

Задание 4. Алгоритмы безусловной нелинейной оптимизации. Стохастические и метаэвристические алгоритмы

Цель

Использование стохастических и метаэвристических алгоритмов (имитация отжига, дифференциальная эволюция, метод роя частиц) в задачах безусловной нелинейной оптимизации (в частности, для аппроксимации данных) и их экспериментальное сравнение с алгоритмами Нелдера-Мида и Левенберга-Марквардта.

Задачи и методы

Сгенерируйте зашумленные данные (x_k, y_k) , где $k = 0, \dots, 1000$, следующим образом:

$$y_k = \begin{cases} -100 + \delta_k, & f(x_k) < -100, \\ f(x_k) + \delta_k, & -100 \leq f(x_k) \leq 100, \\ 100 + \delta_k, & f(x_k) > 100, \end{cases} \quad x_k = \frac{3k}{1000}, \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2},$$

где $\delta_k \sim N(0,1)$ – значения случайной величины со стандартным нормальным распределением. Аппроксимируйте полученные данные рациональной функцией с помощью приближенной минимизации следующего функционала:

$$D(a, b, c, d) = \sum_{k=0}^{1000} (F(x_k, a, b, c, d) - y_k)^2,$$

$$\text{где } F(x, a, b, c, d) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}.$$

Для решения задачи минимизации используйте алгоритм Нелдера-Мида, алгоритм Левенберга-Марквардта и **один** из методов: имитация отжига, дифференциальная эволюция или метод роя частиц (вы можете использовать доступные реализации). При необходимости задайте начальные приближения и другие параметры методов. Используйте $\varepsilon = 0.01$ в качестве разрешенной ошибки; допускается не более 1000 итераций. Визуализируйте данные и аппроксимирующие кривые, полученные несколькими методами численной оптимизации, на **одном** графике. Рассчитайте сумму квадратов невязок для каждого метода. Проанализируйте полученные результаты с точки зрения количества выполненных итераций и значений сумм квадратов невязок.

Комментарии

Используйте любой доступный вам язык программирования. Полученные выводы и графический материал должны быть информативными и корректными.

Отчет должен представлять собой pdf-документ, в котором содержатся

- номер задания и его тема, ваша группа, ваши имя и фамилия, дата отчета;
- код полученных программ, требуемые значения и графики, а также анализ полученных результатов.

Отчеты должны быть отправлены на электронную почту chunaev@itmo.ru не позднее, чем через две недели после выдачи задания на русском языке. Используйте следующий формат для темы письма с отчетом: Задание №, Имя, Фамилия, Группа