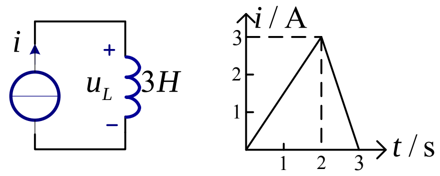
第三章 动态电路的时域分析

3-1 电路和电流源的波形如题图 3-1 所示，若电感无初始储能，试写出 $u_L(t)$ 的表达式。

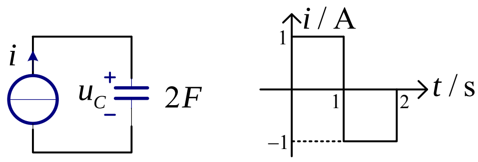


题图 3-1

解：

$$i_L(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 3t/2 & 0\le t<2\\ -3t+9 & 2\le t<3\\ 0 & 3\le t\end{cases},\quad u_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}=\begin{cases}0 & t<0\\ 9/2 & 0\le t<2\\ -9 & 2\le t<3\\ 0 & 3\le t\end{cases}$$

3-2 电路和电流源的波形如题图 3-2 所示，若电容无初始储能，试写出 $u_C(t)$ 的表达式。

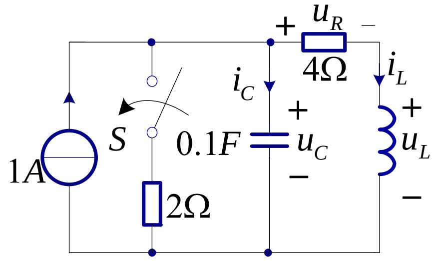


题图 3-2

解：

$$i_C(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1\\ -1 & 1\le t<2\\ 0 & 2\le t\end{cases},\quad u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i_L(\tau)d\tau=\begin{cases}0 & t<0\\ t/2 & 0\le t<1\\ 1-t/2 & 1\le t<2\\ 0 & 2\le t\end{cases}$$

3-3 根据题图 3-3 所示的电路，$\boldsymbol{t=0}$ 时开关 S 闭合，求初始值 $\boldsymbol{u_R(0^+)}$、$\boldsymbol{i_c(0^+)}$、$\boldsymbol{i_L(0^+)}$ 及 $\boldsymbol{u_L(0^+)}$。



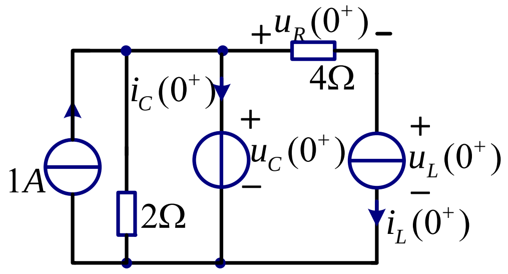
题图 3-3

解：$t=0$时，开关闭合。

$t=0^-$时开关未闭合，电感短路，电容开路：$u_C(0^-)=4\times1=4\text{V}$，$i_L(0^-)=1\text{A}$。

由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=4\text{V}$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$。

画出开关闭合后的0^+等效电路，如下图所示：

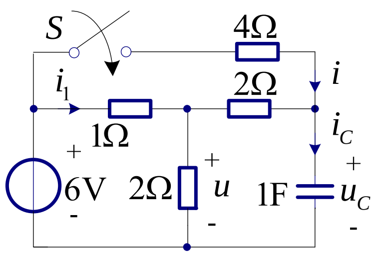


$u_R(0^+)=4i_L(0^+)=4\text{V}$

$i_C(0^+)=1-i_L(0^+)-\dfrac{u_C(0^+)}{2}=-2\text{A}$

$u_L(0^+)=u_C(0^+)-u_R(0^+)=0\text{V}$

3-4　根据题图 3-4 所示的电路，$t=0$时开关 S 闭合，求初始值$i(0^+)$、$u(0^+)$、$i_C(0^+)$及$i_1(0^+)$。



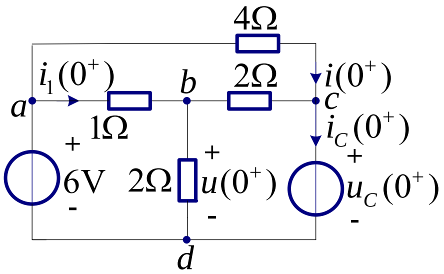
题图 3-4

解：$t=0$时，开关 S 闭合。

$t=0^-$时开关 S 未闭合，电容开路：$u_C(0^-)=\dfrac{2}{2+1}\times6=4\text{V}$。

由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=4\text{V}$。

画出开关闭合后的0^+等效电路，如下图所示：



d 为参考节点，a、b、c 点的节点电压为 u_a, u_b, u_c，列写节点电压方程：

$u_a(0^+) = 6V$， $u_c(0^+) = u_C(0^+) = 4V$，

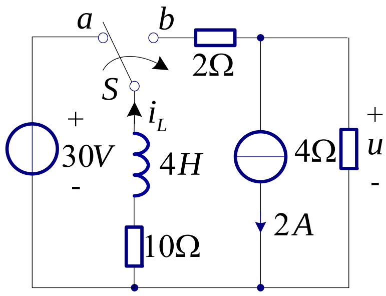
$$-\frac{1}{1}\times u_a(0^+) + (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1})\times u_b(0^+) - \frac{1}{2}\times u_c(0^+) = 0$$

$u_b(0^+) = 4V$

所以有： $u(0^+) = u_b(0^+) = 4V$， $i_1(0^+) = \dfrac{u_a(0^+) - u_b(0^+)}{1} = 2A$，

$i(0^+) = \dfrac{u_a(0^+) - u_c(0^+)}{4} = 0.5A$， $i_C(0^+) = i(0^+) + \dfrac{u_b(0^+) - u_c(0^+)}{2} = 0.5A$

3-5　根据题图 3-5 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 由 a 打向 b，求初始值 $i_L(0^+)$、$u(0^+)$。



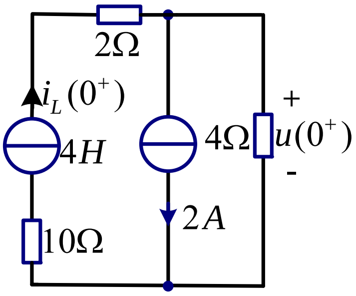
题图 3-5

解：$t=0$ 时，开关由 a 打向 b。

$t=0^-$ 时开关在 a，电感短路：$i_L(0^-) = -30/10 = -3$A 。

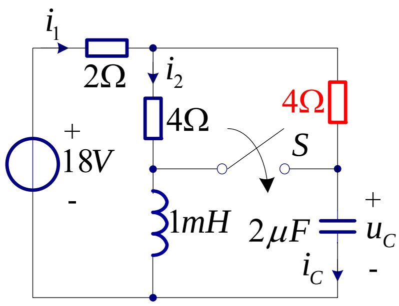
由换路定则，有：$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -3$A 。

画出开关在 b 后的 0^+ 等效电路，如下图所示：



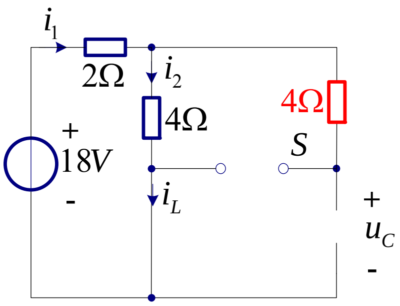
$\boldsymbol{u}(\mathbf{0}^+)=\mathbf{4}\times(\boldsymbol{i}_L(\mathbf{0}^+)-\mathbf{2})=-\mathbf{20}\mathrm{V}$

3-6　根据题图 3-6 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 闭合，求初始值 $i_1(0^+)$、$i_2(0^+)$、$u_C(0^+)$。



题图 3-6

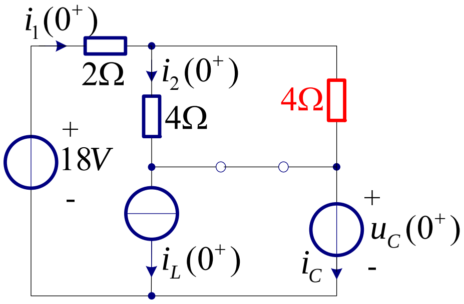
解：$\boldsymbol{t}=\mathbf{0}$ 时，开关闭合。$\boldsymbol{t}=\mathbf{0}^-$ 时开关未闭合，电感短路，电容开路：



$\boldsymbol{u}_C(\mathbf{0}^-)=\dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{4}+\mathbf{2}}\times\mathbf{18}=\mathbf{12}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{i}_L(\mathbf{0}^-)=\dfrac{\mathbf{18}}{\mathbf{2}+\mathbf{4}}=\mathbf{3}\mathrm{A}$。

由换路定则，有：$\boldsymbol{u}_C(\mathbf{0}^+)=\boldsymbol{u}_C(\mathbf{0}^-)=\mathbf{12}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{i}_L(\mathbf{0}^+)=\boldsymbol{i}_L(\mathbf{0}^-)=\mathbf{3}\mathrm{A}$。

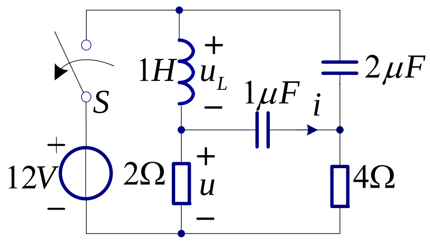
画出开关闭合后的 $\mathbf{0}^+$ 等效电路，如下图所示：



$$\boldsymbol{i_1(0^+)=\frac{18-u_C(0^+)}{2+4//4}=1.5A}\text{，}$$

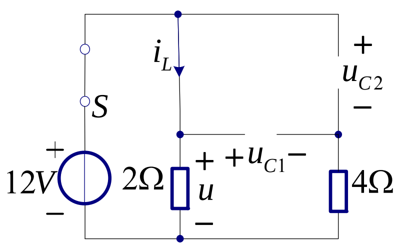
$$\boldsymbol{i_2(0^+)=\frac{4}{4+4}i_1(0^+)=0.75}\text{A}$$

3-7　根据题图 3-7 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 断开，求初始值 $i(0^+)$、$u_L(0^+)$、$u(0^+)$。



题图 3-7

解：$\boldsymbol{t=0}$ 时，开关断开。$\boldsymbol{t=0^-}$ 时开关闭合，电感短路，电容开路：

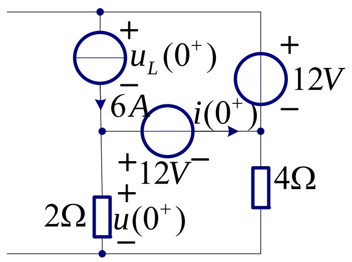


$\boldsymbol{u_{C1}(0^-)=u_{C2}(0^-)=12}$V，$\boldsymbol{i_L(0^-)=\frac{12}{2}=6}$A。

由换路定则，有：$\boldsymbol{u_{C1}(0^+)=u_{C1}(0^-)=12}$V，$\boldsymbol{u_{C2}(0^+)=u_{C2}(0^-)=12}$V，

$\boldsymbol{i_L(0^+)=i_L(0^-)=6}$A。

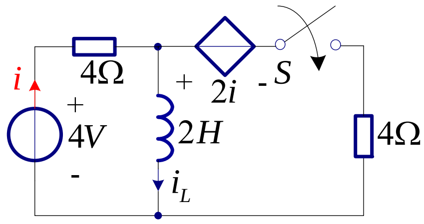
画出开关闭合后的 $\boldsymbol{0^+}$ 等效电路，如下图所示：



$u(0^+)=\dfrac{2u_{C1}(0^+)}{2+4}=4V$， $i(0^+)=i_L(0^+)-\dfrac{u(0^+)}{2}=4\text{A}$，

$u_L(0^+)=u_{C2}(0^+)-u_{C1}(0^+)=0V$

3-8　根据题图 3-8 所示的电路，$t=0$时开关S闭合，求初始值$i(0^+)$、$i_L(0^+)$和时常数τ。

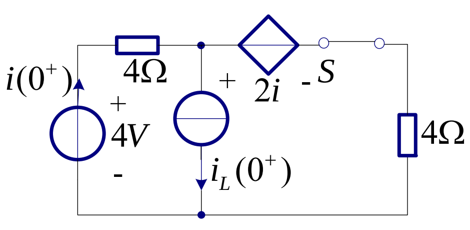


题图 3-8

解：$t=0$时，开关 S 闭合。

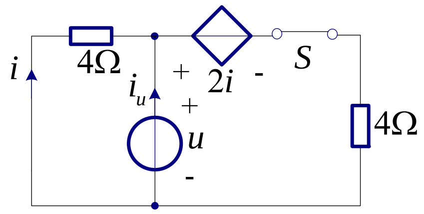
$t=0^-$时开关未闭合，电感短路：$i_L(0^-)=\dfrac{4}{4}=1\text{A}$。

由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$。



$-4+4i(0^+)+2i(0^+)+4\times[i(0^+)-i_L(0^+)]=0\Rightarrow i(0^+)=0.8A$

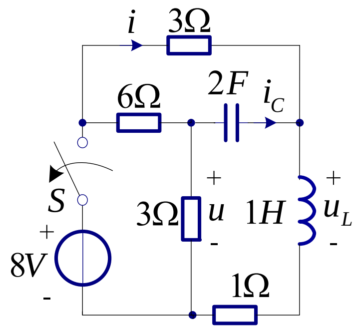
求时间常数：



采用外加电源法求等效电阻：

$$\begin{cases} i+i_u=\dfrac{u-2i}{4} \\ i=-\dfrac{u}{4} \end{cases} \Rightarrow i_u=\frac{5u}{8}，\quad R_{eq}=\frac{u}{i_u}=\frac{8}{5}\Omega，\text{所以时间常数}\ \tau=L/R_{eq}=\frac{5}{4}s$$

3-9　根据题图3-9所示的电路，$t=0$时开关S断开，求初始值$i(0^+)$、$u(0^+)$、$i_C(0^+)$、$u_L(0^+)$。



题图 3-9

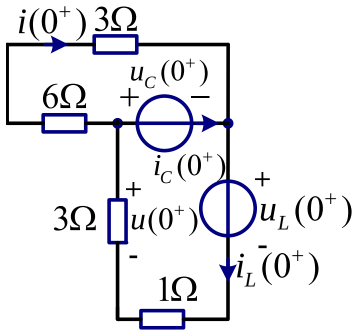
解：$t=0$时，开关闭合。

$t=0^-$时开关未闭合，电感短路，电容开路：$u_C(0^-)=\dfrac{3}{6+3}\times 8-\dfrac{1}{3+1}\times 8=\dfrac{2}{3}\text{V}$，

$i_L(0^-)=8/(1+3)=2\text{A}$。

由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=\dfrac{2}{3}\text{V}$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$。

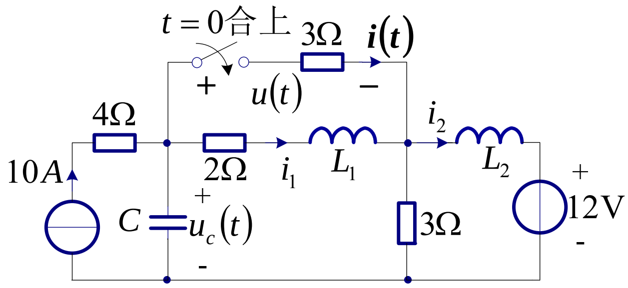
画出开关闭合后的0^+等效电路，如下图所示：



$i(0^+)=u_C(0^+)/(3+6)=2/27\,\text{A}$， $u(0^+)=-3i_L(0^+)=-6\text{V}$

$i_C(0^+)=i_L(0^+)-i(0^+)=52/2\,\text{A}$， $u_L(0^+)=-u_C(0^+)-(3+1)\times i_L(0^+)=-26/3\,\text{V}$

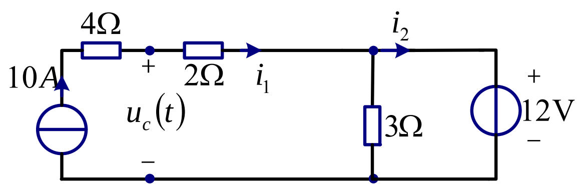
3-10　如题图 3-10 所示电路，$t<0$ 电路已处于稳态，$t=0$ 合上开关。试求初始值 $i_2(0^+)$， $u_C(0^+)$ 和 $u(0^+)$。



题图 3-10

解：$t=0$ 时，开关闭合。

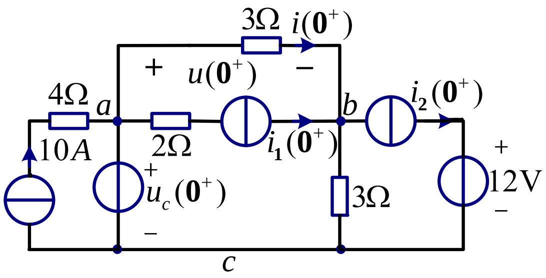
$t=0^-$ 时开关未闭合，电感短路，电容开路：



$i_1(0^-)=10\text{A}$， $i_2(0^-)=10-12/3=6\text{A}$， $u_C(0^-)=2\times10+12=32\text{A}$ 。

由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=32\text{V}$，$i_1(0^+)=i_1(0^-)=10\text{A}$，$i_2(0^+)=i_2(0^-)=6\text{A}$ 。

画出开关闭合后的 0^+ 等效电路，如下图所示：

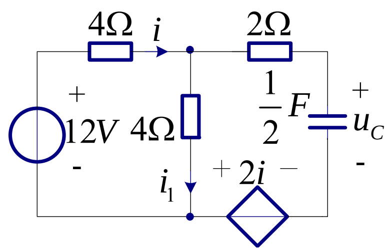


c 为参考节点，a、b 点节点电压为 u_a, u_b，列写节点电压方程：

$u_a = u_C(0^+) = 32\text{V}$， $(\frac{1}{3}+\frac{1}{3})u_b + (-\frac{1}{3})u_a = i_1(0^+) - i_2(0^+)$

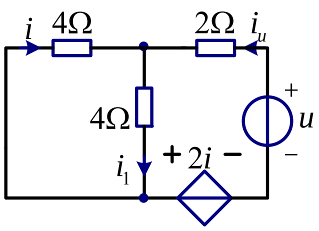
$u_b = [u_a + 3i_1(0^+) - 3i_2(0^+)]/2 = 22\text{V}$， $u(0^+) = u_a - u_b = 10\text{V}$

3-11　根据题图 3-11 所示的电路，求电路时间常数 τ。



题图 3-11

解：求电路 ab 端的左侧电路的等效电阻，采用外加电源法。

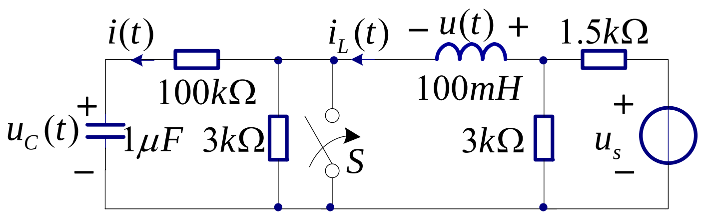


$i = -i_u/2$， $u = (2+\frac{4}{2}) \times i_u + 2i = 3i_u$， $R_{eq} = \frac{u}{i_u} = 3\Omega$

$\tau = R_{eq}C = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}s$

3-12　根据题图 3-12 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 闭合，开关闭合前 $u_s = 60V$，

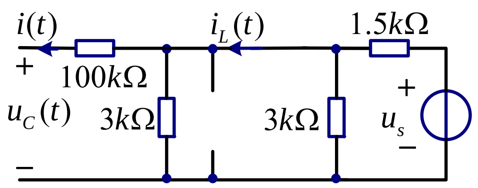
开关闭合后 $u_s = 0V$，求 $i_L(0^+)$，$u_C(0^+)$，并求出 $t \ge 0$ 以后的 $u_C(t)$ 和 $u(t)$。



题图 3-12

解：$t = 0$ 时，开关闭合。

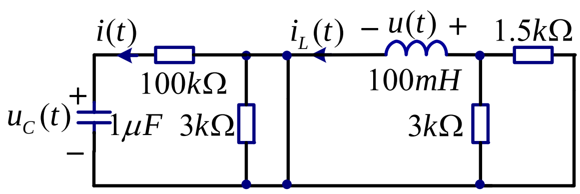
$t = 0^-$ 时开关未闭合，电感短路，电容开路：



$$i_L(0^-) = \frac{60}{1.5 + 3/2} \times \frac{1}{2} = 10m\text{A}，\quad u_C(0^-) = 3i_L(0^-) = 30\text{V}。$$

由换路定则，有：$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 30\text{V}$，$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 10m\text{A}$。

开关闭合后电路分为两部分：



$$R_{Ceq} = 100k\Omega，\quad \tau_C = R_{Ceq}C = 100 \times 10^3 \times 10^{-6} = 0.1s$$

$$R_{Leq} = \frac{3 \times 1.5}{3 + 1.5} = 1k\Omega，\quad \tau_L = \frac{L}{R_{Leq}} = \frac{100 \times 10^{-3}}{10^3} = 10^{-4}s$$

$t \ge 0$ 时电路没有外加激励，所以为零输入响应。

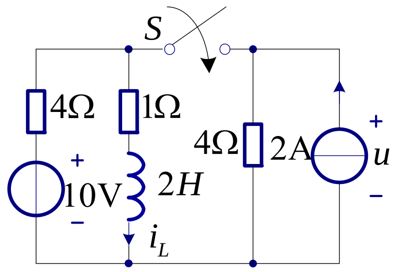
$$u_C(0^+) = 30\text{V}，\quad i_L(0^+) = 10m\text{A}$$

$$u_C(t) = u_C(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_C}} = 30e^{-10t}\text{V}，\ t \ge 0^+$$

$$i_L(t) = i_L(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_L}} = 10e^{-10^4 t}\text{mA}，\ t \ge 0^+$$

$$u(t) = -i_L(t) \times \frac{3 \times 1.5}{3 + 1.5} = -10e^{-10^4 t}\text{mA} \times 1\text{k}\Omega = -10e^{-10^4 t}\text{V}，\ t \ge 0^+$$

3-13　根据题图 3-13 所示的电路，$t=0$时开关S闭合，求$t\geq 0$以后的$i_L(t)$和电压$u(t)$。

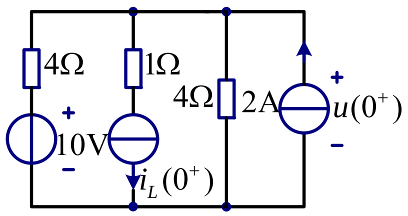


题图 3-13

解：$\boldsymbol{t=0}$时，开关 S 闭合。

$\boldsymbol{t=0^-}$时开关未闭合，电感短路：$\boldsymbol{i_L(0^-)=\frac{10}{4+1}=2}\text{A}$。

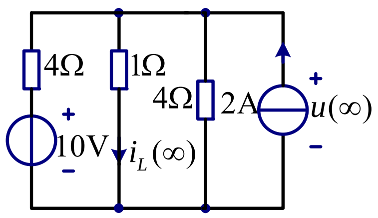
由换路定则，有：$\boldsymbol{i_L(0^+)=i_L(0^-)=2}\text{A}$。



节点电压法：$\boldsymbol{(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})u(0^+)=\frac{10}{4}-i_L(0^+)+2\Rightarrow u(0^+)=5}\text{V}$

求时间常数：$\boldsymbol{R_{eq}=4//4+1=3\Omega}$，$\boldsymbol{\tau=L/R_{eq}=\frac{2}{3}s}$

画出∞ 时刻等效电路。



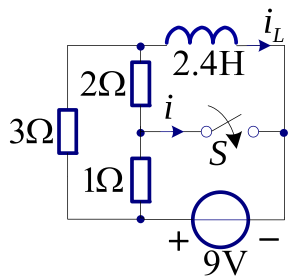
由节点电压法：$\boldsymbol{(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1)u(\infty)=\frac{10}{4}+2\Rightarrow u(\infty)=3}\text{V}$

$$i_L(\infty)=\frac{u(\infty)}{1}=3\text{A}$$

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=3+[2-3]e^{-\frac{3}{2}t}=(3-e^{-\frac{3}{2}t})\text{A}，t\ge 0^+$$

$$u(t)=u(\infty)+[u(0^+)-u(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=3+[5-3]e^{-\frac{3}{2}t}=(3+2e^{-\frac{3}{2}t})\text{V}，t\ge 0^+$$

3-14　根据题图 3-14 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\ge 0$ 以后的 $i(t)$。

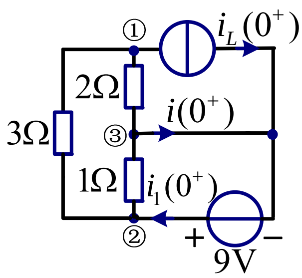


题图 3-14

解：$t=0$ 时，开关 S 闭合。

$t=0^-$ 时开关未闭合，电感短路：$i_L(0^-)=\dfrac{9}{3//(2+1)}=6\text{A}$。

由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=6\text{A}$。



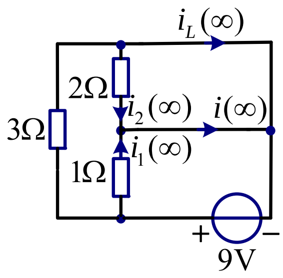
节点电压法，参考节点③，节点①②的节点电压分别为 u_1,u_2，节点电压方程为：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})u_1(0^+)+(-\frac{1}{3})u_2(0^+)=-i_L(0^+)=-6，\quad u_2(0^+)=9\text{V}$$

$$\Rightarrow u_1(0^+)=-\frac{18}{5}\text{V}，\quad \Rightarrow i(0^+)=\frac{u_1(0^+)}{2}+\frac{u_2(0^+)}{1}=\frac{36}{5}\text{A}$$

求时间常数：$R_{eq}=2//3=\dfrac{6}{5}\Omega$，$\tau=L/R_{eq}=2s$

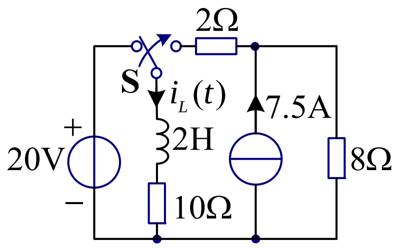
画出∞ 时刻等效电路：



$i_1(\infty)=\frac{9}{1}=9\text{A}$， $i_2(\infty)=0\text{A}$， $i(\infty)=i_1(\infty)+i_2(\infty)=9\text{A}$

$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=9+(\frac{36}{5}-9)e^{-\frac{1}{2}t}=(9-\frac{9}{5}e^{-\frac{1}{2}t})\text{A}$，$t\geq 0^+$

3-15　题图 3-15 中所示电路，$t=0$时开关S由 1 打向 2，求$t\geq 0$以后电流$i_L(t)$的全响应，零输入响应，零状态响应。



题图 3-15

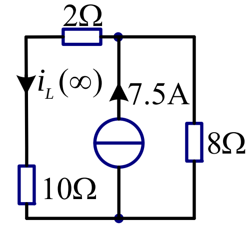
解：$t=0$时，开关 S 从 1 打到 2。

$t=0^-$时开关在 1 处，电感短路：$i_L(0^-)=20/10=2\text{A}$。

由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$。

求时间常数：$R_{eq}=2+8+10=20\Omega$， $\tau=L/R_{eq}=2/20=0.1s$

画出∞ 时刻等效电路：



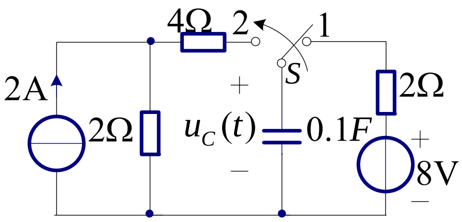
$i_L(\infty)=\frac{8}{8+12}\times 7.5=3\text{A}$

t≥0 时，零输入响应为：$i_{Lz.i.r}(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=2e^{-10t}\text{A}$，$t\geq 0^+$

零状态响应为：$i_{Lz.s.r}(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=3(1-e^{-10t})\text{A}$，$t\ge 0^+$

全响应为：$i_L(t)=i_{Lz.i.r}(t)+i_{Lz.s.r}(t)=(3-e^{-10t})\text{A}$，$t\ge 0^+$

3-16　题图 3-16 所示电路，$t=0$时开关S由 1 打向 2，求$t\ge 0$以后电压$u_C(t)$的全响应，零输入响应，零状态响应。



题图 3-16

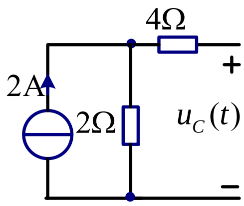
解：$t=0$时，开关 S 从 1 打到 2。

$t=0^-$时开关在 1 处，电容开路：$u_C(0^-)=8\text{V}$。

由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=8\text{V}$。

求时间常数：$R_{eq}=2+4=6\Omega$，$\tau=R_{eq}C=0.6s$

画出∞ 时刻等效电路：



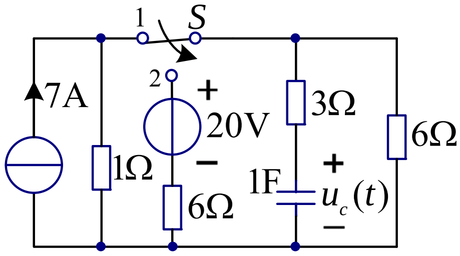
$u_C(\infty)=2\times 2=4\text{V}$

t≥0 时，零输入响应为：$u_{Cz.i.r}(t)=u_C(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=8e^{-\frac{5}{3}t}\text{V}$，$t\ge 0^+$

零状态响应为：$u_{Cz.s.r}(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=4(1-e^{-\frac{5}{3}t})\text{V}$，$t\ge 0^+$

全响应为：$u_C(t)=u_{Cz.i.r}(t)+u_{Cz.s.r}(t)=(4+4e^{-\frac{5}{3}t})\text{V}$，$t\ge 0^+$

3-17　题图 3-17 所示电路，$t=0$时开关S由 1 打向 2，求$t\ge 0$以后电压$u_C(t)$的全响应，零输入响应，零状态响应。



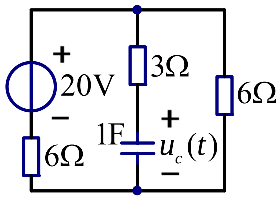
题图 3-17

解：$t=0$ 时，开关 S 从 1 打到 2。

$t=0^-$ 时开关 S 在 2 处，电容开路，有：$u_C(0^-)=7\times\dfrac{6\times1}{6+1}=6\text{V}$ 。

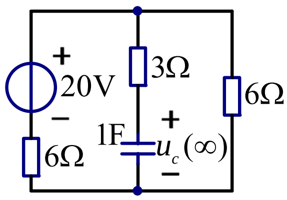
由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=6\text{V}$

求时间常数：



$R_{eq}=3+6//6=6\Omega$ ，$\tau=R_{eq}C=6s$

画出∞ 时刻等效电路：



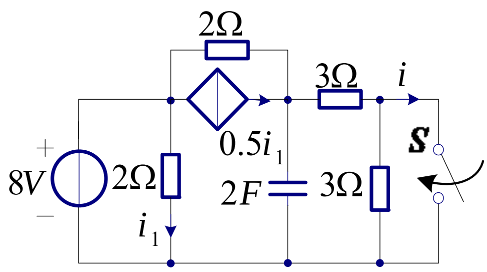
$u_C(\infty)=20\times\dfrac{6}{6+6}=10\text{V}$

t≥0 时，零输入响应为：$u_{Cz.i.r}(t)=u_C(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=6e^{-\frac{1}{6}t}\text{V}$，$t\geq0^+$

零状态响应为：$u_{Cz.s.r}(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=10(1-e^{-\frac{1}{6}t})\text{V}$，$t\geq0^+$

全响应为：$u_C(t)=u_{Cz.i.r}(t)+u_{Cz.s.r}(t)=(10-4e^{-\frac{1}{6}t})\text{V}$，$t\geq0^+$

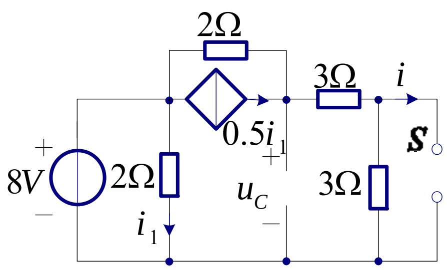
3-18　根据题图 3-18 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\geq0$ 以后的电流 $i(t)$ 的零输入响应与零状态响应。

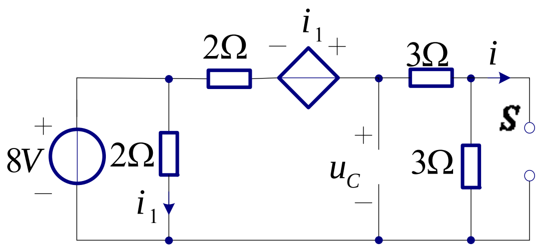


题图 3-18

解：$t=0$ 时，开关 S 闭合。

$t=0^{-}$ 时开关 S 打开，电容开路：

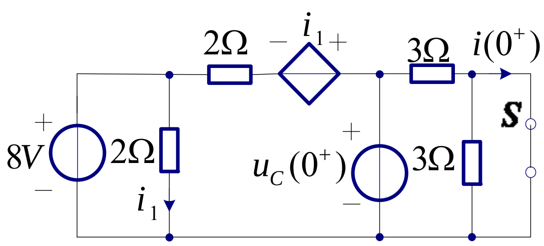




$$i_1(0^-)=\frac{8}{2}=4A\Rightarrow u_C(0^-)=\frac{3+3}{2+3+3}\times[8+i_1(0^-)]=9V$$ 。

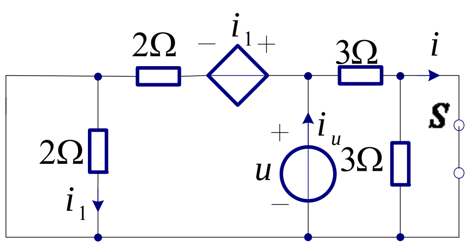
由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=9V$ 。

画出开关闭合后的 0^+ 等效电路，如下图所示：

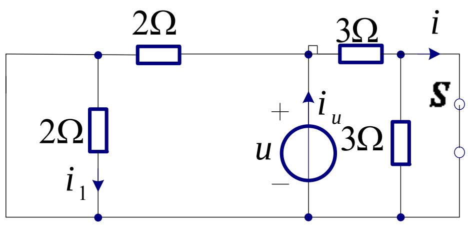


$$i(0^+)=\frac{u_C(0^+)}{3}=3A$$

先求等效电阻，采用外加电源法：



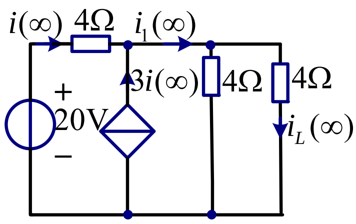
$i_1=0$
$\Rightarrow$

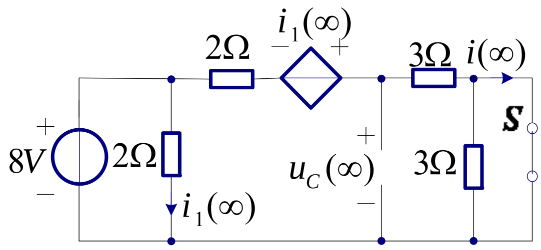


$R_{eq} = 2//3 = \frac{6}{5}\Omega$，

求时间常数：$\tau = R_{eq}C = \frac{12}{5}s$

画出∞ 时刻等效电路：





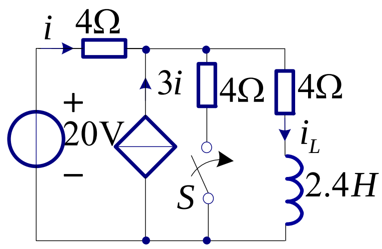
$i_1(\infty) = \frac{8}{2} = 4A$， $8 = 2i(\infty) - i_1(\infty) + 3i(\infty)$， $i(\infty) = \frac{12}{5}A$

t≥0 时，零输入响应为： $i_{z.i.r}(t) = i(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t} = 3e^{-\frac{5}{12}t}$A，$t \geq 0^+$

零状态响应为：$i_{z.s.r}(t) = i(\infty)(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}) = \frac{12}{5}(1 - e^{-\frac{5}{12}t})$A，$t \geq 0^+$

全响应为：$i(t) = i_{z.i.r}(t) + i_{z.s.r}(t) = (\frac{12}{5} + \frac{3}{5}e^{-\frac{5}{12}t})$A，$t \geq 0^+$

3-19　电路如题图 3-19 所示，$t = 0$时开关S闭合，求$t \geq 0$以后的电流$i_L(t)$的零输入响应、零状态响应及完全响应。



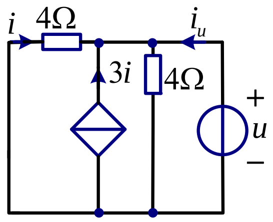
题图 3-19

解：$t=0$时，开关 S 闭合。

$t=0^-$时开关 S 打开，电感短路：$\begin{cases} i_L(0^-)=i(0^-)+3i(0^-) \\ 20=4i(0^-)+4i_L(0^-) \end{cases} \Rightarrow i_L(0^-)=4\text{A}$ 。

由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=4\text{A}$ 。

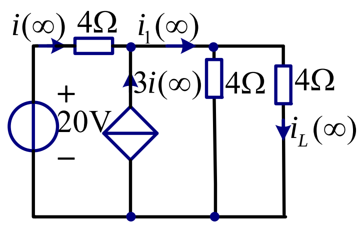
先求等效电阻，采用外加电源法：



$u=-4i$， $i+3i-\dfrac{u}{4}+i_u=0$， $\dfrac{5u}{4}=i_u$， $R_{eq}=4+\dfrac{u}{i_u}=4+\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{5}\Omega$，

求时间常数：$\tau=L/R_{eq}=2.4\Big/\dfrac{24}{5}=0.5s$

画出∞ 时刻等效电路：



$i_1(\infty)=i(\infty)+3i(\infty)$， $20=4i(\infty)+\dfrac{4\times4}{4+4}i_1(\infty)=4i(\infty)+2i_1(\infty)$

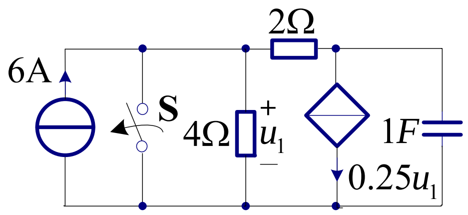
$i_1(\infty)=\dfrac{20}{3}\text{A}$， $i_L(\infty)=\dfrac{10}{3}\text{A}$

t≥0 时，零输入响应为：$i_{Lz.i.r}(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=4e^{-2t}\text{A}，t\geq0^+$

零状态响应为：$i_{Lz.s.r}(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=\dfrac{10}{3}(1-e^{-2t})\text{A}，t\geq0^+$

全响应为：$i_L(t)=i_{Lz.i.r}(t)+i_{Lz.s.r}(t)=(\dfrac{10}{3}+\dfrac{2}{3}e^{-2t})\text{A}，t\geq0^+$

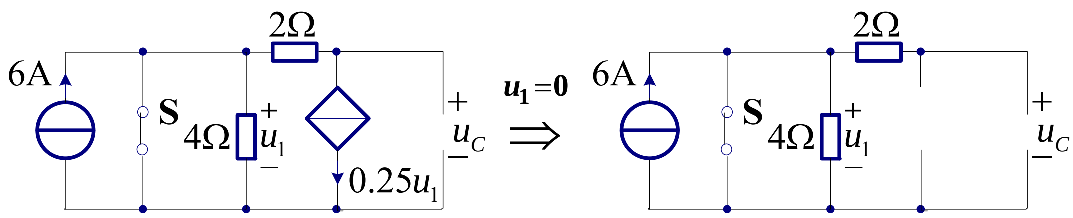
3-20　根据题图 3-20 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 断开，求 $t\geq 0$ 以后的电压 $u_1(t)$。



题图 3-20

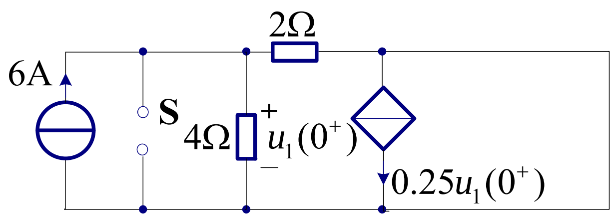
解：$t=0$ 时，开关 S 断开。

$t=0^-$ 时开关闭合，电容开路：



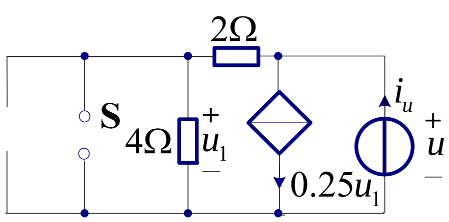
$u_C(0^-)=0$。由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=0V$。

画 0^+ 时刻等效电路：



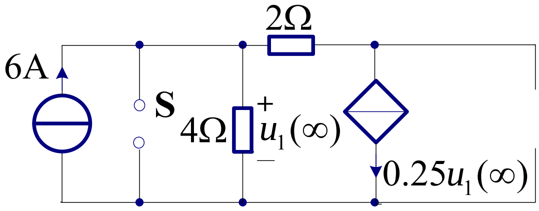
$$6=\frac{u_1(0^+)}{4}+\frac{u_1(0^+)}{2}\Rightarrow u_1(0^+)=8V$$

求时间常数：



$$\begin{cases} u_1=\dfrac{4u}{4+2} \\ i_u=0.25u_1+\dfrac{u_1}{4} \end{cases}\Rightarrow i_u=\frac{u}{3}，\text{所以 } R_{eq}=\frac{u}{i_u}=3\Omega，\quad \tau=R_{eq}C=3s$$

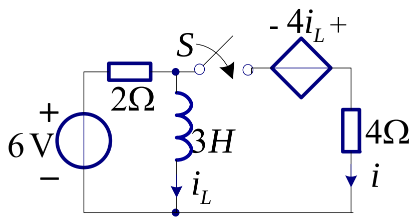
画出∞ 时刻等效电路：



$$6=\frac{u_1(\infty)}{4}+0.25u_1(\infty)\Rightarrow u_1(\infty)=12V$$

$$u_1(t)=u_1(\infty)+[u_1(0^+)-u_1(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=12+(8-12)e^{-\frac{1}{3}t}=(12-4e^{-\frac{1}{3}t})\text{A}，t\geq 0^+$$

3-21　根据题图 3-21 所示的电路，$t=0$时开关S 闭合，求$t\geq 0$以后电流$i(t)$的零输入响应$i_x(t)$、零状态响应$i_f(t)$及完全响应$i(t)$。



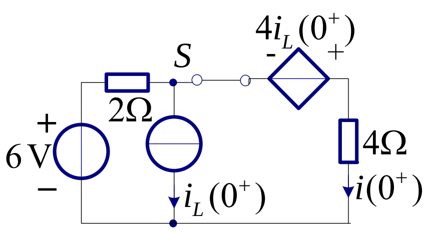
题图 3-21

解：$t=0$时，开关 S 闭合。

$t=0^-$时开关 S 打开，电感短路：$i_L(0^-)=\frac{6}{2}=3\text{A}$。

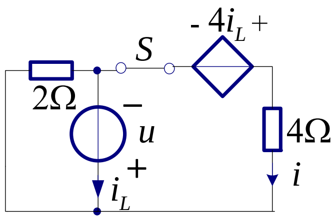
由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=3\text{A}$。

画0^+时刻等效电路：



$$-6+2\times(i_L(0^+)+i(0^+))-4i_L(0^+)+4i(0^+)=0\Rightarrow i(0^+)=2A$$

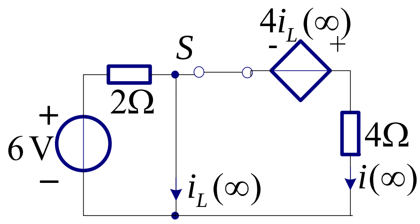
先求等效电阻，采用外加电源法：



$$\begin{cases} u=2(i_L+i) \\ 2\times(i_L+i)-4i_L+4i=0 \end{cases} \Rightarrow u=\frac{8}{3}i_L\text{，所以有 } R_{eq}=\frac{u}{i_L}=\frac{8}{3}\Omega\text{。}$$

求时间常数：$\tau=L/R_{eq}=3\Big/\frac{8}{3}=\frac{9}{8}s$

画出∞ 时刻等效电路：



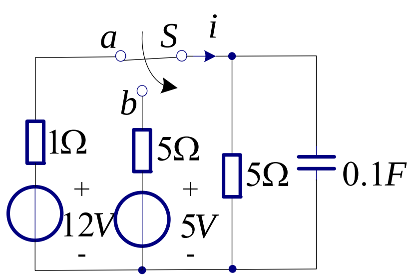
$$\begin{cases} -4i_L(\infty)+4i(\infty)=0 \\ 2\times(i_L(\infty)+i(\infty))=6 \end{cases} \Rightarrow i(\infty)=1.5A$$

t≥0 时，零输入响应为：$i_x(t)=i_{z.i.r}(t)=i(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=2e^{-\frac{8}{9}t}$A，$t\ge 0^+$

零状态响应为：$i_f(t)=i_{z.s.r}(t)=i(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=1.5(1-e^{-\frac{8}{9}t})$A，$t\ge 0^+$

全响应为：$i(t)=i_{Lz.i.r}(t)+i_{Lz.s.r}(t)=(1.5+0.5e^{-\frac{8}{9}t})$A，$t\ge 0^+$

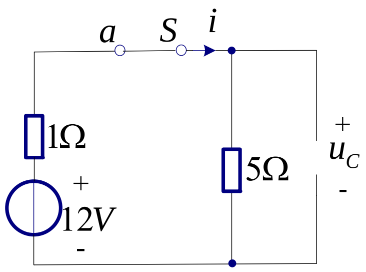
3-22　根据题图 3-22 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 由 a 打向 b，求 $t\ge 0$ 以后电流 $i(t)$ 的零输入响应、零状态响应和完全响应。



题图 3-22

解：$t=0$ 时，开关 S 从 a 打到 b 处。

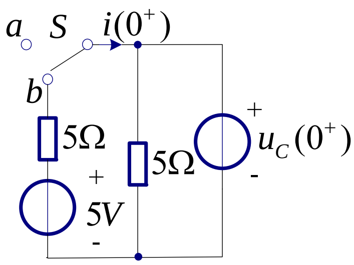
$t=0^-$ 时开关 S 在 a 处，电容开路：



$$u_C(0^-)=\frac{5}{5+1}\times 12=10V$$ 。

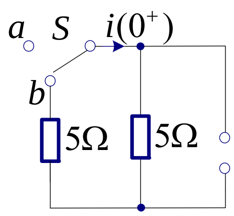
由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=10V$ 。

画 0^+ 时刻等效电路：



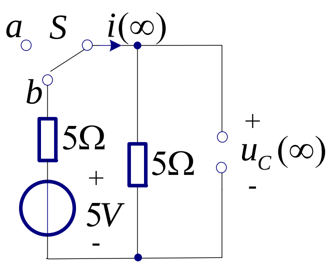
$$-5+5i(0^+)+u_C(0^+)=0 \Rightarrow i(0^+)=-1A$$

求时间常数：



$R_{eq}=5//5=2.5\Omega$， $\tau=R_{eq}C=0.25s$

画出∞ 时刻等效电路：



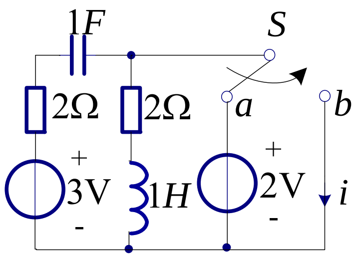
$$i(\infty)=\frac{5}{5+5}=0.5A$$

t≥0 时，零输入响应为：$i_{z.i.r}(t)=i(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=-e^{-4t}\text{A}$，$t\geq 0^+$

零状态响应为：$i_{z.s.r}(t)=i(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=0.5(1-e^{-4t})\text{A}$，$t\geq 0^+$

全响应为：$i(t)=i_{z.i.r}(t)+i_{z.s.r}(t)=(0.5-1.5e^{-4t})\text{A}$，$t\geq 0^+$

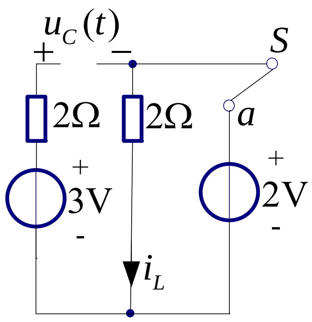
3-23　根据题图 3-23 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 由 a 打向 b，求 $t\geq 0$ 以后的电流 $i(t)$。



题图 3-23

解：$t=0$ 时，开关 S 由 a 打到 b。

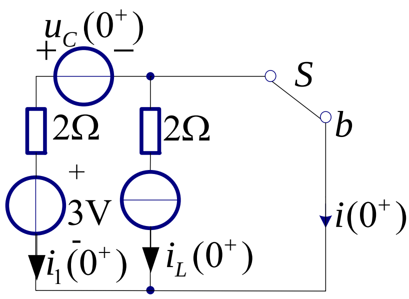
$t=0^-$ 时开关在 a 处，电容开路，电感短路：



$u_C(0^-)=3-2=1V$，$i_L(0^-)=\frac{2}{2}=1A$。

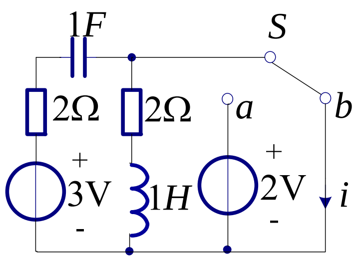
由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=1V$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1A$。

画 0^+ 时刻等效电路：



$-u_C(0^+)+2i_1(0^+)+3=0\Rightarrow i_1(0^+)=-1$

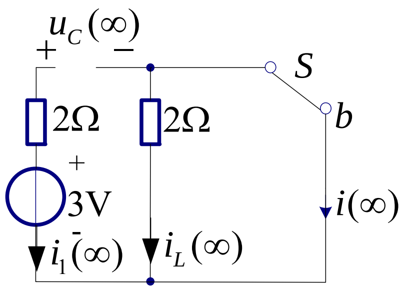
求时间常数：



$R_{Leq}=2\Omega$， $\tau_L=L/R_{Leq}=0.5s$

$R_{Ceq}=2\Omega$， $\tau_C=R_{eq}C=2s$

画出∞ 时刻等效电路：



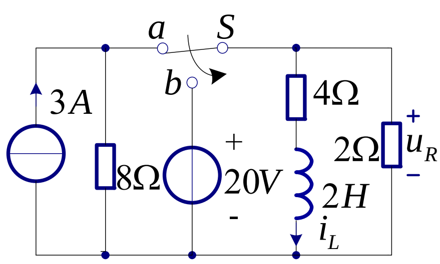
$i_1(\infty)=0$， $i_L(\infty)=0$

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau_L}t}=e^{-2t}\text{A}，\ t\geq 0^+$$

$$i_1(t)=i_1(\infty)+[i_1(0^+)-i_1(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau_C}t}=-e^{-\frac{1}{2}t}\text{A}，\ t\geq 0^+$$

$$i(t)=i_1(t)+i_L(t)=(e^{-2t}-e^{-\frac{1}{2}t})\text{A}，\ t\geq 0^+$$

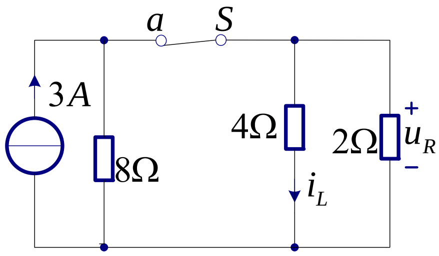
3-24　根据题图 3-24 所示的电路，$t=0$时开关S由a打向b，求$t\geq 0$以后的$i_L(t)$和$u_R(t)$。



题图 3-24

解：$t=0$时，开关 S 由 a 打到 b。

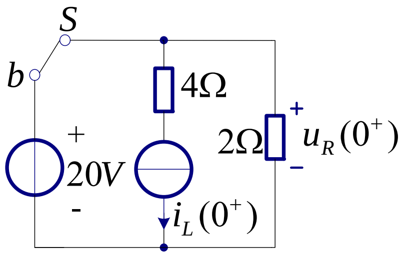
$t=0^-$ 时开关在 a 处，电感短路：



$$i_L(0^-)=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}\times 3=\frac{6}{7}A\text{。}$$

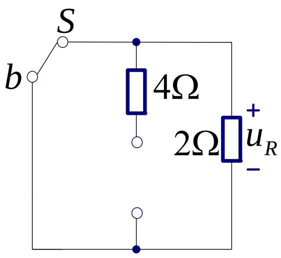
由换路定则，有：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=\frac{6}{7}A$。

画 0^+ 时刻等效电路：



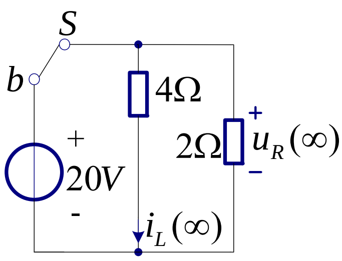
$u_R(0^+)=20V$

求时间常数：



$R_{eq}=4\Omega$，$\tau=L/R_{eq}=0.5s$

画出∞ 时刻等效电路：

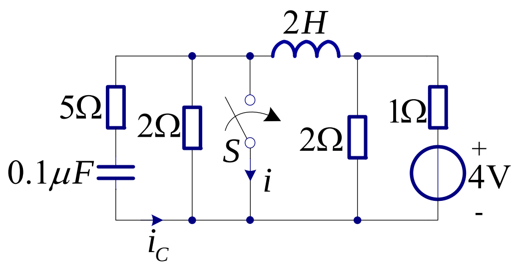


$i_L(\infty)=\frac{20}{4}=5A$，$u_R(\infty)=20V$

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=5+(\frac{6}{7}-5)e^{-2t}=(5-\frac{29}{7}e^{-2t})\text{A},\ t\geq 0^+$$

$$u_R(t)=u_R(\infty)+[u_R(0^+)-u_R(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}=20+(20-20)e^{-2t}=20\text{V},\ t\geq 0^+$$

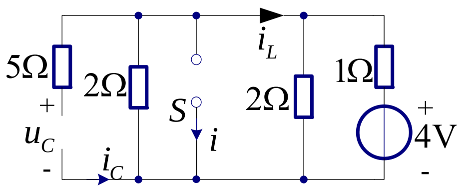
3-25　根据题图 3-25 所示的电路，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\geq 0$ 以后的 $i(t)$、$i_C(t)$。



题图 3-25

解：$t=0$ 时，开关 S 闭合。

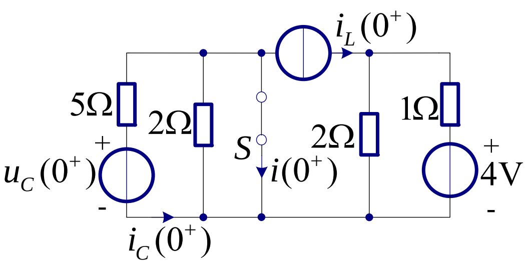
$t=0^-$ 时开关 S 打开，电容开路，电感短路：



$u_C(0^-)=\dfrac{2//2}{2//2+1}\times 4=2V$，$i_L(0^-)=-\dfrac{2}{2}=-1A$。

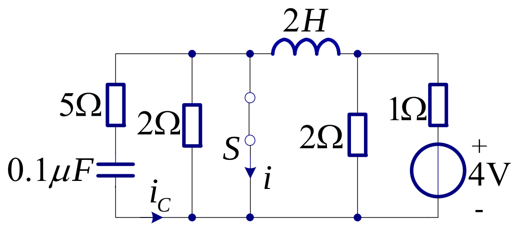
由换路定则，有：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=2V$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=-1A$。

画 0^+ 时刻等效电路：



$$5i_C(0^+)+u_C(0^+)=0\Rightarrow i_C(0^+)=-\frac{2}{5}A$$

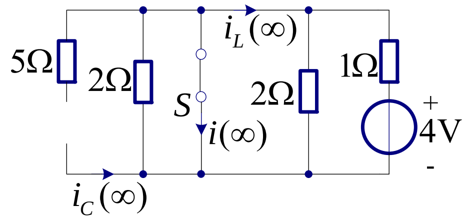
求时间常数：



$R_{Leq}=2//1=\frac{2}{3}\Omega$， $\tau_L=L/R_{Leq}=3s$

$R_{Ceq}=5\Omega$， $\tau_C=R_{eq}C=0.5\times10^{-6}s$

画出∞ 时刻等效电路：



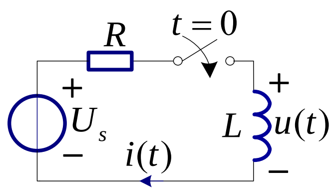
$i_C(\infty)=0$， $i_L(\infty)=-\frac{4}{1}=-4A$

$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau_L}t}=-4+(-1+4)e^{-\frac{1}{3}t}=(-4+3e^{-\frac{1}{3}t})\text{A}$，$t\geq0^+$

$i_C(t)=i_C(\infty)+[i_C(0^+)-i_C(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau_C}t}=-\frac{2}{5}e^{-2\times10^6t}\text{A}$，$t\geq0^+$

$i(t)=i_C(t)+i_L(t)=(-4+3e^{-\frac{1}{3}t}-\frac{2}{5}e^{-2\times10^6t})\text{A}$，$t\geq0^+$

3-26　若题图 3-26 所示 RL 电路的零状态响应 $i(t)=(10-10e^{-200t})A$， $t\geq0$， $u(t)=(500e^{-200t})V$， $t\geq0$，求 U_s， R， L 及时间常数 τ。



题图 3-26

解：$t=0$时，开关 S 闭合。

当电路再达稳态时，电感短路，有：$i(\infty)=U_s/R$

时间常数：$\tau=L/R$

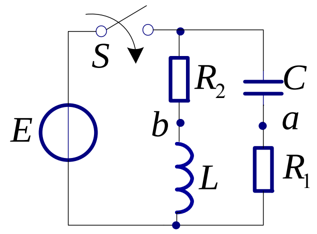
电感电流：$i(t)=i(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=\dfrac{U_s}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=(10-10e^{-200t})A$

电感电压：$u(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}=U_s e^{-\frac{R}{L}t}=(500e^{-200t})V$

所以$U_s=500\text{V}$，$U_s/R=10\Rightarrow R=50\Omega$，

$R/L=200\Rightarrow L=0.25\text{H}$，$\tau=L/R=\dfrac{1}{200}s$

3-27　如题图 3-27 所示电路，$t<0$无初始储能，$t=0$闭合开关，求u_{ab}。



题图 3-27

解：$t<0$时无初始储能。$t=0$时，开关 S 闭合，响应为零状态响应。

当电路再达稳态时，电容开路电感短路，有：$i_L(\infty)=E/R_2$，$u_C(\infty)=E$。

时间常数：$\tau_L=L/R_2$，$\tau_C=R_1C$

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau_L}t})=\frac{E}{R_2}(1-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau_C}t})=E(1-e^{-\frac{1}{R_1C}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$u_{ab}(t)=-u_C(t)+R_2i_L(t)=-E(1-e^{-\frac{1}{R_1C}t})+E(1-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$\Rightarrow u_{ab}(t)=E(e^{-\frac{1}{R_1C}t}-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$