

北京邮电大学 2022——2023 学年第一学期

《算法设计与分析》期末考试试题（B 卷）

考试 注意 事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在试题及草稿纸上一律无效。 五、用黑色钢笔或签字笔答题。										
考试 课程	算法设计与分析				考试时间			2023 年 2 月 14 日 18:00~20:00			
题号	一	二	三	四	五	六					总分
满分	10	10	20	20	20	20					
得分											
阅卷 教师											

一.（10 分）给出算法符号渐近下界 Ω 的定义，并证明

$$5n^2 + 2 = \Omega(20n^{1.8})$$

二.（10 分）求解线性齐次递归方程

$$f(n) = 5f(n - 1) - 6f(n - 2),$$

$$f(0) = 1,$$

$$f(1) = 1$$

三. (20 分) 两路归并 (合并) 排序算法是重要的高效率排序算法。

- (1) (5 分) 说明两路归并排序算法的原理;
- (2) (10 分) 用类 C/C++/Python 语言伪代码写出上述算法的归并过程及归并排序过程;
- (3) (5 分) 假定欲排序的元素个数为 2^n , 对该算法最好情况下的时间复杂度 (比较次数) 进行分析。

四. (20 分) 0/1 背包问题: 给定 n 个物品和一个背包, 物品 i ($0 \leq i < n$) 的重量为 W_i , 价值为 V_i , 背包的容量为 C 。适当选择装入背包的物品以使装入物品的总价值最大。试用动态规划法求解 0/1 背包问题, 要求:

- (1) (5 分) 写出 0/1 背包问题最优解的递归方程式;
- (2) (10 分) 用类 C/C++/Python 语言伪代码描述算法流程, 算法的输出结果为装入物品和最大价值;
- (3) (5 分) 分析上面所描述算法的时间复杂度。

五. (20 分) 哈夫曼编码是用于数据文件压缩的编码方法, 给出现频率高的字符较短的编码, 出现频率较低的字符以较长的编码, 可以大大缩短总码长。对每一个字符规定一个 0, 1 串作为其代码, 要求任一字符的代码都不是其他字符代码的前缀的编码方案称为前缀码。使平均码长达到最小的前缀码编码方案称为哈夫曼编码。给定编码字符集 M , M 中字符 m 的出现频率分布为 $f(m)$ 。

- (1) (7 分) 详细说明构造哈夫曼编码树的贪心过程。
- (2) (3 分) 假定有字符 a 、 b 、 c 、 d , 出现频率为 $f(a)=15$, $f(b)=25$, $f(c)=45$, $f(d)=60$ 画出哈夫曼编码树;
- (3) (6 分) 给出哈夫曼编码的计算复杂度 (假设共有 n 个字符);
- (4) (4 分) 假设 x 和 y 是 M 中具有最小频率的两个字符。证明: 存在 M 的哈夫曼编码使 x 和 y 具有相同码长且仅最后一位编码不同。

六. (20 分) 针对旅行商 TSP 问题,

(1) (10 分) 采用 C/C++/Java/Python 语言伪代码, 写出采用回溯法求解该问题的递归或非递归算法, 同时:

- i) 设计采用的界限函数;
- ii) 说明回溯过程中对结点采用的剪枝策略。

(2) (10 分) 针对下面无向图, 以结点 1 为起始城市, 用上述算法求解:

- i) 一条最短回路及其长度;
- ii) 画出回溯搜索过程中生成的解空间树, 说明发生剪枝的结点, 以及树中各个叶结点、非叶结点对应的路径长度。

