2.57)

1) $a^2 - b^2 = 67$

$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$

donde a es el entero anterior

$2a + 1 = 67$

$2a = 66$

$a = 33$

2.58)

$A^3 + B^3 = 1729$

$A+B+C+D = 12+1+9+10 = 32$

$C^3 + D^3 = 1729$

Sospecho que se hace por checkeo y error

$1^3 = 1$ $\quad 4^3 = 64$ $\quad 7^3 = 343$ $\quad 10^3 = 1000$

$2^3 = 8$ $\quad 5^3 = 125$ $\quad 8^3 = 512$ $\quad 11^3 = 1331$

$3^3 = 27$ $\quad 6^3 = 216$ $\quad 9^3 = 729$ $\quad 12^3 = 1728$

$12^3 + 1^3 = 1729$

$9^3 + 10^3 = 1729$

2.59)

$2^5 \cdot 8^3 \cdot 16^2$

$2^5 \cdot (2^3)^3 \cdot (2^4)^2$

$2^5 \cdot 2^9 \cdot 2^8 = 2^{22}$

$= 2^{2 \cdot 11}$

$= 4^{11}$

2.60)

$8???? = a^3$

$40^3 = 1600 \cdot 40 = 16000 \cdot 4 = 64.000$

$44^2 =$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times\ 44 \\ \hline 176 \\ 176 \\ \hline 1936 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1936 \\ \times\ 44 \\ \hline 7744 \\ 7744 \\ \hline 85184 \end{array}$$

85.184

2.61) 3^{16} como potencia de $\frac{1}{9}$

$$3^{16} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-16} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-(2\cdot 8)} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-8}$$

2.62)

$$2^2 \times 4^2 \times 8^2 \times 16^2 \times \cdots \times 1024^2$$

$$(2^1)^2 \times (2^2)^2 \times (2^3)^2 \times (2^4)^2 \times \cdots \times (2^{10})^2$$

$$2^2 \times 2^4 \times 2^6 \times 2^8 \times \cdots \times 2^{20} = 2^{110}$$

$$2+4+6+\cdots+20$$

$$2(1+2+3+\cdots+10) = 2(55) = 110$$

2.63) $8^{10} \cdot 5^{22}$

$$(2^3)^{10} \cdot 5^{22} = 2^{30} \cdot 5^{22}$$

$$= 10^{22} \cdot 2^8$$

$$= 256 \cdot 10^{22}$$

25

2.69)

a) $a^2 b \cdot 8ab^6 c^2 = 8a^3 b^7 c^2$

b) $(a^2)^4 (ab)^3 c^3 = a^8 a^3 b^3 c^3$

$= a^{11} b^3 c^3$

2.70)

$n^{2000} < 5^{3000}$?

$A^{1000\cdot 2}$, $5^{1000\cdot 3}$

$(n^2)^{1000} < 125^{1000}$ $n^2 < 125$

11

2.71)

$$125 \cdot 5^5 = 5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$$

$$5^x(5) = 5^x 5^1$$

$$5^x 5^1 = 5^3 \cdot 5^5$$

$$5^x \cdot 5^1 = 5^8$$

$$x = 7$$

2.72)

$$(2^x)(30^3) = (2^3)(3^3)(4^3)(5^3)$$

$$2^x (2\cdot 5\cdot 3)^3 = (2^3)(3^3)(4^3)(5^3)$$

$$2^x = 4^3 \qquad x = 6$$

$$2^x = 2^6$$

(C) $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a+b)(a^2) - (a+b)(ab) + (a+b)(b^2)$

$a^3 + a^2 b - (a^2 b + ab^2) + ab^2 + b^3$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Suma de Cubos

2.64)

$$500{,}000^2 \cdot 200{,}000^2 = 10^n$$

$$(5\cdot 10^5)^2 \cdot (2\cdot 10^5)^2 = 5^2 \cdot 10^{10} \cdot 2^2 \cdot 10^{10}$$

$n = 22$

$$= (5\cdot 2)^2 \cdot 10^{20}$$

$$= 10^{22}$$

2.65)

$$n \cdot 3^4 \cdot 2^5 = 6^6$$

$$n = \frac{6^6}{3^4 \cdot 2^5} = \frac{3^6 \cdot 2^6}{3^4 \cdot 2^5} = 3^2 \cdot 2^1 = 18$$

2.66) $2^{2005} \cdot 5^{2007} \cdot 3$?

$$(2\cdot 5)^{2005} \cdot 5^2 \cdot 3 = 75 \cdot 10^{2005}$$

$$7+5 = 12$$

2.67)

$$22^2 \cdot 55^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 11^2 \cdot 5^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$11^4 \cdot 10^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$121^2 = N^2$$

$$121 = N$$

2.68) (a) $(2ab^2)^3 = 8a^3 b^6$

b) $5a^2 b (2ab)^3 = 5a^2 b \cdot (8a^3 b^3)$

$= 40 a^5 b^4$

2.73)

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)(a+b) = (a+b)(a) + (a+b)(b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a-b) = (a-b)(a) - (a-b)(b)$

$= a^2 - ab - (ab - b^2)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

3) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)(a+b)(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$

$= (a+b)(a^2) + (a+b)(2ab) + (a+b)(b^2)$

$= a^3 + a^2 b + 2a^2 b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$

$= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$

2.74)

(a) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ Diferencia de cuadrados

$= (a-b)(a) + (a-b)(b)$

$= a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$

(b) $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ Diferencia de Cubos

$(a-b)(a^2) + (a-b)(ab) + (a-b)(b^2)$

$a^3 - a^2 b + a^2 b - ab^2 + ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$

2.75)

72 y 96 son múltiplos de 24.

$(n+1)^{72} > 5^{96} > n^{72}$

$(n+1)^{24\cdot 3} > 5^{24\cdot 4} > n^{24\cdot 3}$

$((n+1)^3)^{24} > (5^4)^{24} > (n^3)^{24}$ → Implica $(n+1)^3 > (625) > n^3$

$((n+1)^3)^{24} > (625)^{24} > (n^3)^{24}$

Como las potencias son iguales, podemos comparar las bases.

n^3 para $n=8$ es 512

$(n+1)^3$ para $n=8$ es 729

8

2.76) 1 al 1225 (cuadrados perfectos)

1491625 ... 1225

Cuantos dígitos en la sequencia? hay 35 números perfectos.

$1^2 = 1$

⋮

$35^2 = 1225$

3 son de 1 dígito

6 son de 2 dígitos

22 son de 3 dígitos

4 son de 4 dígitos

3 + 12 + 66 + 16

97