S.32)

$$10A + B + 36 = 10B + A \rightarrow A - B = -4$$

$$A = B - 4$$

$$20A + \frac{B}{2} = 10A + B + 17 \rightarrow 10A - \frac{B}{2} = 17$$

$$10(B-4) - \frac{B}{2} = 17$$

$$\frac{20B}{2} - 40 - \frac{B}{2} = 17$$

$$\frac{19}{2}B = 57$$

$$B = \frac{\cancel{57}^{3} \cdot 2}{\cancel{19}} = 6$$

$A = 2$

$20 + 6 = \boxed{26}$

S.33)

$x = 3 - 4t$

$y = s + 2t$

$y - s = 2t$

$\frac{y-s}{2} = t$

$$x = 3 - 4\left(\frac{y-s}{2}\right)$$

$$= 3 - 2(y-s)$$

$$x = 3 - 2y + 10$$

$$x = -2y + 13$$

S.34)

$$2\sqrt{x} + 4\sqrt{y} = 6$$

$$-\quad 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0$$

$$3\sqrt{y} = 6$$

$$\sqrt{y} = 2$$

$$y = 4$$

$$\sqrt{x} + 2(2) = 3$$

$$\sqrt{x} = -1$$

No hay soluciones

S.35)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$$

$$ab = 2(a+b)$$

$$\frac{ab}{\ldots} = a+b \qquad \frac{1}{2} = \frac{1}{\ldots}$$

$2 \quad = \quad a+b \qquad\qquad ab \quad = \quad a+b$

$$2 = \frac{ab}{a+b} \qquad\qquad \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{a+b}{ab}$$

5.36)

$$\frac{3x-4y}{xy} = -8 \qquad\qquad \frac{2x+7y}{xy} = 43$$

$$3x - 4y = -8xy \qquad\qquad 2x+7y = 43xy$$

$$6x - 8y = -16xy$$
$$-\quad 6x + 21y = 129xy$$

$$-29y = -145xy$$
$$29y = 145xy$$
$$29 = 145x$$
$$\frac{29}{145} = x$$
$$\frac{1}{5} = x$$

$$\frac{2}{5} + 7y = 43\left(\frac{1}{5}\right)y$$
$$\frac{35}{5}y - \frac{43}{5}y = -\frac{2}{5}$$
$$\frac{-8}{5}y = -\frac{2}{5}$$
$$8y = 2$$
$$y = \frac{1}{4}$$

$$(x,y) = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$$

5.37)

$$x + \frac{1}{y} = 4 \qquad\qquad y + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{xy+1}{y} = 4 \qquad\qquad \frac{xy+1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$xy+1 = 4y \qquad\qquad \frac{4y}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{16} = \frac{x}{y}$$

5.38)

8 onzas

M: Total Milk

C: Total Coffee.

Total = 8(X)

$$m + c = 8x \xrightarrow{x-2} -2m - 2c = -16x$$
$$3m + 2c = 96 \qquad 3m + 2c = 96$$

$$m = 96 - 16x \qquad m = 96 - 80$$
$$x \leq 5 \qquad = 16$$

$$96 - 16x + c = 8x$$
$$\underline{c = 24x - 96} \qquad x \geq 5 \qquad \underline{x = 5}$$

$$c = 120 - 96$$
$$= 24$$

$$m + c = 40$$
$$24 + 16 = 40$$

La familia tiene $\boxed{5}$ integrantes.

S. 39)

$$2a - 3b + 5c + d = -41$$
$$7a + 2b - c = -28$$
$$-a + 2b - 7c - 2d = 46$$
$$3a + 7b - 6c + d = 31$$

$$2a - 3b + 5c + d = -41$$
$$- \quad 3a + 7b - 6c + d = 31$$
$$-a - 10b + 11c = -72$$

$$-a + 2b - 7c - 2d = 46$$
$$+ \quad 6a + 14b - 12c + 2d = 62$$
$$5a + 16b - 19c = 108$$

$$7a + 2b - c = -28 \xrightarrow{x5} 35a + 10b - 5c = -140$$
$$-a - 10b + 11c = -72 \qquad + \quad -a - 10b + 11c = -72$$
$$5a + 16b - 19c = 108 \qquad 34a + 6c = -212$$
$$17a + 3c = -106$$

$$7a + 2b - c = -28 \xrightarrow{x-8} -56a - 16b + 8c = 224$$
$$5a + 16b - 19c = 108 \longrightarrow + \quad 5a + 16b - 19c = 108$$
$$-51a - 11c = 332$$

$$17a + 3c = -106 \xrightarrow{x3} 51a + 9c = -318$$

$$-51a - 11c = 332 \qquad + \frac{-51a - 11c = 332}{-2c = 14}$$

$$\underline{c = -7}$$

Sustituímos C para hallar a:

$$17a = -106 - 3c$$

$$a = \frac{-106 - 3(-7)}{17} = \frac{-106 + 21}{17} = -\frac{85}{17} = -5 \qquad \underline{a = -5}$$

Sustituímos a y c para hallar b:

$$7a + 2b - c = -28 \qquad 2b = -28 + c - 7a$$

$$b = \frac{-28 + c - 7a}{2}$$

$$= \frac{-28 - 7 + 35}{2} = 0$$

$$\underline{b = 0}$$

Sustituímos a, b, c para hallar d:

$$2a - 3b + 5c + d = -41$$

$$d = -41 - 2a + 3b - 5c$$

$$d = -41 - 2(-5) + 3(0) - 5(-7)$$

$$d = -41 + 10 + 0 + 35$$

$$\underline{d = 4}$$

La solución al sistema de ecuaciones es $(a, b, c, d) = (-5, 0, -7, 4)$

5.40)

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

esta operación da el determinante de la matríz.

Matríz

$$ax + by = e$$
$$cx + dy = f$$

Importante: La **Regla de Cramer** dice que si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ no es cero, la solución al sistema es:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} \quad \text{y} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}.$$

Primero hallamos x usando eliminación:

$$\begin{aligned} ax + by &= e \xrightarrow{\times d} & adx + bdy &= ed \\ cx + dy &= f \xrightarrow{\times b} & -bcx + bdy &= bf \end{aligned}$$

$$adx - bcx = ed - bf$$
$$x(ad - bc) = ed - bf$$
$$x = \frac{ed - bf}{ad - bc}$$

Esta expresión es equivalente a la regla de Cramer para x:

$$\frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{ed - bf}{ad - bc}.$$

Ahora hacemos el mismo proceso para y:

$$ax + by = e \longrightarrow \quad acx + bcy = ce$$

$$cx + dy = F \xrightarrow{\times a} \quad - \; acx + ady = aF$$

$$bcy - ady = ce - aF$$

$$y(bc - ad) = ce - aF$$

$$y = \frac{ce - aF}{bc - ad}$$

Esta expresión es equivalente a la regla de Cramer para y:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & F \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{aF - ce}{ad - bc} = \frac{ce - aF}{bc - ad}$$

Si el determinante es 0, estamos dividiendo entre 0, por lo que no podemos hallar x y y con la fórmula. Sin embargo, que pasa en nuestro sistema? Tomemos un ejemplo.

$$ax + by = e$$
$$cx + dy = F$$

Para que el determinante sea 0, $ad = bc$.

Supongamos que $a = 2$, $d = 10$, $b = 5$, $c = 4$.

$$2x + 5y = e$$
$$4x + 10y = F$$

al multiplicar la primera ecuación por 2, vemos que el lado Izquierdo de ambas ecuaciones es igual. Para el lado derecho hay dos posibilidades, que $e = F$ o $e \neq F$.

1) Si $e = F$, las ecuaciones son iguales y hay infinitas soluciones.

2) Si $e \neq F$, el sistema no tiene soluciones.

¿Sucederá esto siempre?

([illegible] este ejemplo.

$$ax + by = e \xrightarrow{\times c} acx + bcy = ce$$
$$cx + dy = f \xrightarrow{\times a} acx + ady = af$$

Asumiendo que $ad = bc$, sustituimos

$$acx + ady = ce$$
$$acx + ady = af$$

Vemos que si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$, el lado izquierdo de las ecuaciones será igual y por lo tanto existirán infinitas o ninguna solución. En ambos casos la regla de Cramer no aplica.

5.41)

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 + 25x_5 + 36x_6 + 49x_7 &= 1, \\ 4x_1 + 9x_2 + 16x_3 + 25x_4 + 36x_5 + 49x_6 + 64x_7 &= 12, \\ 9x_1 + 16x_2 + 25x_3 + 36x_4 + 49x_5 + 64x_6 + 81x_7 &= 123. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 11x_4 + 13x_5 + 15x_6 + 17x_7 = 111 \\ - \quad 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 + 11x_5 + 13x_6 + 15x_7 = 11 \\ \hline 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 + 2x_7 = 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 11x_4 + 13x_5 + 15x_6 + 17x_7 = 111 \\ + \quad 2x_1 + 2x_2 + \ldots \qquad = 100 \\ \hline 7x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 13x_4 + 15x_5 + 17x_6 + 19x_7 = 211 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9x_1 + 16x_2 + 25x_3 + 36x_4 + 49x_5 + 64x_6 + 81x_7 = 123 \\ + \quad + 7x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 13x_4 + 15x_5 + 17x_6 + 19x_7 = 211 \end{array}$$

$$16x_1 + 25x_2 + 36x_3 + 49x_4 + 64x_5 + 81x_6 + 100x_7 = \boxed{334}$$