Todo entero compuesto es el producto de dos enteros más pequeños.

La factorización de primos se escribe usualmente usando potencias de primos.

$12 = 2^2 \cdot 3^1$.

Para hallar los factores primos de números grandes usualmente utilizamos el arbol de factores:

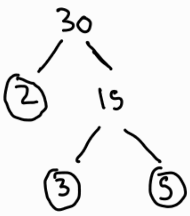
Los enteros encerrados son primos, por lo que no existen ramas más abajo de ellos.

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^1$

Problemas (individual)

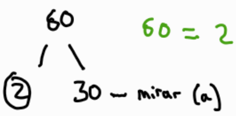
3.20)

(a)



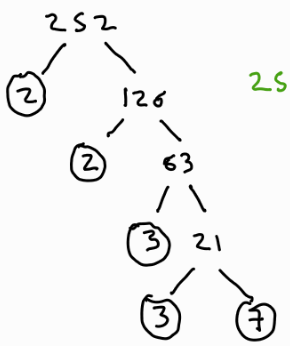
$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

(b)



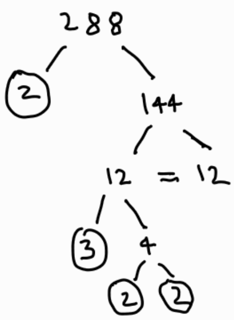
$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

(c)



$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^1$

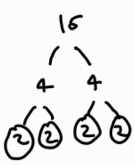
(d)



$288 = 2^5 \cdot 3^2$

3.21)

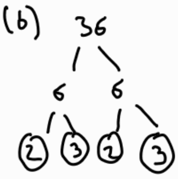
(a)



$16 = 2^4$

$(2^2)^2$

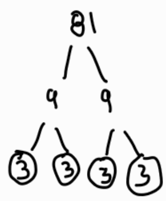
(b)



$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$= (2 \cdot 3)^2$

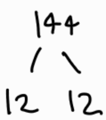
(c)



$81 = 3^4$

$= (3^2)^2$

(d)



$144 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 2^2 \cdot 3^1$

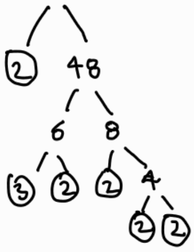
$= 2^4 \cdot 3^2$

$= (2^2 \cdot 3)^2$

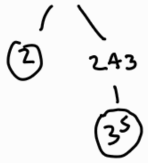
Idea: Un entero es cuadrado perfecto si en su factorización los exponentes son todos pares.

3.22) $96 \cdot 486$

$96 = 2^5 \cdot 3^1$



$486 = 2^1 \cdot 3^5$



$96 \cdot 486 = 2^6 \cdot 3^6 = (2^3 \cdot 3^3)^2$

$= 216^2$

3.23) $a \cdot b = 16000$

$16000 = 16 \cdot 1000$

$= 2^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3$

$= 2^7 \cdot 5^3$

$\boxed{128 + 125}$

$128 + 125 = 253$

3.24)

(a) $N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29$

N+1 debe tener un primo no en esta lista porque el siempre que quite un número para ~~agregar~~ agregar otro, el nuevo número será mayor a N+1. Por lo tanto, N+1 debe consistir de una factorización con primos distintos a los listados.

(b) $N = 1 \cdot 2 \ldots \cdot 99 \cdot 100$

N+1 aplica la misma lógica que (a).

(c) Siempre que tengamos

$N = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot M.$

Para obtener N+1, se necesitará de un primo que no está en la lista $(p > M)$. ese proceso se puede repetir con números arbitrariamente grandes.

Teorema fundamental de la aritmética: Todo entero positivo tiene una factorización prima única.

- Hay números primos infinitos?

Consideremos N, el producto de los 10 primeros primos.

$$N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29.$$

Ahora, pensemos en N+1

$$N+1 = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29) + 1$$

1) $N+1$ es 1 más que un número par, $\therefore$ <u>NO</u> es divisible entre 2.

2) $N+1$ es 1 más que un múltiplo de 3, $\therefore$ <u>NO</u> es divisible entre 3.

3) $N+1$ es 1 más que un múltiplo de 5, $\therefore$ <u>NO</u> es divisible entre 5.

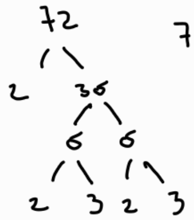
$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

Así sucesivamente para todos los factores primos.

Idea: $N+1$, donde N es el producto de los primeros M primos, debe tener primos en su factorización que son todos diferentes y mayores a M. Nunca podemos tener una lista completa de primos porque su producto $+1$ siempre tendrá primos que son mayores a los de nuestra lista. Hay primos infinitos.

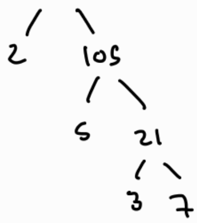
Ejercicios

3.4.1) (a)



$72 = \boxed{2^3 \cdot 3^2}$

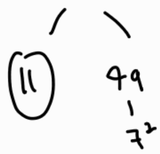
(b)



$210 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$

(c) $243 = 3^5$

(d)

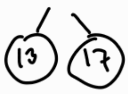


$539 = 7^2 \cdot 11^1$

(e) $5525 = (5500 + 25) \div 5$

$(1100 + 5) \div 5$

$220 + 1 = 221$



$5^2 \cdot 13^1 \cdot 17^1$

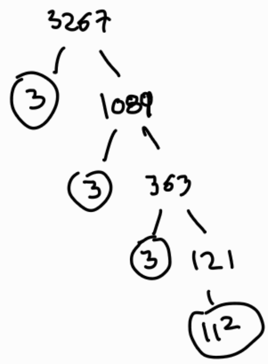
(f) 26136

$(26000 + 136) \div 2^3$

$(26 \cdot 5^3 \cdot 2^3 + 136) \div 2^3$

$26 \cdot 5^3 + 17 = 3267$

$26136 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11^2$



3.4.2) $6{,}886 = 2 \cdot 3443$

$= 2 \cdot (11 \cdot 313)$

$= 2 \cdot 11 \cdot (313)$

$\boxed{313}$

$2^1 \cdot 11^1 \cdot 313^1$

3.4.3) $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 54.000$

$54000 = 54 \cdot 1000 = 54 \cdot (5^3 \cdot 5^3) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot (6 \cdot 9) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^1 \cdot 2^1 \cdot 3^2$
$= 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

$x + y + z = 10$

3.4.4) (a) 2, 3, 5, 7.

$(2\cdot3\cdot5\cdot7)\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7)$
$= 2^2\cdot3^2\cdot5^2\cdot7^2 = 100 \cdot 49 \cdot 9$
$= 44100$

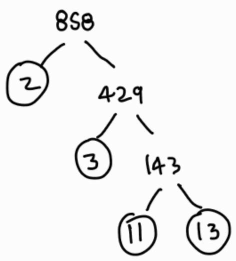
(b) Sería 0.

3.4.5) $A \cdot B = 504$

$A = 6n$
$B = 6m$
$6 \cdot 7 = 42$

$36(mn) = 504$
$mn = 14$
7, 2

3.4.6) $858 = a \cdot b$



$858 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1$

$(11 \cdot 2)(13 \cdot 3)$ | $(13 \cdot 3 \cdot 2)(11)$
$78 + 11 = 89$

3.4.7) Para que un número sea cubo perfecto, los primos en su factorización deben todos ser múltiplos de 3.

3.4.8) (a) 40!

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40
5^1 5^1 5^1 5^1 5^2 5^1 5^1 5^1

5^9

(b) Idea: Si un número termina en 0's, estos se llaman 0's terminales.

40! ? para que hayan 0 terminales se debe multiplicar por 10^n.

Sabemos que hay 5^9. Cuantos 2's hay?

$2^1, 2^2, 2, 2^3, 2, 2^2, \ldots$ sabemos que hay más de nueve 2's.

$\therefore$ Se está multiplicando por $(5^9 \cdot 2^9)$. Hay 9 ceros.