

2.36)

$$(r^2+1)(2r^2-8r) = (r^2+1)(2r)(r-4)$$

2.37)

$$\frac{2z}{z} + \frac{4}{2z-1} - \frac{3}{z} + \frac{1}{2z-1} = \frac{2z-3}{z} + \frac{5}{2z-1}$$

$$\frac{(2z-1)(2z-3)}{z(2z-1)} + \frac{5z}{z(2z-1)}$$

$$= \frac{4z^2 - 6z - 2z + 3 + 5z}{\quad \quad \quad}$$

$$= \frac{4z^2 - 3z + 3}{z(2z-1)}$$

2.38)

$$3(x+7) = A(2x+9)$$

$$3x + 21 = 2Ax + 9A$$

$$2A = 3$$

$$A = \frac{3}{2}$$

2.39)

$$2r(r-7) + 8r = 56$$

$$2r(r-7) + 8(r-7)$$

$$(r-7)(2r+8) = 2(r-7)(r+4)$$

2.40)

$$(a) x(x+2) = x^2 + 2x$$

$$(b) (x+1)(x+2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$$(c) x^2 + 5x + 4$$

$$(x + 4)(x + 1)$$

2.41)

$Ax^n$       Alice      Bob      Carol

1) Alice y Bob:  $4x^2$

$$4 = 2^2 \cdot 1 \quad 4, 2, 1 \quad x^2 = x^2, x$$

2) Bob y Carol:  $12x^3$

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 12, 4, \underline{3}, \underline{2}, \underline{1}, \underline{6} \quad x^3 = x^3, x^2, x$$

3) Alice y Carol:  $6x^3$

$$6 = \underline{6}, \underline{3}, \underline{2}, \underline{1} \quad x^3 = x^3, x^2, x$$

Carol debe ser  $x^3$ .

21

Bob es 4, por lo tanto Carol debe ser ~~12~~ 6, 3.

Los casos en común son 6 y 3, por lo tanto las posibilidades para la expresión de Carol son  $6x^3$  y  $3x^3$ .

Alice es 2 o 1, Carol debe ser 6 o 3.

2.42)

$$(a) 1 + 2 + 3 = 6$$

$$(b) 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$(c) \quad 1+2+3+4+5 = 15$$

(d) Cada suma es la mitad de  $n(n+1)$ , donde  $n$  es el número mayor de la suma.

$$1+2+3+\dots+9+10 = \frac{10(11)}{2} = \underline{55}$$

$$+4+5=49$$

$$\overset{11}{(1+10)} + \overset{11}{(2+9)} + \overset{11}{(3+8)} + \overset{11}{(4+7)} + \overset{11}{(5+6)} = 11 \cdot 5 = \underline{55}$$

$$(e) \quad 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(f) \quad \frac{n(n+1)}{2} + n+1 = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

confirma lo hecho en (e): la suma de los  $n$  primeros números es la mitad de la multiplicación de  $n$  y  $n+1$ .

**Importante:** Mostramos que si nuestra fórmula funciona para  $n$ , también funcionará para  $n+1$ .

Por lo tanto, mostramos que la fórmula

$$1+2+3+\dots+(n-1)+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

es válida para todos los números positivos  $n$ .

Funciona para todos los enteros positivos  $n$ .

Este proceso se llama inducción.