Sustitución no es la única herramienta para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Podemos combinar ecuaciones para resolverlas.

Problem 5.6)

$$2x + 3y = -11$$
$$5x - 3y = 67$$

(a)
$$\begin{array}{rrcr} & 2x + 3y & = & -11 \\ + & 5x - 3y & = & 67 \\ \hline & 7x & = & 56 \\ & x & = & 8 \end{array}$$

(b)
$$2(8) + 3y = -11$$
$$3y = -11 - 16$$
$$3y = -27$$
$$y = -9.$$

$$(x, y) = (8, -9)$$

Importante: Aveces podemos combinar dos ecuaciones en un sistema de ecuaciones para crear una nueva ecuación con menos variables que las dos ecuaciones originales.

Esta técnica es llamada **eliminación**.

Problem 5.7)

$$4x - 7y = 13$$
$$2x + 3y = -5$$

El coeficiente de x en la primera ecuación es dos veces el primero, por lo que multiplicamos la segunda por -2:

$$4x - 7y = 13$$
$$-4x - 6y = 10$$

Sumamos :

$$-13y = 23$$

$$y = -\frac{23}{13}$$

Ahora sustituimos para encontrar x:

$x = 2/13$.

$$(x,y) = (2/13, -23/13)$$

Problem 5.8)

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= 12 \xrightarrow{\times 3} & 15x - 6y &= 36 \\ -9x + 3y &= -22 \xrightarrow{\times 2} & + \; -18x + 6y &= -44 \\ & & \hline -3x &= -8 \\ & & x &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$-9\left(\frac{8}{3}\right) + 3y = -22$$

$$-24 + 3y = -22$$

$$3y = 2$$

$$y = \frac{2}{3}$$

$$(x,y) = \left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

Problem 5.9)

(a) $-u + 3v = 8$ $\qquad$ $3v - u = 8 \xrightarrow{\times 2} 6v - 2u = 16$

$10v - 2u = 16 + 4v \longrightarrow 6v - 2u = 16$ $\qquad$ $-\; 6v - 2u = 16$

$$0 = 0$$

Ambas variables se cancelan al tiempo. Esto sucede porque ambas ecuaciones son iguales. Por lo tanto, toda pareja ordenada que soluciona una solucionará la otra.

Este sistema tiene soluciones infinitas.

Resolviendo para u en nuestra ecuación, podemos dar una simple fórmula para generar soluciones al sistema de ecuaciones: $u = 3v - 8$. Usamos este formula para dar la solución de forma paramétrica.

Dejamos que v sea igual a t, que puede ser cualquier número.

$u = 3t - 8$.

$$(u, v) = (3t - 8, t).$$

Donde t puede tomar cualquier valor.

La variable t se le llama parámetro, ya que nuestras soluciones están definidas en términos de t.

(b)
$$2t - r = 1 \xrightarrow{\times 5} 10t - 5r = 5$$
$$5t - 2.5r = 7 \xrightarrow{\times 2} 10t - 5r = 14$$

En ambas ecuaciones tenemos $10t - 5r$ a la izquierda. Sin embargo, para que ambas ecuaciones se cumplan, la expresión debe ser igual a 5 y 14 al mismo tiempo. En conclusión, no hay soluciones para el sistema de ecuaciones.

Importante: Hay tres posibilidades para el número de soluciones en un sistema de ecuaciones que consiste en una pareja de ecuaciones lineales de dos variables.

No hay soluciones

Una solución.

Infinitas soluciones.

Ejercicios

5.3.1)

(a) $3x - 7y = 14$ $\qquad\qquad$ $8 + 7y = 6$

$2x + 7y = 6$ $\qquad\qquad$ $7y = -2$

$$
\begin{aligned}
5x &= 20 \\
x &= 4
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
y &= -\frac{2}{7} \\
(x, y) &= \left(4, -\frac{2}{7}\right)
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
5u &= -7 - 2v \\
3u &= 4v - 25
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
10u + 4v &= -14 \\
+ \quad 3u - 4v &= -25 \\
\hline
13u &= -39 \\
u &= -3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
3(-3) - 4v &= -25 \\
-9 + 25 &= 4v \\
16 &= 4v \\
4 &= v
\end{aligned}
\qquad
(u, v) = (-3, 4)
$$

(c)

$$
\frac{2x}{13} + 4y = -2 \longrightarrow \frac{10x}{13} + 20y = -10
$$

$$
-\frac{3x}{13} - 5y = -30 \longrightarrow + \quad \frac{-12x}{13} - 20y = -120
$$

$$
\begin{aligned}
-\frac{2x}{13} &= -130 \\
x &= \frac{130 \cdot 13}{2} \\
x &= 65 \cdot 13 \\
x &= 845
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{2(845)}{13} + 4y &= -2 \\
4y &= -\frac{26}{13} - \frac{2(845)}{13} \\
4y &= \frac{-1716}{13} \\
y &= -\frac{1716}{13 \cdot 4} \\
y &= -\frac{429}{13}
\end{aligned}
$$

$$
(x, y) = (845, -33)
$$

$y = -33$

(d) 1) $-2.5a + 5b = 25$

2) $42 + 10b = 15 + 3.75a + 4b$

2) $10b - 4b - 3.75a = -27$

2) $6b - 3.75a = -27 \xrightarrow{\times 2} 12b - 7.5a = -54$

1) $-2.5a + 5b = 25 \xrightarrow{\times 3} -7.5a + 15b = 75$

$-3b = -129$

$b = 43$

$-2.5a + 5(43) = 25$

$-2.5a = 25 - 215$

$-2.5a = -190$

$a = \frac{190 \cdot 2}{5}$

$a = 38 \cdot 2$

$= 76$

$(a, b) = (76, 43)$

5.3.2)

(a) $2x + 3y = 7 \xrightarrow{\times 7} 14x + 21y = 49$

$3y = 7 - 2x$

$y = \frac{7 - 2x}{3}$

$14x + 21y = 49$

$x = t$

$(x, y) = \left(t, \frac{7 - 2t}{3}\right).$

Infinitos Soluciones.

(b) $\frac{3x}{5} - \frac{4y}{5} = 3 \xrightarrow{\times 5} 3x - 4y = 15$

$8y - 6x = 5 \xrightarrow{\times -\frac{1}{2}} 3x - 4y = -\frac{5}{2}$

No hay soluciones.

5.3.3)

$2x + 5y = -8$

$$6x + 15y = 16 + a \xrightarrow{\times 3} 2x + 5y = \frac{16+a}{3}$$

$$\frac{16+a}{3} = -8$$

$$16 + a = -24$$

$$\underline{a = -40}$$

5.3.4)

$$\begin{array}{rl} & ax + by = d \\ - & ax + cy = e \\ \hline \end{array}$$

$$by - cy = d - e$$

$$y(b-c) = d - e$$

$$y = \frac{d-e}{b-c}$$

Podemos sustituir esto para hallar x. En otras palabras, encontraremos exactamente una solución (x, y).