a^2 es un cuadrado, a^3 es un cubo.

el cubo de un entero es llamado un cubo perfecto.

En general, a^n se llama potencia.

$a \to$ base, $n \to$ exponente

1) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

3) $(a \div b)^n = a^n \div b^n$

2) $\left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{1}{b^n}$

2.10)

a) $(-4)^3 = -(4)^3 = \boxed{-64}$

b) $n = 1$, $n^3 = 1$

$n = 0 = n^3 = 0$

$n = -1$, $n^3 = -1$

$n = 2$, $n^3 = 8$

$n = 3$, $n^3 = 27$

$n = -2$, $n^3 = -8$

$n = -3$, $n^3 = -27$

7

2.11)

a) $(-a)^4 = a^4$, por qué

Sabemos que $-a \cdot -a = a \cdot a$

$(-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$

$(-a \cdot -a) \cdot (-a \cdot -a) = a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$

b) $(-a)^5 = -a^5$

$(-a)^5 = (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$

$= -a \cdot ((-a \cdot -a) \cdot (-a \cdot -a))$

$= -a \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a)$

$= -a^5$

2.12)

$$(-1)^{(5^2)} + 1^{(5^2)} = (-1)^{25} + 1^{25} = -1 + 1 = 0$$

2.13)

$3^4 = 81$

$4^3 = 64$

$81 \neq 64$, por tanto $3^4 \neq 4^3$

y en general (por contra ejemplo)

$a^b \neq b^a$ para la más casos.

La exponenciación NO es conmutativa.

(2.14)

(a) $(2^2)^3 = 4^3 = 64$

(b) $2^{(2^3)} = 2^8 = 256$

La exponenciación NO es asociativa

en general, operamos de arriba para abajo, es decir:

$$a^{b^c} = a^{(b^c)}$$

2.15)

$a^3 \cdot a^5 = a^8$

$(a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^8$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2.16) $5^{17} + 5^{17} + 5^{17} + 5^{17} + 5^{17} = 5^{17}(1+1+1+1+1)$

$= 5^{17}(5)$

$= 5^{18}$

2.17)

$9^7 \div 9^4 = 9^3$

$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 =$

$= \left(9 \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot \left(9 \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot \left(9 \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot \left(9 \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9^3 = 9^3$

$a^m \div a^n = a^{m-n}$, para m y n enteros positivos.

2.18) $(7^5)^3 = 7^{5 \cdot 3}$

$(7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7)$

$\cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7)$

$\cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^{15} = 7^{5 \cdot 3}$

2.19)

a) $2^7 \cdot 2^8 \div 2^3 = 2^{15} \div 2^3 = 2^{12}$

b) $(2^6)^4 \div 2^7 = 2^{24} \div 2^7 = 2^{17}$

c) $4^6 \div 8^2 = (2 \cdot 2)^6 \div (2 \cdot 2 \cdot 2)^2$

$= (2^2)^6 \div (2^3)^2 = 2^{12} \div 2^6$

$= 2^6$

2.20)

a) $12^{20,000} = 12^{10,000 \cdot 2}$

$= (12^2)^{10,000} = 144^{10,000}$

b) $5^{30,000} = 5^{10,000 \cdot 3}$

$= (5^3)^{10,000} = 125^{10,000}$

c) $2^{70,000} = 2^{10,000 \cdot 7}$

$= (2^7)^{10,000} = 128^{10,000}$

d) $11^{20,000}, \; 5^{30,000}, \; 2^{70,000}$

$11^{20,000} = 11^{10,000 \cdot 2} = 121^{10,000}$

$5^{30,000} = 5^{10,000 \cdot 3} = 125^{10,000}$

$2^{70,000} = 2^{10,000 \cdot 7} = 128^{10,000}$

Exercises

2.2.1)

$A = 2^5 = 32$

$B = 3^4 = 81$

$C = 4^3 = 64$

$D = 5^2 = 25$

D, A, C, B

2.2.2)

$(2^3)^2 - (2^2)^3$

$2^6 - 2^6 = 0$

2.2.3) $3^3 + 3^3 + 3^3 = 3^3(3) = 3^4$

2.2.4)

a) $2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4 = 2^4(2^2) = 2^6 = 64$

b) $(2^5 + 2^6 + 2^7) \div 2^3$

$2^5(2^0 + 2^1 + 2^2) \div 2^3 = 2^5(7) \div 2^3$

$= 2^2(7) = 28$

c) $3^4 - 5 \cdot 8 = 3^4 - 40$

$= 81 - 40 = 41$

d) $2^5 - 2^4 - 2^3 = 2^3(2^2 - 2^1 - 1)$

$= 2^3(4 - 2 - 1) = 2^3(1)$

$= 8$

e) $(1 - (-1)^{11})^2 = (1 - (-1))^2 = (1+1)^2$

$= 2^2 = 4$

f) $-1^{2008} + (-1)^{2007} = -(1^{2008}) + (-1)^{2007}$

$= -1 + (-1) = -2$

g) $5 - 7(5^2 - 3^3)^4 = 5 - 7(-2)^4$

$= 5 - 7(2)^4$

$= 5 - 7(16)$

$= 5 - 112 = -107$

$$\begin{array}{r} {}^{4}16 \\ \times\ 7 \\ \hline 112 \end{array}$$

h) $3^5(2^3) - 2^4(3^4)$

$3^4 \cdot 3^1(2^3) - 2^4(3^4)$

$3^4 \cdot 2^3(3^1 - 2^1) = 3^4 \cdot 2^3 = 81 \cdot 8 = 648$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 8 \\ \hline 648 \end{array}$$

i) $88{,}888^4 \div 22{,}222^4$

$= (22{,}222 \cdot 4)^4 \div 22{,}222^4$

$= 22{,}222^4 \cdot 4^4 \div 22{,}222^4$

$= 4^4 = 64 \cdot 4 = 256$

2.2.5) $1^2 + 1^4 + 1^6 + \dots + 1^{100}$

$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1$

$= 50$