电路与电子电路

第三四章复习

北京邮电大学电子工程学院
2013.3

退出 开始

动态电路

动态元件

动态电路——记忆性

换路（电路工作状态的改变）

过渡过程

电容——储存电场能量

关联参考方向下：$i_C(t)=C\dfrac{du_C(t)}{dt}$

动态特性：某一时刻，电容的电流与该时刻电容电压的变化率成正比。

连续特性：在有界电流条件下，电容电压保持连续性。

记忆特性：某一时刻t的电容电压值，不仅取决于t时刻的电流值，还与-∞到t时刻的所有电流作用有关。

储能特性：电容在某一时刻的储能，只取决于该时刻的电容和电压值：$W(t_0)=\dfrac{1}{2}Cu_C^2(t_0)$

电感——储存磁场能量

关联参考方向下：$u_L(t)=L\dfrac{di_L(t)}{dt}$

动态特性：某一时刻，电感的端电压与该时刻电感电流的变化率成正比。

连续特性：在有界电流条件下，电感电流保持连续性。

记忆特性：某一时刻t的电感电流值，不仅取决于t时刻的电压值，还与-∞到t时刻的所有电压作用有关。

储能特性：电感在某一时刻的储能，只取决于该时刻的电感和电流值：$W(t)=\dfrac{1}{2}Li_L^2(t)$

电容电感的串并联

电容的串联 $$\frac{1}{C_s}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

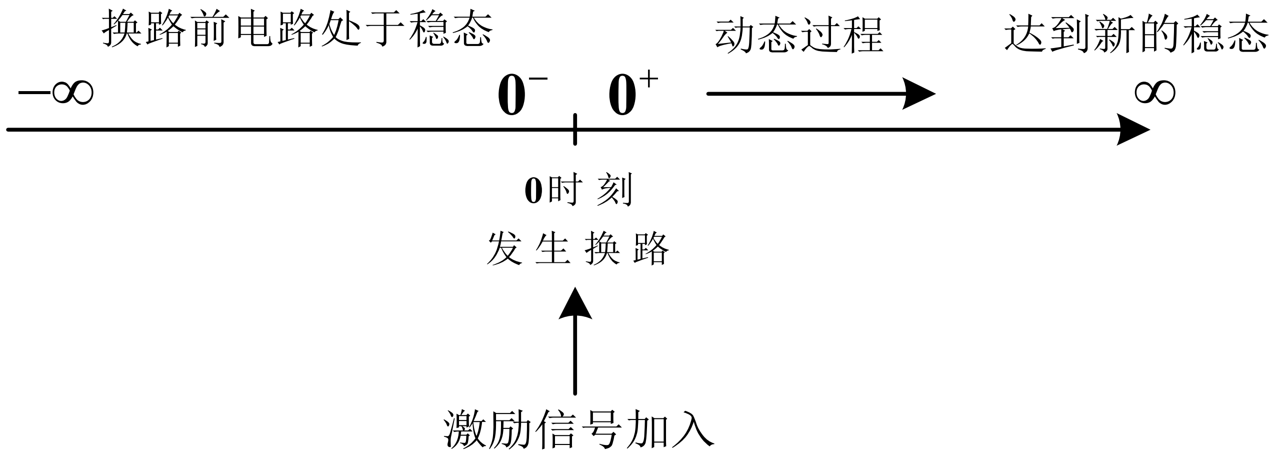
电容的并联 $$C_p=C_1+C_2+\cdots+C_n$$

电感的串联 $$L_s=L_1+L_2+\cdots+L_n$$

电感的并联 $$\frac{1}{L_p}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_n}$$

换路定则

假设换路发生在t=0时刻



换路定则：在电容电流和电感电压为有界值时，**电容电压不能跃变，电感电流不能跃变**，因此在换路前后瞬间的电容电压和电感电流满足：

$$u_C(0^+) = u_C(0^-)$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-)$$

初始值

初始值：在换路的瞬间，电路中的某些电量会突然发生变化，而换路后这一瞬间这些电量的值称为初始值。

计算初始值的步骤：

1、画出 0^-等效电路，其中，在直流激励下的电容相当于开路，电感相当于短路，并根据该电路计算初始状态$u_C(0^-)$和 $i_L(0^+)$；

2、根据换路定则，$u_C(0^+)=u_C(0^-)$, $i_L(0^+)=i_L(0^-)$；

3、画出0^+等效电路，其中电容用电压值为 $u_C(0^+)$的电压源代替，电感用电流值为$i_L(0^+)$的电流源代替；

4、根据 0^+等效电路，用分析直流的方法计算电路中其他变量的初始值。

零输入响应(z.i.r)：外加激励为零时，仅由动态元件的非零初始状态引起的响应（放电过程）。

零状态响应 (z.s.r)：动态元件的初始储能为零时，仅由外加激励引起的响应（充电过程）。

全响应：动态元件处于非零初始状态时，电路在外加激励作用下的响应，是零输入响应与零状态响应之和。

稳态响应：电路达到新的稳定状态时一直存在的响应。

暂态响应：具有指数形式，随着时间增长逐渐趋于零的响应。

响应的强制分量：形式由激励决定的那部分响应。

响应的自由分量：形式由电路结构和元件参数决定的那部分响应。

零输入响应

$$y_{z.i.r}(t) = y(0^+)\, e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \ge 0^+$$

不仅适用于状态变量，也适用于非状态变量。

零状态响应

$$y_{z.s.r}(t) = y(\infty)(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \ge 0^+$$

只适用于状态变量。

一阶电路的三要素法

在直流激励下，需要求一阶动态电路中任一支路的电压、电流时，只需知道待求量的初始值、稳态值和电路的时间常数三个量就能够求得该量的解，这种方法就成为三要素法。

$$y(t) = y(\infty) + [y(0^+) - y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0^+$$

稳态响应　　暂态响应

不仅适用于状态变量，也适用于非状态变量。

对于状态变量
$$\begin{cases} y_{z.i.r}(t) = y(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0^+ \\ y_{z.s.r}(t) = y(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) & t \geq 0^+ \end{cases}$$

时间常数

时间常数：$\tau = RC$ $\quad \tau = \dfrac{L}{R}$

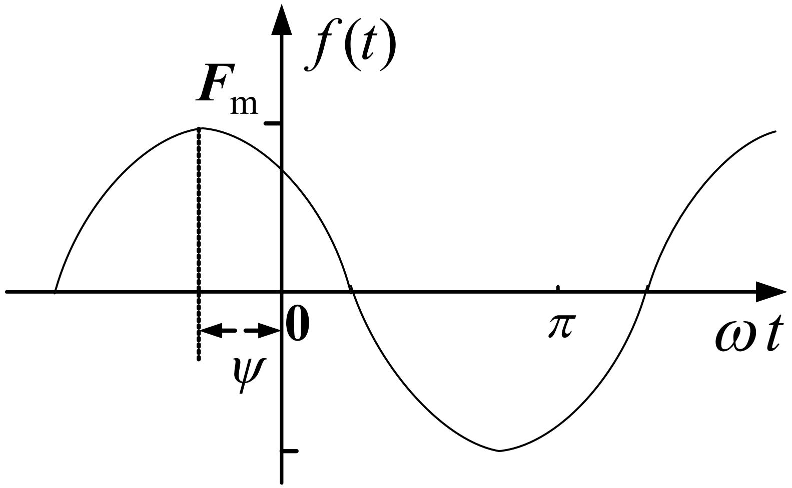
电压、电流衰减的快慢取决于时间常数的大小，
τ越大，衰减越慢，反之则越快。

计算方法：
根据电路，利用公式 $\tau = RC$ 和 $\tau = L/R$ 计算。对于复杂电路，利用戴维南定理或诺顿定理将除动态元件以外的电路用戴维南等效电路或诺顿等效电路替代，由此可以确定R为戴维南等效电阻或诺顿等效电阻。

正弦信号的基本概念

正弦信号：随时间按正弦规律变化的信号。

时域表示：　$f(t)=F_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi)$



F_{m} ——振幅(幅值,最大值)

$\omega=2\pi/T$ ——角频率(rad/s)

$f=1/T$ ——频率(Hz＝1/秒)

ψ ——初相角

正弦信号的有效值

周期性电流 $f(t)$的有效值等于周期性电流瞬时值的平方在一个周期内的平均值再取平方根，即方均根值。

$$F=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\mathrm{d}t}$$

正弦电流信号 $i(t)$ 的有效值

$$i(t)=I_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi_i)\qquad I=\frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\approx 0.707I_\mathrm{m}$$

正弦电压信号 $u(t)$ 的有效值

$$u(t)=U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\psi_u)\qquad U=\frac{U_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\approx 0.707U_\mathrm{m}$$

任一正弦信号的有效值总为其振幅的**0.707**倍。

常用电路变量符号表示

电路中的量	符号表示示例	符号说明
纯直流量	I_B，U_B	变量名与角标都大写
纯交流量	i_b，u_b	变量名与角标都小写
正弦信号的振幅	I_m, U_m 或者 I_{bm}, U_{bm}	变量名大写，角标是m
有效值	I, U或者 I_b, U_b	变量名大写，或变量名大写角标小写
有效值/振幅相量	$\dot{I}$, $\dot{U}$ 或者$\dot{I}_m$, $\dot{U}_m$	变量名大写，头部带点
带直流分量的交流总量	i_B，u_B	变量名小写，角标大写

正弦信号的相位差

两个同频率的正弦量：$f_1(t)=F_{1m}\cos(\omega t+\psi_1)$

$$f_2(t)=F_{2m}\cos(\omega t+\psi_2)$$

定义相位差φ：$\varphi_{12}=(\omega t+\psi_1)-(\omega t+\psi_2)=\psi_1-\psi_2$

$\varphi_{12}>0$ $f_1(t)$超前$f_2(t)$相位φ_{12}

$\varphi_{12}<0$ $f_1(t)$滞后$f_2(t)$相位φ_{12}

$\varphi_{12}=0$ 二者同相

$\varphi_{12}=\pm\pi$ 二者反相

$\varphi_{12}=\pm\pi/2$ 二者正交

正弦信号的相量表示

对应正弦信号 $f(t)=F_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi)$ ，构造一个复值函数 $F_{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{j(\omega t+\psi)}=F_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\psi)+jF_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\psi)$。

某一频率下的电路，需要分析同频率的正弦量，此时只需关注幅度和相位的变化的变化。

正弦信号的振幅相量：$\dot{F}_m=F_m\mathrm{e}^{j\psi}$，通常写成如下形式：$\dot{F}_m=F_m\angle\psi$

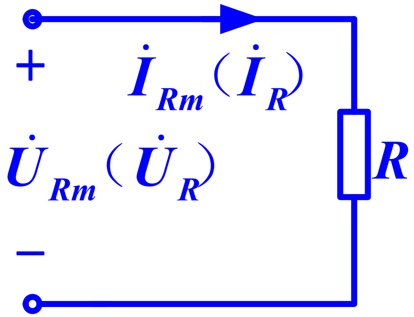
正弦信号的有效值相量：$\dot{F}=\dfrac{F_m}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{j\psi}$ ，通常写成如下形式：$\dot{F}=\dfrac{F_m}{\sqrt{2}}\angle\psi$

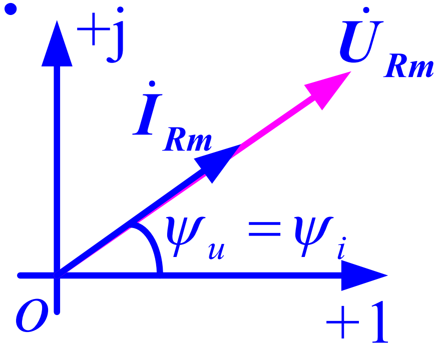
相量形式的KCL： $\sum \dot{I} = 0$ ，$\sum \dot{I}_m = 0$

相量形式的KVL： $\sum \dot{U} = 0$ ，$\sum \dot{U}_m = 0$

电阻元件的复数欧姆定律（相量形式）：

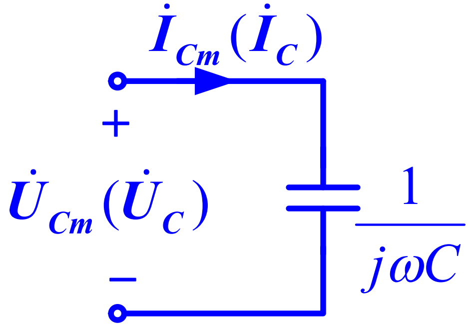
$$\begin{cases} \dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_{Rm} \\ \dot{U}_R = R\dot{I}_R \end{cases}$$

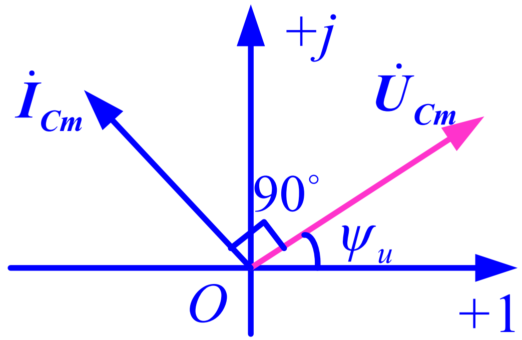




电容元件的复数欧姆定律（相量形式）：

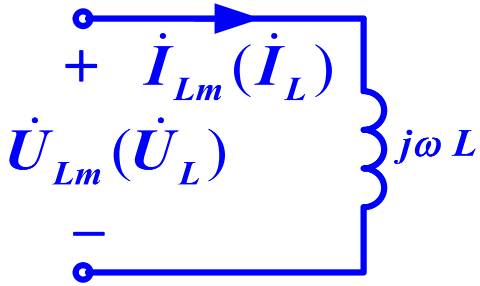
$$\begin{cases} \dot{I}_{Cm} = j\omega C\dot{U}_{Cm} \\ \dot{I}_C = j\omega C\dot{U}_C \end{cases}$$

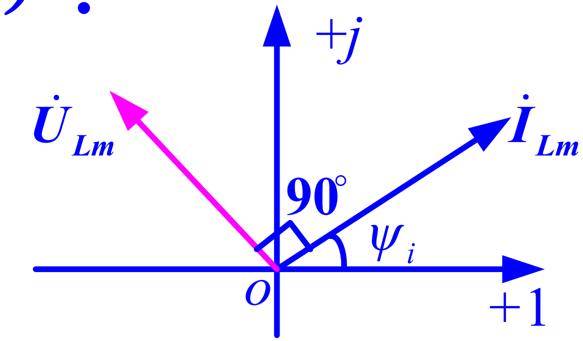




电感元件的复数欧姆定律（相量形式）：

$$\begin{cases} \dot{U}_{Lm} = j\omega L\dot{I}_{Lm} \\ \dot{U}_{L} = j\omega L\dot{I}_{L} \end{cases}$$





一个无源线性支路，在关联参考方向下：

支路的阻抗：$Z = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$
（单位：欧姆）

支路的导纳：$Y = \dfrac{1}{Z} = \dfrac{\dot{I}}{\dot{U}}$
（单位：西门子）

串联阻抗：$Z = \sum_{k=1}^{n} Z_k$

并联导纳：$Y = \sum_{k=1}^{n} Y_k$

相量分析方法

根据**KCL**、**KVL**、欧姆定律及电路元件**VCR**的相量形式，运用相量并引用阻抗和导纳，则正弦稳态电路的计算可以仿照电阻电路的处理方法进行。这种利用相量对正弦稳态电路进行分析的方法称为相量法。

时域模型	$u(t)$	$i(t)$	R	L	C
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
相量模型	$\dot{U}_{\mathrm{m}}(\dot{U})$	$\dot{I}_{\mathrm{m}}(\dot{I})$	R	$j\omega L$	$\dfrac{1}{j\omega C}$

相量分析方法

相量法解题步骤

(1) 写出已知正弦量的相量。

(2) 作出原电路的相量模型，求出电路中各相量间的关系。

(3) 根据所求得的相量，写出相应的正弦量。

相量图法

有时只需计算有效值和相位差，对这类问题，更适合于用相量图法求解。

相量图法：先定性地画出相量图，然后根据图形特征解决问题的一种方法。

(1)串联电路通常以电流作为参考相量，并联电路通常以电压作为参考相量，参考相量初相为零。

(2) 测量仪表的读数为有效值。

(3) 根据电路元件的**VCR**确定各相量间的相位关系。

(4) 根据实部、虚部的正负确定相量所在的象限，从而确定相位角。

功率

瞬时功率，关联参考方向时： $p(t)=u(t)i(t)$

平均功率： $P=UI\cos\varphi_{ui}$　　单位：W（瓦特）

支路的平均功率实际上是描述电阻成分所消耗的功率。

无功功率：$Q=UI\sin\varphi_{ui}$　　单位：VAR（乏）

无功功率仅与支路中的等效电抗成分有关，反映了支路电抗成分与外电路交换能量的最大速度。

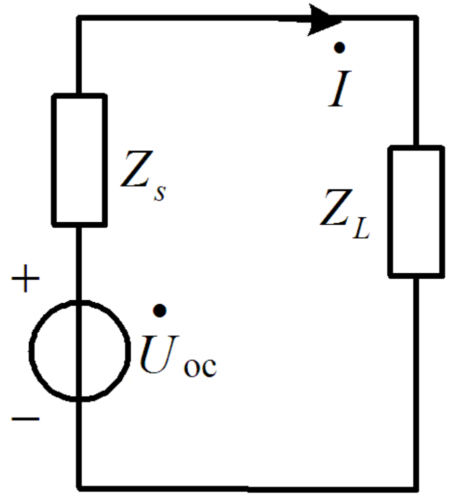
视在功率：$S=\frac{1}{2}U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}=UI$　　单位：伏安(VA)

电路的功率因数：$\lambda=\frac{P}{S}=\cos\varphi_{ui}$

最大功率传输

电路等效信号源$\dot{U}_{OC}$
内阻抗$Z_S = R_S + \mathrm{j}X_S$ } 固定

负载阻抗$Z_L = R_L + \mathrm{j}X_L$ 可变。



负载获得最大功率的条件是：

$$Z_L = R_S - jX_S = Z_S^*$$

此时获得的最大功率为：

$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_S}$$

传输函数与滤波

定义传输函数（系统函数/传递函数）为：

$$H(j\omega)=\frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}$$

激励向量 → $H(j\omega)$（复数） → 相应向量

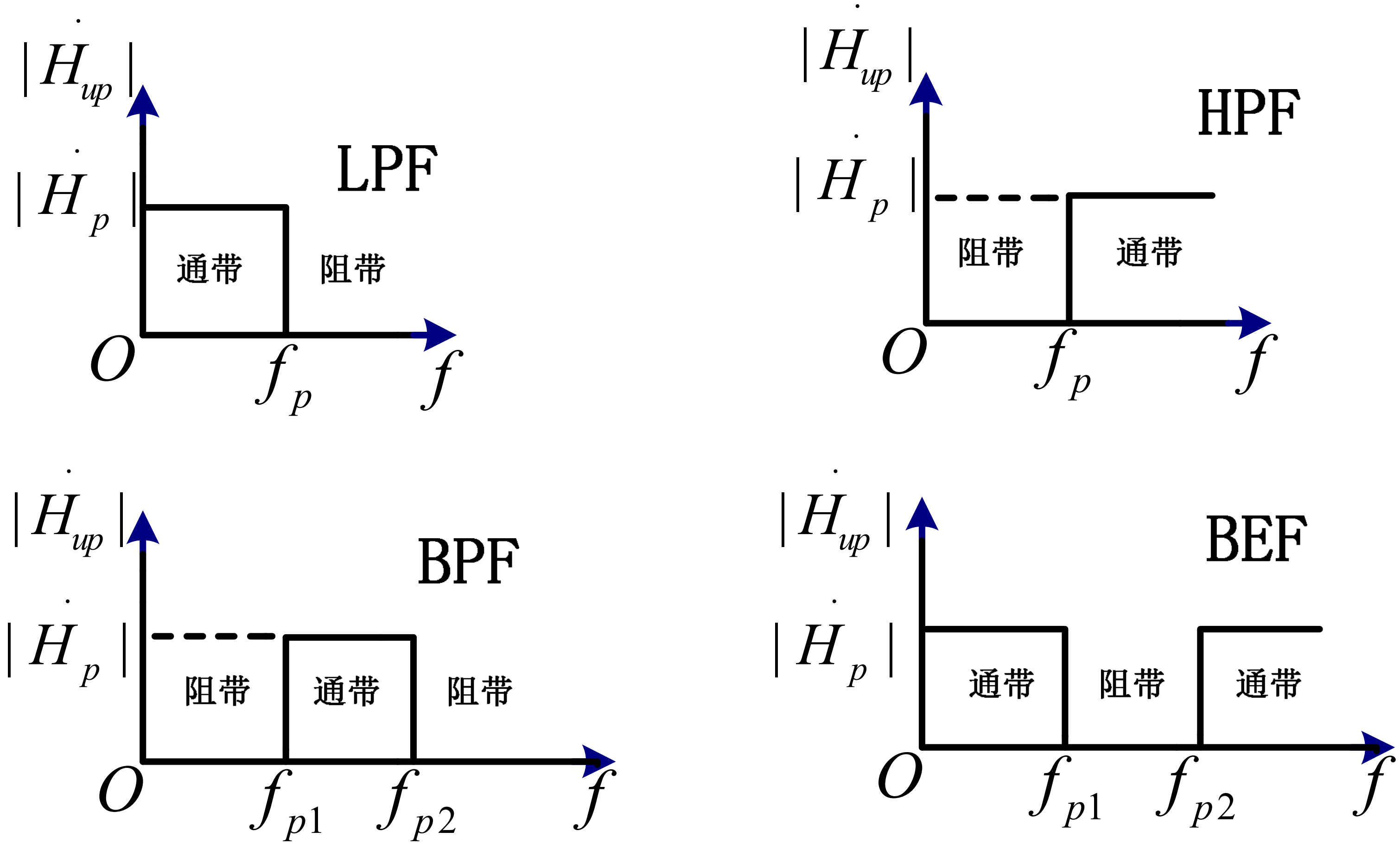
传输函数是复数，因此可以写成：

$$H(j\omega)=\left|H(j\omega)\right|e^{j\varphi(\omega)}$$

系统函数幅度值$\left|H(j\omega)\right|$ 与ω 间的关系：幅频响应特性；幅度值的大小随 ω 的变化曲线：幅频特性曲线。

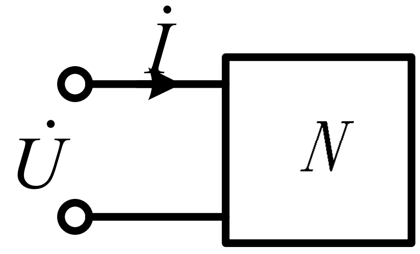
系统函数相位值$\varphi(\omega)$ 与ω 间的关系：相频响应特性；相位大小随 ω 的变化曲线：相频特性曲线。

滤波电路的种类

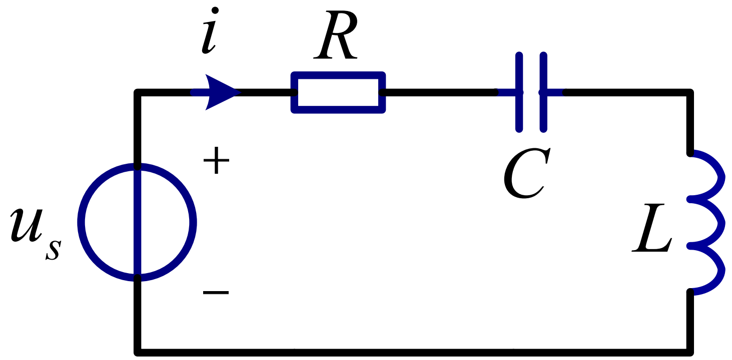


谐振

含有电容、电感元件的二端网络，若端口的电压与电流同相时，电路呈纯电阻性，称电路发生了谐振。



$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$



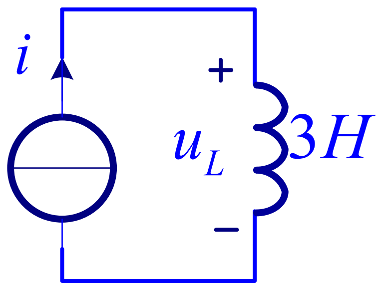
谐振条件：$\omega_0 L - \dfrac{1}{\omega_0 C} = 0$

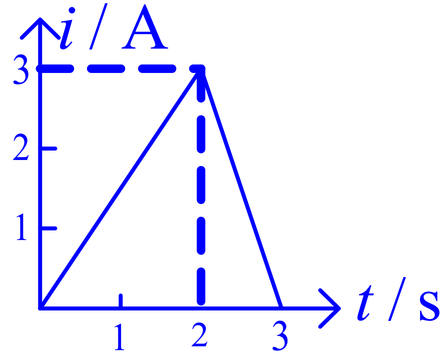
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$ ——串联谐振频率

3-1电路和电流源的波形如图所示，若电感无初始储能，试写出$u_L(t)$的表达式。

解：

$$i_L(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 3t/2 & 0\le t<2\\ -3t+9 & 2\le t<3\\ 0 & 3\le t\end{cases}$$



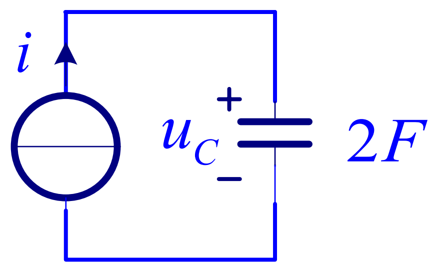


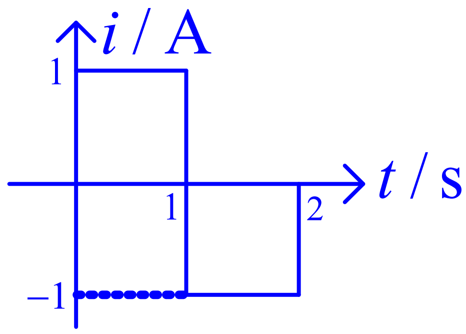
$$u_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}=\begin{cases}0 & t<0\\ 9/2 & 0\le t<2\\ -9 & 2\le t<3\\ 0 & 3\le t\end{cases}$$

3-2 电路和电流源的波形如图所示，若电容无初始储能，试写出$u_C(t)$的表达式。

解：

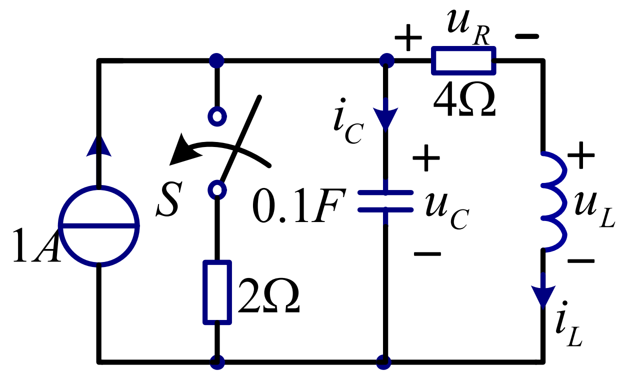
$$i_C(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1\\ -1 & 1\le t<2\\ 0 & 2\le t\end{cases}$$





$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_L(\tau)d\tau=\begin{cases}0 & t<0\\ t/2 & 0\le t<1\\ 1-t/2 & 1\le t<2\\ 0 & 2\le t\end{cases}$$

3-3 电路如图所示，t=0时开关S闭合，求初始值 $u_R(0^+), i_C(0^+), i_L(0^+)$及$u_L(0^+)$。



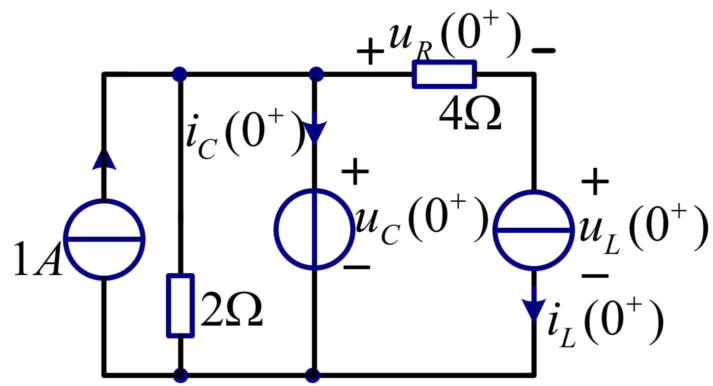
解：$t=0$ 时，开关闭合。

$t=0^-$ 时开关未闭合，电感短路，电容开路：$u_C(0^-)=4\times1=4\text{V}$，$i_L(0^-)=1\text{A}$

由换路定则：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=4\text{V}$

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$$

画出开关闭合后的0^+ 等效电路：

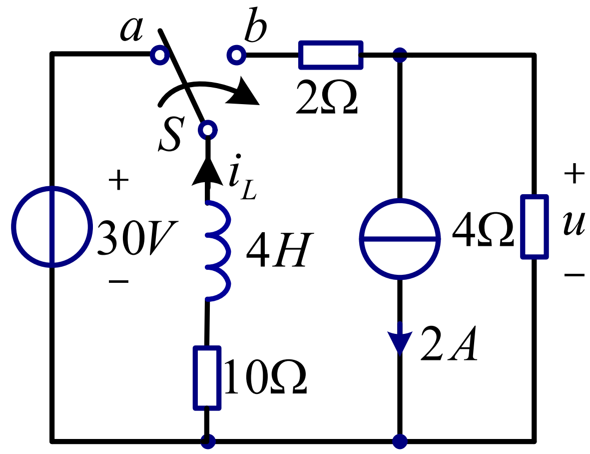


$$u_R(0^+)=4i_L(0^+)=4\text{V}$$

$$i_C(0^+)=1-i_L(0^+)-\frac{u_C(0^+)}{2}=-2\text{A}$$

$$u_L(0^+)=u_C(0^+)-u_R(0^+)=0\text{V}$$

3-5 电路如图所示，t=0时开关S由a打向b，求初始值 $i_L(0^+), u(0^+)$。



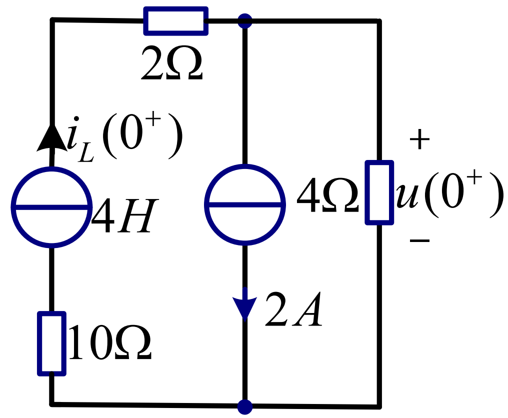
解：$t=0$ 时，开关由a打向b。

$t=0^-$ 时开关在a，电感短路：

$$i_L(0^-)=-30/10=-3\text{A}$$

由换路定则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=-3\text{A}$

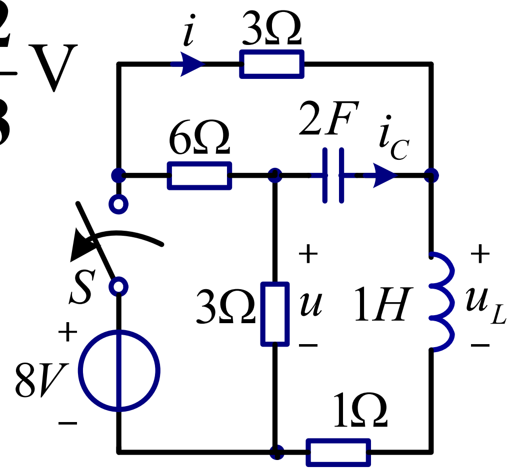
画出开关在b后的0^+ 等效电路：



$$u(0^+)=4\times(i_L(0^+)-2)=-20\text{V}$$

3-9电路如图所示，t<0电路已处于稳态，t=0时开关S断开，求初始值$i(0^+),u(0^+),i_C(0^+)$及$u_L(0^+)$。

解：$t=0$ 时，开关合上。$t=0^-$ 时开关断开，电感短路，电容开路：$u_C(0^-)=\dfrac{3}{6+3}\times 8-\dfrac{1}{3+1}\times 8=\dfrac{2}{3}\text{V}$

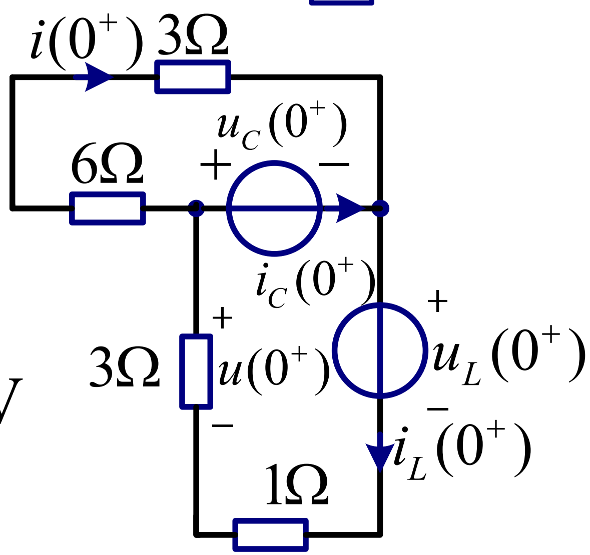


$i_L(0^-)=8/(1+3)=2\text{A}$

由换路定则：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=\dfrac{2}{3}\text{V}$

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$

画出开关闭合后的0^+ 等效电路：



$i(0^+)=u_C(0^+)/(3+6)=2/27\,\text{A}$

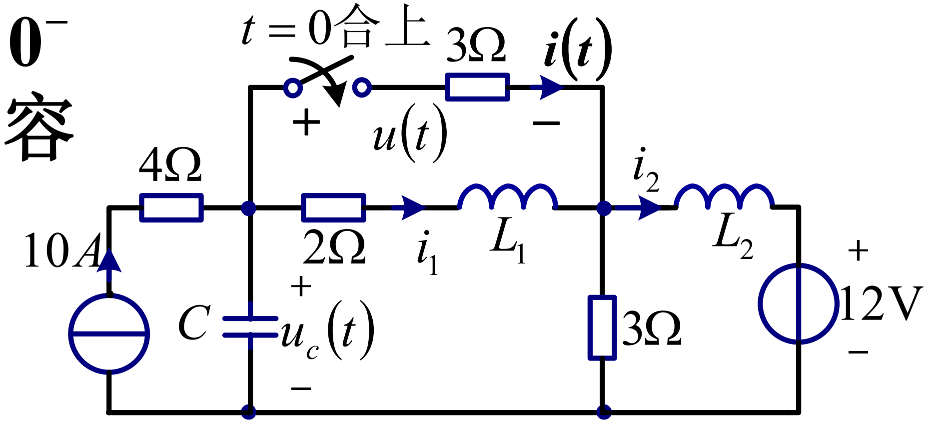
$u(0^+)=-3i_L(0^+)=-6\text{V}$

$i_C(0^+)=i_L(0^+)-i(0^+)=52/2\,\text{A}$

$u_L(0^+)=-u_C(0^+)-(3+1)\times i_L(0^+)=-26/3\,\text{V}$

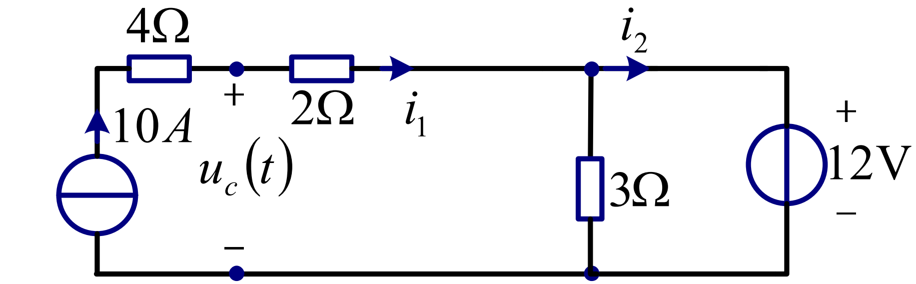
3-10电路如图所示，t<0电路已处于稳态，t=0时合上开关，求初始值$i_2(0^+), u_C(0^+)$及$u(0^+)$。

解：$t=0$ 时，开关合上。$t=0^-$时开关断开，电感短路，电容开路：$i_1(0^-)=10\text{A}$



$i_2(0^-)=10-12/3=6\text{A}$

$u_C(0^-)=2\times10+12=32\text{A}$



由换路定则：

$u_C(0^+)=u_C(0^-)=32\text{V}$

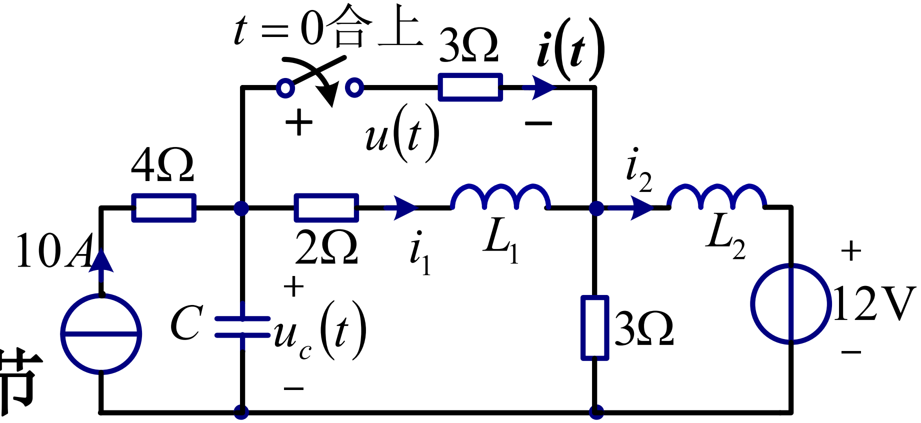
$i_1(0^+)=i_1(0^-)=10\text{A}$

$i_2(0^+)=i_2(0^-)=6\text{A}$

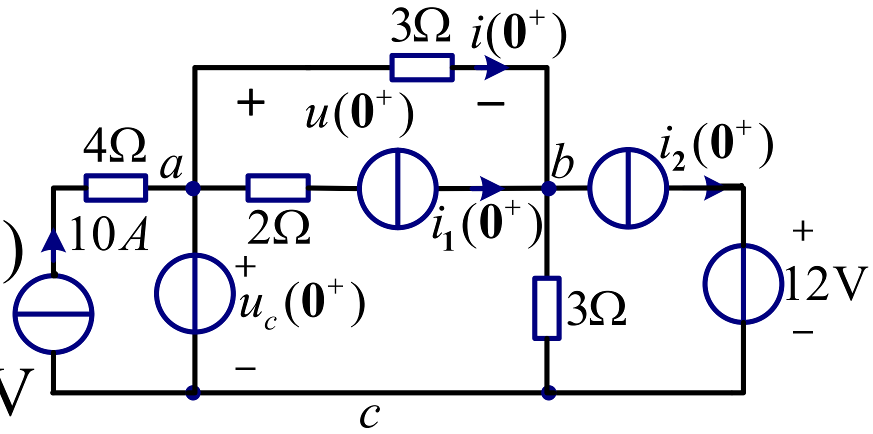
$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 32\text{V}$$

$$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 10\text{A}$$

$$i_2(0^+) = i_2(0^-) = 6\text{A}$$



画出 0^+ 等效电路。c为参考节点，a、b点节点电压为u_a，u_b



$$u_a = u_C(0^+) = 32\text{V}$$

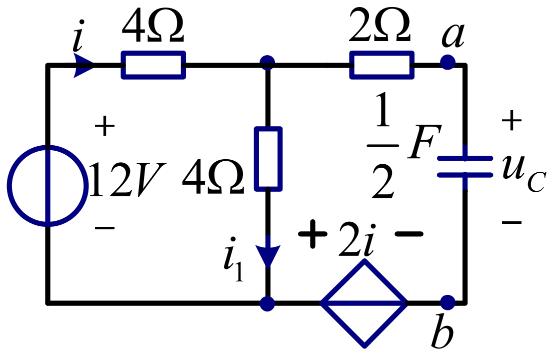
$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)u_b + \left(-\frac{1}{3}\right)u_a = i_1(0^+) - i_2(0^+)$$

$$u_b = [u_a + 3i_1(0^+) - 3i_2(0^+)]/2 = 22\text{V}$$

$$u(0^+) = u_a - u_b = 10\text{V}$$

3-11电路如图所示，求电路时间常数τ。

解：求电路ab端的左侧电路的等效电阻，采用外加电源法。

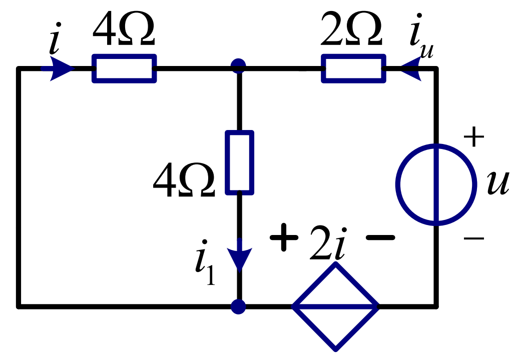


$$i = -i_u / 2$$

$$u = (2 + \frac{4}{2}) \times i_u + 2i = 3i_u$$

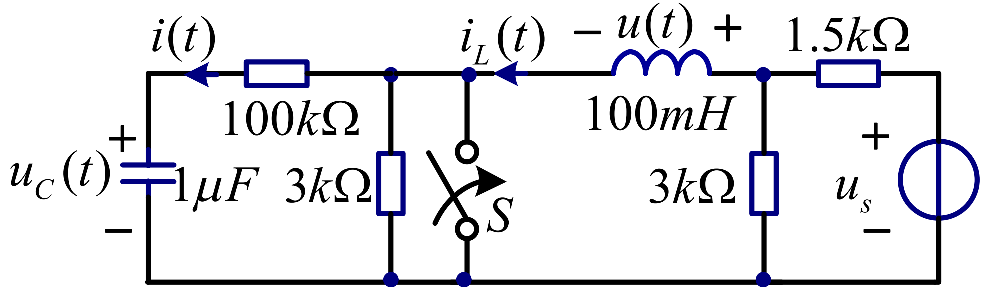
$$R_{eq} = \frac{u}{i_u} = 3\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}s$$



3-12电路如图，t=0时开关闭合，开关闭合前$u_s = 60\text{V}$，开关闭合后$u_s = 0$，求$i_L(0^+), u_C(0^+)$，并求出$t \geq 0$以后的$u_C(t)$和$u(t)$。

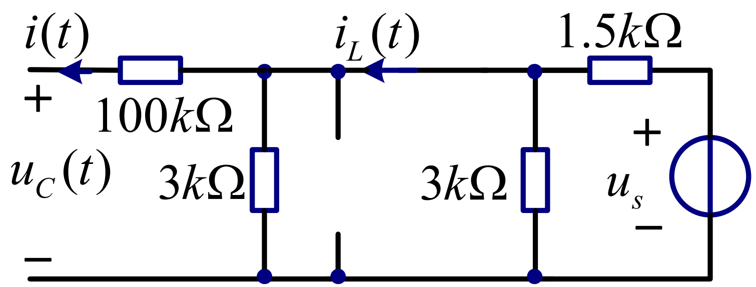
解：$t=0$时，开关合上。



$t=0^-$时开关断开，电感短路，电容开路：

$$i_L(0^-) = \frac{60}{1.5+3/2} \times \frac{1}{2} = 10m\text{A}$$

$$u_C(0^-) = 3i_L(0^-) = 30\text{V}$$

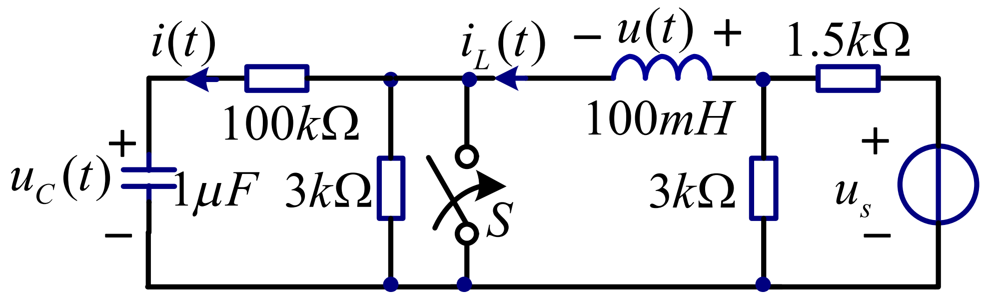


由换路定则：

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 30\text{V}$$

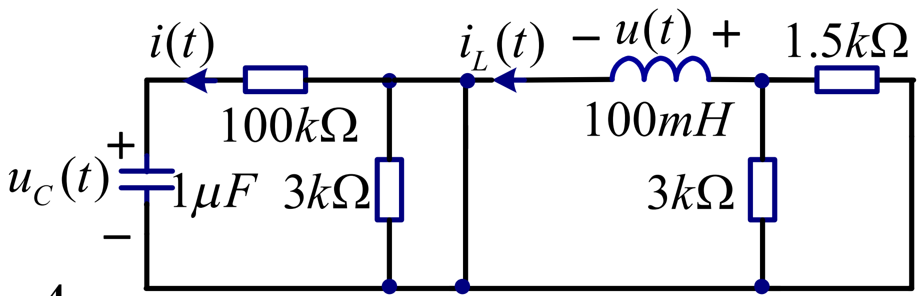
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 10m\text{A}$$

开关闭合后电路分为两部分：



$$R_{Ceq} = 100k\Omega$$

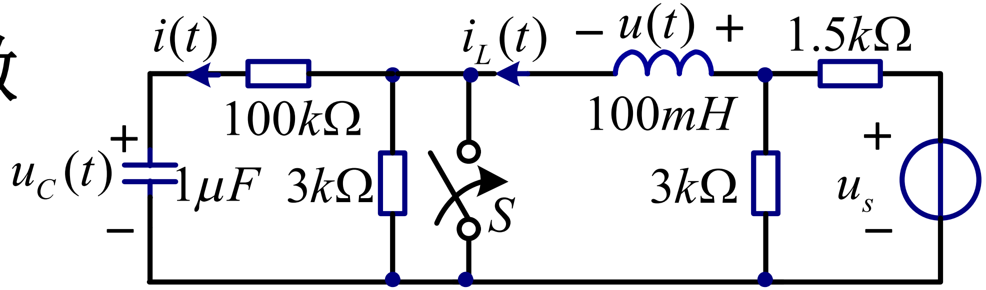
$$\tau_C = R_{Ceq}C = 100 \times 10^3 \times 10^{-6} = 0.1s$$

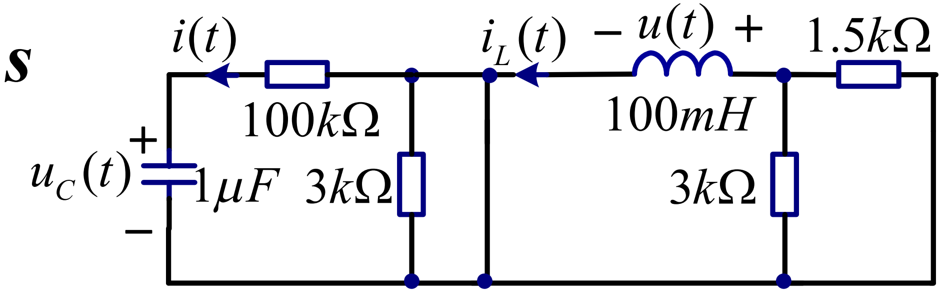


$$R_{Leq} = \frac{3 \times 1.5}{3 + 1.5} = 1k\Omega$$

$$\tau_L = \frac{L}{R_{Leq}} = \frac{100 \times 10^{-3}}{10^3} = 10^{-4}s$$

$t \geq 0$ 时电路没有外加激励，所以为零输入响应。





$u_C(0^+) = 30\text{V}$ $\qquad \tau_C = 0.1s$

$i_L(0^+) = 10m\text{A}$ $\qquad \tau_L = 10^{-4}s$

$$u_C(t) = u_C(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_C}} = 30e^{-10t}\text{V}，\quad t \geq 0^+$$

$$i_L(t) = i_L(0^+)e^{-\frac{t}{\tau_L}} = 10e^{-10^4 t}\text{mA}，\quad t \geq 0^+$$

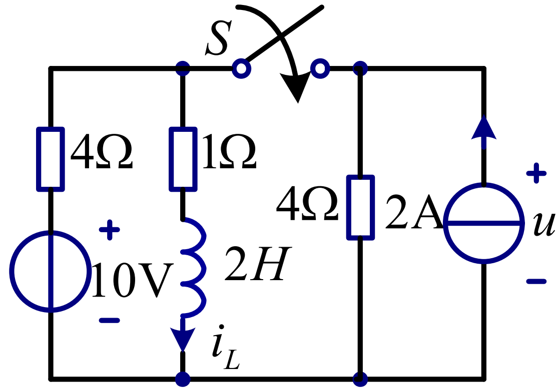
$$u(t) = -i_L(t) \times \frac{3 \times 1.5}{3 + 1.5} = -10e^{-10^4 t}\text{mA} \times 1\text{k}\Omega = -10e^{-10^4 t}\text{V}，\quad t \geq 0^+$$

3-13 电路如图，t=0时开关S关闭，求 $t \geq 0$ 以后电流 $i_L(t)$ 和电压 $u(t)$。

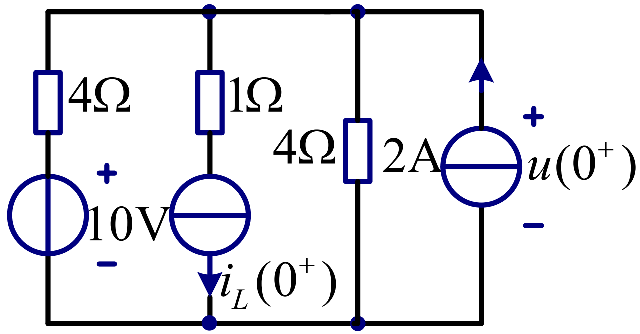
解：$t=0$ 时，开关S闭合。

$t=0^-$ 时，电感短路，有：

$$i_L(0^-)=\frac{10}{4+1}=2\text{A}$$



由换路定则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$



节点电压法：

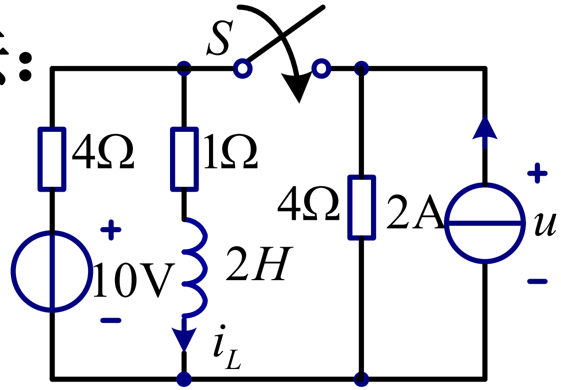
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)u(0^+)=\frac{10}{4}-i_L(0^+)+2$$

$$\Rightarrow u(0^+)=5\text{V}$$

求时间常数：$R_{eq}=4//4+1=3\Omega$

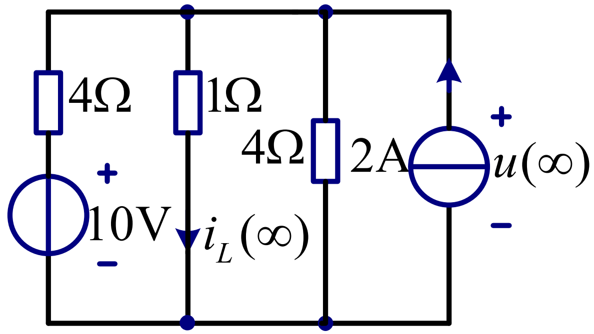
$$\tau=L/R_{eq}=\frac{2}{3}s$$

画出∞时刻等效电路。由节点电压法:



$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1\right)u(\infty)=\frac{10}{4}+2 \Rightarrow u(\infty)=3\text{V}$$

$$i_L(\infty)=\frac{u(\infty)}{1}=3\text{A}$$



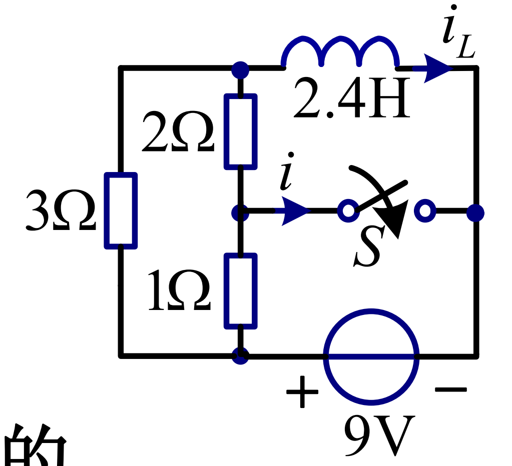
$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$=3+[2-3]e^{-\frac{3}{2}t}=(3-e^{-\frac{3}{2}t})\text{A}，\quad t\geq 0^+$$

$$u(t)=u(\infty)+[u(0^+)-u(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$=3+[5-3]e^{-\frac{3}{2}t}=(3+2e^{-\frac{3}{2}t})\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

3-14 电路如图，t=0时开关S关闭，求$t \geq 0$以后的$i(t)$。



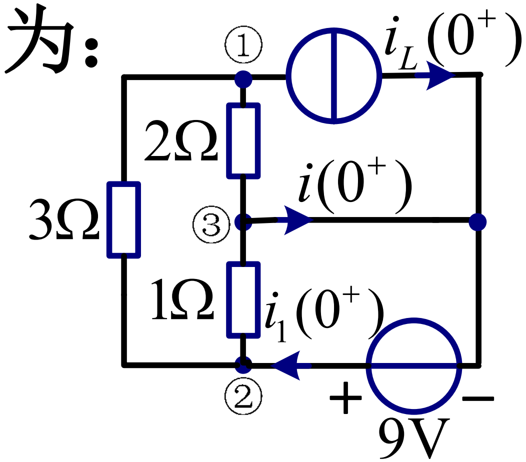
解：$t=0$时，开关S闭合。

$t=0^-$时，电感短路，有：

$$i_L(0^-)=\frac{9}{3//(2+1)}=6\text{A}$$

由换路定则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=6\text{A}$

节点电压法，参考节点③，节点①②的节点电压分别为u_1,u_2，节点电压方程为：



$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})u_1(0^+)+(-\frac{1}{3})u_2(0^+)=-i_L(0^+)=-6$$

$$u_2(0^+)=9\text{V} \quad \Rightarrow u_1(0^+)=-\frac{18}{5}\text{V}$$

$$\Rightarrow i(0^+)=\frac{u_1(0^+)}{2}+\frac{u_2(0^+)}{1}=\frac{36}{5}\text{A}$$

求时间常数：$R_{eq}=2//3=\frac{6}{5}\Omega \qquad \tau=L/R_{eq}=2s$

画出∞时刻等效电路。

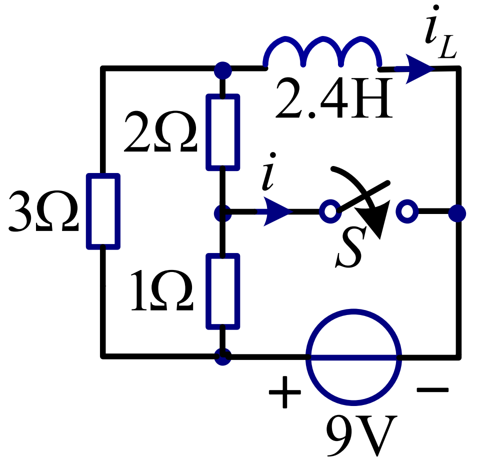
$$i_1(\infty)=\frac{9}{1}=9\text{A} \qquad i_2(\infty)=0\text{A}$$

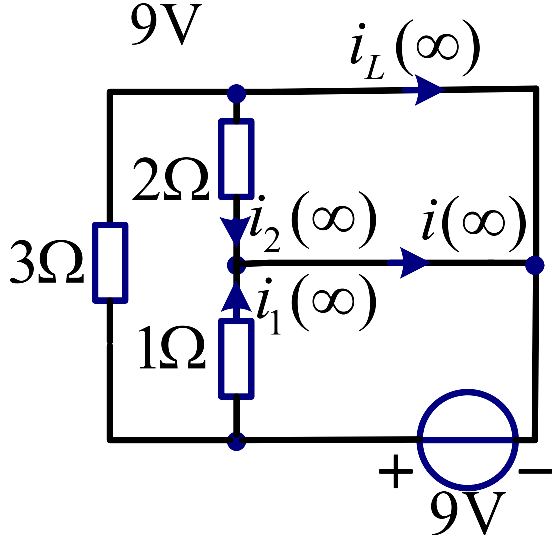
$$i(\infty)=i_1(\infty)+i_2(\infty)=9\text{A}$$

$$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

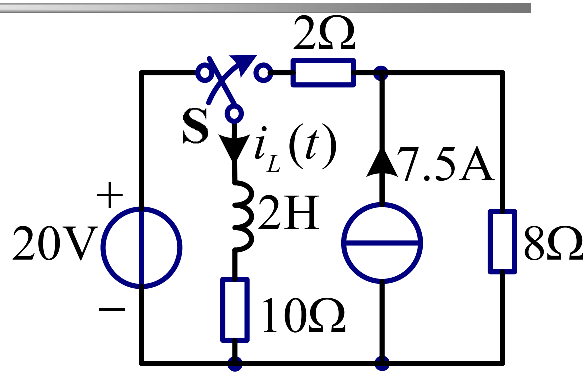
$$=9+(\frac{36}{5}-9)e^{-\frac{1}{2}t}$$

$$=(9-\frac{9}{5}e^{-\frac{1}{2}t})\text{A}，\quad t\geq 0^+$$





3-15 电路如图，t=0时开关S从1打向2，求$t\geq 0$以后电流的$i_L(t)$的全响应、零状态响应和零输入响应。



解：$t=0$时，开关S从1打到2。

$t=0^-$时电感短路，有：

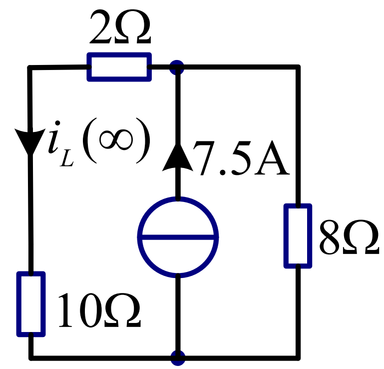
$$i_L(0^-)=20/10=2\text{A}$$

由换路定则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$

求时间常数：$R_{eq}=2+8+10=20\Omega$

$$\tau=L/R_{eq}=2/20=0.1s$$

画出∞时刻等效电路：



$$i_L(\infty)=\frac{8}{8+12}\times 7.5=3\text{A}$$

t≥0时，零输入响应为：

$$i_{Lz.i.r}(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=2e^{-10t}\text{A}，\quad t\geq 0^+$$

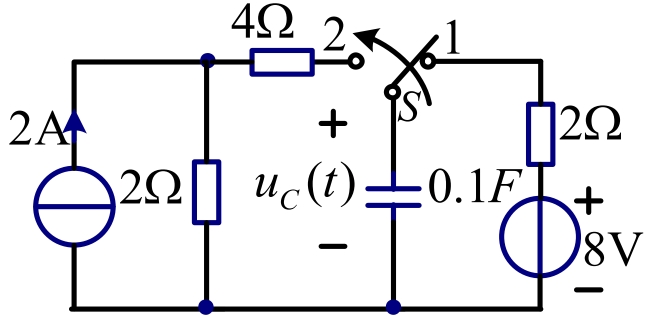
零状态响应为：

$$i_{Lz.s.r}(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=3(1-e^{-10t})\text{A}，\quad t\geq 0^+$$

全响应为：

$$i_L(t)=i_{Lz.i.r}(t)+i_{Lz.s.r}(t)=(3-e^{-10t})\text{A}，\quad t\geq 0^+$$

3-16电路如图，t=0时开关S从1打向2，求 $t \geq 0$以后电压$u_C(t)$的全响应、零状态响应和零输入响应。

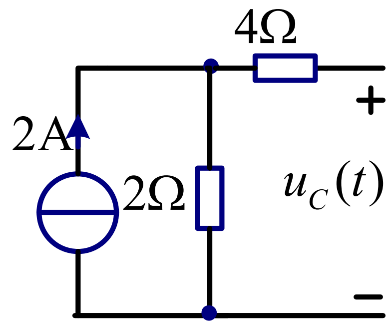


解：$t=0$ 时，开关S从1打到2。

$t=0^-$ 时电容开路，有：

$$u_C(0^-)=8\text{V}$$

由换路定则：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=8\text{V}$



求时间常数：$R_{eq}=2+4=6\Omega$

$$\tau=R_{eq}C=0.6s$$

画出∞时刻等效电路：

$$u_C(\infty)=2\times2=4\text{V}$$

t≥0时，零输入响应为：

$$u_{Cz.i.r}(t)=u_C(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=8e^{-\frac{5}{3}t}\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

零状态响应为：

$$u_{Cz.s.r}(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=4(1-e^{-\frac{5}{3}t})\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

全响应为：

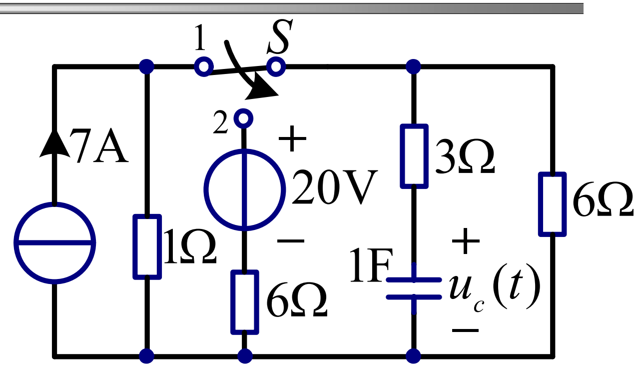
$$u_C(t)=u_{Cz.i.r}(t)+u_{Cz.s.r}(t)=(4+4e^{-\frac{5}{3}t})\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

3-17电路如图，t=0时开关S从1打向2，求 $t\geq 0$ 以后电压 $u_C(t)$ 的全响应、零状态响应和零输入响应。

解：$t=0$ 时，开关S从1打到2。

$t=0^-$ 时电容开路，有：

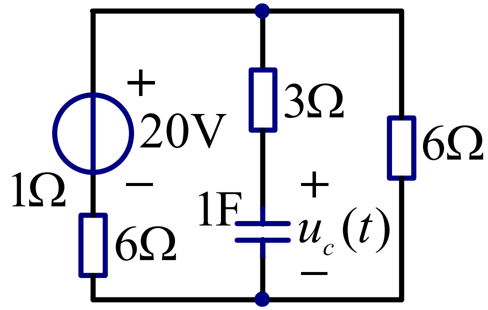
$$u_C(0^-)=7\times\frac{6\times 1}{6+1}=6\text{V}$$



由换路定则：$u_C(0^+)=u_C(0^-)=6\text{V}$

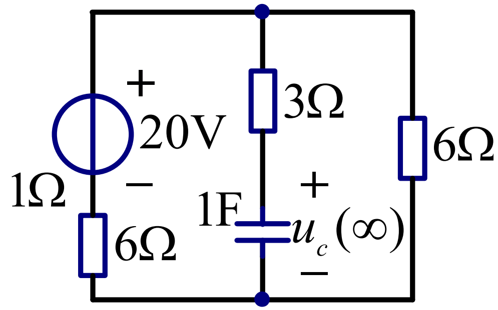
求时间常数：$R_{eq}=3+6//6=6\Omega$

$$\tau=R_{eq}C=6s$$



画出∞时刻等效电路：

$$u_C(\infty)=20\times\frac{6}{6+6}=10\text{V}$$



t≥0时，零输入响应为：

$$u_{Cz.i.r}(t)=u_C(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=6e^{-\frac{1}{6}t}\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

零状态响应为：

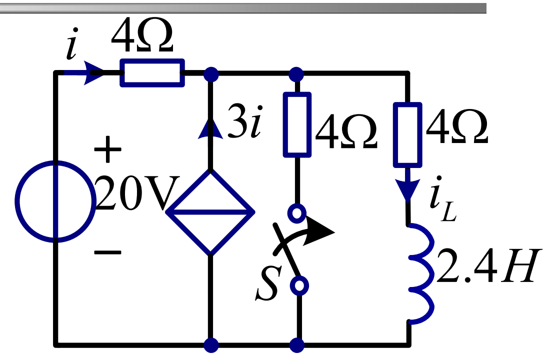
$$u_{Cz.s.r}(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=10(1-e^{-\frac{1}{6}t})\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

全响应为：

$$u_C(t)=u_{Cz.i.r}(t)+u_{Cz.s.r}(t)=(10-4e^{-\frac{1}{6}t})\text{V}，\quad t\geq 0^+$$

3-19 电路如图，t=0时开关S关闭，求$t\geq 0$以后电流$i_L(t)$的全响应、零状态响应和零输入响应。

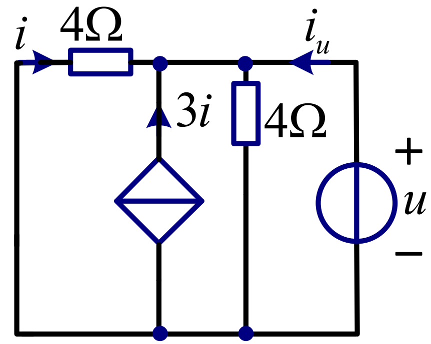
解：$t=0$时，开关S闭合。



$t=0^-$时电感短路：

$$i_L(0^-)=i(0^-)+3i(0^-)$$
$$20=4i(0^-)+4i_L(0^-)$$
$$\Rightarrow i_L(0^-)=4\text{A}$$

由换路定则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)=4\text{A}$

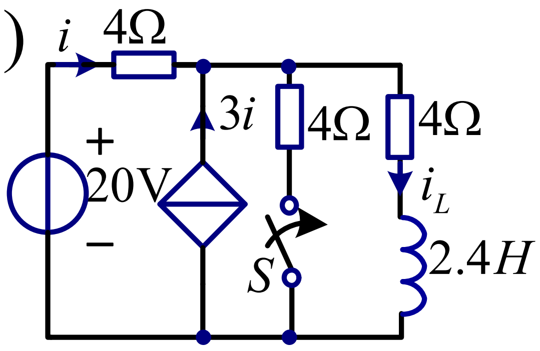


求时间常数：

$$u=-4i \qquad i+3i-\frac{u}{4}+i_u=0 \qquad \frac{5u}{4}=i_u$$

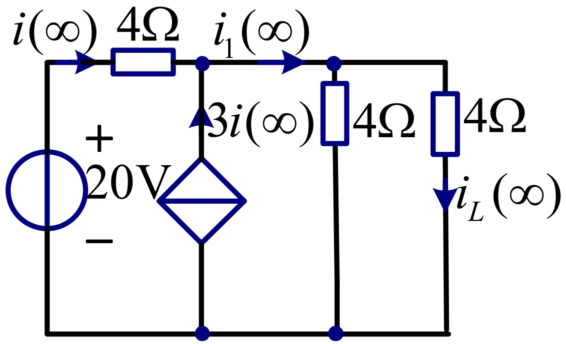
$$R_{eq}=4+\frac{u}{i_u}=4+\frac{4}{5}=\frac{24}{5}\Omega \qquad \tau=L/R_{eq}=2.4\bigg/\frac{24}{5}=0.5s$$

画出∞时刻等效电路：$i_1(\infty)=i(\infty)+3i(\infty)$



$$20=4i(\infty)+\frac{4\times4}{4+4}i_1(\infty)=4i(\infty)+2i_1(\infty)$$

$$i_1(\infty)=\frac{20}{3}\text{A} \qquad i_L(\infty)=\frac{10}{3}\text{A}$$



t≥0时，零输入响应为：

$$i_{Lz.i.r}(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=4e^{-2t}\text{A}，\quad t\geq0^+$$

零状态响应为：

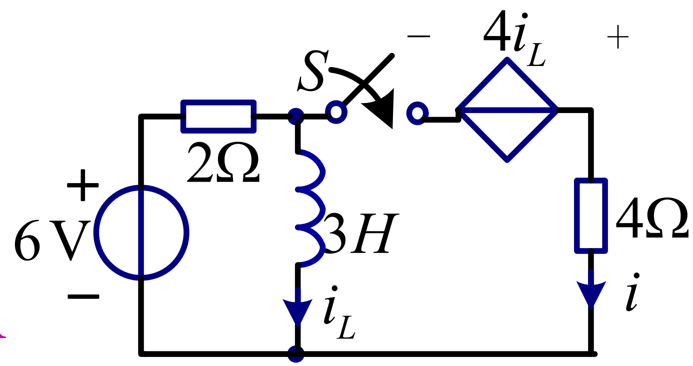
$$i_{Lz.s.r}(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=\frac{10}{3}(1-e^{-2t})\text{A}，\quad t\geq0^+$$

全响应为：

$$i_L(t)=i_{Lz.i.r}(t)+i_{Lz.s.r}(t)=(\frac{10}{3}+\frac{2}{3}e^{-2t})\text{A}，\quad t\geq0^+$$

3-21 电路如图，t=0时开关S关闭，求$t \geq 0$以后电流 $i(t)$ 的全响应、零状态响应和零输入响应。

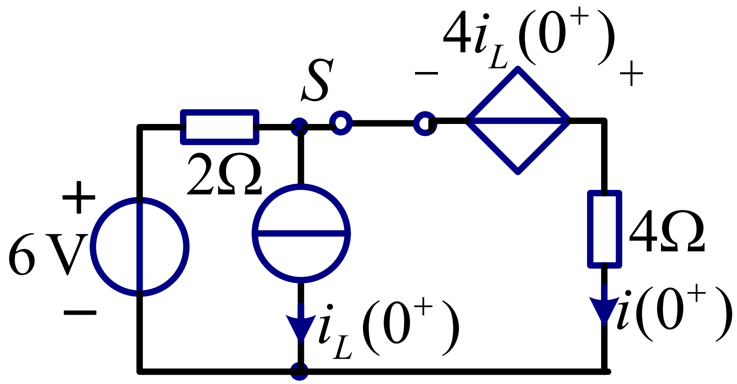
解：$t = 0$ 时，开关S闭合。



$t = 0^-$时电感短路：$i_L(0^-) = \frac{6}{2} = 3\text{A}$

由换路定则：$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3\text{A}$

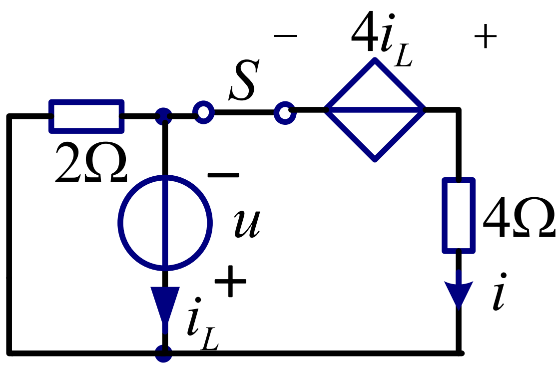
画0^+时刻等效电路：



$$-6 + 2 \times (i_L(0^+) + i(0^+)) - 4i_L(0^+) + 4i(0^+) = 0 \quad \Rightarrow i(0^+) = 2A$$

求时间常数：

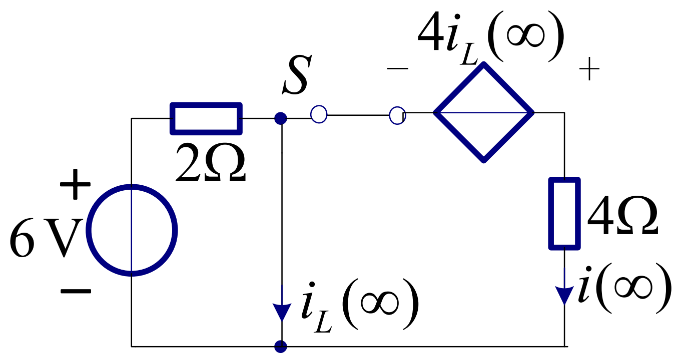
$$\begin{cases} u = 2(i_L + i) \\ 2\times(i_L + i) - 4i_L + 4i = 0 \end{cases} \Rightarrow u = \frac{8}{3} i_L$$



$$R_{eq} = \frac{u}{i_L} = \frac{8}{3}\Omega \qquad \tau = L/R_{eq} = 3\Big/\frac{8}{3} = \frac{9}{8}s$$

画出∞时刻等效电路：

$$\begin{cases} -4i_L(\infty) + 4i(\infty) = 0 \\ 2\times(i_L(\infty) + i(\infty)) = 6 \end{cases} \Rightarrow i(\infty) = 1.5A$$



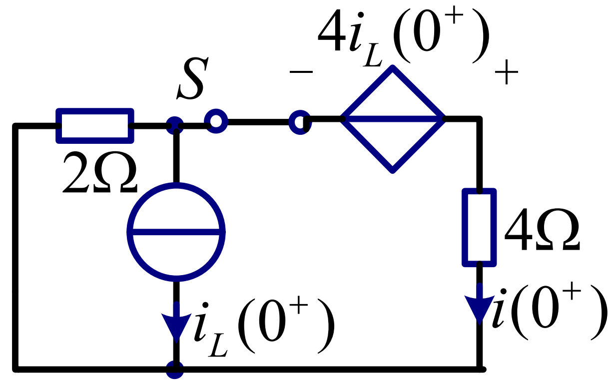
t≥0时，全响应为：

$$i(t) = i(\infty) + [i(0^+) - i(\infty)]e^{-\frac{1}{\tau}t} = (1.5 + 0.5e^{-\frac{8}{9}t})\text{A}，\ t \geq 0^+$$

求零输入响应：

$t=0$ 时，开关S闭合。

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=3\text{A}$



画输入为零时的0^+时刻等效电路：

$$2\times(i_L(0^+)+i(0^+))-4i_L(0^+)+4i(0^+)=0\ \Rightarrow i(0^+)=1A$$

t⩾0时，零输入响应为：

$$i_x(t)=i_{z.i.r}(t)=i(0^+)e^{-\frac{1}{\tau}t}=e^{-\frac{8}{9}t}\text{A}，\ t\geq 0^+$$

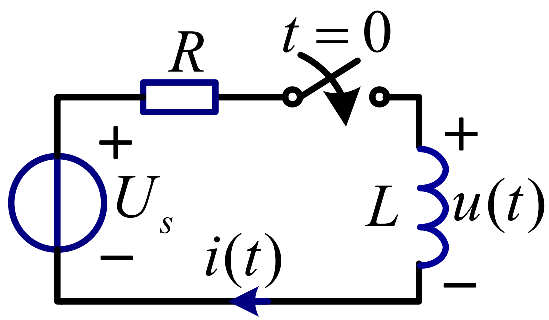
零状态响应为：

$$i_f(t)=i_{z.s.r}(t)=i(t)-i_{z.i.r}(t)=1.5-0.5e^{-\frac{8}{9}t}\text{A}，\ t\geq 0^+$$

3-26图示RL电路的零状态响应 $i(t)=(10-10e^{-200t})A, t\geq 0$

$u(t)=(500e^{-200t})V, t\geq 0$，求$U_s$、R、L及时间常数τ。

解：$t=0$ 时，开关S闭合。



当电路再达稳态时，电感短路，有：

$$i(\infty)=U_s/R$$

时间常数： $\tau=L/R$

∴电感电流：

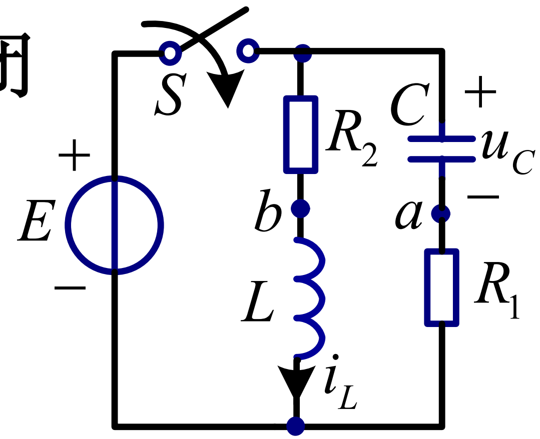
$$i(t)=i(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau}t})=\frac{U_s}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=(10-10e^{-200t})A$$

电感电压： $u(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}=U_s e^{-\frac{R}{L}t}=(500e^{-200t})V$

$\therefore U_s=500\text{V}$, $\quad U_s/R=10\Rightarrow R=50\Omega$,

$R/L=200\Rightarrow L=0.25\text{H}$, $\quad \tau=L/R=\dfrac{1}{200}s$

3-27 如图，t<0无初始储能，t=0开关闭合，求u_{ab}。



解：$t<0$ 时无初始储能。$t=0$ 开关S闭合，响应为零状态响应。当电路再达稳态时，电容开路电感短路，有：

$$i_L(\infty)=E/R_2 \qquad u_C(\infty)=E$$

时间常数：$\tau_L=L/R_2 \qquad \tau_C=R_1C$

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau_L}t})=\frac{E}{R_2}(1-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{1}{\tau_C}t})=E(1-e^{-\frac{1}{R_1C}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$u_{ab}(t)=-u_C(t)+R_2i_L(t)=-E(1-e^{-\frac{1}{R_1C}t})+E(1-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$

$$\Rightarrow u_{ab}(t)=E(e^{-\frac{1}{R_1C}t}-e^{-\frac{R_2}{L}t}),\quad t\geq 0^+$$

4-1

4-6(c\d\f\g)

4-7

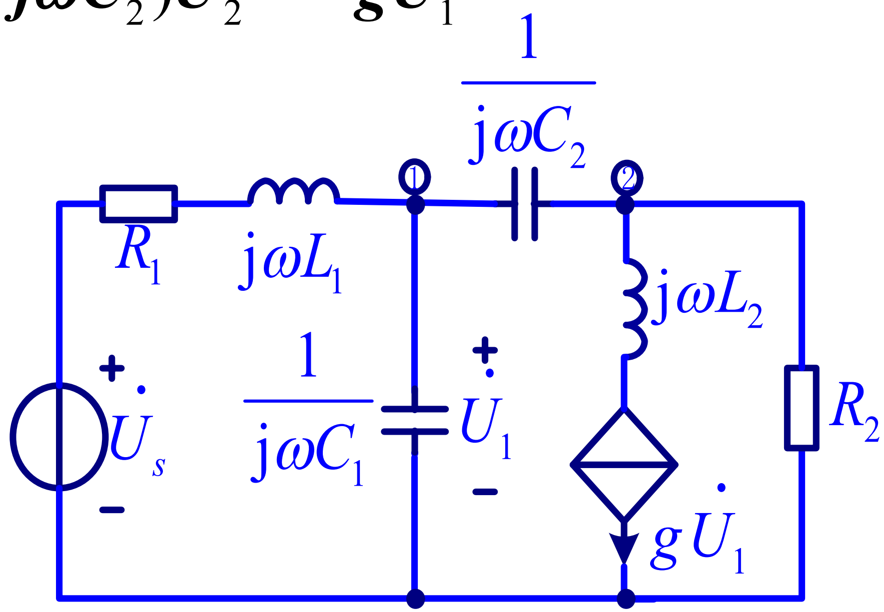
4-9

4-10

4-14正弦稳态电路如题图4-10（b）所示，图（b）电路的节点电压方程。

解：

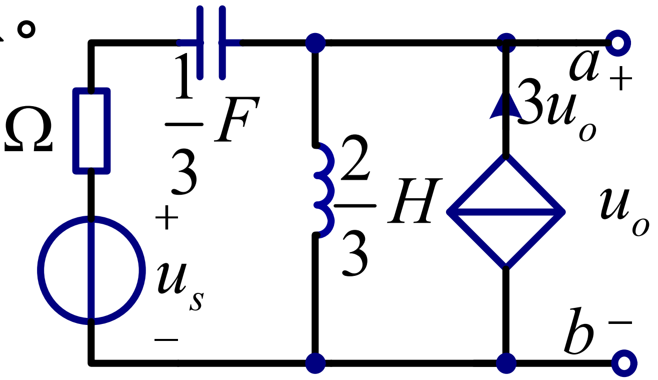
$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1 + j\omega L_1} + j\omega C_1 + j\omega C_2\right)\dot{U}_1 - j\omega C_2 \dot{U}_2 = \dfrac{\dot{U}_s}{R_1 + j\omega L_1} \\ -j\omega C_2 \dot{U}_1 + \left(\dfrac{1}{R_2} + j\omega C_2\right)\dot{U}_2 = -g\dot{U}_1 \end{cases}$$



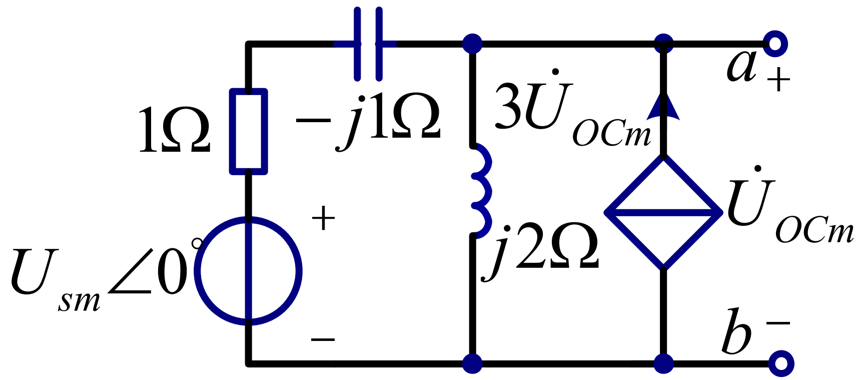
(b)

4-15 求如图所示的正弦稳态电路的戴维宁等效电路，已知 $u_s = U_{sm}\cos 3t$ 。

解:(1) 求 $\dot{U}_{OCm}$。首先画出相量模型。



$$\dot{U}_{OCm} = \left(\frac{\dot{U}_{sm} - \dot{U}_{OCm}}{1 - j1} + 3\dot{U}_{OCm}\right) \times j2$$



$$\dot{U}_{OCm} = \frac{j2}{-5 - j5}\dot{U}_{sm}$$

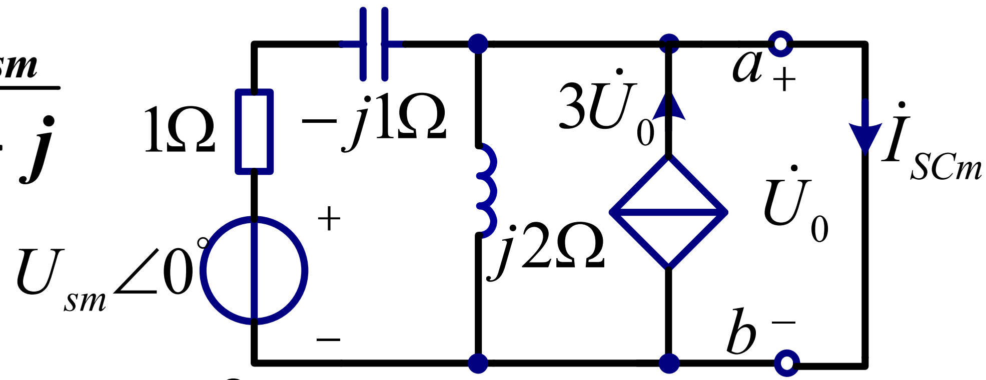
$$= \frac{2\angle 90^\circ}{5\sqrt{2}\angle -135^\circ} \times U_{sm}\angle 0^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}U_{sm}}{5}\angle 225^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}U_{sm}}{5}\angle -135^\circ$$

解（续）

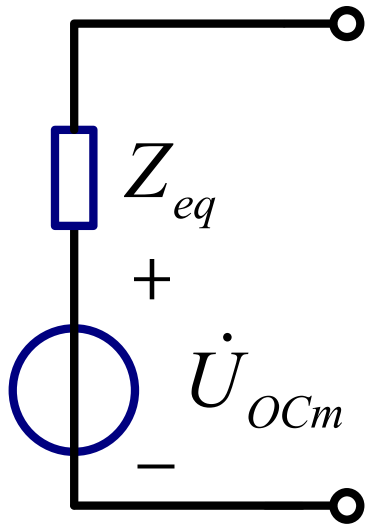
(2)求等效内阻: $\dot{I}_{SCm}=\dfrac{\dot{U}_{sm}}{1-j}$



$$\dot{U}_{OCm}=\frac{j2}{-5-j5}\dot{U}_{sm}$$

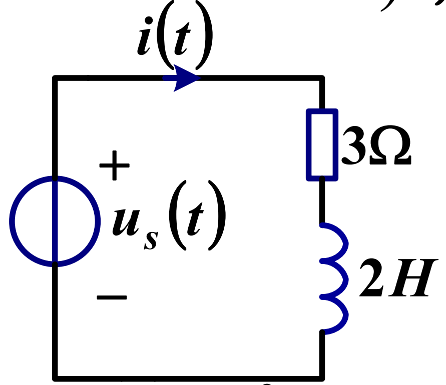
$$Z_{eq}=\frac{\dot{U}_{SCm}}{\dot{I}_{SCm}}=\frac{j2}{-5-j5}\times(1-j)=-\frac{2}{5}\Omega$$

(3) 得到戴维宁等效电路的相量模型。



4-18

4-20 题图4-16所示电路中，已知$u_s(t)=(\cos t+\cos 2t)V$，求电流$i(t)$以及电路吸收的功率。



解：

$$\dot{I}_m=\frac{\dot{U}_{sm}}{R+j\omega L}$$

激励为cost：$\omega=1,\quad \dot{I}_m=\dfrac{1\angle 0^\circ}{3+j2}=0.277\angle -33.7^\circ$

激励为cost：$\omega=2,\quad \dot{I}_m=\dfrac{1\angle 0^\circ}{3+j4}=0.2\angle 53.1^\circ$

$$i(t)=[0.277\cos(t-33.7^\circ)+0.2\cos(2t-53.1^\circ)]A$$

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt$$

$$\int_0^T \cos t\cos 2tdt=0,\quad \int_0^T \sin t\cos 2tdt=0$$

$$\int_0^T \cos t\sin 2tdt=0,\quad \int_0^T \sin t\sin 2tdt=0$$

$$u_s(t) = (\cos t + \cos 2t)V$$

$$i(t) = [0.277\cos(t - 33.7^\circ) + 0.2\cos(2t - 53.1^\circ)]A$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T 0.277\cos t\cos(t - 33.7^\circ)dt + \frac{1}{T}\int_0^T 0.\cos 2t\cos(2t - 53.1^\circ)dt$$

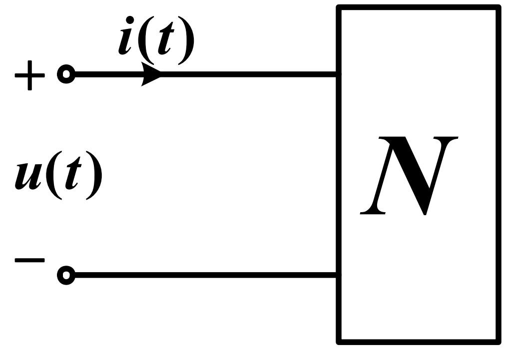
对于单一频率：$P = UI\cos\varphi_{ui} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}\dfrac{I_m}{\sqrt{2}}\cos\varphi_{ui}$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{0.277}{\sqrt{2}}\cos 33.7^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{0.2}{\sqrt{2}}\cos 53.1^\circ = 0.176W$$

4-23 $u(t)=110\cos(\omega t+45^\circ)V$，$i(t)=10\cos(\omega t+15^\circ)A$

求网络N吸收的平均功率P，无功功率Q，视在功率S。

解:



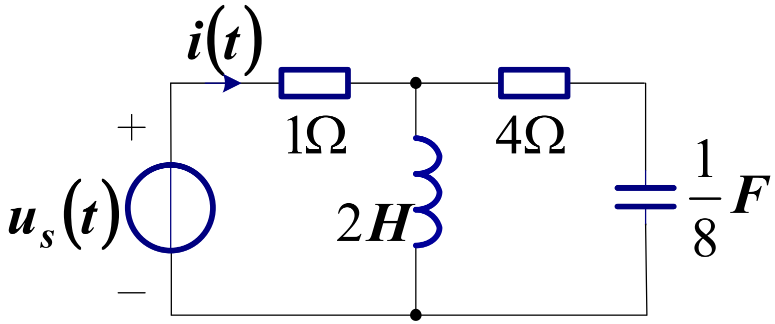
$$P=UI\cos\varphi_{ui}=\frac{110}{\sqrt{2}}\frac{10}{\sqrt{2}}\cos 30^\circ=275\sqrt{3}=476.3\mathrm{W}$$

$$Q=UI\sin\varphi_{ui}=\frac{110}{\sqrt{2}}\frac{10}{\sqrt{2}}\sin 30^\circ=275\mathrm{VAR}$$

$$S=UI=\frac{110}{\sqrt{2}}\frac{10}{\sqrt{2}}=550\mathrm{VA}$$

4-24 已知 $u_s(t)=10\sqrt{2}\cos 2t\text{V}$，试求电流i(t)、电源供出的有功功率P和无功功率Q。

解：$j\omega L = j4\Omega$ $\qquad \dfrac{1}{j\omega C} = -j4\Omega$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10\angle 0^\circ}{1+\dfrac{j4\times(4-j4)}{j4+(4-j4)}}$$

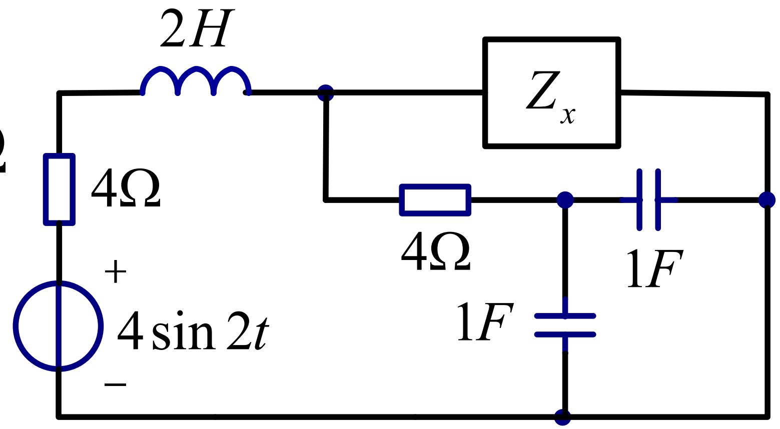
$$= \frac{10\angle 0^\circ}{5+j4} = 1.56\angle -38.66^\circ$$

$$i(t) = 1.56\sqrt{2}\cos(2t-38.66^\circ)A$$

$$P = UI\cos\varphi_{ui} = 10\times 1.56\cos 38.66^\circ = 12.18\text{W}$$

$$Q = UI\sin\varphi_{ui} = 10\times 1.56\sin 38.66^\circ = 9.7\text{VAR}$$

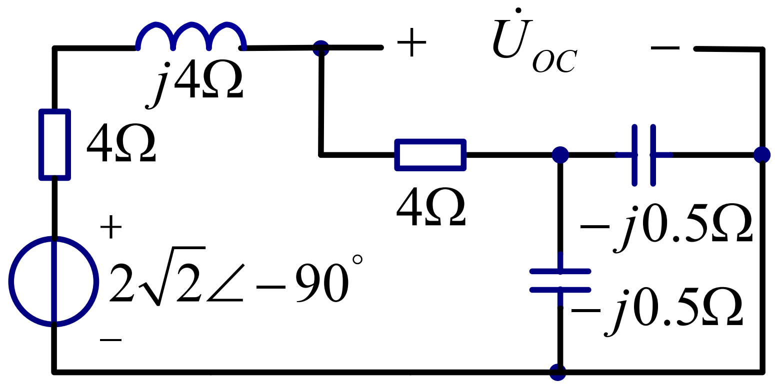
4-27 试求负载Z_x为多大值能够获得最大功率，最大功率是多少？



解：$j\omega L = j4\Omega,\quad \dfrac{1}{j\omega C} = -j0.5\Omega$

$$\dot{U}_{OC} = \frac{(4 - j0.25)\times 2\sqrt{2}\angle -90^\circ}{4 + j4 + 4 - j0.25}$$

$$= 1.28\angle -118.7^\circ V$$



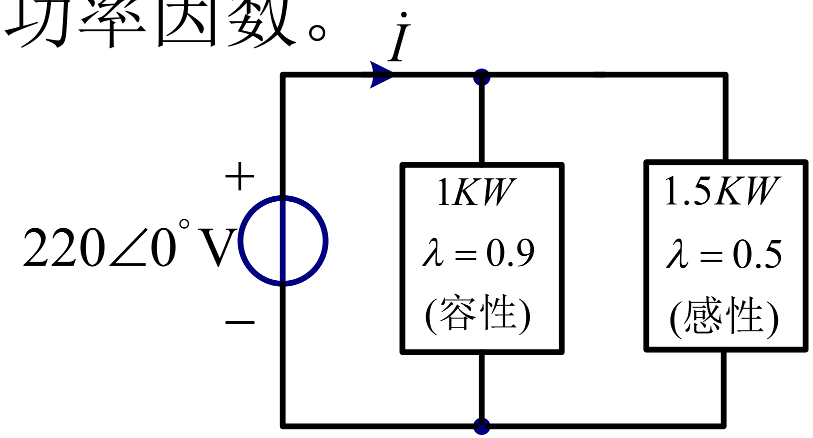
$$Z_{eq} = \frac{(4 + j4)\times(4 - j0.25)}{4 + j4 + 4 - j0.25}$$

$$= (2.463 + j0.72)\Omega$$

$Z_x = (2.463 - j0.72)\Omega$时获得最大功率，最大功率为：

$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_x} = \frac{1.28^2}{4\times 2.463} = 0.166W$$

4-29 试求电路中输入电流和总功率因数。



解：容性 $P = UI\cos\varphi_{ui} = 1KW$

$$\cos\varphi_{ui} = 0.9 \Rightarrow \varphi_{ui} = -25.84^{\circ}$$

$$I_1 = \frac{1000}{220\times 0.9} = 5.05A$$

感性 $P = UI\cos\varphi_{ui} = 1.5KW$ $\quad\cos\varphi_{ui} = 0.5 \Rightarrow \varphi_{ui} = 60^{\circ}$

$$I_2 = \frac{1500}{220\times 0.5} = 13.64A$$

$$\dot{I} = 5.05\angle 25.84^{\circ} + 13.64\angle -60^{\circ} = 11.365 - j9.61 = 14.88\angle -40.22^{\circ}A$$

$$\varphi_{ui} = 40.22^{\circ} > 0（感性）$$

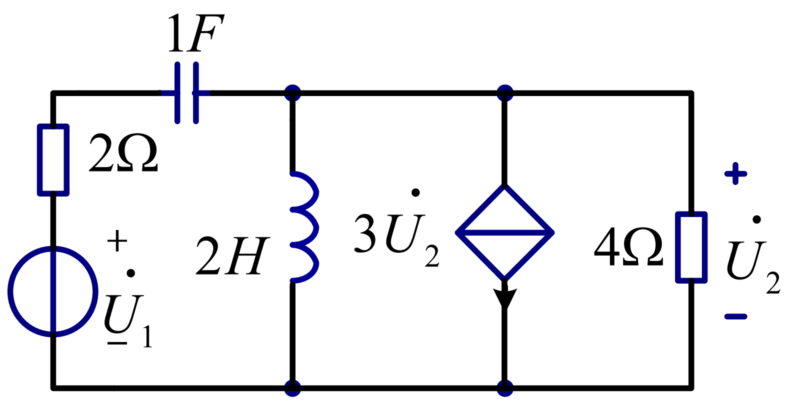
$$\lambda = \cos\varphi_{ui} = \cos 40.22^{\circ} = 0.764$$

4-32 求所示电路的网络系统函数 $H(j\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$ 。

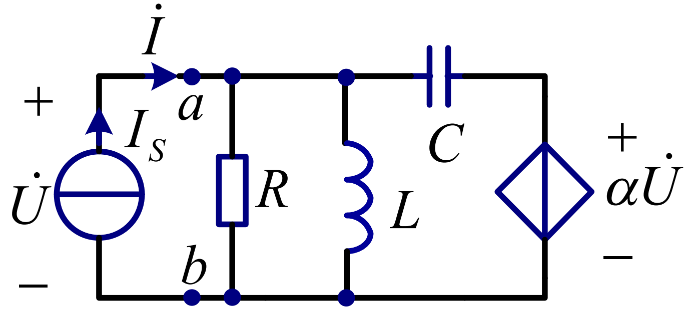
解：节点电压法 $\left(\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{j\omega}}+\dfrac{1}{j2\omega}+\dfrac{1}{4}\right)\dot{U}_2=\dfrac{\dot{U}_1}{2+\dfrac{1}{j\omega}}-3\dot{U}_2$

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{2+\dfrac{1}{j\omega}}\times\frac{1}{\left(\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{j\omega}}+\dfrac{1}{j2\omega}+\dfrac{1}{4}+3\right)}$$

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{4\omega^2}{26\omega^2-j17\omega-2}$$



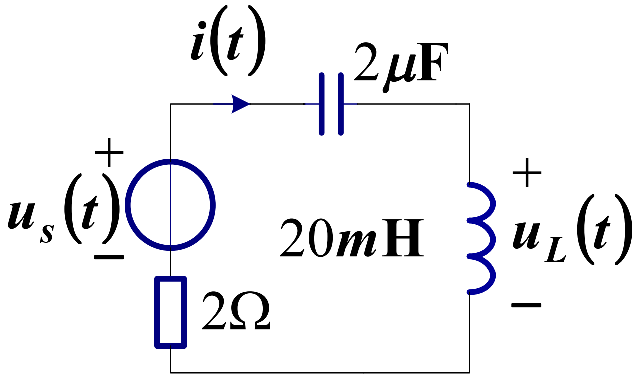
4-33 求电路的谐振角频率，设$\alpha<1$。



解：求Z_{ab}：
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{R}+\frac{\dot{U}}{j\omega L}+\frac{\dot{U}-\alpha\dot{U}}{\dfrac{1}{j\omega C}}$$
$$=[\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C(1-\alpha)]\dot{U}$$
$$Z_{ab}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{j\omega L}+j\omega C(1-\alpha)}=\frac{1}{\dfrac{1}{R}+j[-\dfrac{1}{\omega L}+\omega C(1-\alpha)]}$$

电路发生谐振，呈纯电阻性：$-\dfrac{1}{\omega L}+\omega C(1-\alpha)=0$
$$\Rightarrow\omega=\frac{1}{\sqrt{LC(1-\alpha)}}$$

4-34已知 $u_s(t)=(4\cos\omega t)\text{mV}$， 求该电路的谐振频率，谐振时的电流$i(t)$和电感电压$u_L(t)$。



解：$$Z=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}$$

该电路的谐振频率为：

$$\omega L=\frac{1}{\omega C}\Rightarrow\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{2\times10^{-6}\times20\times10^{-3}}}=5000rad/s$$

此时 $Z=R=2\Omega$

$$i(t)=\frac{u_s(t)}{2}=(2\cos5000t)\text{mA}$$

$$\dot{U}_{Lm}=j\omega L\dot{I}_m=j5000\times20\times10^{-3}\times2\angle0^\circ=200\angle90^\circ$$

$$u_L(t)=200\cos(5000t+90^\circ)\text{mV}$$