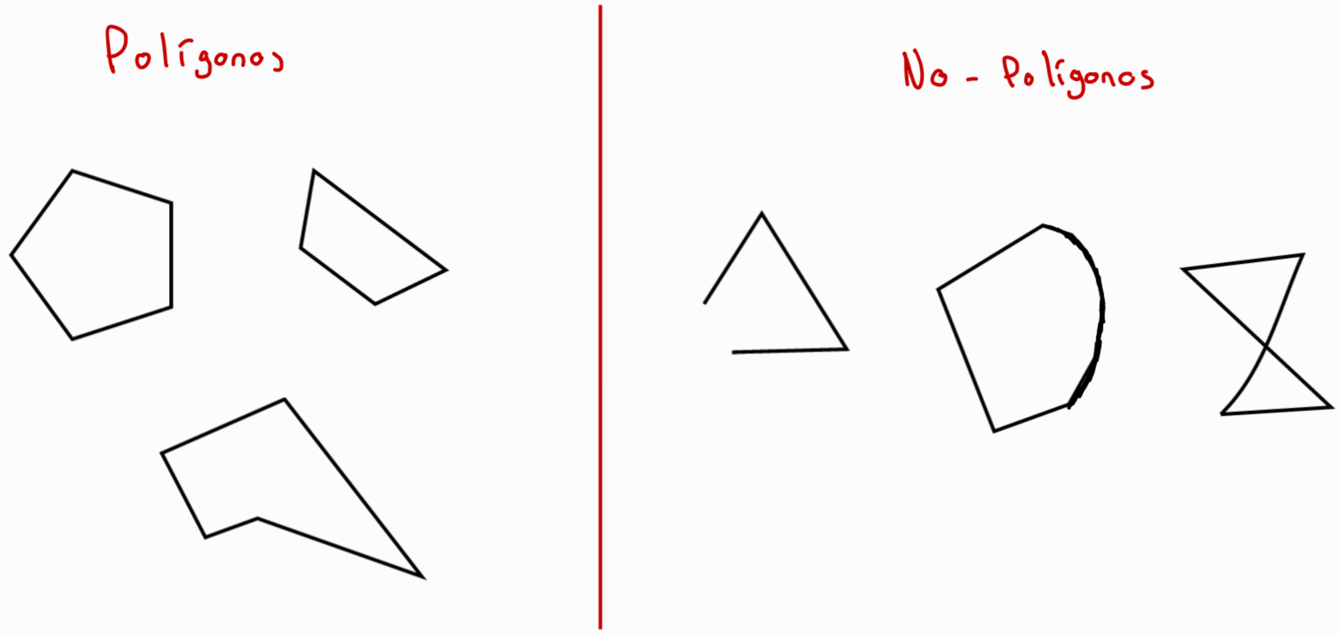
Un polígono es una figura cerrada que consiste de segmentos de líneas.

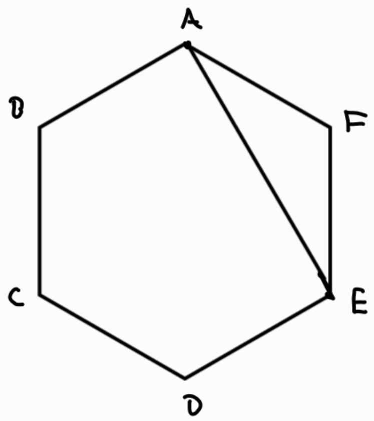
Figura cerrada quiere decir que si trazamos la figura, nuestro punto inicial y final son iguales.

Simple significa que la figura <u>no</u> se intersecta consigo misma.



Los segmentos de línea que forman los bordes de un polígono son los lados del polígono.

Si conectamos dos vértices no adyacentes de un polígono formamos una diagonal. ($\overline{AE}$)



Cada par de lados consecutivos en un polígono se encuentran en un vértice.

Un ángulo interior es un ángulo dentro del polígono formado por un par de lados concecutivos.

Usualmente nos referimos a un polígono por sus vértices, como el hexágono ABCDEF.

Ya estamos familiarizados con varios polígonos: triangulos, cuadrados, y rectángulos. Usualmente incluímos el símbolo Δ para aclarar que nos referimos a un triangulo y no a un ángulo.

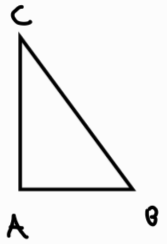
Número de Lados	Nombre del Polígono
3	Triangulo
4	Cuadrilatero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono.
8	Octágono
9	Nonagon
10	decagon
12	dodecagon

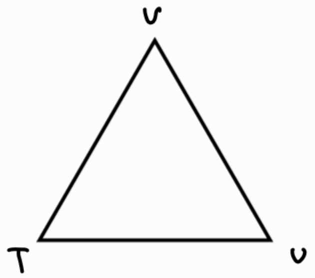
Tenemos nombres especiales para algunos polígonos basados en su número de lados.

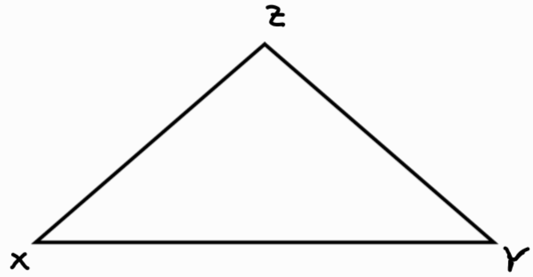
Problems

10.12)

(a)







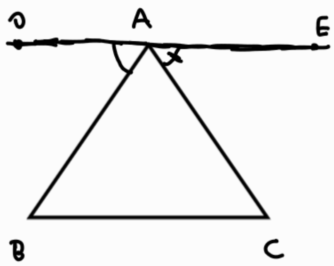
$\angle A = 90°$
$\angle B = 60°$
$\angle C = 30°$

$\angle T = 60°$
$\angle U = 60°$
$\angle V = 60°$

$\angle X = 40°$
$\angle Y = 35°$
$\angle Z = 105°$

(b) En cada triángulo, la suma de sus ángulos es 180°.

10.13)



queremos probar que

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$

Tenemos que

$$\angle DAB = \angle ABC$$
$$\angle EAC = \angle BCA.$$

$$\angle DAB + \angle CAB + \angle EAC = 180^\circ$$

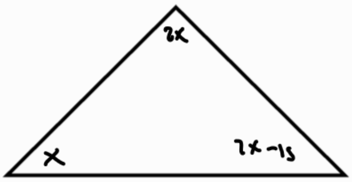
Sustituyendo, nos queda:

$$\angle ABC + \angle CAB + \angle BCA = 180^\circ.$$

Importante: con 10.13, probamos que los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°.

10.14)

$2x$, x, $2x-15$



$$x + 2x + 2x - 15 = 180^\circ$$

$$5x = 195^\circ$$

$$x = \frac{195^\circ}{5} = 39$$

$$(39^\circ, 78^\circ, 63^\circ)$$

10.15)

Importante:
- Si un triangulo tiene un ángulo recto es un triángulo rectángulo.
- Si un triángulo tiene un ángulo obtuso se llama triángulo obtuso.
- Si un triángulo tiene los 3 ángulos agudos se llama triángulo agudo.

(a) No, porque si dos ángulos miden 90° o más, su suma será mayor a 180°. El tercer ángulo no puede ser negativo.

(b) Porque tenemos $90^\circ + a + b = 180^\circ$

$$a + b = 90^\circ.$$

(c)

$$(x + x) + 2x = 180^\circ$$

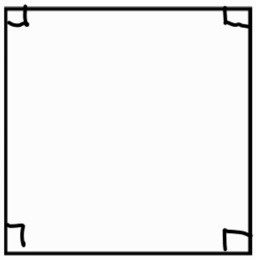
$$2x + 2x = 180^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

Por lo que $2x = 90^\circ$. Siempre será un triángulo rectángulo.

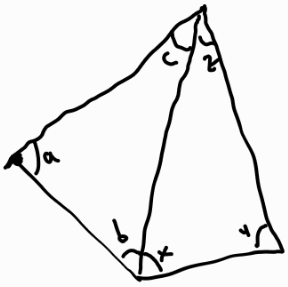
10.16)

a)



$4(90^\circ) = 360^\circ$

Conjeturamos que todos los cuadriláteros tienen una suma de sus ángulos internos de 360°.



Siempre que tengamos un cuadrilatero podemos trazar una diagonal para formar dos triángulos.

$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$

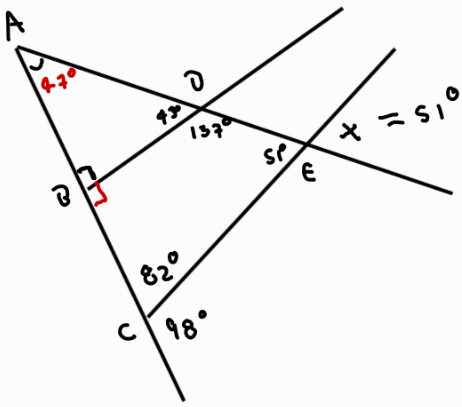
$\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$

El cuadrilatero tiene una suma de sus ángulos internos de $\angle a + \angle b + \angle c + \angle x + \angle y + \angle z = 360^\circ$.

Importante: los cuadrilateros tienen una suma de sus ángulos internos de 360°.

10.17)

$180^\circ - 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ$

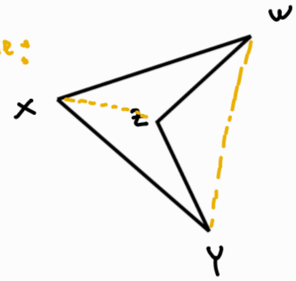


$180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$

$180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$

$360^\circ - 90^\circ - 137^\circ - 82^\circ = 51^\circ$

Importante:



WXYZ también es un cuadrilátero.

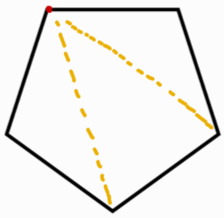
Ya que una de sus diagonales se encuentra fuera del polígono, decimos que es un cuadrilátero concavo.

Si ambas diagonales se encuentran dentro del cuadrilátero, es un cuadrilátero convexo.

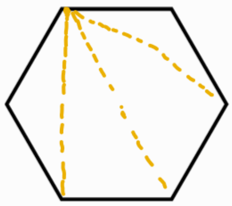
10.18)

(a)

Pentágono



Hexágono.



1) Cada vértice en un pentágono tiene 2 vértices no adyacentes. Trazando las dos diagonales desde el mismo vértice vemos que podemos dividir un pentágono en 3 triángulos.

Por lo tanto la suma de los ángulos internos es $3(180°) = 540°$.

2) El mismo proceso se aplica para un hexágono, por lo que ahora tenemos 4 triángulos: $4(180°) = 720°$

(b) En general, para un polígono de n lados, de cada vertice se podrán trazar $n-3$ diagonales. Para n diagonales se forman $n+1$ triángulos, por lo que, en general un polígono de n lados se divide en $n-2$ triángulos.

$$180(n-2).$$

c) Un polígono regular es un polígono en el que todos los lados tienen la misma longitud y todos los ángulos la misma medida.

Un polígono de n lados tiene n ángulos y una suma de ángulos internos de:

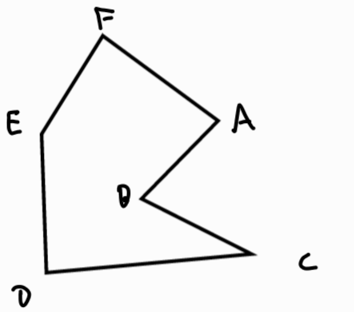
$$180(n-2).$$

Por lo que cada ángulo tiene una medida de $\frac{180(n-2)}{n}$.

Importante: La suma de los ángulos internos de un polígono de n lados es $180(n-2)$ grados.

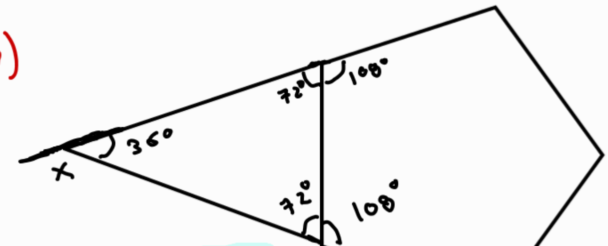
Así como existen cuadriláteros concavos y convexos. Un polígono concavo es aquel en el que al menos una diagonal está fuera del polígono. Un polígono en el que todas las diagonales estén dentro del polígono se le llama polígono convexo.

Los ángulos interiores de un polígono concavo de n lados también cumple la formula general $(180(n-2))$.



Polígono concavo.

(10.19)



$180° - 36° = \boxed{144°}$

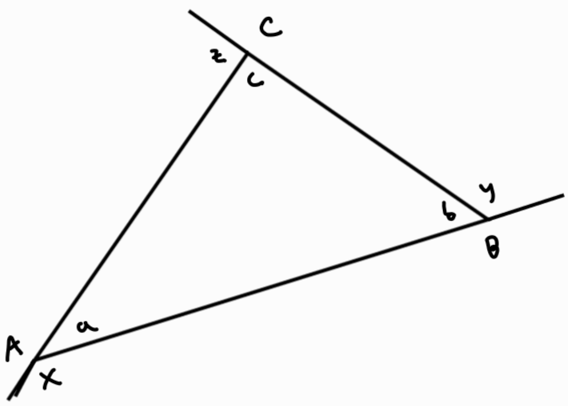
$$\frac{\cancel{180}^{36}(5-2)}{\cancel{5}_1} = 36 \cdot 3 = 108°$$

$180° - 108° = 72°$

$72 + 72 = 144°$

$180° - 144° = 36°$

(10.20)



Cuando extendemos los lados más allá del vértice, formamos ángulos exteriores.

(a) $a+b+c = 180°$

(b) $a+x = 180°$

(c) $x+y+z$

$a + x + b + y + c + z = 540°$

(d) Si hacemos un recorrido a pie por el lado del triángulo giramos

Primero y grados, z grados y x grados. Al final los 3 giros nos han dado toda la vuelta (360°). Por lo tanto $x+y+z = 360°$.

$180° + x+y+z = 540°$

$x+y+z = 360°$

Ejercicios

10.3.1)

$\angle B = 180 - 47 - 72 = 61°$

$\angle ABD = 180° - 61° = \boxed{119°}$

10.3.2)

$x + 4x + 5x = 180°$

$x = \boxed{18°}$

10.3.3)

$\frac{180(n-2)}{n} = \frac{\cancel{180}^{9}(\cancel{18})}{\cancel{20}_{1}} = \boxed{162°}$

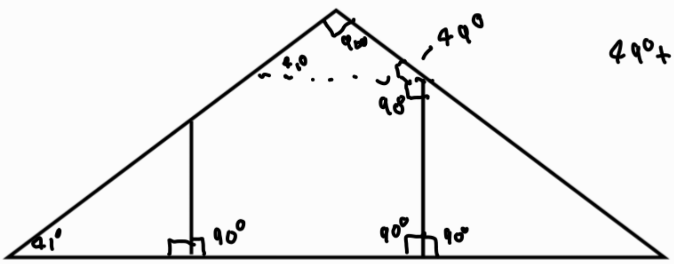
10.3.4)

$\frac{\cancel{180}^{60}(\cancel{4}^{2})}{\cancel{6}_{3,1}} = 120°$

$120° + 90° = 210°$

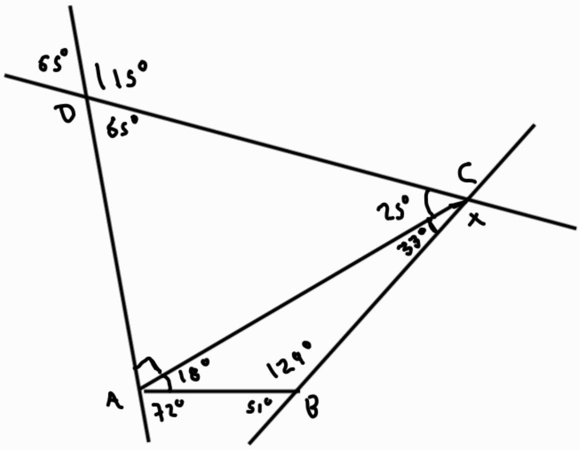
$\boxed{150°}$

10.3.5)



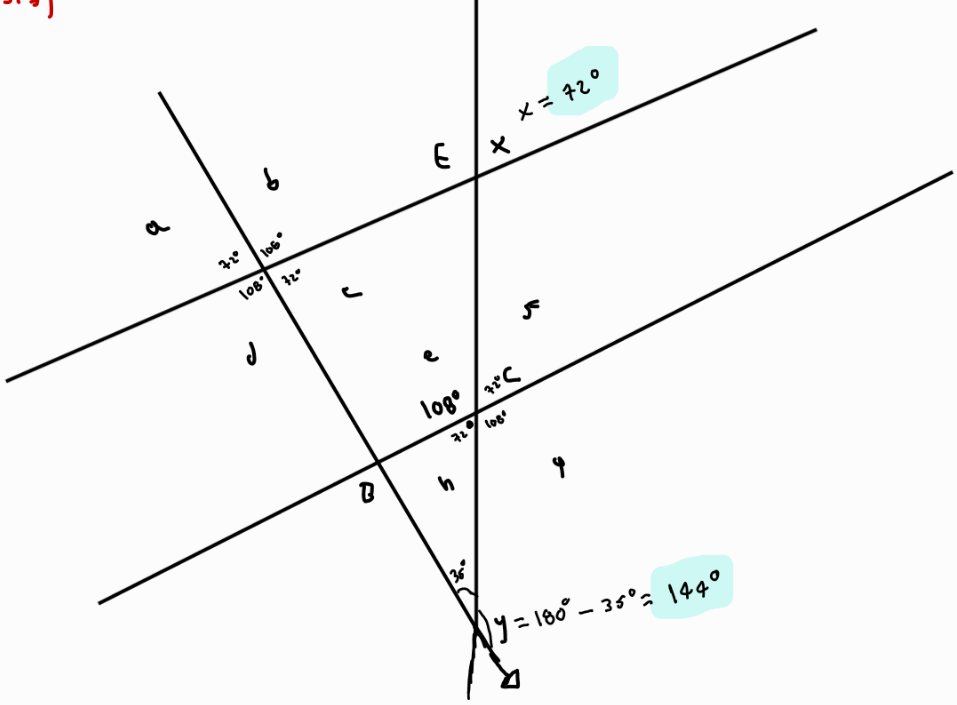
$49° + 90° = \boxed{139°}$

10.3.6)



$180° - 58° = \boxed{122°}$

10.3.7)



10.3.8) Un pentágono tiene 5 ángulos y una suma total de $180(3) = 540°$.

Ya que un reflex angle es $> 180°$, 3 serían $180(3) > 540°$, ya que los otros dos ángulos no pueden ser negativos, es imposible.

10.3.9) La suma de los ángulos interiores-exteriores es $180°$. En un polígono de n lados hay n parejas, para una suma de $180n$. La suma de los ángulos interiores es $180(n-2)$. Es decir que la suma de los exteriores es:

$$180n - 180(n-2) = 180(n-(n-2))$$
$$= 180(2) = 360°$$