2.57)

1) $a^2 - b^2 = 67$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$$

donde a es el entero anterior

$$2a + 1 = 67$$

$$2a = 66$$

$$a = 33$$

2.58)

$A^3 + B^3 = 1729$

$C^3 + D^3 = 1729$

$A+B+C+D = 12+1+9+10 = 32$

Sospecho que se hace por checkeo y error

$1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$

$4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$

$7^3 = 343$, $8^3 = 512$, $9^3 = 729$

$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $12^3 = 1728$

$12^3 + 1^3 = 1729$

$9^3 + 10^3 = 1729$

2.59)

$2^5 \cdot 8^3 \cdot 16^2$

$$2^5 \cdot (2^3)^3 \cdot (2^4)^2$$

$$2^5 \cdot 2^9 \cdot 2^8 = 2^{22}$$

$$= 2^{2 \cdot 11}$$

$$= 4^{11}$$

2.60)

$8???? = a^3$

$40^3 = 1600 \cdot 40 = 16000 \cdot 4 = 64.000$

$44^2 =$

```
   44
 × 44
 ----
  176
 176
 ----
 1936
```

```
  1936
 ×  44
 -----
  7744
 7744
 -----
 85184
```

85.184

2.61) 3^{16} como potencia de $\frac{1}{9}$

$$3^{16} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-16} = \left(\frac{1}{3}\right)^{(-2)\cdot 8} = \left(\left(\frac{1}{9}\right)^{-8}\right)$$

2.62)

$$2^2 \times 4^2 \times 8^2 \times 16^2 \times \cdots \times 1024^2$$

$$(2^1)^2 \times (2^2)^2 \times (2^3)^2 \times (2^4)^2 \times \cdots \times (2^{10})^2$$

$$2^2 \times 2^4 \times 2^6 \times 2^8 \times \cdots \times 2^{20} = (2^{110})$$

$$2+4+6+\cdots+20$$

$$2(1+2+3+\cdots+10) = 2(55) = 110$$

2.63)

$$8^{10} \cdot 5^{22}$$

$$(2^3)^{10} \cdot 5^{22} = 2^{30} \cdot 5^{22}$$

$$> 10^{22} \cdot 2^8$$

$$= 256 \cdot 10^{22}$$

(25)

2.64)

$$500{,}000^2 \cdot 200{,}000^2 = 10^n$$

$$(5 \cdot 10^5)^2 \cdot (2 \cdot 10^5)^2 = 5^2 \cdot 10^{10} \cdot 2^2 \cdot 10^{10}$$

$$= (5 \cdot 2)^2 \cdot 10^{20}$$

$$= 10^{22}$$

(n=22)

2.65)

$$n \cdot 3^4 \cdot 2^5 = 6^6$$

$$n = \frac{6^6}{3^4 \cdot 2^5} = \frac{3^6 \cdot 2^6}{3^4 \cdot 2^5} = 3^2 \cdot 2^1 = (18)$$

2.66) $2^{2005} \cdot 5^{2007} \cdot 3$?

$$(2 \cdot 5)^{2005} \cdot 5^2 \cdot 3 = 75 \cdot 10^{2005}$$

$$7+5 = (12)$$

2.67)

$$22^2 \cdot 55^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 11^2 \cdot 5^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$11^4 \cdot 10^2 = 10^2 \cdot N^2$$

$$121^2 = N^2$$

(121) = N

2.68) (a) $(2ab^2)^3 = 8a^3b^6$

(b) $5a^2b(2ab)^3 = 5a^2b \cdot (8a^3b^3)$

$$= 40a^5b^4$$

2.69)

a) $a^2b \cdot 8ab^6c^2 = 8a^3b^7c^2$

b) $(a^2)^4(ab)^3c^3 = a^8a^3b^3c^3$

$$= a^{11}b^3c^3$$

2.70)

$$n^{2000} < 5^{3000}\ ?$$

$$n^{1000 \cdot 2}, \quad 5^{1000 \cdot 3}$$

$$(n^2)^{1000} < 125^{1000} \qquad n^2 < 125$$

(11)

2.71)

$$125 \cdot 5^5 = 5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$$

$$5^x(5) = 5^x 5^1$$

$$5^x 5^1 = 5^3 \cdot 5^5$$

$$5^x \cdot 5^1 = 5^8$$

$$x = (7)$$

2.72)

$$(2^x)(30^3) = (2^3)(3^3)(4^3)(5^3)$$

$$2^x(2 \cdot 5 \cdot 3)^3 = (2^3)(3^3)(4^3)(5^3)$$

$$2^x = 4^3 \qquad x = (6)$$

$$2^x = 2^6$$

(c) $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a+b)(a^2) - (a+b)(ab) + (a+b)(b^2)$

$a^3 + a^2b - (a^2b + ab^2) + ab^2 + b^3$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Suma de Cubos

2.73)

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)(a+b) = (a+b)(a) + (a+b)(b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a-b) = (a-b)(a) - (a-b)(b)$

$= a^2 - ab - (ab - b^2)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

3) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)(a+b)(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$

$= (a+b)(a^2) + (a+b)(2ab) + (a+b)(b^2)$

$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$

$= (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$

2.74)

(a) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ Diferencia de cuadrados

$= (a-b)(a) + (a-b)(b)$

$= a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$

(b) $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ Diferencia de Cubos

$(a-b)(a^2) + (a-b)(ab) + (a-b)(b^2)$

$a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$

2.75)

72 y 96 son múltiplos de 24.

$$(n+1)^{72} > 5^{96} > n^{72}$$

$$(n+1)^{24\cdot 3} > 5^{24\cdot 4} > n^{24\cdot 3}$$

$$\left((n+1)^3\right)^{24} > \left(5^4\right)^{24} > \left(n^3\right)^{24}$$

$$\left((n+1)^3\right)^{24} > (625)^{24} > \left(n^3\right)^{24}$$

Implica $(n+1)^3 > (625) > n^3$

Como las potencias son iguales, podemos comparar las bases.

n^3 para $n=8$ es 512

$(n+1)^3$ para $n=8$ es 729

(8)

2.76) 1 al 1225 (cuadrados perfectos)

1491625... 1225

Cuantos dígitos en la sequencia? hay 35 números perfectos.

$1^2 = 1$

⋮

$35^2 = 1225$

3 son de 1 dígito

6 son de 2 dígitos

22 son de 3 dígitos

4 son de 4 dígitos

3 + 12 + 66 + 16

(97)