

INF3

Programmation logique

Cours 5 : Arbres et grammaires

Benoît Lemaire

Université Grenoble Alpes
L2 - MIASHS
Grenoble – France

Ces diapos se sont inspirées de celles créées par Jean-Michel Adam

Erreurs classiques

```
X est répété N fois.  
?- eclate(a,3,Res).  
Res=[a,a,a]
```

b) Écrire le prédictat `creeListes/3` qui, étant donné une liste de valeurs et un entier N , crée une liste dans laquelle chaque valeur est remplacée par une liste où il apparaît N fois. Vous pouvez utiliser `eclate/3`.

```
?- creeListes([[d,7,3],4,Res).  
Res = [[d,d,d,d],[7,7,7,7],[3,3,3,3]].
```

```
eclate(X, 0, R).  
eclate(X, N, R) :- append(R, X, A), M is N-1, eclate(X, M, A).  
  
creeListes([], N, Res).  
creeListes([X|L], N, Res) :- eclate(X, N, A), append(Res, R, A), creeListes(L, N, R).
```

Erreurs classiques

```
X est répété N fois.  
?- eclate(a,3,Res).  
Res=[a,a,a]
```

b) Écrire le prédictat `creeListes/3` qui, étant donné une liste de valeurs et un entier N , crée une liste dans laquelle chaque valeur est remplacée par une liste où il apparaît N fois. Vous pouvez utiliser `eclate/3`.

```
?- creeListes([d,7,3],4,Res).  
Res = [[d,d,d,d],[7,7,7,7],[3,3,3,3]].
```

```
eclate(X, 0, R).  
eclate(X, N, R) :- append(R, X, A), M is N-1, eclate(X, M, A).  
  
creeListes([], N, Res).  
creeListes([X|L], N, Res) :- eclate(X, N, R), append(Res, R, A), creeListes(L, N, A).
```

Erreurs classiques

Exercice 5 (4 points = 2+2, environ 12 minutes)

a) Écrire le prédicat `eclate/3` qui étant donné une valeur X et un nombre N crée une liste dans laquelle X est répété N fois.

?- `eclate(a,3,Res).`

`Res=[a,a,a]`

b) Écrire le prédicat `creeListes/3` qui, étant donné une liste de valeurs et un entier N, crée une liste dans laquelle chaque valeur est remplacée par une liste où il apparaît N fois. Vous pouvez utiliser `eclate/3`.

?- `creeListes([[d,7,3],4,Res).`

`Res = [[d,d,d,d],[7,7,7,7],[3,3,3,3]].`

a) ~~eclate(-, 0, R).~~

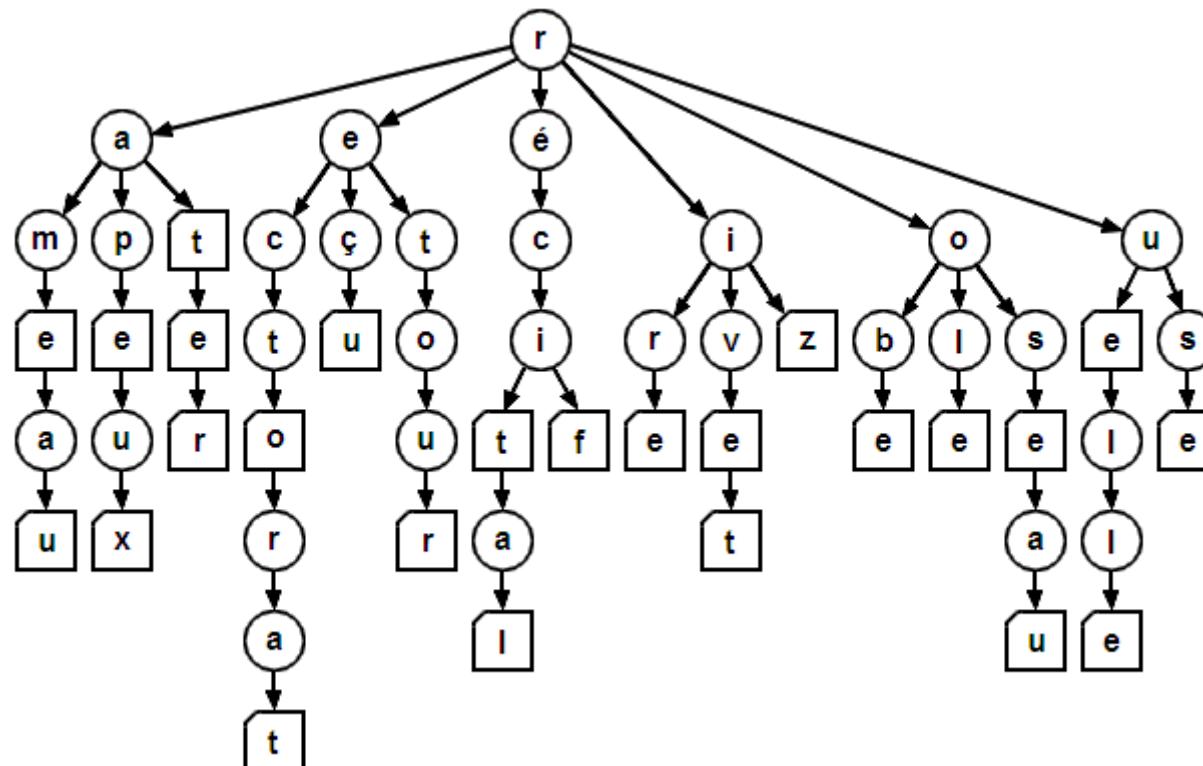
~~eclate(X, N, R):- N1 is N-1, eclate(X, N1, [X|R]).~~

b) ~~creeListes([-], 0, R).~~

~~creeListes([X|L], N, R):- N1 is N-1, eclate(X, N, R), creeListes(L, N1, [X|R]).~~

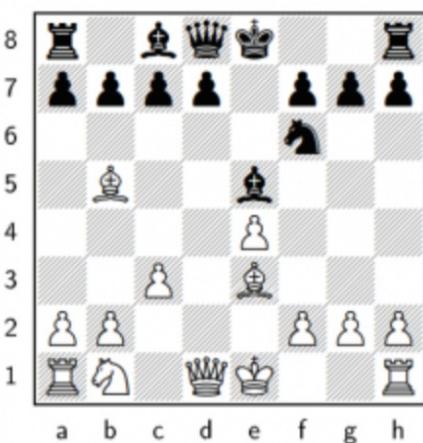
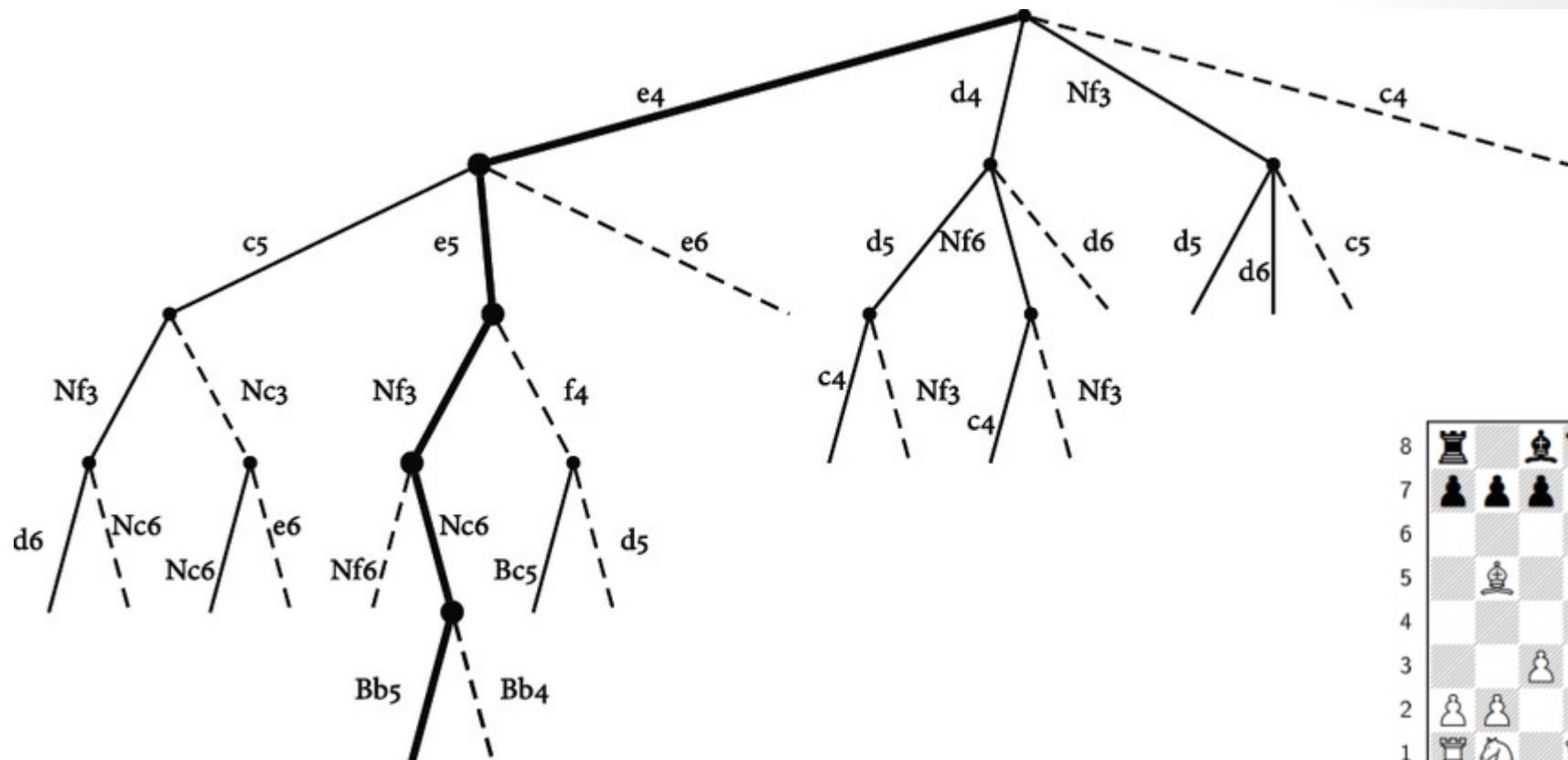
Arbres

- Représentation très utilisée en informatique
- Exemple : arbre lexicographique



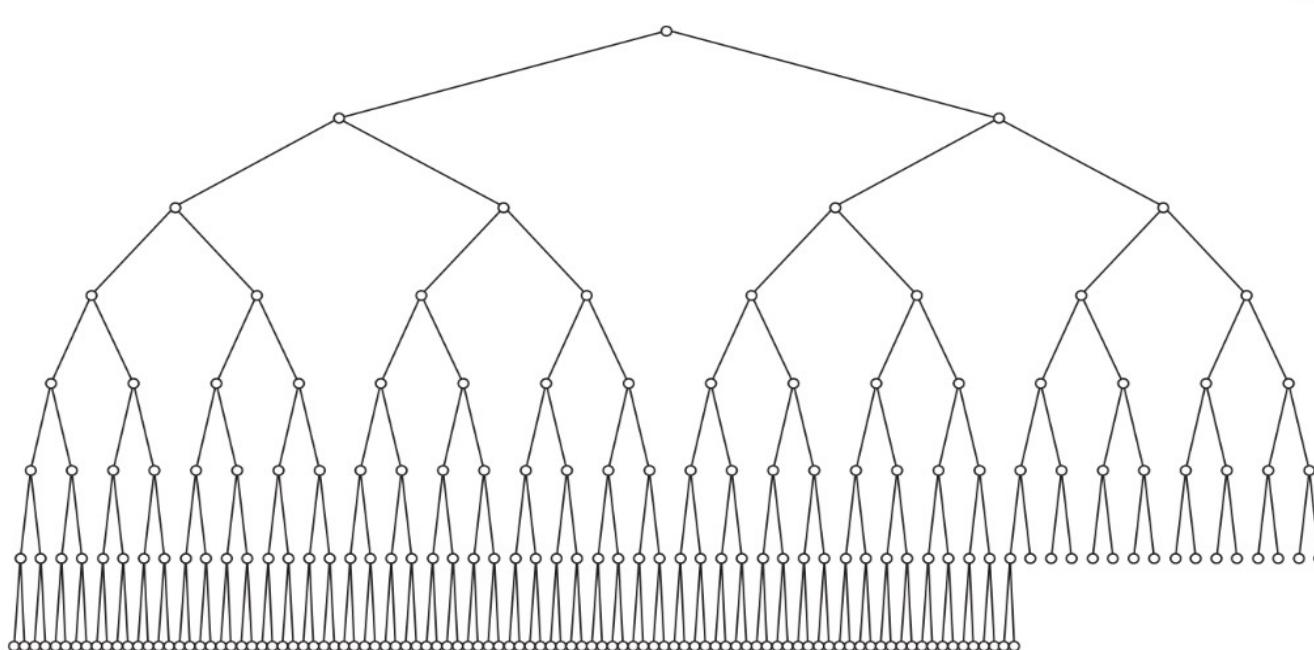
Arbres

Exemple : arbre des coups possibles aux échecs



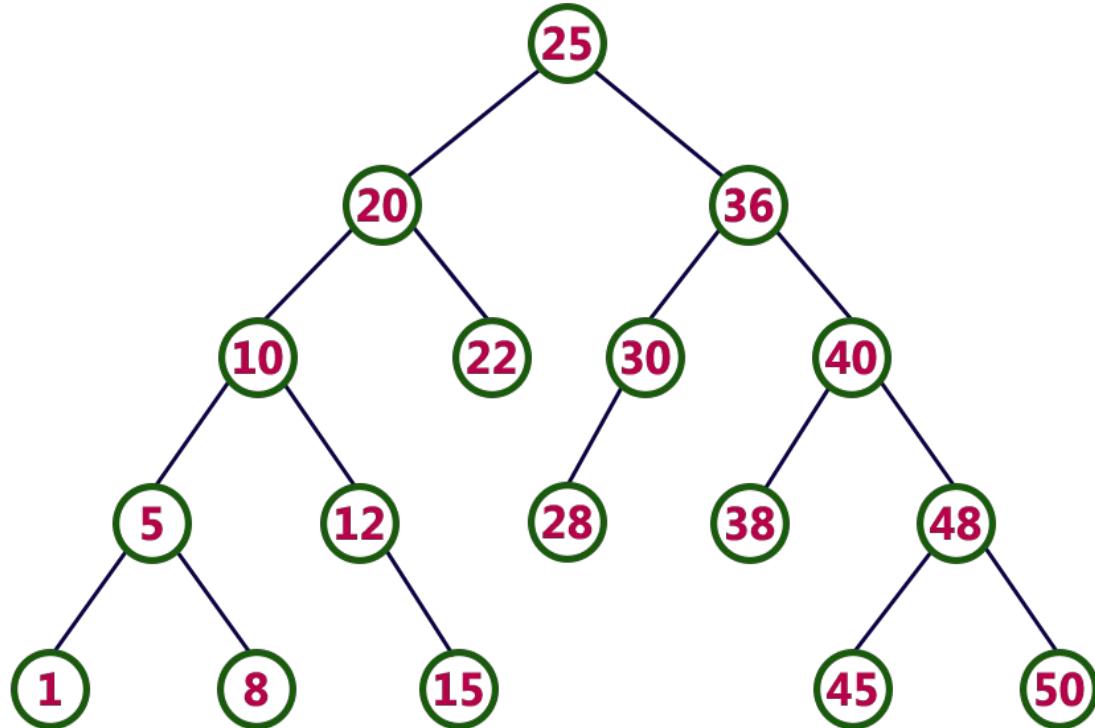
Arbres

- Accès très rapide aux feuilles
- Un arbre binaire équilibré contenant N nœuds a une hauteur (distance racine-feuilles) d'environ $\log_2(N)$.

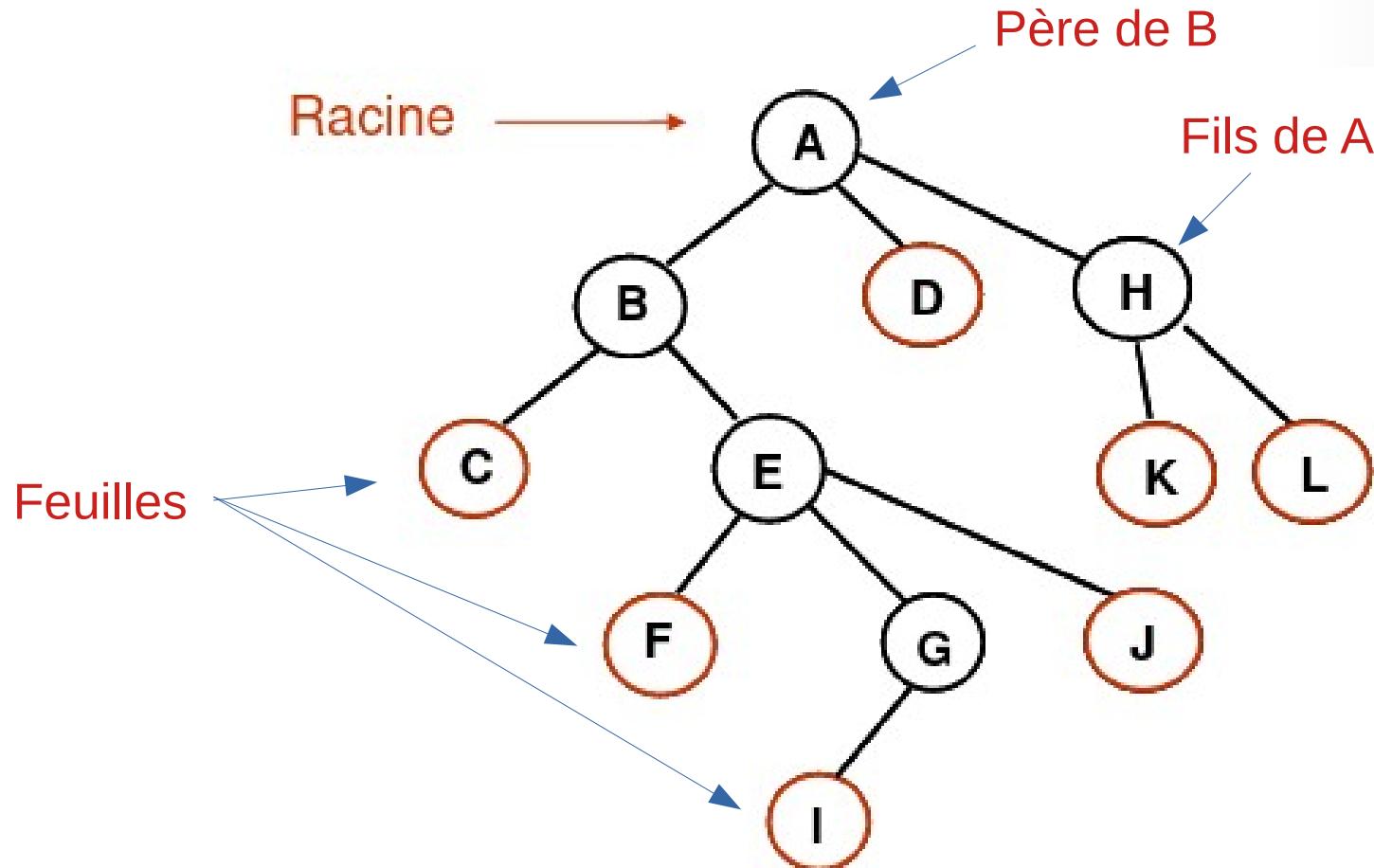


Applications

- Arbre binaire de recherche : tous les nœuds inférieurs à la racine sont dans le sous-arbre gauche ; tous les nœuds supérieurs sont dans le sous-arbre droit

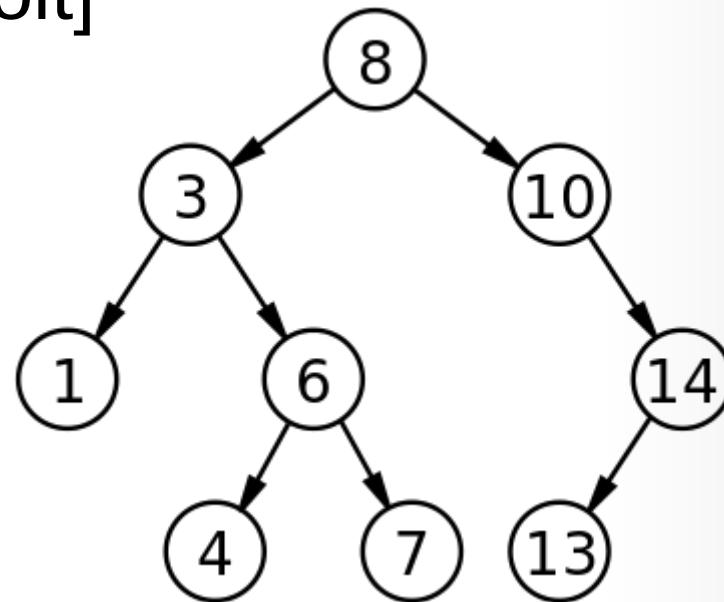


Arbres - terminologie



En Prolog

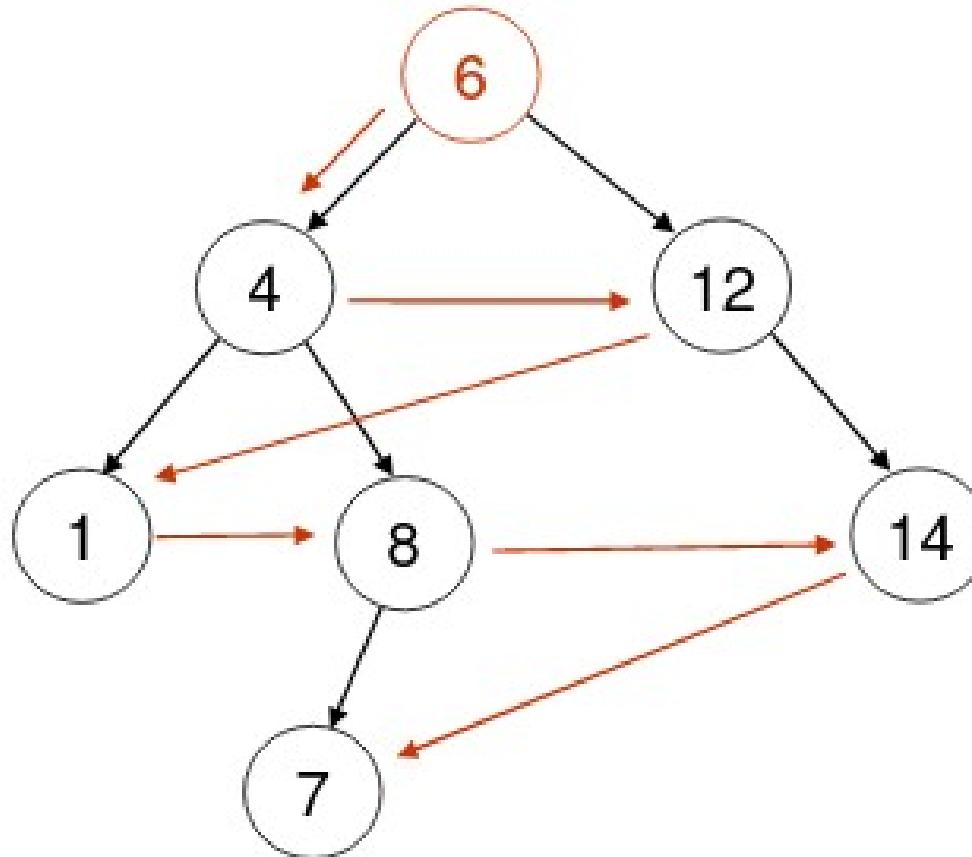
- Un arbre binaire est une liste [racine, sous-arbre gauche, sous-arbre droit]



```
= [8, [3, [1, [], []], [6, [4, [], []], [7, [], []]]],  
 [10, [], [14, [13, [], []], []]]]
```

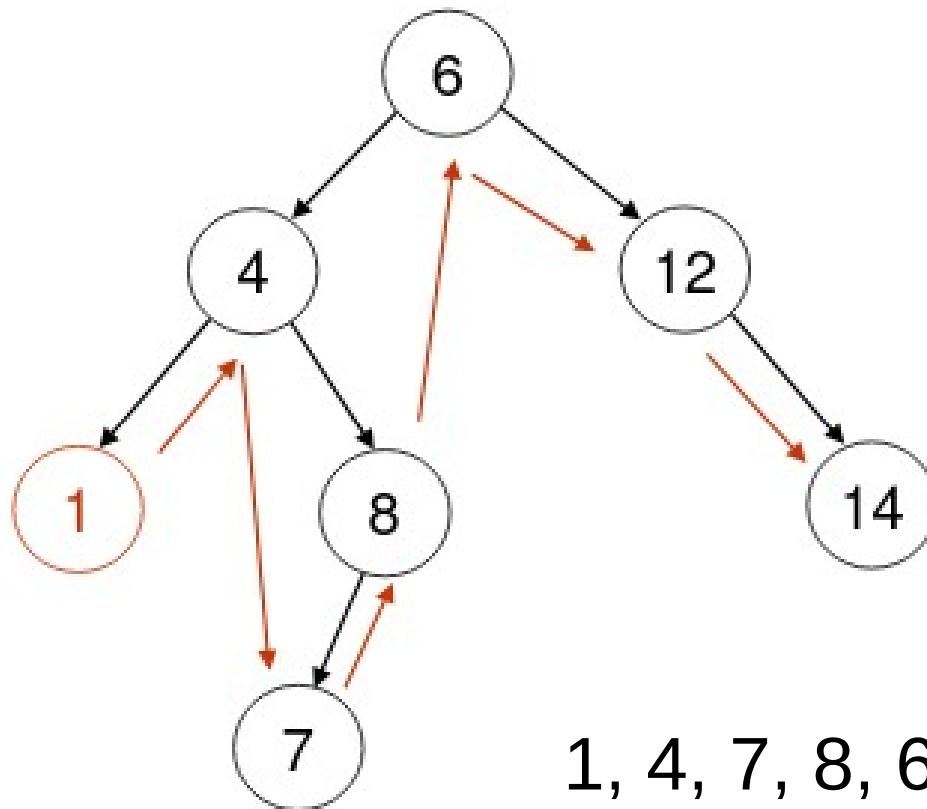
Parcours en largeur

- Nœuds de niveau 0 (racine), puis nœuds de niveau 1, puis nœuds de niveau 2, ...



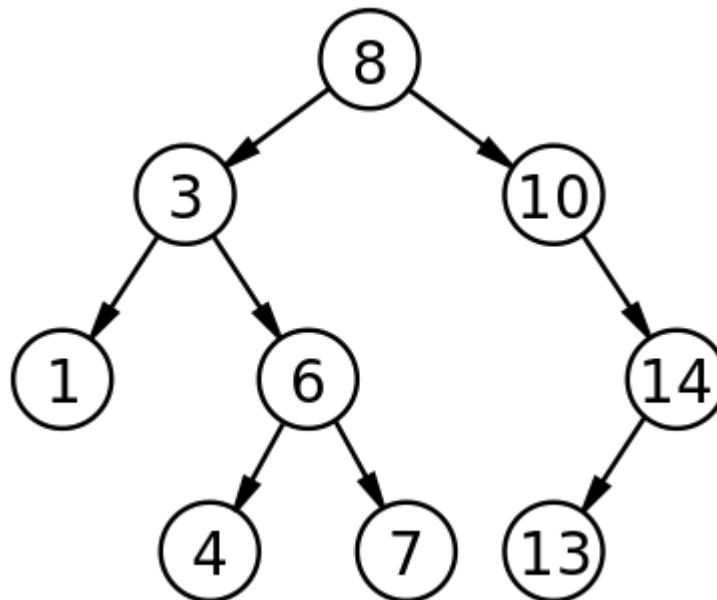
Parcours en profondeur

- Version infixée : Sous-arbre gauche, puis racine, puis sous-arbre droit.



Parcours en profondeur

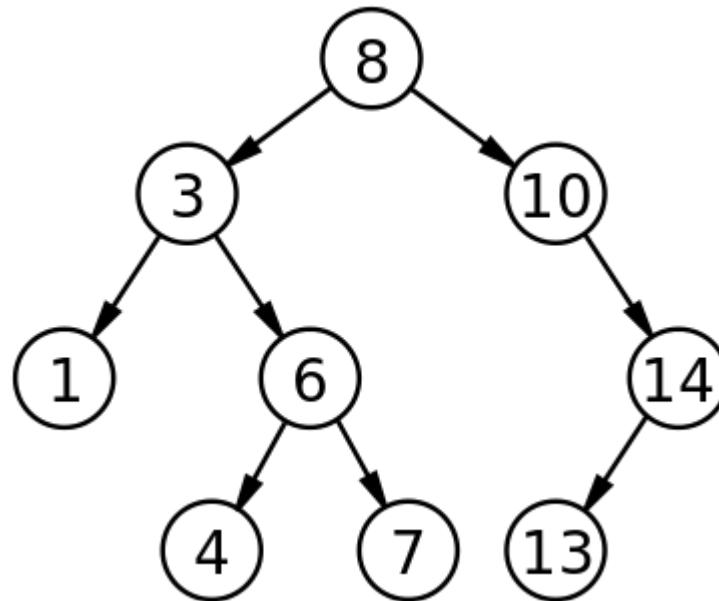
- Version préfixée: racine, puis sous-arbre gauche, puis sous-arbre droit.



8, 3, 1, 6, 4, 7, 10, 14, 13

Parcours en profondeur

- Version postfixée: sous-arbre gauche, puis sous-arbre droit puis racine.



1, 4, 7, 6, 3, 13, 14, 10, 8

Parcours en profondeur en Prolog

```
parcoursPrefixe([]).
```

```
parcoursPrefixe([Racine,G,D]):- writef("%t ", [Racine]),  
parcoursPrefixe(G), parcoursPrefixe(D).
```

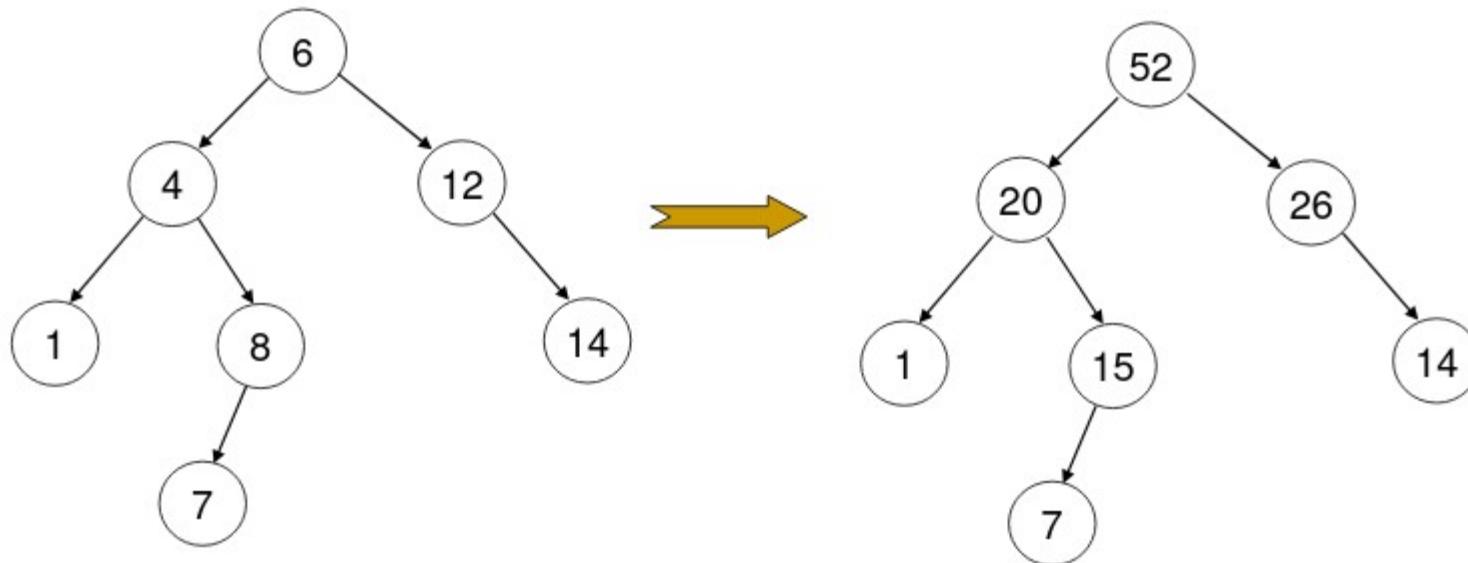
```
parcoursInfixe([]).
```

```
parcoursInfixe([Racine,G,D]):- parcoursInfixe(G), writef("%t ",  
[Racine]), parcoursInfixe(D).
```

```
parcoursPostfixe([]).
```

```
parcoursPostfixe([Racine,G,D]):- parcoursPostfixe(G),  
parcoursPostfixe(D), writef("%t ", [Racine]).
```

Exemple : Étant donné un arbre, créer un autre arbre dont les nœuds valent la somme des valeurs des sous-arbres



Exemple : Étant donné un arbre, créer un autre arbre dont les nœuds contiennent la somme des valeurs des sous-arbres

```
creer_som([], []).
```

```
creer_som([N, [], []], [N, [], []]).
```

```
creer_som([N, G, []], [NR, [NG, FG, FD], []]) :- creer_som(G, [NG, FG, FD]),  
NR is N+NG.
```

```
creer_som([N, [], D], [NR, [], [ND, FG, FD]]) :- creer_som(D, [ND, FG, FD]),  
NR is N+ND
```

```
creer_som([N, G, D], [NR, [NG, FG1, FD1], [ND, FG2, FD2]]) :- creer_som(G,  
[NG, FG1, FD1]), creer_som(D, [ND, FG2, FD2]), NR is N+ND+NG.
```

Grammaires

- Définit la syntaxe d'un langage.
- $G = < VT, VN, S, R >$
- VT : vocabulaire terminal, les symboles du langage
- VN : vocabulaire non terminal, les noms utilisés pour décrire les règles de construction du langage
- R : règles de la grammaire
- S : symbole de départ

Exemple

S	→ SN SV
SN	→ NP
SV	→ VT SN
NP	→ Marie Pierre
VT	→ regarde

```
s(L) :- sn(L1), sv(L2), append(L1, L2, L).
sn(L) :- np(L).
sv(L) :- vt(L1), sn(L2), append(L1, L2, L).
np([pierre]).
np([marie]).
vt([regarde]).
```

Exemple

```
s(L) :- sn(L1), sv(L2), append(L1, L2, L).
sn(L) :- np (L).
sv(L) :- vt (L1), sn(L2), append(L1, L2, L).
np([pierre]).
np([marie]).
vt([regarde]).
```

```
?- s([pierre, regarde, marie]).  
true
```

```
?- s(X).  
X = [pierre, regarde, pierre] ;  
X = [pierre, regarde, marie] ;  
X = [marie, regarde, pierre] ;  
X = [marie, regarde, marie].
```

Autre écriture

S	→ SN SV
SN	→ NP
SV	→ VT SN
NP	→ Marie Pierre
VT	→ regarde

peut-être écrit !

s --> sn, sv.

sn --> np.

sv --> v, sn.

np --> [pierre].

np --> [marie].

v --> [regarde]

transformé par Prolog en :

s(L1, L2) :- sn(L1, L3), sv(L3, L2).

sn(L1, L2) :- np(L1, L2).

sv(L1, L2) :- v(L1, L3), sn(L3, L2).

np([pierre|L], L).

np([marie|L], L).

v([regarde|L], L).

Autre écriture

S	→ SN SV
SN	→ NP
SV	→ VT SN
NP	→ Marie Pierre
VT	→ regarde

peut-être écrit :

s --> sn, sv.
sn --> np.
sv --> v, sn.
np --> [pierre].
np --> [marie].
v --> [regarde]

transformé par Prolog en :

s(L1, L2) :- sn(L1, L3), sv(L3, L2).
sn(L1, L2) :- np(L1, L2).
sv(L1, L2) :- v(L1, L3), sn(L3, L2).
np([pierre|L], L).
np([marie|L], L).
v([regarde|L], L).

Notation DCG en Prolog

- Les symboles de prédictats et de fonctions, les variables et les constantes obéissent à la syntaxe habituelle de Prolog.
- Les symboles adjacents dans une partie droite de règle sont séparés par une virgule
- La flèche est le symbole " \rightarrow "
- Les terminaux sont écrits entre "[" et "]"
- La chaîne vide ϵ est représentée par "[]".
- On peut insérer en partie droite des règles, des buts autres que les symboles de la grammaire ; dans ce cas, ils figurent entre "{" et "}".

Exemple avec accord en genre et en nombre

s --> sn(_), sv.	lexique(qui,conj,_).
sn(G) --> det(G), n(G), optrel.	lexique(tout,det,m).
sn(G) --> np(G).	lexique(un,det,m).
sv --> vt, sn(_).	lexique(une,det,f).
sv --> vi.	lexique(etudiant,n,m).
optrel --> [].	lexique(programme,n,m).
optrel --> [qui], sv.	lexique(fille,n,f).
det(G) --> [Mot], {lexique(Mot,det,G)}.	lexique(marie,np,f).
n(G) --> [Mot], {lexique(Mot,n,G)}.	lexique(ecrit,vt,_).
np(G) --> [Mot], {lexique(Mot,np,G)}.	lexique(boucle,vi,_).
vt --> [Mot], {lexique(Mot,vt,_)}.	lexique(dort,vi,_).
vi --> [Mot], {lexique(Mot,vi,_)}.	