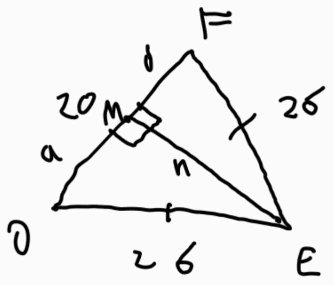
Problemas

12.8)



$$h^2 + a^2 = 26^2$$

$$h^2 + b^2 = 26^2$$

Como h es igual en ambos triángulos, $a = b$ y M es el punto medio de $\overline{DF}$.

(6) $h^2 = 26^2 - 10^2$

$h^2 = 676 - 100$

$h^2 = 576$

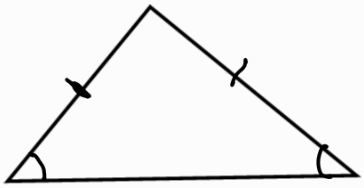
$h = 24$

$$2\left(\frac{10 \cdot 24}{2}\right) = 240$$

Importante: La altitud a la base de triángulo iscoceles divide la base en dos segmentos congruentes.

Podemos pensar un triángulo isosceles como dos triángulos rectángulos iguales pegados por un cateto en común.

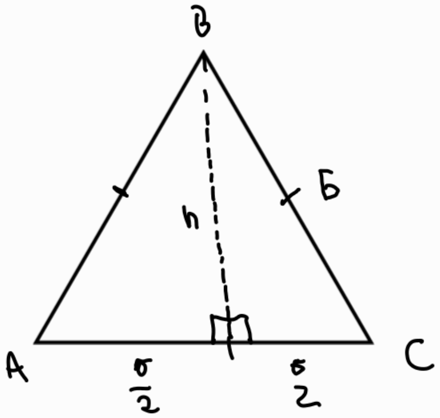
Importante: En un triángulo isosceles, los ángulos opuestos al lado igual tienen la misma medida. Si dos lados de un triángulo son iguales, entonces los ángulos opuestos a esos lados son iguales. Similarmente, si dos ángulos de un triángulo son iguales, los lados opuestos a los ángulos son iguales.



Los ángulos iguales de un isosceles se llaman ángulos base y el otro ángulo se llama ángulo vértice.

12.9)

(a)



$$b^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$b^2 - \frac{b^2}{4} = h^2$$

$$b^2\left(1-\frac{1}{4}\right) = h^2$$

$$\frac{3}{4}b^2 = h^2$$

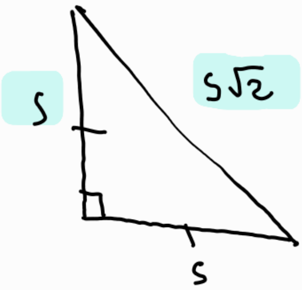
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}b$$

$h = 3\sqrt{3}$ para $b = 6$

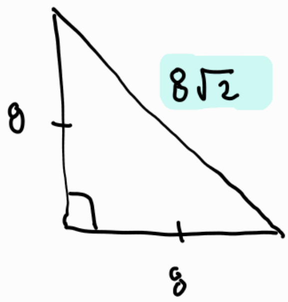
(b) $\frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{\cancel{2}} \times \cancel{2} = 9\sqrt{3}$

12.10)

(a)



(b)



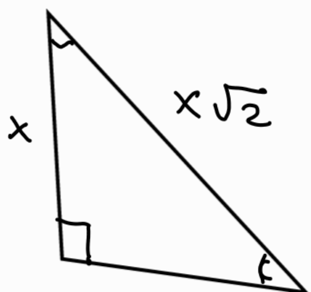
$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

(c) si el cateto es n, el otro cateto será n y la hipotenusa será

$$c = \sqrt{n^2 + n^2}$$
$$= \sqrt{2n^2}$$
$$= n\sqrt{2}.$$

Por lo tanto, sabemos que la hipotenusa de un triángulo rectángulo isosceles es $n\sqrt{2}$, donde n es la longitud del cateto.

Importante: En un triángulo rectángulo isoceles, los catetos son congruentes y la hipotenusa es $\sqrt{2}$ veces más largo que cada cateto.

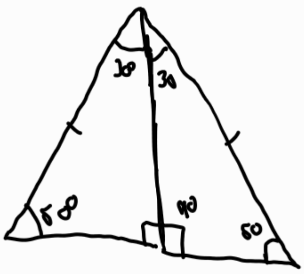


Notese que los dos ángulos agudos del triángulo también deben ser congruentes. Cada uno de los ángulos agudos debe medir 45°. Por esta razón, los triángulos rectángulos isosceles son conocidos como 45-45-90 triangles.

12.11)

30-60-90 quiere decir que el triángulo debe tener ángulos que midan 30°, 60° y 90°.

(a)



dividimos un triángulo equilatero por cualquiera de sus alturas, esto nos da un triángulo 30-60-90.

(b)

$$l^2 = 16 - 4$$
$$l = \sqrt{12}$$
$$l = 2\sqrt{3}$$

(c)

$$c = 2s$$

$$h^2 = (2s)^2 - (s)^2$$

$$h = \sqrt{4s^2 - s^2}$$

$$h = \sqrt{3s^2}$$

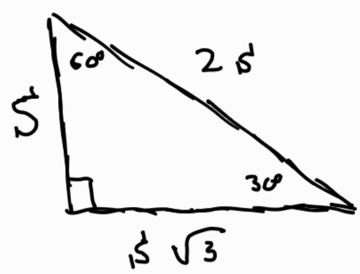
$$h = s\sqrt{3}$$

Para cualquier triángulo 30-60-90, con el cateto menor de longitud s, el otro cateto será $s\sqrt{3}$ y la hipotenusa $2s$. En otras palabras, la razón de las longitudes de un triángulo 30-60-90 es:

Leg opposite 30° angle : Leg opposite 60° angle : Leg opposite 90° angle

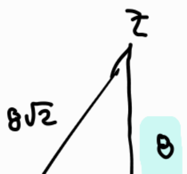
$$1 \quad : \quad \sqrt{3} \quad : \quad 2$$

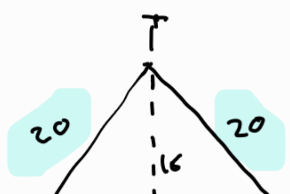
Importante: Un triángulo rectángulo con ángulos agudos de 30° y 60°, las longitudes de los lados están en razón $1 : \sqrt{3} : 2$. Tal triángulo se le llama 30-60-90 triangle.



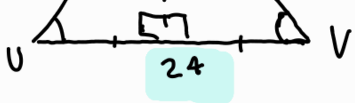
Ejercicios

(2.2.1)





$$a^2 = 400 - 256$$

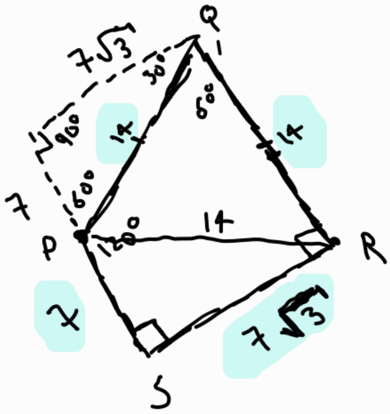


$a^2 = 144$

$a = 12$

$X = 360° - 270°$

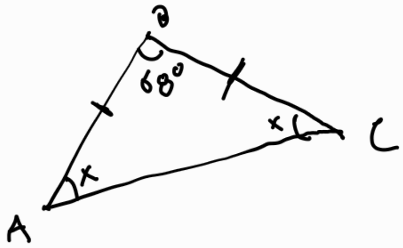
$x = 90°$



30 - 60 - 90

$1 - \sqrt{3} - 2$

12.2.2)



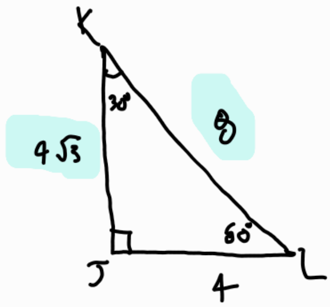
ABC es un triángulo isosceles.

$180° - 68 = 2x$

$112° = 2x$

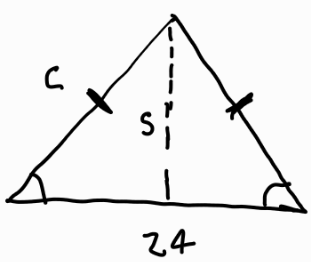
$56° = x$

12.2.3)



$1 : \sqrt{3} : 2$

12.2.4)



$$\frac{\overset{12}{\cancel{24}} \cdot h}{\cancel{2}} = 60$$

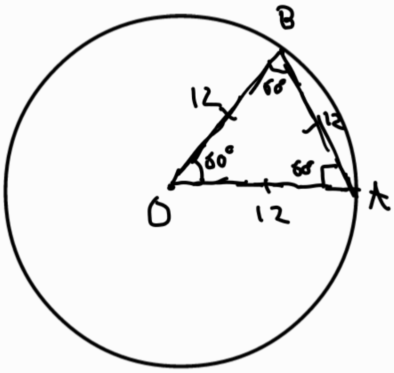
$$h = \frac{60}{12} = 5$$

$c^2 = 12^2 + 5^2$

$c = \sqrt{144+25}$

$= \sqrt{169} = \boxed{13}$

12.2.5)



Importante: $\overline{AB}$ se llama chord del círculo porque sus endpoints están en el círculo.

(a) $AB = \boxed{12}$

(b) Un arco del círculo es una porción de su circunferencia.

Tomando A como punto inicial, una vuelta entera son 360^0. El círculo tiene una circunferencia de $C = 2\pi r$ (24π). $\frac{1}{6}(24\pi) = \boxed{4\pi.}$

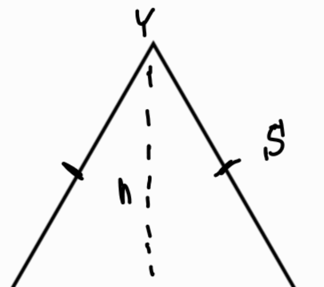
(c) Un sector de un círculo es una porción del interior bordeada por dos radios y un arco.

$A = \pi(12)^2 = 144\pi$

$\frac{1}{6}\, 144\pi = \boxed{24\pi}$

12.2.6)

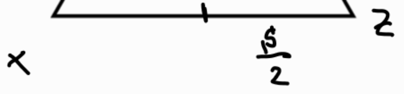
(a)



$h^2 = s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2$

$= s^2 - \frac{1}{4}s^2$

$= \frac{3}{4}s^2$



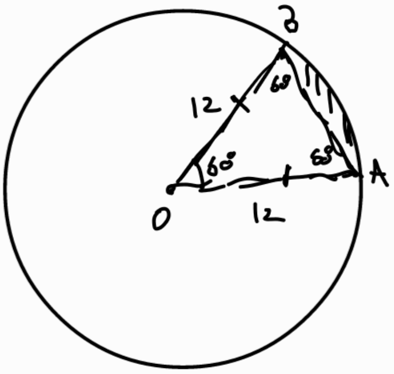
$\frac{\quad}{4} s$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} s$$

Área del triángulo equilatero es:

$$\frac{s \times \frac{\sqrt{3}}{2} s}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} s^2 = \boxed{\frac{s^2\sqrt{3}}{4}}$$

(b)



Área del sector AOB = 24π

Área del Triángulo $= \frac{12^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$

Área sombreada $= \boxed{24\pi - 36\sqrt{3}}$