

Todo entero compuesto es el producto de dos enteros más pequeños.

La factorización de primos se escribe usualmente usando potencias de primos.

$$12 = 2^2 \cdot 3^1$$

Para hallar los factores primos de números grandes usualmente utilizamos el árbol de factores:

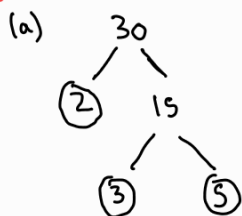


Los enteros encerrados son primos,
por lo que no existen ramas
más abajo de ellos.

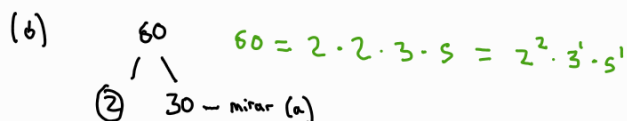
$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^1$$

Problemas (individual)

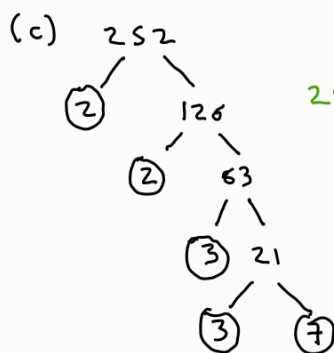
3.20)



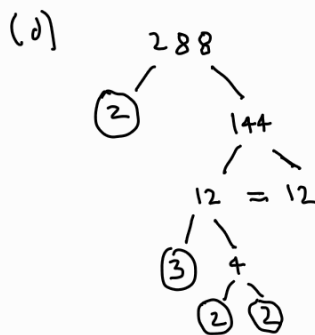
$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$



$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

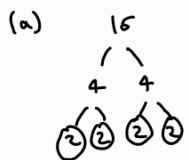


$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^1$$



$$288 = 2^5 \cdot 3^2$$

3.21)



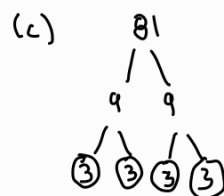
$$16 = 2^4$$

$$= (2^2)^2$$



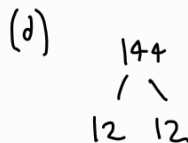
$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$= (2 \cdot 3)^2$$



$$81 = 3^4$$

$$= (3^2)^2$$



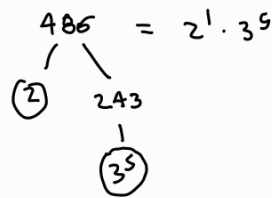
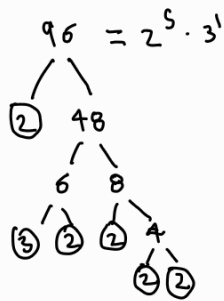
$$144 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 2^2 \cdot 3^1$$

$$= 2^4 \cdot 3^2$$

$$= (2^2 \cdot 3)^2$$

Idea: Un entero es cuadrado perfecto si en su factorización los exponentes son todos pares.

3.22) $96 \cdot 486$



$$96 \cdot 486 = 2^6 \cdot 3^6 = (2^3 \cdot 3^3)^2 = 216^2$$

3.23)

a. $b = 16000$

$$16000 = 16 \cdot 1000$$

$$= 2^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$= 2^7 \cdot 5^3$$

$$128 + 125$$

$$128 + 125 = 253$$

3.24)

(a) $N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29$

$N+1$ debe tener un primo no en esta lista porque el siempre que quite un número para agregar otro, el nuevo número será mayor a $N+1$. Por lo tanto, $N+1$ debe consistir de una factorización con primos distintos a los listados.

(b) $N = 1 \cdot 2 \dots \cdot 99 \cdot 100$

$N+1$ aplica la misma lógica que (a).

(c) Siempre que tengamos

$$N = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot M.$$

Para obtener $N+1$, se necesitará de un primo que no está en la lista $(P > M)$. ese proceso se puede repetir con números arbitrariamente grandes.

Teorema Fundamental de la aritmética: Todo entero positivo tiene una factorización prima única.

• Hay números primos infinitos?

Consideremos N , el producto de los 10 primeros primos.

$$N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29.$$

Ahora, pensemos en $N+1$

$$N+1 = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29) + 1$$

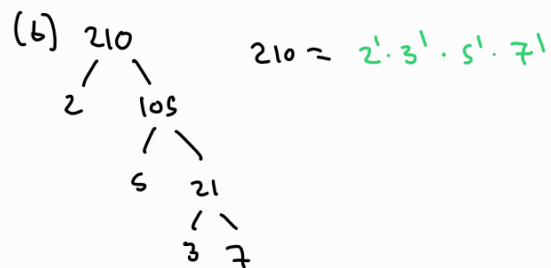
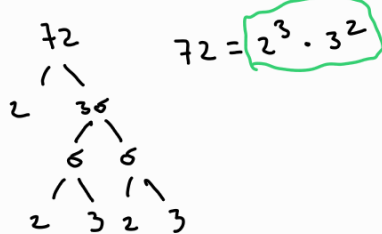
- 1) $N+1$ es 1 más que un número par, \therefore NO es divisible entre 2.
- 2) $N+1$ es 1 más que un múltiplo de 3, \therefore NO es divisible entre 3.
- 3) $N+1$ es 1 más que un múltiplo de 5, \therefore NO es divisible entre 5.
- \vdots \vdots \vdots \vdots

Así sucesivamente para todos los factores primos.

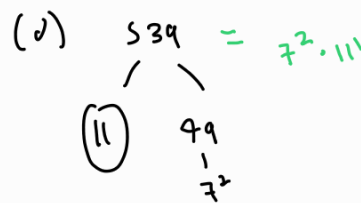
Idea: $N+1$, donde N es el producto de los primeros M primos, debe tener primos en su factorización que son todos diferentes y mayores a M . Nunca podemos tener una lista completa de primos porque su producto + 1 siempre tendrá primos que son mayores a los de nuestra lista, **Hay primos infinitos.**

Ejercicios

3.4.1) (a)



(c) $243 = 3^5$



(e) $5525 = (5500 + 25) \div 5$
 $(1100 + 5) \div 5$

$220 + 1 = 221$
 $\begin{matrix} 13 & 17 \end{matrix}$

$5^2 \cdot 13^1 \cdot 17^1$

(f) 26136

$(26000 + 136) \div 2^3$
 $(26 \cdot 5^3 \cdot 2^2 + 136) \div 2^3$
 $26 \cdot 5^3 + 17 = 3267$

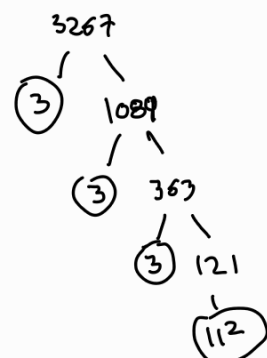
$26136 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11^2$

3.4.2) $6,886 = (2) \cdot 3443$

$= 2 \cdot (11 \cdot 313)$
 $= 2 \cdot 11 \cdot (313)$

$2^1 \cdot 11^1 \cdot 313^1$

313



3.4.3)

$$2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 54 \cdot 000$$

$$54 \cdot 000 = 54 \cdot 1000 = 54 \cdot (2^3 \cdot 5^3) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot (2 \cdot 5) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3$$

$$x + y + z = 10$$

3.4.4)

(a) 2, 3, 5, 7.

$$(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 100 \cdot 49 \cdot 9$$

$$= 44100$$

(b) Soría 0.

3.4.5)

$$A \cdot B = 504$$

$$A = 6n$$

$$36(mn) = 504$$

$$B = 6m$$

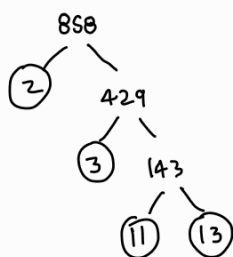
$$mn = 14$$

$$6 \cdot 7 = 42$$

$$7, 2$$

3.4.6)

$$858 = a \cdot b$$



$$858 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1$$

$$(11 \cdot 2)(13 \cdot 3) \mid (13 \cdot 3 \cdot 2)(11)$$

$$78 + 11 = 89$$

3.4.7)

Para que un número sea cubo perfecto, los primos en su Factorización deben todos ser múltiplos de 3.

3.4.8)

$$(a) 40!$$

$$5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$$

$$5^1 \ 5^1 \ 5^1 \ 5^1 \ 5^2 \ 5^1 \ 5^1 \ 5^1$$

$$5^9$$

(b) **Idea:** Si un número termina en 0's, estos se llaman 0's terminales.

40! ? para que haya 0 terminales se debe multiplicar por 10^n .

Sabemos que hay 5^9 . Cuántos 2's hay?

$2, 2^2, 2, 2^3, 2, 2^2, \dots$ sabemos que hay más de nueve 2's.

\therefore se está multiplicando por $(5^9 \cdot 2^9)$. Hay **9** ceros.