

ANLIS - Spick

Johanna Koch

Contents

1	Grundlagen	2
1.1	Wurzeln	2
1.2	Potenzen	2
1.3	Brüche	3
1.4	Logarithmen	3
1.5	Binome	3
1.5.1	1. Binom	3
1.5.2	2. Binom	3
1.5.3	3. Binom	3
1.6	Quadratische Gleichung	3
1.7	Beispiele	4
2	Funktionen	5
2.1	Lineare Funktion	5
2.2	Polynomfunktion	5
2.3	Quadratische Funktionen	5
2.4	Exponentialfunktion	5
2.5	Logarithmusfunktion	5
3	Folgen und Reihen	6
3.1	Arithmetische Folgen und Reihen	6
3.1.1	Beispiele von Folgen	6
3.1.2	Summe der Glieder einer AF	6
3.1.3	Nützliche andere Formeln	7
3.2	Geometrische Folgen und Reihen	7
3.3	Rechnen mit Folgen, Eigenschaften	7

Chapter 1

Grundlagen

1.1 Wurzeln

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a^2 \times b} = a \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt[b]{a^b} = (a^b)^{\frac{1}{b}} = a$$

$$\sqrt[a]{x^b} = x^{\frac{b}{a}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

1.2 Potenzen

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$$

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

$$x^{a^b} = x^{a \times b}$$

$$\frac{a}{bx^{-c}} = \frac{a}{b} x^{-c}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$\frac{a^x}{a^{x+1}} = \frac{1}{a}$$

1.3 Brüche

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ab+cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$\frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{1}{5}x$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ab-cb}{bd}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$\frac{4}{3}x^{-4} = \frac{4}{3x^{-4}}$$

$$\frac{x^4}{9} = \frac{1}{9}x^4$$

1.4 Logarithmen

$$y = \log_a(x) \Leftrightarrow x = a^y$$

$$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

$$\log_b(x^y) = y \log_b(x)$$

1.5 Binome

1.5.1 1. Binom

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.5.2 2. Binom

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

1.5.3 3. Binom

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

1.6 Quadratische Gleichung

Für:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dann:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.7 Beispiele

$$\frac{2}{3\sqrt[4]{x^5}} = \frac{2}{3x^{-\frac{5}{4}}} = \frac{2}{3}x^{-\frac{5}{4}}$$

Chapter 2

Funktionen

2.1 Lineare Funktion

$$f(x) = ax + b$$

a = Steigung

2.2 Polynomfunktion

Grad der Funktion: Höchster Exponent von x.

Nullstellen: Maximal so viele wie der Grad der Funktion.

$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} \dots$$

2.3 Quadratische Funktionen

Polynomfunktion zweites Grades

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

2.4 Exponentialfunktion

$$f(x) = a \times b^x$$

2.5 Logarithmusfunktion

Umkehrfunktion von Exponentialfunktion

$$f(x) = \log_b(x)$$

Chapter 3

Folgen und Reihen

3.1 Arithmetische Folgen und Reihen

$$(a_n) = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Differenz d zweier beliebiger aufeinanderfolgender Glieder a_n, a_{n+1} ist konstant.

Eine AF ist eindeutig beschrieben durch zwei Größen:

- beliebiges Glied a_n und Differenz d
- zwei beliebige Glieder a_n und a_{n+k}

Bildungsgesetz: Funktionsvorschrift nach welcher aus n das n -Glieder (a_n) berechnet werden kann.

3.1.1 Beispiele von Folgen

$$(a_n) = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots \text{ Bildungsgesetz: } a_n = -\frac{1}{2^n}$$

$$(a_n) = 1^3, 2^3, 3^3, \dots \text{ Bildungsgesetz: } a_n = n^3$$

$$(a_n) = 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \text{ Bildungsgesetz: } a_n = \frac{n-1}{n}$$

3.1.2 Summe der Glieder einer AF

$$\sum_{k=1}^n a_k = na_1 + d \frac{n(n-1)}{2} = n \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Wobei bei " $n \frac{a_1 + a_n}{2}$ " a_1 das erste Glied ist, a_n das letzte, n die Anzahl Glieder und 2 den Mittelwert vom ersten und letzten Glied bildet.

3.1.3 Nützliche andere Formeln

Gegeben: $a_n = v$, $a_{n+x} = z$

Gesucht d : $d = \frac{z-v}{(n+x)-n}$

3.2 Geometrische Folgen und Reihen

Die geometrische Folge ist dadurch charakterisiert, dass der Quotient q zweier beliebiger aufeinanderfolgender Glieder a_n und a_{n+1} konstant ist.

$$a_{n+1} = qa_n, n = 1, 2 \qquad q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Eine GF ist eindeutig beschrieben durch zwei Grössen, entweder:

- durch ein beliebiges Glied a_n und den Quotienten q
- durch zwei beliebige Glieder a_n und a_{n+k}

3.3 Rechnen mit Folgen, Eigenschaften

- Folge (a_n) multipliziert man mit einer reellen Zahl λ , indem man jedes Glied der Folge mit dieser Zahl multipliziert:

$$\lambda(a_n) = (\lambda a_n)$$

- Zwei Folgen (a_n) und (b_n) addiert man, indem man entsprechende Glieder addiert:

$$(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$$

- Eine Folge heisst **konstante Folge**, falls $a_n = c \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}$
AF ist konstant wenn $d = 0$,
GF ist konstant wenn $q = 1$
- Eine Folge (a_n) ist **streng monoton zunehmend/abnehmend** falls $(a_{n+1} > a_n)$ bzw $(a_{n+1} < a_n)$
- Eine Folge (a_n) ist **beschränkt** (höhö) falls eine positive Zahl c existiert mit $|a_n| \leq c, \forall n$: alle Glieder der Folge liegen im Graphen unter einem Teppich der Breite $2c$. Anderfalls heisst die Folge (a_n) **unbeschränkt**