

1.63) $1+2+3+\dots+59+60+61$

$1+61=62$
 $2+60=62$
 \vdots
 $30+32=62$
 $1860+31=1891$

Cuántas parejas hay?
 30 parejas y el de la mitad (31).

Una fórmula general es:
 $\frac{n}{2} \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \frac{61(62)}{2} = 61 \times 31 =$

$\frac{n(n+1)}{2}$

Siempre tanto para como impares, en el caso impar tenemos:

de parejas = $\frac{n-1}{2}$, cada pareja suma $n+1$, tenemos:

$\frac{n-1}{2} \cdot (n+1) + \frac{n+1}{2}$ # de la mitad sin pareja

$\frac{1}{2}((n-1)(n+1) + n+1) = \frac{n+1}{2}((n-1)+1) = \frac{n+1}{2}(n) = \frac{n(n+1)}{2}$

1.65)

$-100 + (-99) + (-98) + \dots + 96 + 97 + 98$

$= -100 - 99 = -(100+99) = -199$

1.66)

$(-34) + (-33) + (-32) + \dots + (-1)$

$= -(1+3+5+\dots+35+37+39)$

hay 20 números, juntos en 10 parejas

$= -(1+39) + (3+37) + \dots + (19+31)$

$= -(40 \cdot 10) = -400$

1.67)

$100-98+96-94+92-90+\dots+8-6+4-2$

$= (100-98) + (96-94) + (92-90) + (8-6) + (4-2)$

cada pareja suma 2, hay 25 parejas...

$2 \times 25 = 50$

1.68)

$(40+(-10))(36+(-9))(32+(-8))\dots(-22+8)$

$\cdot (-36+9)(-40+10)$

Como en cada factor se resta 4 y suma 4, cada número en la secuencia es $n-3$.

$= (30) \cdot (27) \cdot (24) \dots (-24) \cdot (-27) \cdot (-30)$

$= 0$, ya que el 11° término es 0.

1.69)

$23 \cdot x = 2323$

$x = 101$

1.70)

$37,037 \cdot 6 = 222,222$

$37,037 \cdot 27 = ?$

$37,037 \cdot 3 = 111,111$

$111,111 \cdot 9 = 999,999$

1.71) a)

$a @ b = 2a + 2b$

$b @ a = 2b + 2a$

y por conmutatividad $2a+2b = 2b+2a$, por tanto $a @ b = b @ a$

b)

$(a @ b) @ c = (2a+2b) @ c = 2(2a+2b) + 2c = 4a+4b+2c$

$a @ (b @ c) = a @ (2b+2c) = 2a+2(2b+2c) = 2a+4b+4c$

$4a+4b+2c \neq 2a+4b+4c$

y por lo tanto @ NO es asociativa.

1.64) $5+10+15+\dots+90+95+100$

$= 5 \cdot (1+2+3+\dots+18+19+20)$

$= 5 \cdot 210 = 1050$

$\frac{20(21)}{2} = 210$

1.72) $a \# b = a$

a) $(a \# b) \# c = a \# c = a$

$a \# (b \# c) = a \# b = a$

En ambos casos tengo la misma respuesta, porque siempre elijo el que quede a la izquierda.

b) $a \# b = a$
 $b \# a = b$ $a \neq b$

1.73) $(a+b)(x+y) = ax+ay+bx+by$

Por propiedad distributiva tenemos

$(a+b)(x+y) = ax+bx+ay+by$
 $= ax+ay+bx+by$

1.74)

$(a-(b-c)) - ((a-b)-c)$

$a-b+c = (a-b-c)$

$a-b+c = a-b+c = 2c$

1.75)

$999 \dots 99 \times 444 \dots 44 = 1000 \dots 000$

$(100 \dots 00 - 1) \times 444 \dots 44 = 444 \dots 44$

$444 \dots 44 \times 999 \dots 99 = 444 \dots 44 \times (1000 \dots 000 - 1) = 444 \dots 44 \times 1000 \dots 000 - 444 \dots 44$

$444 \dots 44 \times 1000 \dots 000 = 444 \dots 44000 \dots 000$

$444 \dots 44000 \dots 000 - 444 \dots 44 = 444 \dots 43555 \dots 56$

$444 \dots 43555 \dots 56 \times 9 = 3996 \dots 51000 \dots 000$

$3996 \dots 51000 \dots 000 + 6 = 3996 \dots 51000 \dots 006$

$934 + 934 + 934 = 2796$

$93(9) + 9 = 837$

$9(934) = 8406$

1.76) $a \oplus b = a + ab + b$

a) $-a \oplus b = a + ab + b$

$-b \oplus a = b + ba + a$

$a+ab+b = b+ba+a$, por lo tanto

\oplus es conmutativa

b) $-a \oplus (b \oplus c) = a \oplus b + bc + c = a + a(b+bc) + b+bc+c$

$-(a \oplus b) \oplus c = -a+ab+b \oplus c = -a+ab+b+c$

$= a+ab+bc+c$
 $= a+ab+b+c$

ya que $(a+ab+ab+bc+c) = a+ab+b+ba+bc+c$

$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$

y \oplus es asociativa.

c) What number is the identity of \oplus ?

En otras palabras, que números cumplen para todo I:

$I \oplus N = I$

$I \oplus N = I + IN + N$

para que $I + IN + N = I$, $N = 0$,

por lo tanto, la identidad de \oplus es 0.

d) $x \oplus 1 = 0$

$x + x + 1 = 0$ el inverso de 1 con respecto a \oplus es $-\frac{1}{2}$.

$2x = -1$
 $x = -\frac{1}{2}$