Problemas

14.17) Cada jugador juega 7 veces.

$$7+6+5+4+3+2+1+0=\boxed{28}$$

Otra manera de resolver el problema es darse cuenta que al multiplicar $8\cdot 7=56$ estamos contando cada partido 2 veces. Por lo tanto la respuesta es $\frac{56}{2}=28$.

Este problema es un ejemplo de contar parejas de objetos. En este caso las parejas de jugadores en un torneo de Tennis. Ahora que sabemos lo que pasa con 8 jugadores, veamos lo que pasa con n jugadores.

14.18)

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

Una forma de realizar el problema es listar los jugadores del 1 al n.

P1 juega con $2,3,4,\cdots n$ para un total de $n-1$ juegos.

P2 Juega con $1,3,4,\ldots,n$. Pero ya hemos contado el juego entre P1 y P2, por lo tanto restamos 1 para un total de $n-2$ juegos.

P3 juega otros $n-3$ juegos únicos.

El total de juegos es la suma de nuestros conteos:

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+2+1.$$

Esta expresión debe ser igual a nuestra expresión original, por lo que hemos mostrado que:

$$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\dots+2+1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

Nuestro trabajo nos da una formula para los primeros K enteros positivos. Si dejamos que $n = K+1$, tenemos:

$$1+2+\dots+(K-1)+(K) = \frac{(K+1)(K)}{2}$$

Importante: Para todo entero positivo k,

$$1+2+\dots+(k-1)+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

14.19)

(a) Hay 9 personas en total.

$$\frac{9\cdot 8}{2} = 36 \text{ handshakes.}$$

(b)

$36 - 6 = 30$. Resto la cantidad de Handshakes entre hombres.

Otra manera es contar los saludos de las mujeres solamente.

Las mujeres se saludan con todos:

$8+7+6+5+4 = \underline{30}$.

No tenemos que contar a los hombres porque todos sus posibles saludos ya están incluidos.

El problema con la solución $5\cdot 8$ [illegible] es que en este conteo

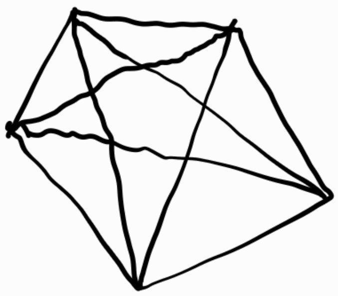
El problema con la solución $\frac{5\cdot 8}{2} = 20$ es que con este conteo solo están repetidos los handshakes entre mujeres. Los handshakes con hombres solo una vez.

14.20)

(a) 0 diagonales.

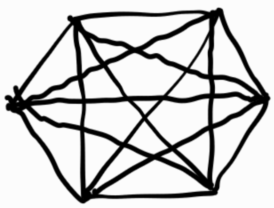
(b) 2 diagonales

(c) Para un pentágono cada vértice puede formar una diagonal con otro vértice si el vértice no es adyacente. Por lo tanto hay $n-3$ diagonales para cada vértice.



Un pentágono tiene 5 diagonales.

(d)



un hexágono tiene 9 diagonales.

(e) Cada vértice tiene $n-3$ diagonales.

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

Dividimos por 2 porque estamos contando cada diagonal dos veces, una por cada endpoint.

Ejercicios

14.4.1) $\frac{5(4)}{2} = \boxed{10}$

14.4.2) $\frac{12(11)}{2} = \boxed{66}$

14.4.3)

14.4.4)

$\frac{4\cdot 3}{2} = \boxed{6}$ (14.4.4) $\frac{6\cdot 5}{2} = 15$

$15\cdot 3 = \boxed{45}$

14.4.5) $\frac{6\cdot 5}{2} = 15$

$15\cdot 2 = 30$ Pero son dos Divisiones: $30\cdot 2 = 60$.

Cada equipo Juega 6 Juegos de la otra división.

$6\cdot 6 = 36$.

$\boxed{96}$

14.4.6)

Tomemos un caso particular:

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 2(1+2+3+4+5)$$
$$= 2(15) = 30.$$

En general, si tenemos: $2+4+6+\cdots+2n$

Por distributiva: $2\underbrace{(1+2+3+\cdots+n)}_{\frac{n(n+1)}{2}}$

La suma total es $\boxed{n(n+1)}$.

14.4.7)

Un Icosahedron es una Figura tridimensional con 20 caras triangulares y 12 vértices, con 5 caras juntándose en cada vértice.

Cada vértice puede conectarse con $12 - 6 = 6$ vértices.

$12(6) = 72$. Pero estoy contando cada vértice dos veces.

$$\frac{72}{2} = \boxed{36}$$