

Задание 2. Алгоритмы безусловной нелинейной оптимизации. Прямые методы

Цель

Применение прямых методов (одномерные методы перебора, дихотомии, золотого сечения; многомерные методы перебора, Гаусса, Нелдера-Мида) в задачах безусловной нелинейной оптимизации (в частности, в приложениях к регрессионному анализу).

Задачи и методы

I. Написать программы для одномерных методов перебора, дихотомии и золотого сечения для приближенного (с точностью $\varepsilon = 0.001$) поиска $x: f(x) \rightarrow \min$ для следующих функций и областей допустимых значений

1. $f(x) = x^3, x \in [0,1]$;
2. $f(x) = |x - 0.2|, x \in [0,1]$;
3. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \in [0.1,1]$.

Подсчитать количество вычислений функции f и количество произведенных итераций для каждого метода и провести анализ полученных результатов. Объяснить различия в полученных результатах, если таковые имеются.

II. Сгенерировать случайные значения $\alpha \in (0,1)$ и $\beta \in (0,1)$. С использованием этих значений сгенерировать массив зашумленных данных $\{x_k, y_k\}$ для $k = 0, \dots, 100$ по следующему правилу:

$$y_k = \alpha x_k + \beta + \delta_k, \quad x_k = \frac{k}{100},$$

где $\delta_k \sim N(0,1)$ – значения случайной величины со стандартным нормальным распределением. Используя полученные данные, найти решение задач линейной и рациональной регрессии путем приближенной (с точностью $\varepsilon = 0.001$) минимизации функционала (метод наименьших квадратов)

$$D(a, b) = \sum_{k=0}^{100} (F(x_k, a, b) - y_k)^2,$$

где

1. $F(x, a, b) = ax + b$ (линейная функция регрессии);
2. $F(x, a, b) = \frac{a}{1+bx}$ (рациональная функция регрессии).

Для решения задачи минимизации использовать методы перебора, Гаусса и Нелдера-Мида (можно использовать готовые реализации). При необходимости самостоятельно задать начальные приближения и прочие параметры методов. На графике (отдельно для каждого типа регрессии) изобразить массив данных и линии регрессии, полученные с помощью указанных методов численной оптимизации. Провести анализ полученных результатов.

Комментарии

Используйте любой доступный вам язык программирования. Полученные выводы и графический материал должны быть информативными и корректными.

Отчет должен представлять собой pdf-документ, в котором содержатся

- номер задания и его тема, ваша группа, ваши имя и фамилия, дата отчета;
- код полученных программ, требуемые значения и графики, а также анализ полученных результатов.

Отчеты должны быть отправлены на электронную почту chunaev@itmo.ru не позднее, чем через две недели после выдачи задания. Используйте следующий формат для темы письма с отчетом: Задание №, имя, фамилия, Группа