$$



triple pitagorico $\{5, 12, 13\}$

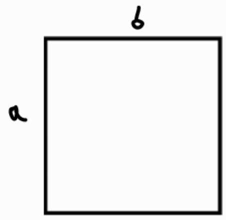
$$\text{Área triángulo} = 2\left(\frac{5 \times 12}{2}\right) = 60$$

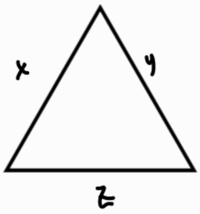
$$\text{Área total} = 108 + 60$$
$$= 168$$

El cuadrilátero en (d) se llama kite. Un kite es un cuadrilátero donde los lados se pueden dividir en dos pares de lados adyacentes iguales. Las diagonales de un kite son perpendiculares.

Ejercicios

12.3.1)





$x = 6,2$

$y = 8,3$

$z = 9,5$

$2(a+b) \quad = \quad x+y+z$

$x+y+z = 6,2+8,3+9,5 = 24,0$

$2(a+b) = 24$

$a+b = 12$

$2a = 12$

$a = 6$

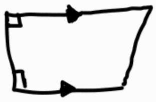
$6^2 = 36\ cm^2$

12.3.2)

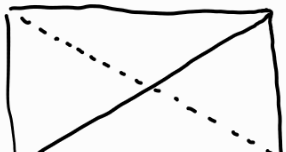
(a) Falso, un rombo es un cuadrilátero con 4 lados iguales.

(b) Falso, porque no tienen que ser paralelos, y si lo fueron podría ser un paralelogramo y no un rectángulo.

(c) Verdadero, un trapezoide puede tener dos ángulos rectos.

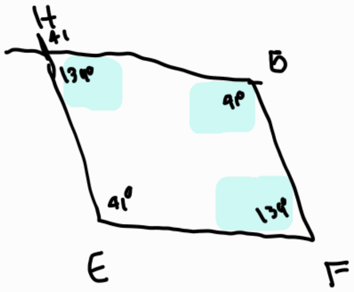


(d) Verdadero, porque un rectángulo son dos triángulos rectángulos iguales. ya que la base y altura son iguales, la hipotenusa es la misma.



12.3.3)

(a)



(b) $\overleftrightarrow{EH} \parallel \overleftrightarrow{FG}$

$\angle E + \angle F = 180°.$

$41 + \angle F = 180°$

$\angle F = 139°$

ya que $\overleftrightarrow{HG} \parallel \overleftrightarrow{EF}$, tenemos $\angle F + \angle G = 180°$

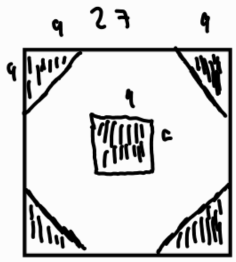
$139° + \angle G = 180°$

$\angle G = 41°$

Por lo tanto $\angle E = \angle G.$ Similarmente

$\angle H = \angle F.$

12.3.4)



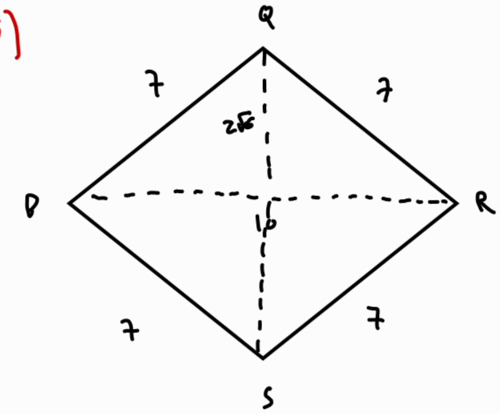
$4\left(\frac{9 \times 9}{2}\right) = 2(81) = 162$

$9 \times 9 = 81$

$27^2 - 162 - 81 = 729 - 162 - 81 = 486 \text{ ft}^2$

$$\begin{array}{r} 729 \\ -162 \\ -\ \ 81 \\ \hline 486 \end{array}$$

12.3.5)



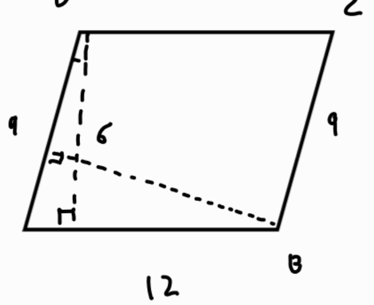
$7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

$h = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\frac{4\sqrt{6} \times 10}{2} = 20\sqrt{6}$

12.3.6)

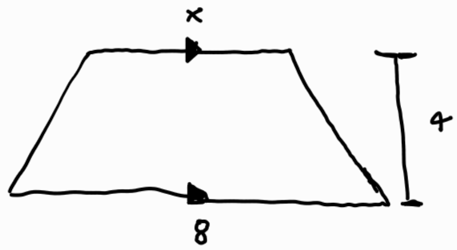
12.3.6)



$$12 \cdot 6 = 9 \cdot h$$

$$\frac{\cancel{12}^{4} \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{9}_{\cancel{3}\,1}} = h \qquad h = \boxed{8}$$

12.3.7)



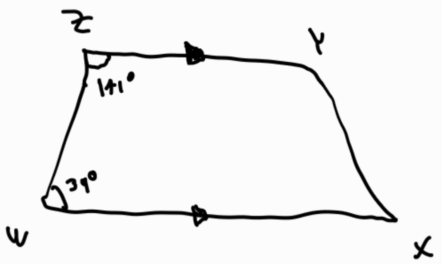
$$\text{Area} = \frac{8+x}{2} \cdot 4$$

$$80 = 16 + 2x$$

$$64 = 2x$$

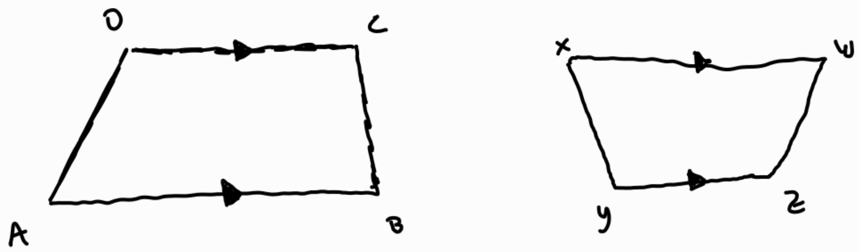
$$x = \boxed{32} \text{ inches}$$

12.3.8)

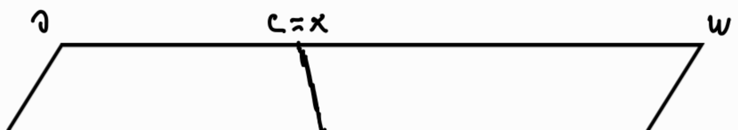


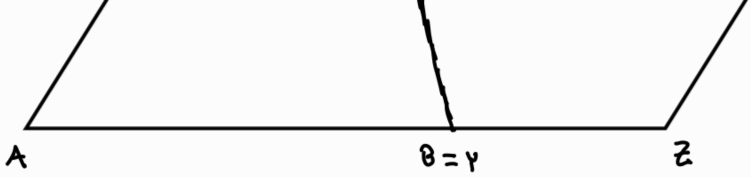
$$\angle Z = \boxed{141°}$$

* 12.3.9)



Tenemos BC = XY porque los trapezoidos son identicos. Ya que $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\angle B + \angle C = 180°$. Como $\angle B \cong \angle X$, sabemos que $\angle C + \angle X = 180°$. Por lo tanto juntar los dos trapezoidos hace que $\overline{CB}$ y $\overline{XY}$ se vuelven el mismo segmento de linea y $\overline{CD}$ y $\overline{XW}$ se encuentran en la misma linea.





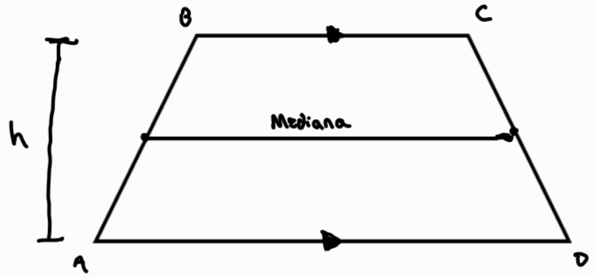
$\overline{AZ} \parallel \overline{DW}$. Ahora comprobamos si $\overline{AD} \parallel \overline{ZW}$.

Como $\overline{AD} \parallel DC$, $\angle D + \angle A = 180°$. Como los trapezoides son idénticos, $\angle A = \angle W$.

$$\angle D + \angle W = 180°.$$

Esto nos dice que $\overline{AD} \parallel \overline{WZ}$. Por lo tanto ADWZ es un paralelogramo.

(2.3.10)

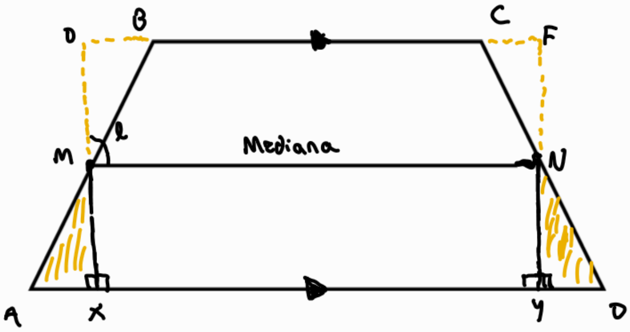


Área de un trapezoide se puede expresar de dos formas:

1) $(AD + BC)\, h$

2) Mediana x Altura.

Es decir que un rectángulo con dimensiones Mediana x Altura tiene el mismo área:



Formo dos triángulos rectángulos dibujando un segmento de M a X. Ya que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\angle A + \angle B = 180°$.

Al rotar los triángulos y 'pegarlos' como se indica, $\overline{XB}$ y $\overline{BC}$ se vuelven el mismo segmento de línea.

Como la mediana es perpendicular a $\overline{AD}$, $\angle l = \angle X = 90°$. Por un proceso análogo llegamos a la misma conclusión para las otras dos esquinas, por lo tanto DFYX es un rectángulo con ancho de Mediana y largo h.