

15.36) $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

- Comenzando con 2

$$1 \times 3 \times 2 = 6$$

- Comenzando con 4

$$1 \times 3 \times 2 = 6$$

- Comenzando con 5

$$1 \times 3 \times 2 = 6$$

Listando todos, los que comienzan con 5
van del 13 al 18

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 2 & 4 & 7 & , & 5 & 2 & 4 & , & 5 & 4 & 2 & 7 & , & 5 & 4 & 7 & 2 & , & 5 & 7 & 2 & 4 \\ & 13 & & & & & 14 & & & & 15 & & & & 16 & & & & & 17 \end{array}$$

15.37)

Total	power	remaining	
1	$\times/2$	$\times/2$	(1)
$\times/2$	$\times/3$	$\times/3$	(2)
$\times/3$	$\times/4$	$\times/4$	(3)
$\times/4$			\vdots

After 8 pairings there will be $\frac{1}{8}$ remaining

15.38)

$9 \times 9 = 81$, pero estoy contando todas las parejas dos veces, excepto

$$(1 \times 1) (2 \times 2) \dots (9 \times 9). \quad 81 - 9 = 72.$$

$$\frac{72}{2} = 36$$

Hay $36 + 9 = 45$ parejas distintas.

Para 1: 1, 2, 3, ~~4~~, 5, ~~6~~, 7, ~~8~~, ~~9~~

Para 2: 4, 6, 8, 10, ~~12~~, 14, ~~16~~, ~~18~~

Para 3: 9, 12, 15, 18, 21, ~~24~~, 27

Para 4: 16, 20, 24, 28, 32, ~~36~~

Para 5: 25, 30, 35, 40, 45

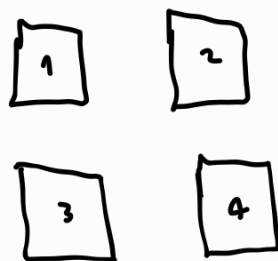
Para 6: 36, 42, 48, 54

Para 7: 49, 56, 63

Para 8: 64, 72

$$45 - 9 = 36$$

15.39)



Arriba o a la derecha de un gris no puede haber un blanco.

- Si 3 es gris, todos deben ser grises (1)

- Si 3 es blanco y 1 gris.

2 debe ser gris y 4 puede ser gris o blanco (2)

$$1 + 2 + 2 + 1 = 6$$

- Si 3 es blanco y 1 es blanco:

Si 4 es gris, 2 es gris. (1)

Si 4 es blanco, 2 puede ser gris o blanco (2).

15.40) 1. Hasta 200.

1-2 - 4 - 5 - 6 - 12 - 24 - 25 - 50 - 100 - 200 10

1-2 - 3 - 6 - 12 - 24 - 25 - 50 - 100 - 200 9

15.41)

$$a \cdot b \cdot c = 40$$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$1 + 2 + 1 + 2 = 6$$

Si mayor es 20

$$20 \cdot 2 \cdot 1$$

Si mayor es 10

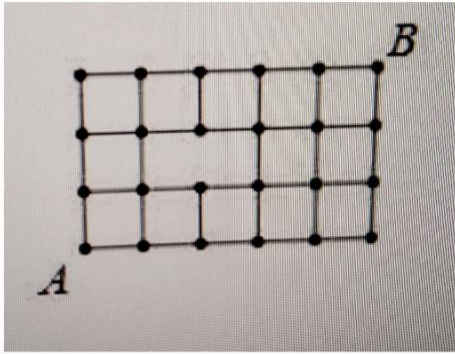
$$10 \cdot 4 \cdot 1, 10 \cdot 2 \cdot 2$$

Si mayor es 8

$$8 \cdot 5 \cdot 1$$

Si mayor es 5

(S.42)



Todos los caminos que solo se mueven arriba o a la derecha se desplazan 8 unidades.

- Subiendo 3 primero: 1
- Subiendo 2 primero y a la Izquierda: 5
- Subiendo 1 y a la Izquierda:

$$5 + 3 + 2 + 1 = 11$$
- A la Izquierda 1 y arriba 1:

$$11$$
- A la Izquierda 2 y arriba 1:

$$6$$

- A la Izquierda 3 y arriba 1:

$$6$$
- A la Izquierda 4 y arriba 1:

$$7$$

- Por la esquina:

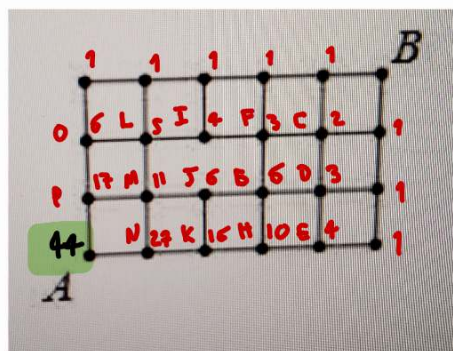
$$1$$

$$1 + 5 + 11 + 11 + 6 + 6 + 3 + 1$$

44

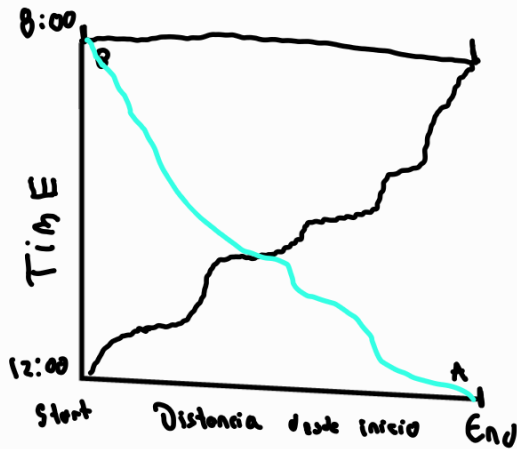
Otra solución...

Trabajamos al revés desde los puntos más cercanos a B, determinando cuantos caminos posibles hay.



1s. 43)

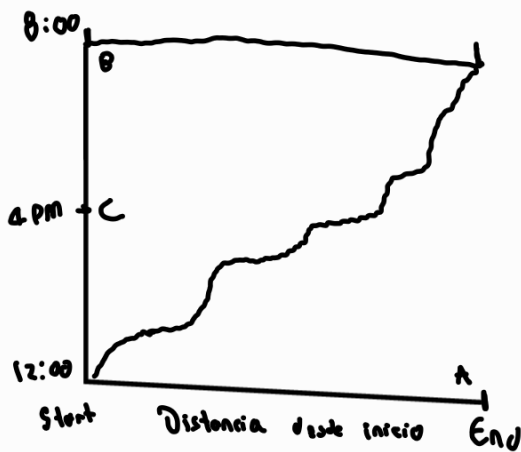
(a)



Para ir de A hasta B,
es evidente que las líneas
se van a cruzar por el
camino.

Otra manera de pensar este
problema es imaginar que un
clon de Marco sale a
lo mismo ahora en ambas
direcciones. Los dos se tendrán
que cruzar en algún punto.

(b)



SÍ, va a existir un punto
en el que estén en el mismo lugar
al mismo tiempo.

1s. 44)

Cada equipo tiene 3 jugadores.

Cada jugador está en 2 equipos.

Ningún jugador coincide con otro en dos equipos diferentes.

Equipo A

1 2 3

Equipo B

1 4 5

Equipo C

2 4 6

Equipo D

3 5 6

6 jugadores

(S. 45)

7^{2011}

Solo necesitamos los últimos dos dígitos para determinar los siguientes dos últimos dígitos.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 07 \\ \times 7 \\ \hline 9 \end{array}$$

Los dos últimos dígitos de 7^{2011} son 4 y 3

Exponent	tons	units
1	0	7
2	4	9
3	4	3
4	0	1
5	0	7
6	4	4
7	⋮	⋮
8	⋮	⋮
9		
10		

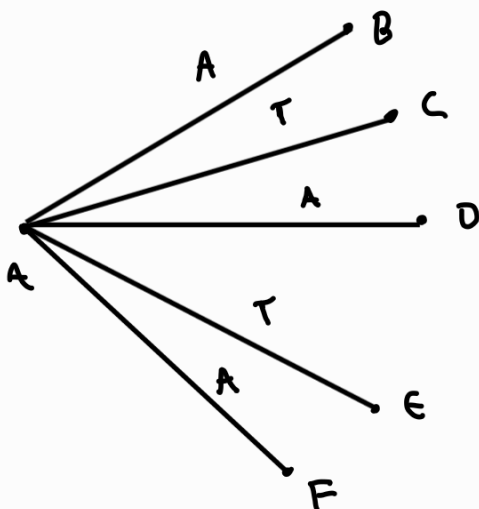
Se repite en grupos de 4.

$$\begin{array}{r} 502 \\ 2011 \overline{) 4} \\ \underline{20} \\ 011 \\ \underline{8} \\ 3 \end{array} \rightarrow \text{residuo.}$$

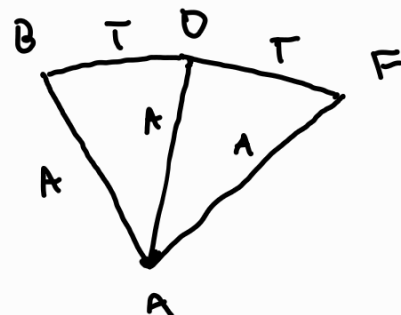
43

+ (S. 46)

Para cada ciudad, trozando las rutas a las demás ciudades deben haber mínimo 3 rutas por un mismo modo de transporte.



Ahora puedo tomar los lados de los segmentos con aviones y me quedan 2 triángulos:



Como dos lados de cada triángulo son iguales, el tercero tendrá que ser diferente.

Ahora, BF debe estar conecte

por tren o avión. Si se conecta por Tren, el trío BDF está conectada todo por tren. Si se conecta por avión, el trío ABF está conectada todo por avión.

Sin importar la elección de conexiones, siempre va a existir un trío de ciudades con las mismas conexiones entre si.

15.47)

Yo que la suma empieza con M, la suma de dos números de 4 dígitos debe ser menor que 20000, por lo tanto el primer dígito (M) es un 1.

$$M=1$$

$$S=8,9$$

$$O=0,1$$

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + 10 \text{ R E} \\ \hline 10 \text{ N E Y} \end{array}$$

1) si $S=8, O=0$.

$$\begin{array}{r} 8 \text{ E N D} \\ + 10 \text{ R E} \\ \hline 10 \text{ N E Y} \end{array}$$

E debe ser 9 para prestar 1 al 8. $E=9$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ 9 N D} \\ + 10 \text{ R 9} \\ \hline 10 \text{ N 9 Y} \end{array}$$

N tendría que ser 0, lo cual no es posible.

$$2) M=1, S=9$$

0 puede ser 0 o 1.

$$\begin{array}{r} 9 \text{ E N D} \\ + 1 \text{ O R G} \\ \hline 1 \text{ O N E Y} \end{array}$$

1 está ocupado, por lo tanto $0 = 0, M=1, S=9$

quedan disponibles

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

$$\begin{array}{r} 9 \text{ E N D} \\ + 1 \text{ O R G} \\ \hline 1 \text{ O N E Y} \end{array}$$

$$E+1 = N$$

E no puede ser 8.

si $E=2$, No

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 2 3 D} \\ + 1 \text{ 0 8 2} \\ \hline 1 \text{ 0 3 2 Y} \end{array}$$

$$D \geq 8$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 2 3 8} \\ + 1 \text{ 0 8 2} \\ \hline 1 \text{ 0 3 2 0} \end{array}$$

si $E=3$, No

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 3 4 D} \\ + 1 \text{ 0 8 3} \\ \hline 1 \text{ 0 4 3 Y} \end{array}$$

si $E=4$, No

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 4 5 D} \\ + 1 \text{ 0 8 4} \\ \hline 1 \text{ 0 5 4 Y} \end{array}$$

Si $E=5$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 5 6 7} \\ + 1 \text{ 0 8 5} \\ \hline 1 \text{ 0 6 5 2} \end{array}$$

$$Y=2$$

$$S=9$$

$$M=1$$

$$E=5$$

$$O=0$$

$$N=6$$

$$R=8$$

$$D = 7$$

$$Y = 2$$

15.48)

1-2

3-4

5-6

7-8

9-10

1 handshakes with everyone.

(1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (1,7) (1,8) (1,9) (1,10)

Hoy una persona que le dio la mano a todos, por lo tanto la que le dio la mano a nadie debe ser la pareja.

- La persona que le dio la mano a 7 le dio la mano a todos menos a la que dio 0.
- La que le dio la mano a 1 solo chocó manos con la que le dio la mano a todos. El que le dio la mano a 7 le dio la mano a todos menos a 0, por lo tanto 1 es la pareja de 7.
- 2 le dio la mano a 6 y 7 y nadie más.
- 6 dio la mano con todos menos 0 y 1, por lo tanto 2 y 6 son pareja.
- 3 le dio la mano a 8, 7 y 6.
- 5 le dio la mano a todos menos 0, 1 y 2. 5 y 3 son pareja.

- 4 le dio la mano a 8, 7, 6 y 5. Kyle
es la pelota de 4.

- Kyle dio la mano con 8, 7, 6 y 5. Por lo tanto
le dio la mano a 4 personas.

Otra solución...

Hacemos un dibujo.

