

S.4.9) $\frac{3+x}{21+x} = \frac{3}{5}$. X es el número de juegos ganados seguido después de los primeros 21 juegos.

$$5(3+x) = 3(21+x)$$

$$15+5x = 63+3x$$

$$2x = 48$$

$$x = 24$$

S.5 Desigualdades

Si sabemos que una expresión es más grande que la otra, escribimos una desigualdad:

$$2+7 > 5 \quad (\text{mayor que})$$

$$5 < 2+7 \quad (\text{menor que})$$

Las anteriores son desigualdades estrictas, ya que un lado debe ser mayor que otro.

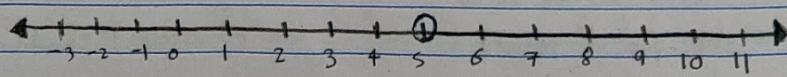
Las desigualdades no estrictas permiten que un lado sea mayor o igual:

$$2+7 \geq 9$$

o menor o igual:

$$2+7 \leq 9$$

Podemos representar los valores de x que satisfacen una desigualdad en la recta numérica:



$$x > 5$$

Un círculo abierto simboliza que la desigualdad es estricta,
uno cerrado que es no-estricta.

Problemas (personal)

S.26)

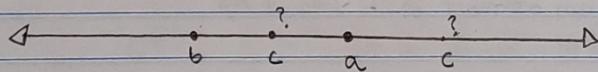
- (a) Manute > Michael Manute > Mugsy.
Michael > Mugsy. Sí, por transitividad.

Ya que Manute es más alta que Michael, es a su vez más alta que todas las personas más pequeñas que Michael.

- (b) Lo mismo que (a). Ya que a es más grande que b, a es a su vez más grande que todo lo menor a b.

Def. $a > b > c$ (cadena de desigualdades).

- (c) $a > b$ y $b < c$.



No sabemos nada sobre la relación entre a y c,
Porque c puede estar entre b y a o ser mayor que a.

S.27)

- (a) $B > W$. Si ganan 100 millones cada uno nos queda

$B + 100 > W + 100$. La desigualdad se conserva
porque ambos números se desplazan

Lo mismo sucede si se
resta, por el mismo
motivo.

la misma distancia (en la misma
dirección) en la recta numérica.

(b) $x > y$. $x+s > y+s$ y $x-s > y-s$. Si cumple porque las dos cantidades se mueven igual, y la diferencia se conserva.

Imp. Si $x > y$, entonces $x+a > y+a$ para cualquier número a . Lo mismo sucede con las desigualdades estrictas.

(c) $x > y$ y $a > b$. $x+a > y+b$.

Si sumo a x un número a mayor que b , x se va a desplazar a unidades. Si sumo a y el número b , se va a desplazar b unidades.

y se desplaza menos positivamente que x , y ya que x es mayor a y , siempre será el caso que $x+a > y+b$.

Prueba. Sabemos que $x+a > y+a$.
Tenemos que $a > b$:

$$a > b \quad (\text{Ahora sumo } y \text{ a ambos lados})$$

$$y+a > y+b.$$

Por el resultado anterior se que $x+a > y+a$, por transitividad $x+a > y+b$.

(d) $7 > 5$ y $3 > 2$, y $7+2 > 5+3$. Siempre se cumple que $x+b > y+a$ si $x > y$ y $b > a$?

No, depende de las cantidades.

Por ejemplo, si tenemos $5 > 3$ y $4 > 1$.

$$5+1 > 3+4$$

$$6 > 7. \quad \underline{\text{No es cierto.}}$$

S.28) Supongamos que $x > y$:

(a) $3x > 3y$? sí.

Anteriormente vimos que $x + a > y + b$ si $x > y$, $y a > b$

Aquí sumamos $2x$ a $x + y$. $2y$ a y : ($2x > 2y$)
 $x + 2x > y + 2y$.
 $3x > 3y$.

(b) $\frac{2}{3}x > \frac{2}{3}y$?

No podemos usar el proceso anterior. Algo que sabemos sobre productos es que la multiplicación de dos números positivos es positiva.

$\frac{2}{3}$ es positivo. Ahora tomemos $x > y$ y restemos y de ambos lados:

$$x - y > 0.$$

$$\frac{2}{3}(x - y) > 0$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y > 0 \quad (\text{sumamos } \frac{2}{3}y \text{ a cada lado})$$
$$\frac{2}{3}x > \frac{2}{3}y. \quad \underline{\text{sí}}.$$

(c) $ax > ay$ para cualquier positivo a ?

Si a es positivo, todo positivo $\cdot a$ es positivo.

$$x - y > 0$$

$$a(x - y) > 0$$

$$ax > ay. \quad \underline{\text{sí}}$$

Imp.

Si $x > y$ y $a > 0$, $ax > ay$.

S.29) Supongamos que $x > y$

(a) $-2x < -2y$.

$x > y$. Multiplicamos ambos lados por 2.

$2x > 2y$. Restamos $2y$ de ambos lados.

$$2x - 2y > 2y - 2y$$

$$2x - 2y > 0$$

$$2x - 2y - 2x > -2x$$

$$-2y > -2x, \text{ o } -2x < -2y.$$

Si $x > y$, $-2x < -2y$.

(b) Si $b < 0$, es más grande bx o by ?

$$x > y$$

$$x - y > y - y$$

$$x - y > 0$$

$b(x - y) < 0$ (Negativo por positivo es negativo)

$$bx - by < 0$$

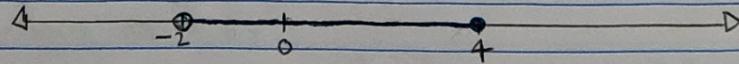
$bx < by$. by es más grande.

Imp. Si se multiplica una desigualdad por un negativo, se invierte el sentido.

Si $x > y$ y $a < 0$, tenemos que $ax < ay$.

S.30)

(a) $-2 < r \leq 4$. los números mayor a -2 y menores o igual a 4 .



$$(b) 2x + 7 < -3$$

$$2x < -10$$

$$x < -5$$



$$(c) 3(s-2y) \geq 2y - 9$$

$$15 - 6y \geq 2y - 9$$

$$24 \geq 8y$$

$$3 \geq y$$



S.31)

$$80 + 1h$$

$$20 + 4h$$

$$80 + 1h < 20 + 4h$$

$$60 < 3h$$

$$20 < h$$

El Servicio de DonTalkMuch es mejor si hablo más de 20 horas al mes.

S.32)

$$308 + d > 532 - 4d$$

$$5d > 224$$

$$d > \frac{224}{5}$$

Al drar 45.

$$d > \frac{220}{5} + \frac{4}{5}$$

$$d > 44\frac{4}{5}$$

$$308 + 45 = \underline{\underline{353}}$$

Ejercicios.

S.S.1 No, $x > z$.

S.S.2 (a) $7 \geq t > 4$



(b) $|3x - 4| \leq 2x - 37$

$$x \leq 4$$



$$(c) 14 - 7y < 4 - 2y$$

$$10 < 5y$$

$$2 < y$$

1
2

S.S.3

$$\frac{x}{2} > x + 6$$

$$x > 2x + 12$$

$$-12 > x$$

Todos los números menores a -12.

S.S.4

$$(a) \boxed{\frac{1}{2}} \circ \frac{1}{3}$$

$$(b) \boxed{\frac{1}{5}} \circ \frac{1}{8}$$

$$(c) \frac{1}{12} \circ \boxed{\frac{1}{15}}$$

$$2 \circ \boxed{3}$$

$$(d) a > b \quad \frac{1}{a} \circ \boxed{\frac{1}{b}}$$

(e)

$$a > 0, b > 0$$

$$y \quad a > b \quad \frac{1}{a} \circ \boxed{\frac{1}{b}}$$

$$a > b$$

$$1 < \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$$

$$(f) a > 0, y \quad b < 0, y \quad a > b. \quad \boxed{\frac{1}{a}} \circ \frac{1}{b} ?$$

El reciproco de un positivo es positivo y positivo y el reciproco de un negativo es negativo. Todo positivo es mayor a todo negativo.

S.S.5 x y y positivos. $x > y$. $x^2 > y^2$.

Primero probamos que si $x > y$ y $a > b$, con x, y, a, b positivos, entonces $ax > by$.

$$a > b \quad x > y$$

$$ay > by. \quad ax > ay$$

Por transitividad $ax > by$. Ahora, podemos multiplicar $x > y$.

$x \cdot x > y \cdot y$ y la desigualdad se conserva. $x^2 > y^2$.

$$S.S.6) \quad S + 3w \geq 2(7 + 1w)$$

$$S + 3w \geq 14 + 2w$$

$$w \geq 9.$$

Comenzamos en el final de la 3 seman por lo tanto 9 es el final de la semana 12.

Desafíos

S.56

$$\frac{6\frac{1}{4}}{2\frac{1}{2}} = \frac{1\frac{1}{2}}{x} \quad x = \frac{(1+\frac{1}{2})(2+\frac{1}{2})}{6\frac{1}{4}}$$

$$x = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}}{\frac{25}{4}} = \frac{\frac{3 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 25}}{5} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

S.57

$$\frac{1}{n} \geq 6$$

$$1 \geq 6n \quad (\text{Asumiendo } n \text{ positivo})$$

$$\frac{1}{6} \geq n$$

$$0 < n \leq \frac{1}{6}$$

Los valores positivos menores o iguales a $\frac{1}{6}$.

S.58

$$\frac{1+x}{10+x} = \frac{2}{3} \quad 3+3x = 20+2x$$

$$x = \boxed{17}$$

S.59

X: Número favorito

$$X = -385 + 10x + 7$$

$$378 = 9x$$

$$42 = X$$

$$378 \overline{)9}^{+2}$$

$$\overline{7} \overline{0} \overline{18}$$

$$427 - 42 = 385$$