

Muchas Fracciones se pueden convertir en decimales pasando el denominador a una potencia de 10. Otras son más resistentes.

6.15)

(a) $\frac{1}{3}$, Podemos intentar convertir el denominador en un múltiplo de 10.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{10 \frac{1}{3}}{10} = \frac{10 \frac{1}{3}}{10} = \frac{3 \frac{1}{3}}{10}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3 \frac{1}{3}}{10}, \text{ por lo que } \frac{1}{3} \text{ está entre } \frac{3}{10} \text{ y } \frac{4}{10}, \text{ pero más cerca a } \frac{3}{10}.$$

$\frac{1}{3}$ se aproxima a 0.3

(b) Ahora escribimos el denominador con 100:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot \frac{100}{3}}{3 \cdot \frac{100}{3}} = \frac{100/3}{100} = \frac{33 \frac{1}{3}}{100}. \quad \frac{1}{3} \text{ está entre } 0.33 \text{ y } 0.34, \text{ más cercana a } 0.33.$$

(c) El patrón continúa: $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot \frac{1000}{3}}{1000} = \frac{333 \frac{1}{3}}{1000}$. $\frac{1}{3}$ se encuentra entre 0.333 y 0.334, más cercano a 0.333.

En general, $\frac{1}{3}$ siempre se escribirá de la forma:

$$\frac{1}{3} = \frac{\overbrace{33 \dots 33}^{n \text{ 3's}} \frac{1}{3}}{\underbrace{100 \dots 00}_{n \text{ 0's}}}$$

Por lo que $\frac{1}{3}$ siempre se encontrará entre $\frac{33 \dots 3}{10 \dots 0}$ y $\frac{33 \dots 4}{10 \dots 0}$,

redondeando a 0.33...3.

(d) Este patrón continúa por siempre, por lo que no podemos escribir $\frac{1}{3}$ como decimal finito:

$$\frac{1}{3} = 0.333 \dots$$

Importante: $0.333\dots$ es un decimal periódico infinito, opuesto a los decimales que terminan, o finitos.

$$\frac{1}{3} = 0.333\dots = 0.\overline{3}$$

Problemas (Personal)

5.16)

$$(a) \quad \frac{5}{9} = 0.\overline{5}$$

$$(b) \quad \frac{37}{90} = 0.4\overline{1}$$

$$\begin{array}{r} 0.4\overline{111} \\ 370 \overline{) 360} \\ \underline{360} \\ 100 \\ 90 \\ \underline{100} \\ \vdots \end{array}$$

$$(c) \quad \frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$$

$$(d) \quad \frac{19}{11} = 1 + \frac{8}{11} = 1 + 0.\overline{72} = 1.\overline{72}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{7272} \\ 8.00 \overline{) 11} \\ \underline{77} \\ 30 \\ \underline{22} \\ 80 \\ \underline{77} \\ 30 \\ \vdots \end{array}$$

6.17)

$$(a) \quad 0.\overline{2}$$

$$\begin{aligned} x &= 0.\overline{2} \\ 10x &= 2.\overline{2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 10x = 2.\overline{2} \\ - x = 0.\overline{2} \\ \hline 9x = 2 \\ x = \frac{2}{9} \end{array}$$

$$(b) \quad 0.\overline{51}$$

$$\begin{aligned} x &= 0.\overline{51} \\ 100x &= 51.\overline{51} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 51.\overline{51} \\ - x = 0.\overline{51} \\ \hline 99x = 51 \end{array}$$

$$x = \frac{51}{99} = \frac{17}{33}$$

$$(c) \quad 0.2\overline{8}$$

$$\begin{aligned} x &= 0.2\overline{8} \\ 100x &= 28.\overline{8} \\ - 10x &= 2.\overline{8} \\ \hline 90x &= 26 \end{aligned}$$

$$x = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$$

$$(d) \quad 5.00\overline{25}$$

$$x = 5.00\overline{25}$$

$$100x = 500.\overline{25}$$

$$10000x = 50025.\overline{25}$$

$$\begin{array}{r} 10,000x = 50025.\overline{25} \\ - 100x = 500.\overline{25} \\ \hline 9,900x = 49525 \end{array}$$

$$x = \frac{49525}{9,900} = \frac{25.1981}{25.396}$$

$$= \frac{1981}{396}$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ 9,900 \overline{) 25} \\ \underline{75} \\ 240 \\ \underline{225} \\ 150 \end{array}$$

6.18)

$$(a) \quad \frac{1}{2} \quad \text{Finito}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{Infinito}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{Finito}$$

$$\frac{1}{5} \quad \text{Finito}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{Infinito}$$

$$\frac{1}{7} \quad \text{Infinito}$$

$$\frac{1}{8}$$

Finito

$$\frac{1}{9}$$

Infinito

$$\frac{1}{10}$$

Finito

$$(b) \quad n \geq 2.$$

Dividir $\frac{1}{n}$ es dividir $100\dots 0$ entre n . Para que el decimal

sea finito, n tiene que dividir a $100\dots 0$, con un número de 0's finitos.

$$10^K = 5^K \cdot 2^K \quad (K \text{ es el número de 0's}).$$

Para que n divida $5^K \cdot 2^K$, debe tener solamente 2's y 5's en su factorización prima.

Importante: Con un poco más de teoría numérica, podemos probar que si a y b son enteros positivos y $b > 1$, $\frac{a}{b}$ es un decimal finito solo si b tiene solamente 2 y 5 en su factorización prima.

6.19)

$$\frac{3}{7}$$

$$\begin{array}{r} 0.428571 \\ 3.0 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 20 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 30 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \end{array}$$

$$\frac{3}{7} = 0.\overline{428571}$$

Posición Módulo 6 nos dice el número en la posición.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 100 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 4 \text{ residuo.} \end{array}$$

5

6.20) $0.\overline{9}$

$$x = 0.\overline{9}$$

$$10x = 9.\overline{9}$$

$$\begin{array}{r} 10x = 9.\overline{9} \\ - x = 0.\overline{9} \\ \hline 9x = 9 \\ x = 1 \end{array}$$

1

Ejercicios

6.4.1)

$$(a) \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 11} \\ 20 \\ \underline{11} \\ 90 \\ 88 \\ \underline{20} \end{array}$$

$$(b) \frac{21}{11} = 1 + \frac{10}{11} = 1.\overline{90}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{90} \\ 100 \overline{) 11} \\ 99 \\ \underline{100} \end{array}$$

$$(c) \frac{1}{30} = 0.\overline{03}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{033} \\ 100 \overline{) 30} \\ 90 \\ \underline{100} \end{array}$$

$$(d) \frac{5}{33} = 0.\overline{15}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{15} \\ 33 \overline{) 5.0} \\ 33 \\ \underline{170} \\ 165 \\ \underline{50} \end{array}$$

$$(e) \frac{71}{90} = 0.\overline{78}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{78} \\ 90 \overline{) 71.0} \\ 630 \\ \underline{800} \\ 720 \\ \underline{800} \\ \vdots \end{array}$$

$$(f) \frac{118}{55} = 2 + \frac{8}{55} = 2.\overline{145}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{145} \\ 55 \overline{) 8.0} \\ 55 \\ \underline{250} \\ 220 \\ \underline{300} \\ 275 \\ \underline{250} \end{array}$$

6.4.2)

$$\frac{1}{13} = 0.\overline{076923}$$

$$\begin{array}{r} 0.\overline{076923} \\ 13 \overline{) 1.00} \\ 91 \\ \underline{90} \\ 78 \\ \underline{120} \\ 117 \\ \underline{30} \\ 26 \\ \underline{40} \\ 29 \\ \underline{100} \end{array}$$

6.4.3)

$$\frac{1}{10+x}$$

$$x = \boxed{6}$$

$19 \div 6$ tiene modulo 2.

$$\boxed{7}$$

6.4.4)

$$(a) 0.\overline{7} \quad x = 0.\overline{7} \\ 10x = 7.\overline{7}$$

$$9x = 7 \\ x = \boxed{\frac{7}{9}}$$

$$(c) 0.\overline{16} \quad x = 0.\overline{16} \\ 100x = 16.\overline{16}$$

$$99x = 16 \\ x = \boxed{\frac{16}{99}}$$

$$(b) 0.\overline{12} \quad x = 0.\overline{12} \\ 100x = 12.\overline{12}$$

$$99x = 12 \\ x = \frac{12}{99} = \boxed{\frac{4}{33}}$$

$$(d) 0.\overline{45} \quad x = 0.\overline{45} \\ 100x = 45.\overline{45}$$

$$99x = 45 \\ x = \frac{45}{99} = \boxed{\frac{5}{11}}$$

$$(e) 0.\overline{912} \quad x = 0.\overline{912}$$

$$1000x = 912.\overline{912} \\ - x = 0.\overline{912}$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ 912 \overline{) 912} \\ 9 \\ \underline{012} \end{array}$$

$$999x = 912 \\ x = \frac{912}{999} = \boxed{\frac{304}{333}}$$

$$(f) 0.00\overline{1} \quad x = 0.00\overline{1}$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 1.\overline{1} \\ - 100x = 0.\overline{1} \\ \hline 900x = 1 \\ x = \boxed{\frac{1}{900}} \end{array}$$

$$(g) 0.3\overline{6} \quad x = 0.3\overline{6}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 36.\overline{6} \\ - 10x = 3.\overline{6} \\ \hline 90x = 33 \\ x = \frac{33}{90} = \boxed{\frac{11}{30}} \end{array}$$

$$(h) 0.0\overline{9} \quad x = 0.0\overline{9}$$

$$0.\overline{1} = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{\frac{1}{10}}$$

$$\frac{1}{9} (9) = 0.\overline{9}$$

$$\frac{1}{10} = 0.0\overline{9}$$

$$(i) 2.\overline{02}$$

$$0.\overline{02} = x$$

$$\begin{array}{r} 100x = 2.\overline{02} \\ - x = 0.\overline{02} \\ \hline 99x = 2 \\ x = \frac{2}{99} \end{array}$$

$$2 + \frac{2}{99} = \frac{198 + 2}{99}$$

$$= \boxed{\frac{200}{99}}$$

6.4.5)

$$1.\overline{2345} \quad \textcircled{1}, \quad 1.234\overline{5} \quad \textcircled{5}, \quad 1.23\overline{45} \quad \textcircled{4}, \quad 1.2\overline{345} \quad \textcircled{3}, \quad 1.\overline{2345} \quad \textcircled{2}$$

6.4.6)

$$\begin{array}{r} 0.\overline{63} \\ - 0.\overline{63} \\ \hline 0.00\overline{63} \end{array}$$

$$0.00\overline{63} = x$$

$$\begin{array}{r} 10,000x = 63.\overline{63} \\ - 100x = 0.\overline{63} \\ \hline 9900x = 63 \\ x = \frac{63}{9900} = \boxed{\frac{7}{1100}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99'00 \overline{) 1100} \\ 99 \\ \hline 00 \end{array}$$

6.4.7)

$$\begin{array}{r} .\overline{48} \\ .\overline{15} \end{array}$$

$$\frac{16/33}{5/33} = \frac{16.33}{5.33} = \frac{16}{5} = \boxed{3\frac{1}{5}}$$

$$x = 0.\overline{48}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 48.\overline{48} \\ - x = 0.\overline{48} \\ \hline 99x = 48 \\ x = \frac{48}{99} = \frac{16}{33} \end{array}$$

$$y = 0.\overline{15}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 15.\overline{15} \\ - x = 0.\overline{15} \\ \hline 99x = 15 \\ x = \frac{15}{99} = \frac{5}{33} \end{array}$$

Otra solución es notar:

$$\frac{0.\overline{48}}{0.\overline{15}} = \frac{0.4848...}{0.1515...} = \frac{48(0.010101...) }{15(0.010101...)} = \frac{48}{15} = 3\frac{1}{5}.$$