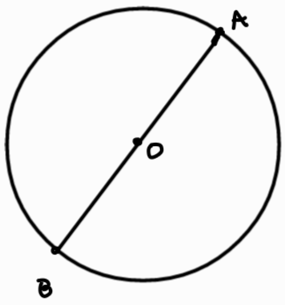


Esta figura curva es un círculo. Consiste en todos los puntos que están a 1 unidad de distancia del punto O (centro). Cualquier segmento de línea del centro al círculo se llama radio.

$\overline{OA}$ es un radio del círculo.

El diámetro del círculo es el segmento que conecta dos puntos del círculo y pasa por su centro.

Importante: El diametro de un círculo es dos veces su radio ya que un diámetro consiste de 2 radios.

El perímetro de un círculo es llamado circunferencia.

Al tomar el cociente de la circunferencia y el diámetro nos damos cuenta que es un poco más de 3.

Importante: En todo círculo, la circunferencia divida por el diámetro siempre es igual a un número (son proporcionales). Este número le llamamos π (pi).

Así como con la $\sqrt{2}$, no podemos escribir un decimal equivalente a π, pero podemos aproximarlo.

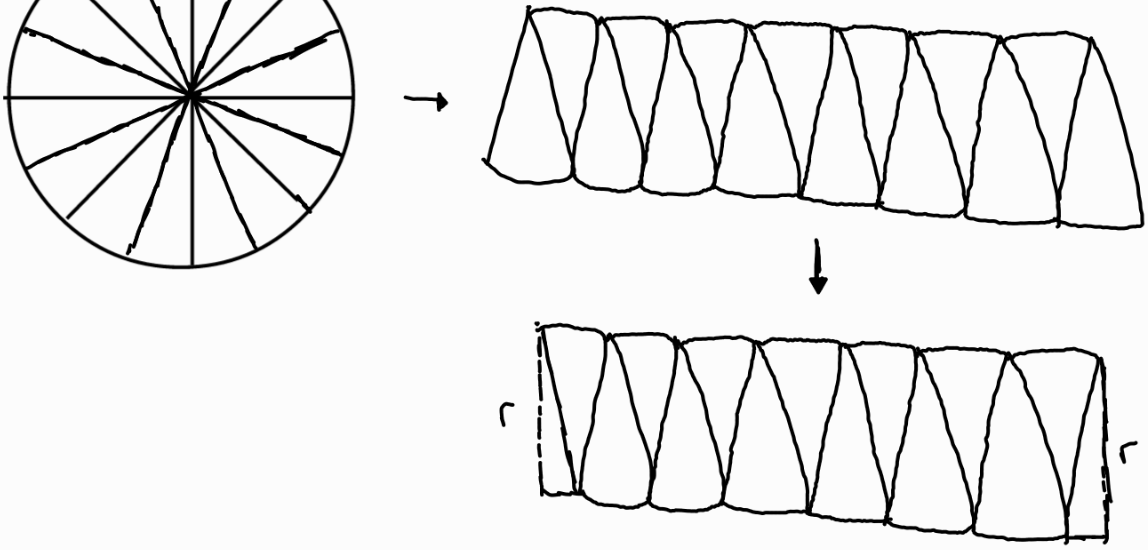
A la centécima más cercana, π redondea a 3.14.

$$\frac{\text{Circunferencia}}{\text{diametro}} = \pi$$

π es un irracional, así como $\sqrt{2}$!

Definición: El área de un círculo de radio r es $\pi \cdot r^2$

Podemos ver porque es cierto dividiendo un círculo y reorganizando las piezas. Abajo tenemos un círculo de radio r dividido en 16 radios iguales. Llamamos a estas piezas sectores.



la figura final es semejante a un rectángulo. La circunferencia del círculo original es dividida en igual partes entre el lado superior e inferior del "rectángulo".

La longitud del rectángulo es la mitad de la circunferencia:

$$\frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r.$$

El ancho es r, por lo tanto el área del rectángulo es $\pi r \cdot r = \pi r^2$.

Ejercicios

11.13)

$C = 54\pi$ 27 cm

$54\pi = 2\pi r$

$54 = 2r$

$27 = r$

11.14) Un círculo con diámetro de 10 metros tiene un Área de $\pi(5)^2 = 25\pi$.

4 veces ese área es 100π. Un círculo con área de 100π tiene un radio de:

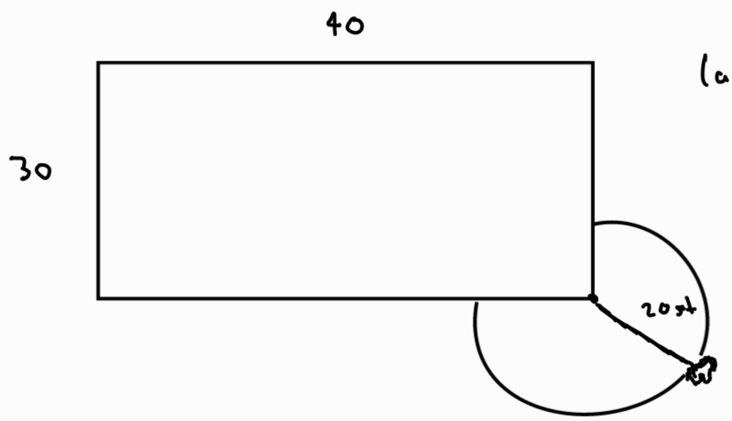
$$100\pi = \pi r^2$$
$$100 = r^2$$
$$10 = r.$$

y un diámetro de 20 metros.

Importante: 11.14 nos muestra que doblar el radio (o diámetro) de un círculo multiplica su área 4 veces.

En general, multiplicar el radio de un círculo por K multiplica el área por K^2.

11.15)

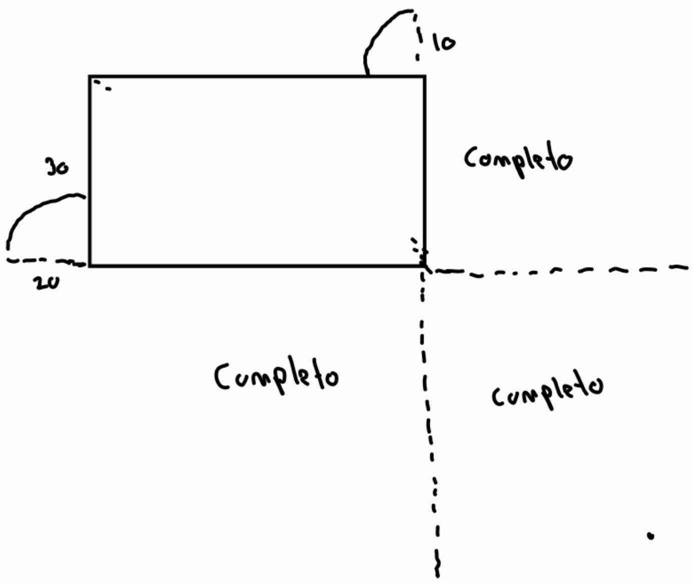


(a) La cabra puede moverse en un área de $\frac{3}{4}$ de círculo, donde el círculo tiene área $\pi(20)^2 = 400\pi$.

$$\frac{3}{4} \cdot 400\pi = 300\pi \text{ ft}^2.$$

* (b)

La nueva área es $\frac{3}{4}\left(\pi(50)^2\right) = \frac{3}{4}\left(2500\pi\right) = 1875\pi \text{ ft}^2$.



El círculo tiene un área de $\pi(50)^2 = 2500\pi$.

$\frac{3}{4}$ de esa área las cubre completas.

$$\frac{3}{4}\left(2500\pi\right) = 1875\pi \text{ ft}^2.$$

Sin embargo, por el largo de la casa la cuerda pasa por 10 pies. Esto quiere decir que la cabra se puede mover $\frac{1}{4}$ de círculo con radio 10.

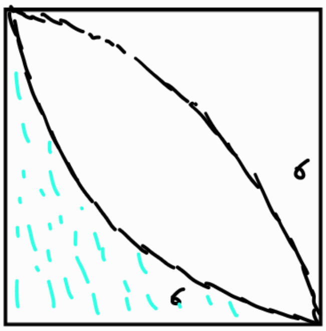
$$\frac{1}{4}\left(\pi(10)^2\right) = \frac{100\pi}{4} = 25\pi$$

Por el ancho la cuerda pasa por 20 pies. Por la misma lógica, la cabra se puede mover $\frac{1}{4}$ de círculo con radio 20.

$$\frac{1}{4}\left(\pi(20)^2\right) = \frac{1}{4}\left(400\pi\right) = 100\pi.$$

En total, la cabra se puede mover $1875\pi + 100\pi + 25\pi = 2000\pi \text{ ft}^2$.

* 11.16)



Los dos cuartos de círculo tienen radio de 6. Por lo tanto cada área es:

$$\frac{1}{4}\pi(6)^2 = \frac{1}{\cancel{4}}\overset{9}{\cancel{36}}\pi = 9\pi.$$

Restar el área del cuarto de círculo del cuadrado resulta en la región señalada:

$$36 - 9\pi$$

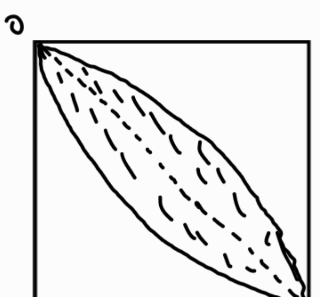
2 veces ese área restada del área del cuadro da el área deseada:

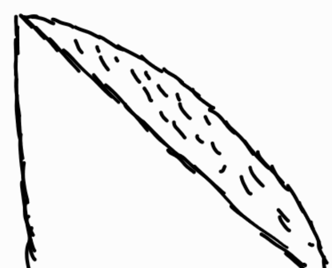
$$36 - 2(36 - 9\pi)$$

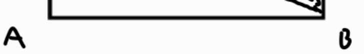
$$18\pi - 36.$$

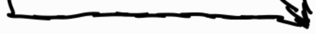
Otra solución ...

Si dividimos la región deseada con una diagonal









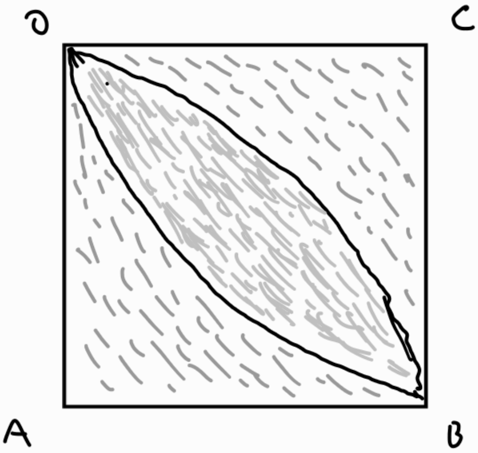
Cada región es lo que queda al remover un triángulo rectángulo del cuarto de círculo.

$$9\pi - 18.$$

Hay 2 de estas áreas, por lo que queda:

$$2(9\pi - 18) = 18\pi - 36.$$

Otra solución más...



Supongamos que pintamos cada semicírculo de gris una vez. La región que se intercepta quedará pintada 2 veces, por lo tanto es más oscura.

Área total pintada = Área cuadrado + Área oscura.

Área Oscura = Área total pintada − Área del cuadrado

$$\text{Área Oscura} = 2(18\pi) - 36$$
$$= 36\pi - 36.$$

Ejercicios

11.3.1)

$$4 \text{ millas} \times \frac{1760 \text{ yardas}}{1 \text{ milla}} = 7040 \text{ yardas}.$$

$$\begin{array}{r} {}^{3\,2}\\ 1760 \\ \times \quad 4 \\ \hline 7040 \end{array}$$

$$C = \pi 2r$$
$$= 2(50)\pi = 100\pi$$

Cada velta recorre 100π yardas.

En 22 veltas dará

2200π yardas.

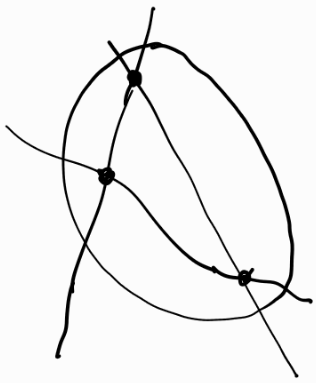
$$2200\pi < 7040.$$
$$2300\pi > 7040.$$

tiene que recorrer mínimo 23 vueltas

11.3.2)

$9 \cdot 3000 = 27000.$

11.3.3)



Las lineas se intersectan un máximo de 3 veces. Un círculo se puede interceptar 2 veces máximo por linea:

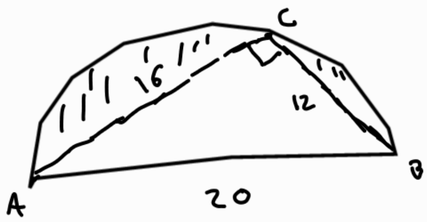
$3 + 2(3) = 9$

11.3.4)

$3x : 5x$ $\quad$ $9:25$

El diametro de un círculo es su circunferencia dividido π. Por lo tanto la razón sigue siendo 3:5. El área es πr^2, por lo tanto la razón sera 9:25.

11.3.5)



$\pi(10)^2 = 100\pi$

$\frac{100\pi}{2} = 50\pi.$

$50\pi - \frac{16 \cdot \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}_{1}} = 50\pi - 96$

11.3.6)

$\frac{\pi(8)^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$

$32\pi - 18\pi = 14\pi \rightarrow$ (1)

$\frac{\pi(6)^2}{2} = \frac{36\pi}{2} = 18\pi$

$14\pi + 6\pi = 20\pi$ cm^2

$8\pi - 2\pi = 6\pi$ (2)