

# 北京邮电大学 2022——2023 学年第一学期

## 《算法设计与分析》期末考试试题（A 卷）

考试 注 意 事 项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在试题及草稿纸上一律无效。 五、用黑色钢笔或签字笔答题。										
考试 课程	算法设计与分析				考试时间			2022 年 12 月 22 日			
题号	一	二	三	四	五	六					总分
满分	10	10	20	20	20	20					
得分											
阅卷 教师											

2. 一、（10 分）给出渐近上界  $O$  的定义，并证明： $3n^2 + 4n = O(n^2)$ 。

二、（10 分）求解线性齐次递归方程：

$$f(n) = f(n-1) + 12f(n-2),$$

$$f(1) = 1,$$

$$f(0) = 1/2$$

三. (20 分) 给定一个线性序集合中  $n$  个元素,其中元素是无序排列的。给定一个整数  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , 要求找出这  $n$  个元素中第  $k$  小的元素 (即元素排列有序后, 有  $k-1$  个元素小于该数)。试设计算法从  $n$  个元素中找到第  $k$  小的元素, 并要求所设计的算法在最坏情况下的复杂度是  $O(n)$ 。

(1) (5 分) 说明用分治法设计相关算法的过程;

(2) (10 分) 用类 C/C++/Python 语言伪代码写出上述算法的过程;

(3) (5 分) 对该算法最坏情况下的时间复杂度 (比较次数) 进行分析, 注意尽可能给出最坏情况下的分析时相关的准确比较次数。

四. (20 分) **最长公共子序列问题:** 给定两个序列  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  和  $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , 试找出  $X$  和  $Y$  的最长公共子序列。比如, 对长度为 7 的串  $X=\{C, B, C, B, D, A, C\}$ , 和长度为 6 的串  $Y=\{B, D, C, A, B, A\}$ , 它们最长公共子序列为  $Z=\{B, C, B, A\}$ , 长度为 4。

试用动态规划法求解最长公共子序列问题, 要求:

(1) (6 分) 写出最长公共子序列问题的公共子序列长度的递归方程式;

(2) (14 分) 用 C/C++/Python 语言伪代码描述算法流程, 包括: 计算最长公共子序列长度的过程, 以及生成最长公共子序列的过程。

**五、(20 分) 背包问题:** 给定  $n$  种物品和 1 个背包, 其中物品  $i$  的重量是  $w_i$ , 其价值为  $v_i$ , 背包的容量为  $C$ 。在选择物品  $i$  装入背包时, 可以选择物品  $i$  的一部分, 请问应如何选择装入背包的物品, 使得装入背包中物品的总价值最大?

- (1) (4 分) 给出此优化问题的整数规划数学公式, 即问题的形式化描述。
- (2) (4 分) 给出该问题贪心算法求解的贪心策略。
- (3) (6 分) 基于 C/C++/Java/Python 等高级编程语言写出贪心算法的伪代码。
- (4) (3 分) 分析(3)中给出的贪心算法的时间复杂性。
- (5) (3 分) 给定 4 种物品重量分别为  $\{10, 40, 55, 20\}$  价值分别为  $\{20, 120, 55, 100\}$ , 背包容量是 100, 求背包的最大价值以及对应的放入背包的物品重量。

**六、(20 分) 4 皇后问题:** 在  $4 \times 4$  的棋盘上摆放四个皇后, 使其不能互相攻击, 即任意两个皇后都不能处于同一行、同一列或同一斜线上。

- (1) (3 分) 请基于回溯法设计本问题的解向量;
- (2) (7 分) 给出搜索的剪枝策略, 并画出解空间树;
- (3) (7 分) 写出基于 C/C++ 的算法伪代码;
- (4) (3 分) 分析所写算法的时间复杂性。