



# Microéconomie 3\_L2 MIASHS

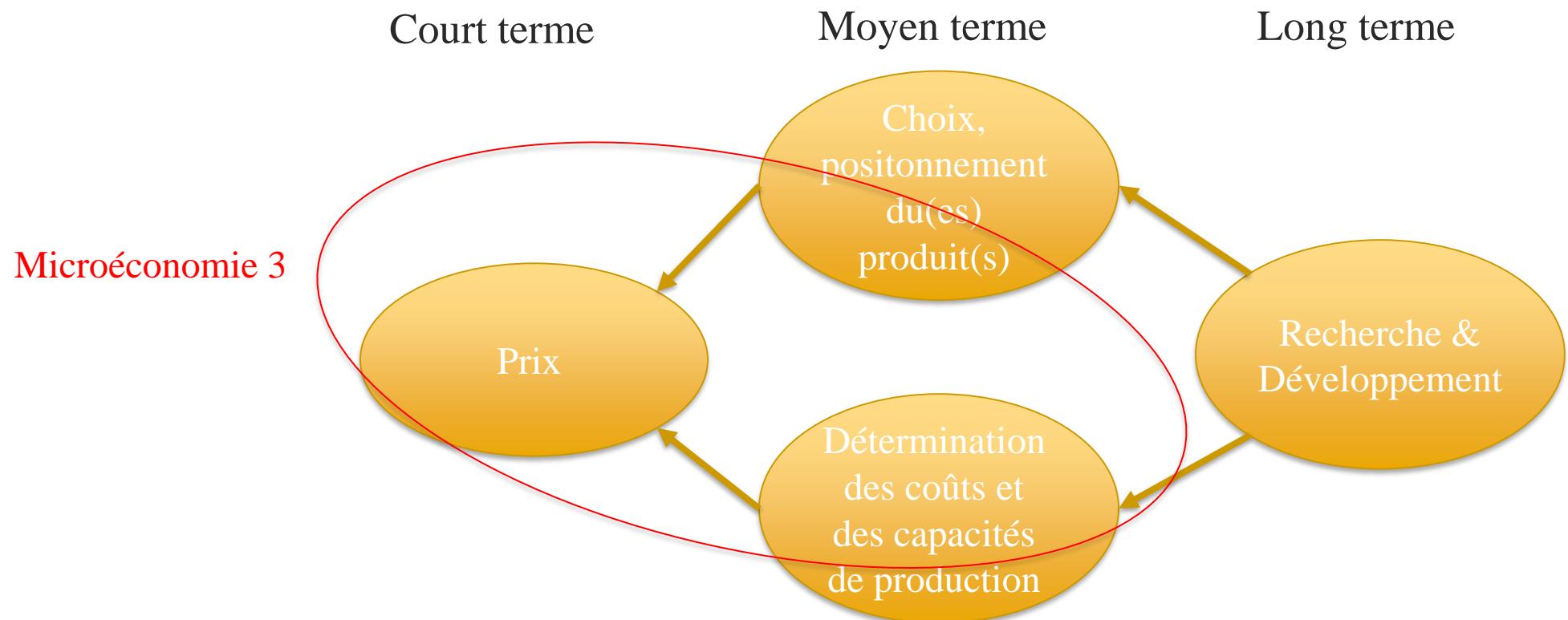
## UGA 2021-22

Frédéric Corolleur

Courriel : [frederic.corolleur@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:frederic.corolleur@univ-grenoble-alpes.fr)

# Concurrence et pouvoir de marché (1/2)

- Les firmes disposent de nombreux moyens pour se concurrencer sur un marché, pas seulement le prix (Tirole, 2015). Pour résumer :



[

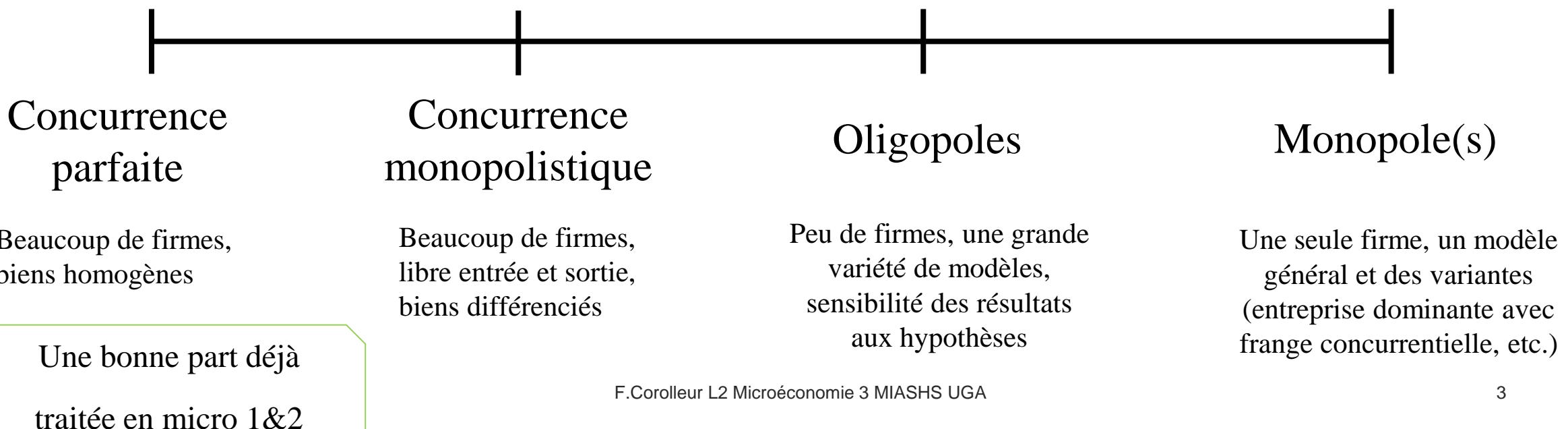
]

# Concurrence et pouvoir de marché (2/2)

- L'exercice du pouvoir de marché (écart de prix / Cm) peut-être considéré comme un spectre, allant du moins ou plus élevé :

## Pouvoir de marché

Nous allons faire des extensions en nous appuyant sur vos connaissances



# [ Les modèles de firme(s) dominante(s) et d'oligopoles en microéconomie 2 ? (1/2) ]

■ Ce qui nous intéresse dans cette UE : l'exercice du pouvoir de marché. Ce que vous avez vu en micro2 : le cas du monopole (une firme seule) et des cas d'oligopoles (Cournot, Bertrand, Stackelberg principalement). Nous allons dans un 1<sup>er</sup> temps enrichir notre analyse en partant du cas du monopole :

Ces modèles ont en commun : pouvoir de marché, pas d'interactions stratégiques

hypothèses différentes .... résultats différents

- Les marchés sont concentrés, parfois en monopole (microeco2) mais comportent généralement plus d'une firme ... on étudie le cas d'une firme dominante avec d'autres, preneuses de prix (frange concurrentielle)
- De nombreuses firmes peuvent exercer leur pouvoir de marché en différenciant leur produit (concurrence monopolistique ; les modèles d'oligopole traités en microeco2, avec différenciation, les modèles à adresse)
- Non seulement les firmes peuvent différencier leurs produits mais elles peuvent également discriminer en prix (tarifications non linéaires)

# Les modèles de firme(s) dominante(s) et d'oligopoles en microéconomie 2 ? (2/2)

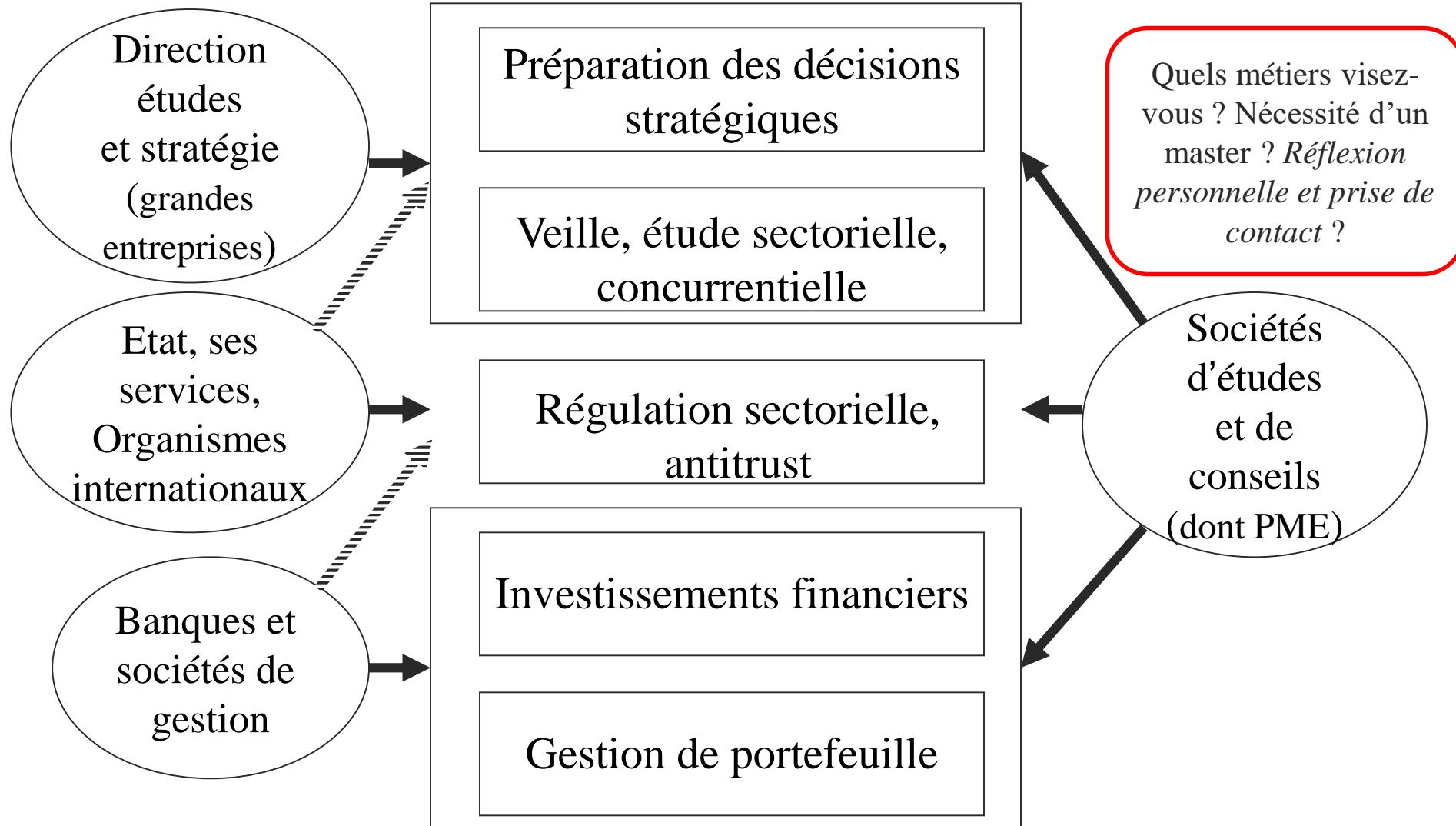
- Les modèles de base d'oligopole peuvent être classés de la façon suivante (Tremblay et Tremblay, 2012 #243) :

		Timing de l'action			Les firmes choisissent le timing de l'entrée
		Variable	Statique	Séquentiel	
Étudiés en L2 S3. En S4 : travail sur différenciation	Quantité	Cournot	Cournot séquentiel		
	Prix	Bertrand	Bertrand séquentiel		
	p-q	Cournot-Bertrand	C-B séquentiel		
Endogène (p ou q)		Les firmes choisissent d'entrer en concurrence en p ou q			

# Objectifs

- Modéliser des situations de marché de petit nombre
  - comprendre le rôle joué par les hypothèses, causalités sur les résultats obtenus
  - modéliser des marchés de petit nombre, pour des firmes multi-produits, des biens différenciés, discriminant en prix, adoptant des stratégies de prévention – prédation
  - aider à la prise de décision (entreprise – profit, société – bien-être)
- Poser les bases pour des analyses empiriques
  - Réfléchir aux méthodes et données permettant d'alimenter nos modèles théoriques (focus sur certains indicateurs classiques)
  - Pour réaliser une étude sectorielle, de la concurrence, de marché (méthodologie distincte / marketing)
  - Bref, préparer la suite (selon vos choix de master ?) et insertion professionnelle

# Utilisation de l'IO en milieu professionnel



# Organisation de l'apprentissage

## ■ Pour les CM (30h) :

- Préparer chaque séance en amont :
  - des pages d'un support à consulter, le cas échéant liens vers des vidéos
  - référez-vous aux indications pour chaque séance, répertoire CM dans le Moodle de votre cours

Non évalué, mais important

## ■ Pour les TD (12h, 6 séances) :

- Préparer la fiche TD dédiée à chaque séance en amont :
  - Des exercices d'application sont traités en CM, ceux en TD permettent de répéter un même exercice (modifications à la marge), et/ou d'approfondir
  - référez-vous aux indications pour chaque séance, répertoire TD dans le Moodle de votre cours

Tout aussi important, et évalué

# Plan (provisoire)

- Lecture 1 Fondamentaux 1
- Lecture 2 Fondamentaux 2
- Lecture 3 Firme dominante et barrières à l'entrée
- Lecture 4 Tarification discriminante en monopole
- Lecture 5 Différenciation en oligopoles
- Lecture 6 Modèles d'oligopoles et d'entrées en séquentiel

Les lectures 1 et 2 portent sur des révisions (1 : fonctions de demande, d'offre, surplus ; 2 : éléments de théorie des jeux). *À préparer chez vous.* Une séance de cours sera dédiée pour répondre à vos questions éventuelles. 1 ou 2 TD y seront consacrés

# Ouvrages de référence

- Belleflamme P., Peitz M. 2015 *Industrial organization*, New York, Cambridge University Press
- Shy O. 1995 *Industrial organization*, Cambridge, MIT Press
- Tirole J. 2015 *Théorie de l'organisation industrielle*, Paris, Economica
- Tremblay V.J., Tremblay C.H. 2012 *New perspectives on industrial organization*, New York, Springer

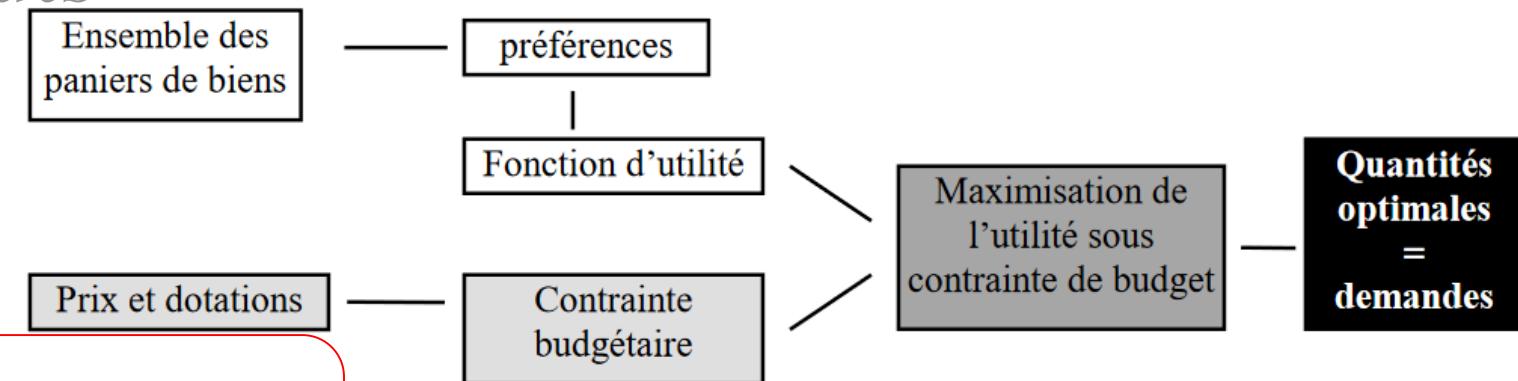
Hormis (T&T, 2012), qui consacre un chapitre à l'économie comportementale, tous les autres sont de facture classique

# Lecture 1 Fondamentaux 1

## ■ Fonction de demande

## ■ Technologie et coûts

## ■ Profit et surplus



Nous ne considérerons que la demande marshallienne  
(i.e. obtenue à l'issue du programme de maximisation  
de l'utilité sous contrainte de revenu)

# [ De la fonction d'utilité à la fonction de demande marshallienne (1/2) ]

- Les choix des consommateurs reposent sur un ensemble de préférences et de contraintes plus ou moins complexes. A ce stade, on supposera :
  - Soit  $i$  un individu rationnel (parfaitement), la **fonction d'utilité**  $U_i(q_1, q_2, t_i)$  représentant ses **préférences** ( $t_i$  un paramètre de goût propre à  $i$ ),  $p_1q_1 + p_2q_2 = R_i$  sa **contrainte budgétaire**
  - $i$  cherche à maximiser son utilité sous sa contrainte budgétaire. A un moment donné du temps,  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $R$  et  $t$  sont donnés. La **fonction de demande marshallienne** découle du programme d'optimisation sous contrainte ( $q$  max pour  $p$  donnés).

# De la fonction d'utilité à la fonction de demande marshallienne (2/2)

## ■ Que dire de la fonction de demande ?

- Pour le bien 1,  $q_1 = d_1(p_1, p_2, R_i, t_i)$ . Pour 1 normal, une hausse de  $p_1$  conduit à une baisse de  $q_1$  (effets de substitution et de revenu sont négatifs) => « loi » de la demande
- Les variations de  $(p_2, R_i, t_i)$  ont un impact sur le déplacement de la demande de bien 1 :
  - $+ \Delta p_2$  et 1 et 2 biens substituables =>  $+ \Delta q_1$  ;  $+ \Delta p_2$  et 1 et 2 complémentaires =>  $- \Delta q_1$
  - $+ \Delta R$  =>  $+ \Delta q_1$  pour 1 un bien normal,  $- \Delta q_1$  pour 1 un bien inférieur
  - Pour le bien 1 à la mode, =>  $+ \Delta q_1$ , pour 1 en baisse de popularité =>  $- \Delta q_1$

Comment mesurer les sensibilités prix et revenu de la demande ?  
Élasticités ?

# Fonctions d'utilité, de demande – cas général (1/2)

- Partons de  $U(M, q_1, \dots, q_G) = M + u(q_1, \dots, q_G)$  (1.1.) :
  - Avec G, le nombre de biens sur le marché étudié (avec i=1,...,G biens), u(.) l'utilité retirée de leur consommation, M le numéraire (avec  $p_M=1$ ) ou plus précisément l'utilité du panier de biens vendus en dehors du marché étudié
  - On note R le revenu, la contrainte budgétaire s'écrit :
    - $R = p_M M + \sum_{G=1}^G p_g q_g = M + \sum_{G=1}^G p_g q_g$
    - En remplaçant dans la fonction d'utilité (1.1.), on écrit encore :

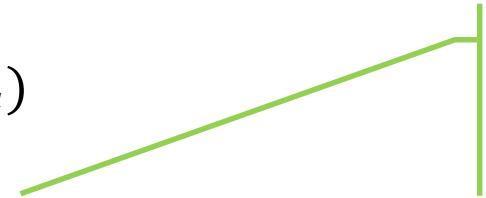
$$U(R, p, q) = R - \sum_{G=1}^G p_g q_g + u(q_1, \dots, q_G)$$

# Fonctions d'utilité, de demande – cas général (2/2)

- Partant de  $U(R, p, q) = R - \sum_{G=1}^G p_g q_g + u(q_1, \dots, q_G)$  on calcule la CPO (pour la CSO, matrice hessienne définie négative), soit

$$\frac{\partial U}{\partial q_g} = 0 \Leftrightarrow -p_g + \frac{\partial U}{\partial q_g}(q_1, \dots, q_G)$$

$$\Leftrightarrow p_g = \frac{\partial U}{\partial q_g}(q_1, \dots, q_G) \quad (1.2.)$$



Le prix du bien est égal à son utilité marginale

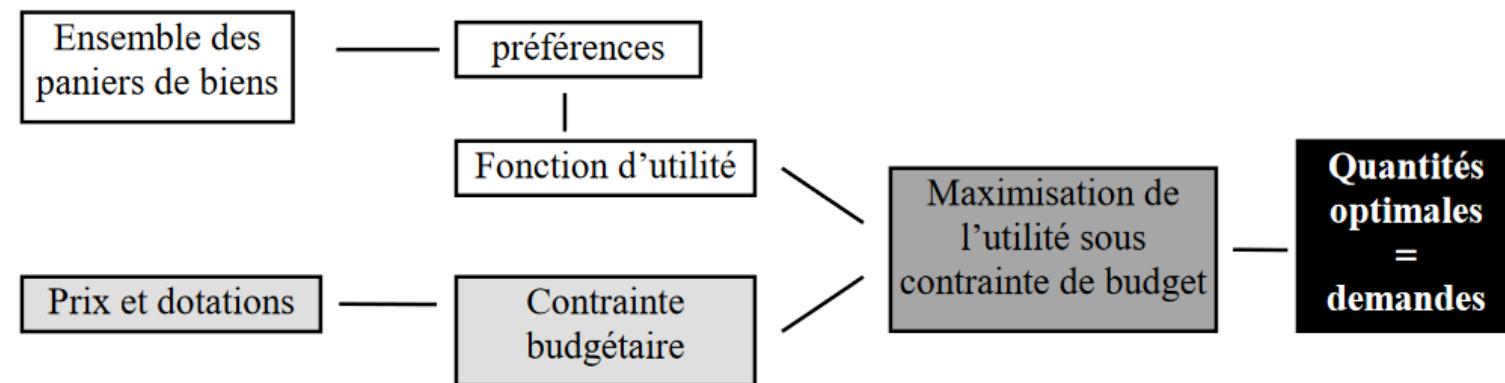
- Pour obtenir les fonctions de demande, on résout (1.2.) de G équations à G inconnues (les quantités), la solution conduisant à

$$q_g = D_g(p_1, \dots, p_n), g = 1, \dots, G$$

# Lecture 1 Fondamentaux

## ■ Fonction de demande

- Pour un bien
- Pour n biens
- Élasticités



## ■ Technologie et coûts

## ■ Profit et surplus

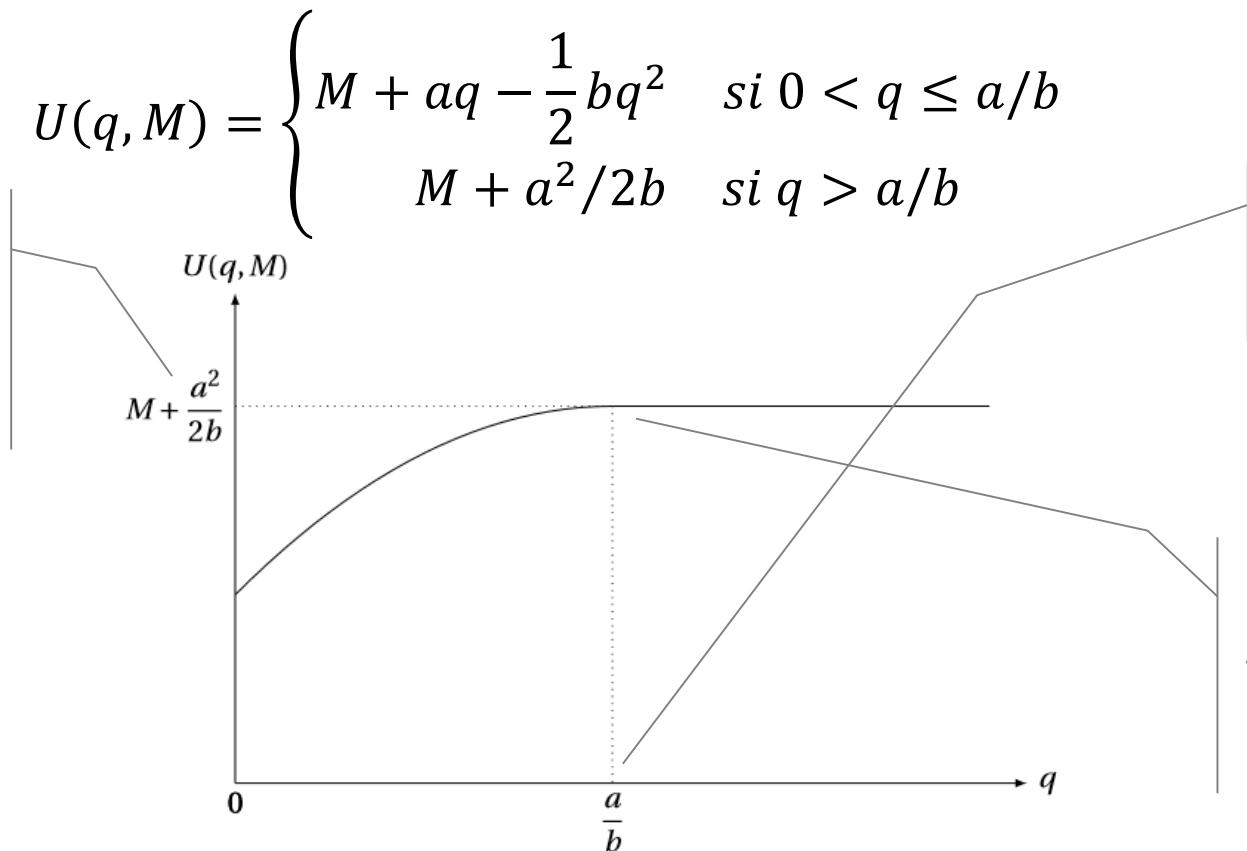
# Fonction d'utilité quadratique, fonction de demande linéaire, à un bien (1/2)

- Partons de préférences quadratiques sur un bien
  - Elles sont de la forme :

2: pour  $q = \frac{a}{b}$ , on a

$$U(\cdot) = M + a \frac{a}{b} - \frac{1}{2} b \left( \frac{a}{b} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow U(\cdot) = M + \frac{a^2}{2b}$$



1: on étudie la fonction  $U$   
 $\partial U / \partial q = 0 \Leftrightarrow a - bq \Leftrightarrow q = \frac{a}{b}$  et  $\partial^2 U / \partial^2 q < 0$

Utilité croissante jusqu'à  $a/b$ , puis constante (effet de satiété)

# Fonction d'utilité quadratique, fonction de demande linéaire, à un bien (2/2)

- L'utilité marginale est décroissante.
- Elle est égale à la **fonction de demande inverse** donnée par :

$$p(q) = \frac{\partial U}{\partial q}(q, M) = \begin{cases} a - bq & \text{si } q \leq a/b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

ce qu'on peut également écrire, de manière agrégée :

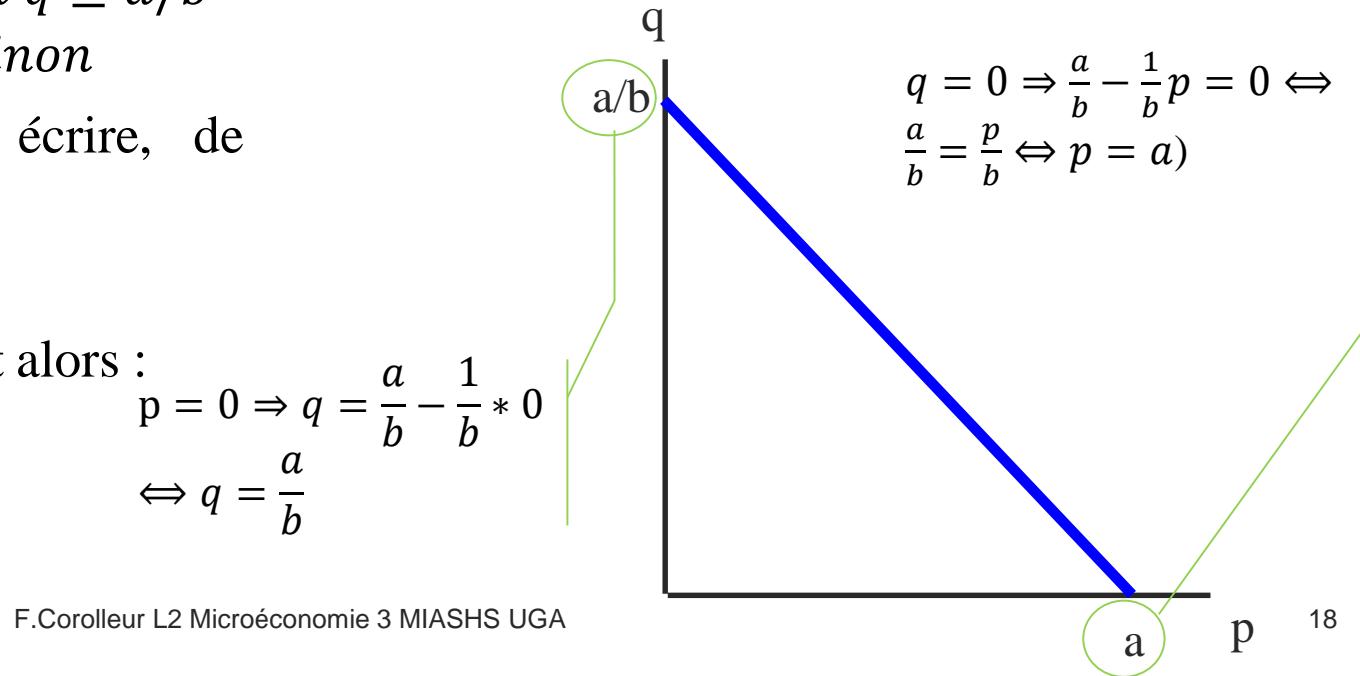
$$p(q) = \max\{0, a - bq\}$$

la **fonction de demande** s'écrit alors :

$$q = \max \left\{ 0, \frac{a - p}{b} \right\}$$

$$\begin{aligned} p = a - bq &\Leftrightarrow p - a = -bq \\ \Leftrightarrow q &= \frac{a - p}{b} \end{aligned}$$

- Graphiquement, la **fonction de demande** est une droite. Elle dépend de deux paramètres,  $a$  et  $b$ , ayant chacun une signification économique



# Élasticité prix directe de la demande – cas linéaire (1/4)

- L'élasticité prix direct de la demande est telle que

$$\epsilon_{ii} = -\frac{\partial q}{\partial p} * \frac{p}{q} = \frac{1}{b} \cdot \frac{p}{q} = \frac{1}{b} \cdot \frac{p}{\frac{a-p}{b}} = \frac{p}{a-p}$$

$$\begin{aligned} p &= a - bq \\ \Leftrightarrow -bq &= p - a \\ \Leftrightarrow q &= -\frac{1}{b}p + \frac{a}{b} \end{aligned}$$

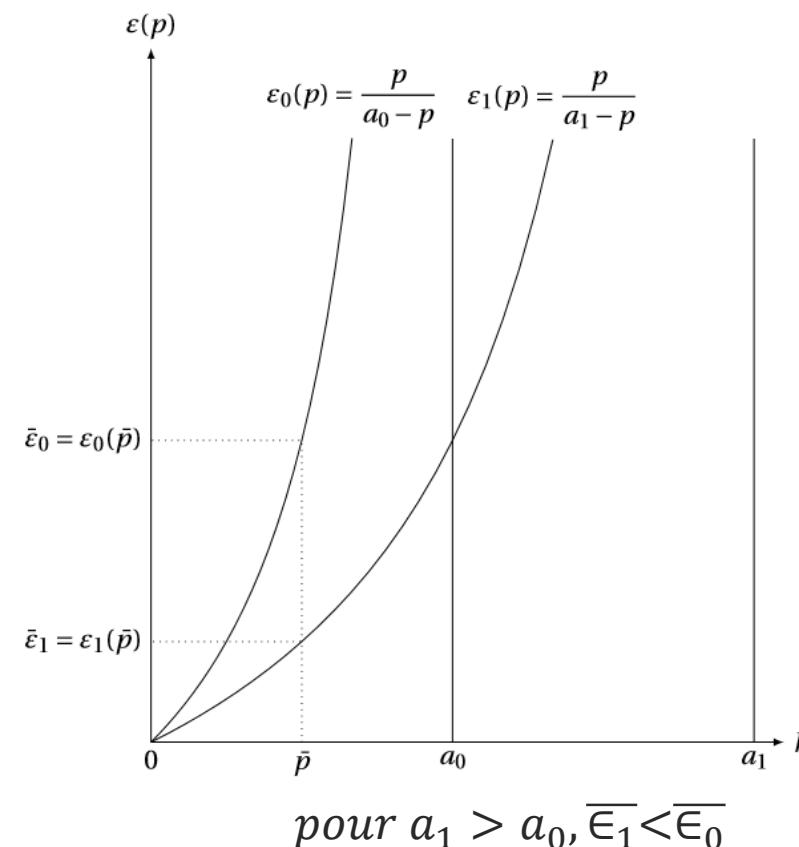
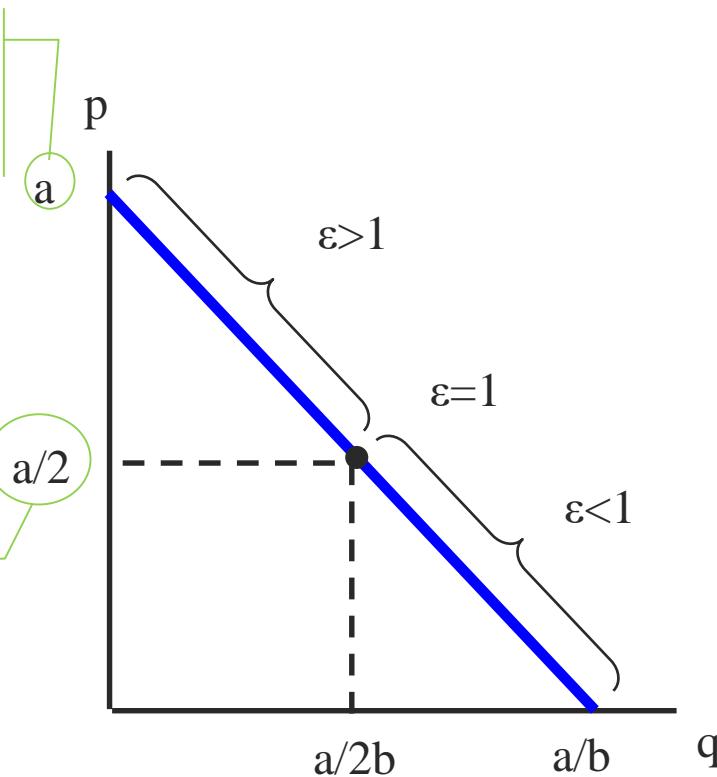
- Elle croît avec  $p$  (consommateur plus sensible aux variations de prix pour des prix déjà élevés)
- Elle ne dépend que de  $a$ , pas de  $b$
- On a vu que  $p(q) = \frac{\partial U}{\partial q}(q, M) = \begin{cases} a - bq & \text{si } q \leq a/b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ . Le paramètre **a** est l'utilité marginale maximale que l'on peut retirer de la consommation d'une unité de bien. Plus il est élevé, plus l'élasticité prix directe est faible (moins les consommateurs réagissent à une variation de prix)

# Élasticité prix directe de la demande – cas linéaire (2/4)

○ Graphiquement, pour  $p = a - bq$ , on a :

Vous aurez noté q en abscisse et p en ordonnée pour  $p(q)$  (l'inverse pour  $q(p)$ )

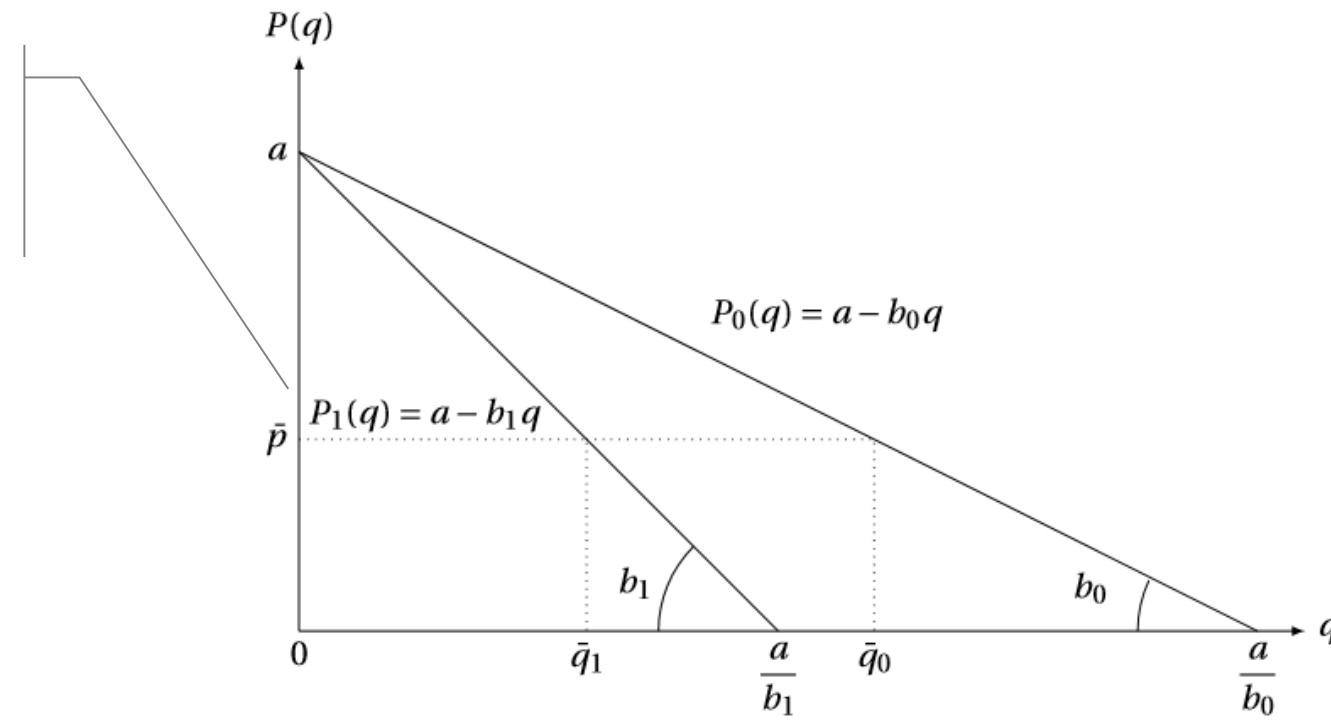
$$\begin{aligned}\epsilon_{ii} &= \frac{1}{b} \cdot \frac{p}{q} = 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{b} \cdot \frac{p}{\frac{a-p}{b}} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{p}{a-p} &= 1 \\ \Leftrightarrow p &= a - p \\ \Leftrightarrow 2p &= a \\ \Leftrightarrow p &= \frac{a}{2}\end{aligned}$$



# Élasticité prix directe de la demande – cas linéaire (3/4)

- Le paramètre **b** est relié à la taille du marché : plus b est fort, plus la taille du marché est faible (quantité maximum consommée sur l'axe des abscisses). Graphiquement :

Pour un même prix  $\bar{p}$ , avec  $b_1 > b_0$ , on a  $\frac{\bar{q}_1}{b_1} < \frac{\bar{q}_0}{b_0}$



# Élasticité prix directe de la demande – cas linéaire (4/4)

- On peut encore illustrer cette propriété en calculant le ratio des quantités correspondant aux deux valeurs  $b_1$  et  $b_0$  :

$$\frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_0} = \frac{\frac{a - \bar{p}}{b_1}}{\frac{a - \bar{p}}{b_0}} = \frac{b_0}{b_1}$$

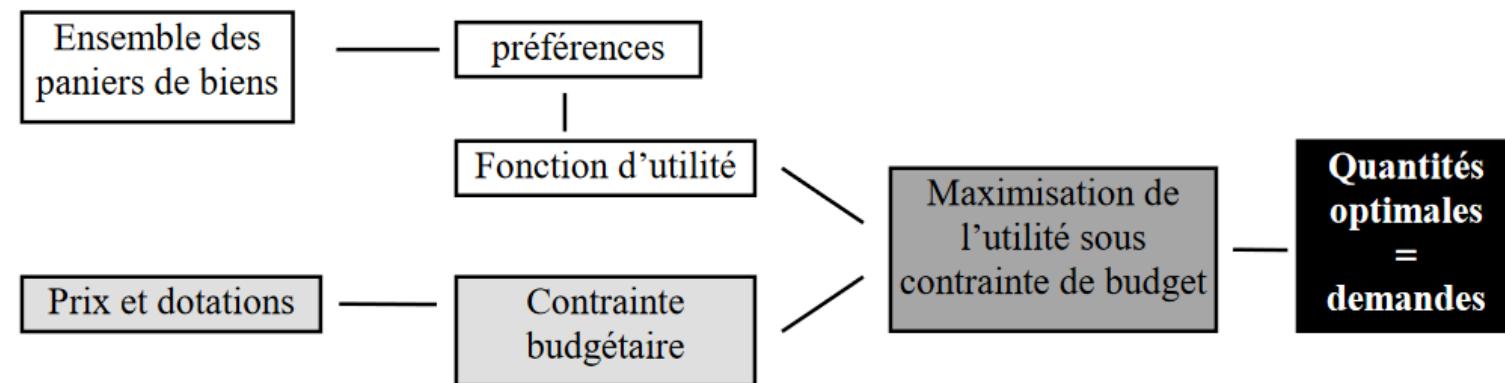
on voit que les quantités sont inversement proportionnelles à b

On comprend l'intérêt d'estimer, en IO (*Industrial Organization*) comme en marketing (pour des méthodologies différentes), ces deux paramètres a et b (marché potentiel total dans ce dernier cas)

# Lecture 1 Fondamentaux

## ■ Fonction de demande

- Pour un bien
- Pour n biens
- Élasticités



## ■ Technologie et coûts

## ■ Profit et surplus

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (1/6)

- Les préférences quadratiques sur deux biens
  - Avec n biens, on peut introduire les concepts de **substituabilité et complémentarité entre biens**
    - Complémentarité : l'utilité marginale du bien 1 croît avec la quantité consommée du bien 2
    - Substituabilité : l'utilité marginale du bien 1 décroît avec la quantité consommée du bien 2
    - Sur le plan formel, complémentarité et substituabilité renvoient aux dérivées de l'utilité marginale, i.e. aux dérivées secondes de la fonction d'utilité

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (2/6)

- Avec une fonction d'utilité quadratique, on a :

$$U(q_1, q_2, M) = M + a_1 q_1 + a_2 q_2 - \frac{1}{2} (b_1 q_1^2 + b_2 q_2^2 + 2d q_1 q_2)$$

$$\text{si } q_g \leq \frac{a_g b_j - a_j d}{b_1 b_2 - d^2}, g \neq j \in \{1,2\}$$

$$\text{et } U(q_1, q_2, M) = M + \frac{a_1^2 b_2 + a_2^2 b_1 - 2a_1 a_2 d}{2(b_1 b_2 - d^2)} \text{ sinon}$$

Les utilités marginales sont égales à  $\frac{\partial U}{\partial q_g} = a_g - b_g q_g - d q_j, g \neq j \in \{1,2\}$

Leurs dérivées sont  $\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial}{\partial q_2} \left( \frac{\partial U}{\partial q_1} \right) = \frac{\partial}{\partial q_1} \left( \frac{\partial U}{\partial q_2} \right) = -d$

Ce paramètre  $d$  va nous permettre de définir comment le consommateur considère les biens entre eux

utilité non observée, choix q(p) oui.  
Nécessité toutefois de réfléchir à u(.) pour fonder théoriquement des choix de consommation, les expliquer - prévoir

[

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (3/6)

]

- On a calculé, pour  $U(\cdot)$  quadratique à deux biens, les dérivées 1<sup>ères</sup>  $\frac{\partial U}{\partial q_g} = a_g - b_g q_g - d q_j$  et 2<sup>ndes</sup>  $\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial}{\partial q_2} \left( \frac{\partial U}{\partial q_1} \right) = \frac{\partial}{\partial q_1} \left( \frac{\partial U}{\partial q_2} \right) = -d$ . Selon la valeur prise par  $d$ , les biens sont considérés par le consommateur comme :
  - Pour  $d < 0$ , les biens sont complémentaires (utilité marginale croissante,  $\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} > 0$ )
  - pour  $d = 0$ , ils sont indépendants (satisfaction retirée de  $i$  indépendante de celle de  $j$ )
  - pour  $d > 0$ , ils sont substituables (utilité marginale décroissante,  $\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} < 0$ )
  - on impose  $b_g > |d|$  (i.e. l'effet d'une quantité consommée d'un bien sur son utilité marginale est plus fort que celui d'un autre bien)

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (4/6)

- Pour des consommateurs rationnels (parfaitement), les demandes s'obtiennent en résolvant les CPO de maximisation de l'utilité (voir #13-14 et TD1) :
  - $\begin{cases} p_1 = a_1 - b_1 q_1 - d q_2 \\ p_2 = a_2 - d q_1 - b_2 q_2 \end{cases}$ , on pose pour simplifier  $a_1=a_2=a$  et  $b_1=b_2=b$ , on réécrit  
 $\begin{cases} p_1 = p_1(q_1, q_2) = a - b q_1 - d q_2 \\ p_2 = p_2(q_1, q_2) = a - d q_1 - b q_2 \end{cases}$
  - À la lecture de ces fonctions, on vérifie :
    - Pour  $0 < d \leq 1$ , plus on s'approche de 1, plus les biens sont substituables (parfaitement substituables pour  $d=1$ )
    - Pour  $d=0$ , ils sont indépendants
    - Pour  $d < 0$ , les biens sont complémentaires.

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (5/6)

- Il est possible d'inverser le système formé par les fonctions de demande inverse pour écrire les fonctions de demande :

$$\begin{bmatrix} b & d \\ d & b \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - p_1 \\ a - p_2 \end{bmatrix}$$

Lettre grecque bêta

$$B * Q = P \Rightarrow Q = B^{-1}p$$

Lettre grecque delta

$$q_1 = \alpha - \beta p_1 + \delta p_2$$

$$q_2 = \alpha - \beta p_2 + \delta p_1$$

$$\text{avec } \alpha \equiv \frac{a}{b+d} > 0, \beta \equiv \frac{b}{b^2 - d^2} > 0, \delta \equiv \frac{d}{b^2 - d^2}, \quad |\beta| > |\delta|$$

# Fonctions d'utilité, de demande – cas linéaire, deux biens (6/6)

- Reprenons :
$$q_1 = D_1(p_1, p_2) = \alpha - \beta p_1 + \delta p_2$$
$$q_2 = D_2(p_1, p_2) = \alpha - \beta p_2 + \delta p_1$$
  - $\partial D_g / \partial p_g = -\beta < 0$  ( $g = 1, 2$ ) : l'effet direct d'une hausse de prix de chaque bien est de réduire la demande qui lui est adressée
    - mais cette hausse de prix influence également la demande de l'autre bien, le signe de cet effet dépend de la nature des biens :
    - Si  $\delta < 0$  (biens complémentaires) : l'effet croisé d'une hausse du prix de  $g$  sur la quantité de  $j$  est négatif, égal à  $\partial D_g / \partial p_j = \delta < 0$
    - Si  $\delta > 0$  (biens substituables) : l'effet croisé d'une hausse du bien  $g$  sur la quantité de  $j$  est positif, égal à  $\partial D_g / \partial p_j = \delta > 0$

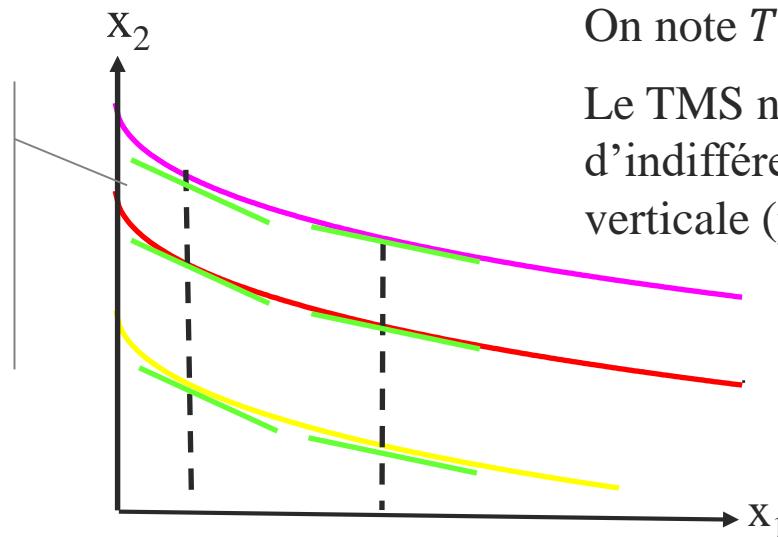
Intéressant : quand on a des données  $p$  et  $q$ , on peut estimer ces fonctions de demande (inverse) et leurs paramètres

# Fonction d'utilité, de demande - cas quasi-linéaire (1/4)

- Soit la fonction d'utilité  $U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2 = k$  ( $x_1$  et  $x_2$  deux biens,  $k$  une constante), avec  $v(0)=0$  (pour  $x_1=0$ , consomme tout son revenu en  $x_2$ ),  $v'(x_1)>0$  et  $v''(x_1)<0$  (i.e.  $x_1$  désirable mais à un taux décroissant)

- $U$  est linéaire par rapport à  $x_2$  mais non linéaire par rapport à  $x_1$  (d'où quasi-linéaire).
- Graphiquement :

Chaque courbe d'indifférence ( $x_2 = k - v(x_1)$ ) est translatée verticalement d'une courbe d'indifférence plus faible



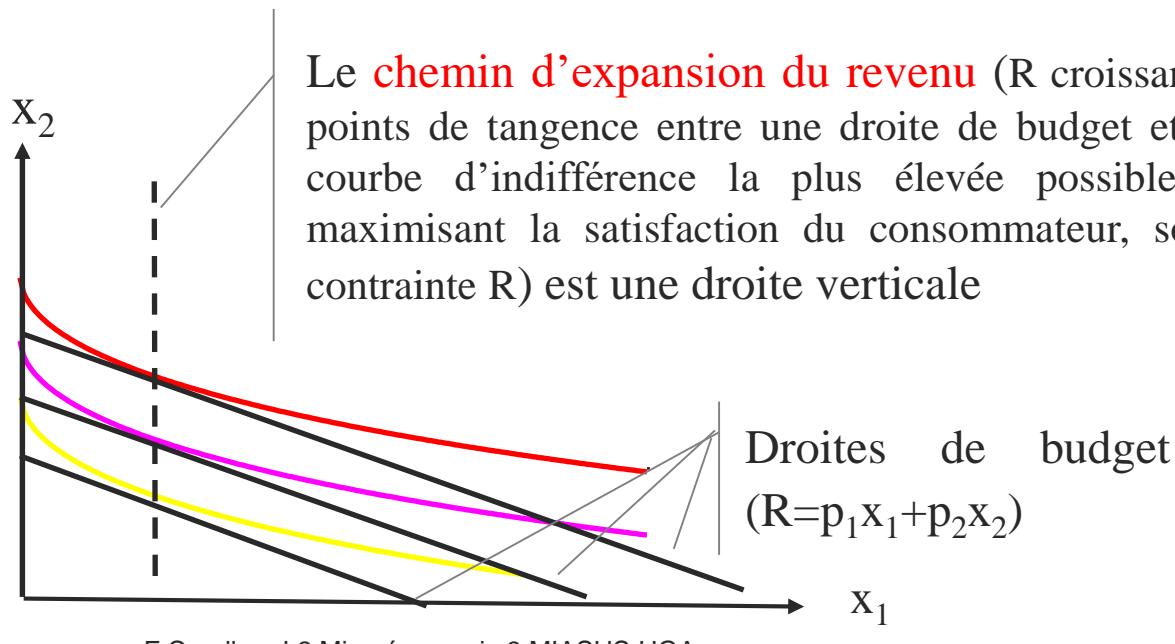
$$\text{On note } TMS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = -\frac{v'(x_1)}{1} = v'(x_1).$$

Le TMS ne dépend pas de  $x_2$ . La pente d'une courbe d'indifférence est constante le long de toute ligne verticale (pour  $x_1$  constant)

# Fonction d'utilité, de demande - cas quasi-linéaire (2/4)

- Que se passe-t-il si le consommateur voit son revenu croître, pour des prix relatifs constants ?
  - La consommation de  $x_1$  demeure inchangée, la hausse de revenu est entièrement consacrée à l'achat de plus de  $x_2$ .
  - Graphiquement :

L'hypothèse de quasi-linéarité peut être acceptable pour  $x_1$  représentant une part négligeable de R (ex. achat de crayons), le consommateur augmentant uniquement sa consommation de  $x_2$ .



# Fonction d'utilité, de demande - cas quasi-linéaire (3/4)

## ■ Remarques :

- Comment interpréter  $v(x_1)$  et  $v'(x_1)$  ? Posons  $x_2$  la consommation du numéraire, pour  $p_2=1$ 
  - $v(x_1)$  : **propension totale à payer le bien 1** (i.e. la somme totale que le consommateur est prêt à payer, en numéraire, pour avoir la possibilité de consommer  $x_1$  unités du bien 1)
  - $v'(x_1)$  : **propension marginale à payer le bien 1** (i.e. somme maxi qu'il est prêt à payer pour avoir une unité de plus du bien 1)
- Les courbes d'indifférence sont convexes mais non asymptotiques aux axes :
  - Il peut y avoir des solutions en coin (i.e. le consommateur peut, selon  $p_i$ , ne consommer que du  $x_1$  ou que du  $x_2$ )

# Fonction d'utilité, de demande - cas quasi-linéaire (4/4)

- $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \quad p_1, \quad p_2, \quad R$  les prix et le revenu,  $R > \frac{p_2^2}{4p_1}$ . Déterminons les **fonctions de demande marshallienne**

○ Soit  $\max_{x_1, x_2} \sqrt{x_1} + x_2$  s.c.  $p_1 x_1 + p_2 x_2 = R$   
 $\Leftrightarrow \mathcal{L} = x^{1/2} + x_2 + \lambda(R - p_1 x_1 - p_2 x_2)$ .

○ On calcule les CPO :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0 \quad \frac{1}{2}x_1^{-1/2} - \lambda p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x_1^{-1/2} - \frac{p_1}{p_2} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 0 \Leftrightarrow 1 - \lambda p_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{p_2} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 0 \quad R - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0\end{aligned}$$

Pour  $R > \frac{p_2^2}{4p_1}$ , on a bien  $x_2 > 0$ , sinon solution en coin

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{p_2^2}{4p_1} \\ \lambda &= \frac{1}{p_2} \\ x_2 &= \frac{R}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1}\end{aligned}$$

# Fonction de demande à élasticité constante (1/3)

- Peut-on transformer la fonction de demande de telle sorte que l'élasticité devienne la pente de cette fonction transformée ?
  - oui, en utilisant une transformation logarithmique. Cette transformation nous permet en économie de transformer des fonctions exponentielles en fonctions linéaires
  - Par exemple, pour  $Q=P^\alpha \cdot X^\beta$ , sa transformation logarithmique conduit à écrire  $\ln Q = \alpha \ln P + \beta \ln X$  (pour une estimation empirique de cette fonction, on ajoutera un résidu). Comment interpréter les paramètres de cette fonction log ?

## Fonction de demande à élasticité constante (2/3)

- L'élasticité prix de la demande est la pente du logarithme de la demande par rapport au logarithme des prix. Démontrons :
  - La pente du log de la fonction de demande est :
  - On a donc, pour une fonction de demande logarithmique du type  $\ln Q = \alpha \ln P + \beta X + \text{résidus}$ , le paramètre  $\alpha$  interprétable directement comme l'élasticité prix direct de la demande (et  $\beta$  = élasticité prix croisée, revenu, etc. selon la définition de  $X$ )

# Fonction de demande à élasticité constante (3/3)

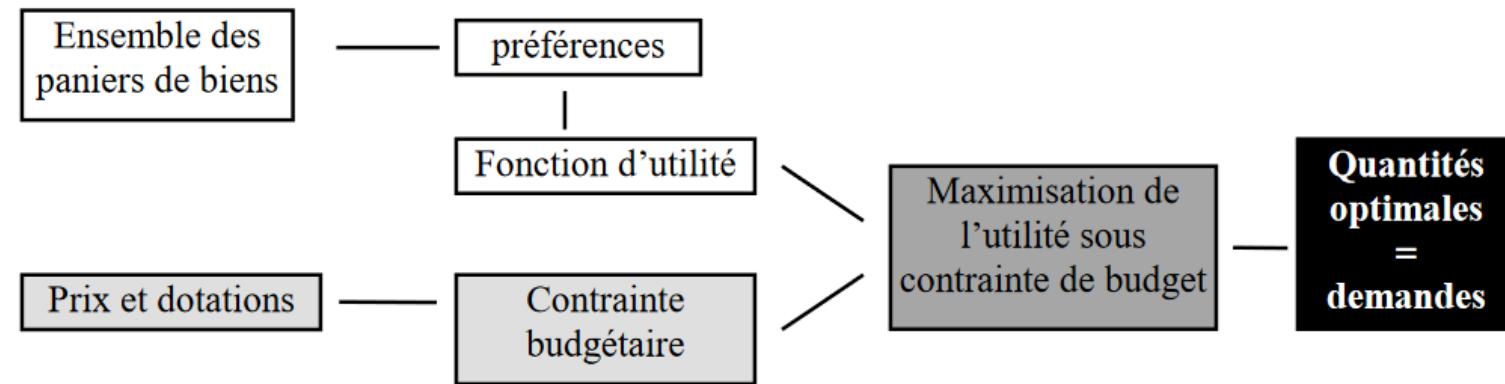
## ■ Empiriquement ?

- Constance de l'élasticité ? Si l'objectif est d'obtenir une bonne estimation locale (i.e. dans la région des données utilisées) plutôt que globale, on peut plus raisonnablement recourir à cette hypothèse (interprétation erronée cependant si la variable explicative augmente beaucoup)
- Plus généralement, quand on écrit  $\log(Q)=\log(A)-B\log(P)$ , on omet probablement d'autres variables explicatives (alors, en ajouter ? Justifié théoriquement ? Meilleure «qualité» statistique du modèle ?), la demande n'est pas forcément parfaitement linéaire .... On inclut alors un terme d'erreurs dans l'équation, à droite (et il faudra étudier la propriété des résidus)

# Lecture 1 Fondamentaux

## ■ Fonction de demande

- Pour un bien
- Pour n biens
- Élasticités



## ■ Technologie et coûts

## ■ Profit et surplus

# [ Élasticités de la demande (1/3) ]

## ■ Pourquoi un focus sur les **élasticités** de la demande ?

- On s'intéresse au pouvoir de marché en microéconomie 3 (i.e.  $p > C_m$ ).  $(p^*, q^*)$  découle du programme d'optimisation de la firme (i.e.  $\nabla R_m - C_m = 0$ )
- Hors, on sait que pour  $R_m (= \partial RT / \partial q)$  :
  - Son écriture dépend la structure de marché (ex.:  $RT = p \cdot q$  en CP,  $RT = p(q) \cdot q$  en monopole, etc.)
  - Et plus généralement,  $R_m$  dépend de comment le consommateur modifie ses achats en fonction de sa sensibilité aux variations des prix (du bien, des biens substituables, complémentaires, du revenu). Mais comment mesurer cette sensibilité ?

# Élasticités de la demande (2/3)

## L'élasticité-prix direct de la demande :

- $\epsilon_{ii} = \frac{\% \Delta q_i}{\% \Delta p_i} = \frac{\Delta q_i / q_i}{\Delta p_i / p_i} = \frac{p_i}{q_i} \cdot \frac{\Delta q_i}{\Delta p_i}$
- est en général négative (« loi » de la demande), par convention on l'exprime en valeur absolue
- la demande est élastique pour  $|E_p| > 1$ , inélastique pour  $|E_p| < 1$  (par la suite on omettra la valeur absolue)
- L'élasticité prix de la demande dépend principalement de la disponibilité de substituts (pour des substituts proches, demande élastique au prix, car  $+ \Delta p_i \Rightarrow + \Delta q_j$ , avec  $j$  un bien substituable à  $i$ )

L'élasticité prix direct est reliée à la pente de la fonction de demande ( $\Delta q / \Delta p$ ), mais pas uniquement

# [ Élasticités de la demande (3/3) ]

## ■ L'élasticité-prix croisée de la demande :

- $\epsilon_{ij} = \frac{\% \Delta q_i}{\% \Delta p_j} = \frac{\Delta q_i / q_i}{\Delta p_j / p_j} = \frac{p_j}{q_i} \cdot \frac{\Delta q_i}{\Delta p_j}$
- pour  $\epsilon_{ij} > 0$  les biens sont substituables, pour  $\epsilon_{ij} < 0$  ils sont complémentaires

## ■ L'élasticité revenu :

- $\epsilon_R = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta R / R} = \frac{R}{Q} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta R}$
- les biens sont dits normaux pour  $\epsilon_R > 0$ , inférieurs pour  $\epsilon_R < 0$ , de luxe pour  $\epsilon_R > 1$ , de première nécessité pour  $0 < \epsilon_R < 1$

# [ Illustrations – élasticités (1/2) ]

Boissons	Vins de consommation courante	Vins d'appellation	Vins pétillants	Alcools forts	Alcools doux	Anis	Bière	Eaux	Boissons aux fruits plates non alcoolisées
Vins de consommation courante	<b>-0,963</b>	0,104	0,065	-0,027	0,161	0,075	-0,061	0,2	0,392
Vins d'appellation	0,054	<b>-0,516</b>	0,054	0,006	0,036	-0,044	0,026	0,220	0,118
Vins pétillants	0,078	0,123	<b>-0,562</b>	0,103	-,045	0,006	0,016	0,257	-0,008
Alcools forts	-0,030	0,012	0,096	<b>-0,497</b>	0,076	0,069	0,260	0,081	-0,069
Alcools doux	0,167	0,071	-0,039	0,071	<b>-0,675</b>	0,053	0,072	0,0097	0,140
Anis	0,113	-0,127	0,008	0,093	0,077	<b>-0,435</b>	-0,104	0,157	0,115
Bière	-0,066	0,054	0,014	0,251	0,075	-0,074	<b>-0,746</b>	0,179	0,209
Eaux	0,089	0,188	0,096	0,032	0,042	0,046	0,074	<b>-0,939</b>	0,240
Boissons aux fruits plates non alcoolisées	0,202	0,116	-0,004	-0,032	0,069	0,039	0,1	0,276	<b>-0,805</b>

Source : Boizot, C. (1999). *La demande de boissons des ménages: une estimation de la consommation à domicile*. *Économie et Statistique*, 324(1), 143-156.

# [ Illustrations – élasticités (2/2) ]

	Élasticité prix directe	Élasticité-revenu
Alimentaire à domicile	- 0,81 0,169	0,721 0,057
Tabacs et alcools	- 0,522 0,097	0,398 0,062
Habillement	- 0,527 0,066	0,888 0,026
Logement et énergie	- 0,383 0,15	0,67 0,059
Automobile et transport	- 0,549 0,01	1,107 0,016
Loisirs	- 1,306 0,032	1,212 0,026
Divers	- 0,953 0,142	1,085 0,051
Alimentation à l'extérieur	- 0,512 0,066	1,22 0,024

Source : Ruiz, N. Trannoy, A. (2008) *Le caractère régressif des taxes indirectes : les enseignements d'un modèle de micro-simulation*, **Economie et statistiques**, 413, 21-26

# Élasticités à court et long terme

- Les élasticités varient avec le temps dont les consommateurs disposent pour réagir à un changement de prix.
  - En général, les élasticités sont plus fortes à long terme qu'à court terme (ex.: il faut du temps pour que les consommateurs changent leurs habitudes, il y a peu de substituts à court terme, leur demande peut être lié au stock d'un autre bien ; à long terme, ces arguments pèsent moins)
  - C'est l'inverse pour les biens durables (ex.: le prix des voitures croît, les agents conservent leur, diffèrent leurs achats à court terme ; à long terme, ils devront changer de véhicule => la demande de biens durables est plus élastique à court terme qu'à long terme)

# Élasticité au point moyen

- Et quand on ne connaît pas la fonction de demande, mais uniquement deux combinaisons  $(p_A, q_A), (p_B, q_B)$  ?
  - Problème : la valeur de l'élasticité dépendra du choix de la référence. Exemple :

- Pour A en référence :  $\epsilon = \frac{q_A - q_B}{p_A - p_B} * \frac{p_A}{q_A} = \frac{40 - 60}{4 - 3} * \frac{4}{40} = |-2|$

- pour B en référence :  $\epsilon = \frac{q_B - q_A}{p_B - p_A} * \frac{p_B}{q_B} = \frac{60 - 40}{3 - 4} * \frac{3}{60} = |-1|$

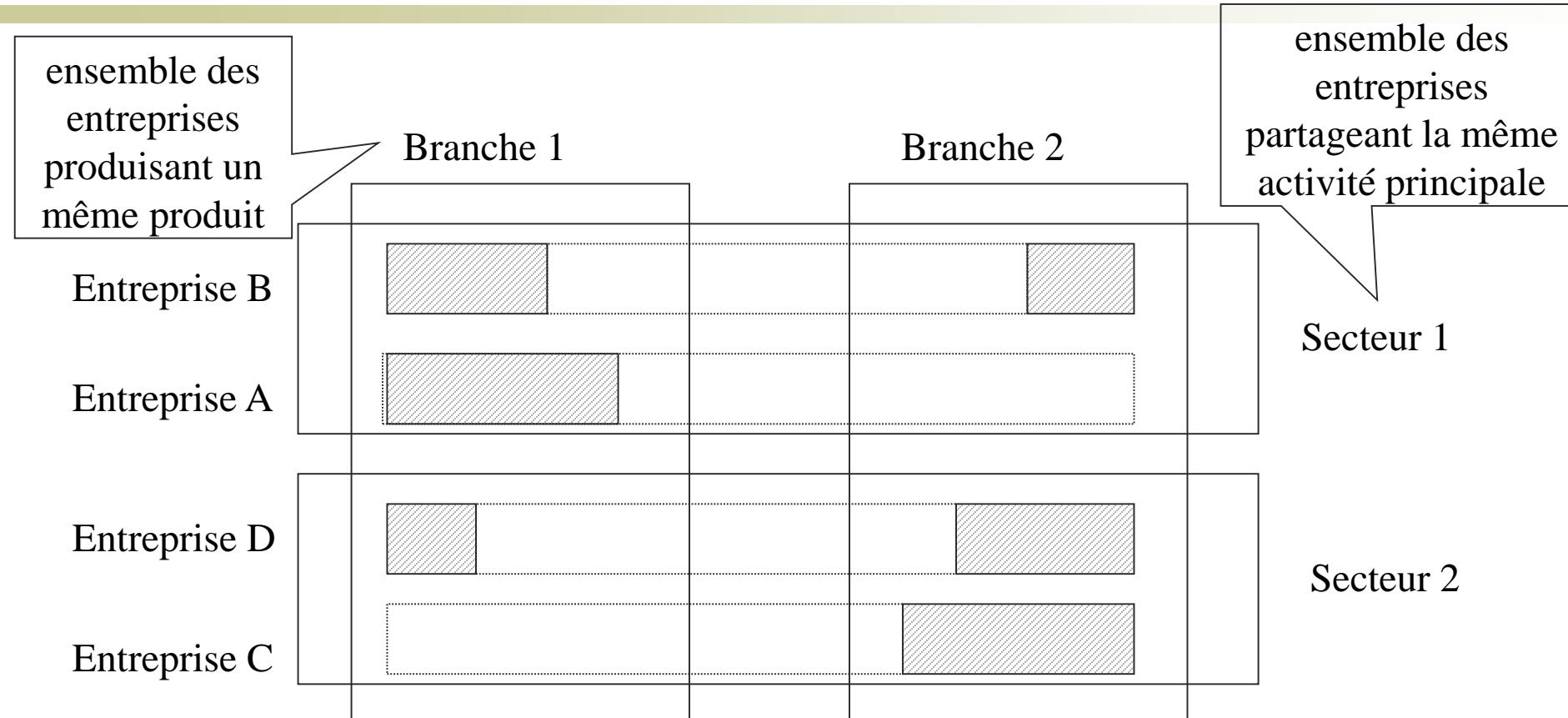
- Solution ? On calcule l'élasticité au point moyen, qui utilise la moyenne des prix et des quantités, soit ici

$$\epsilon = \frac{(q_B - q_A)/[(q_B + q_A)/2]}{(p_B - p_A)/[(p_B + p_A)/2]} = \frac{(p_A + p_B)/2}{(q_A + q_B)/2} * \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{3,5}{50} * \left(-\frac{20}{1}\right) = \left|-\frac{7}{5}\right| = |-1,4|$$

# Où il est question de la disponibilité des données aux niveaux requis pour votre étude (1/2)

- Pour conclure sur les élasticités liées à la demande de marché, interrogeons nous sur un point data méthode important pour leur mesure :
  - Pour toute analyse en économie, marketing, etc. mobilisant les concepts d'élasticité vous devrez clairement déterminer comment sélectionner vos données
    - il faut délimiter le marché économique d'étude (2 dimensions : produit, géographique), réfléchir à la durée retenue pour les calculs (e.g.: sensibilité prix pour le tabac plus faible à court terme qu'à long terme, ou encore comportement de report pour les biens durables)
    - Généralement, vous utiliserez des données INSEE par NAF. Mais disposez-vous d'un niveau d'agrégation des produits tel que soient réunis au sein de votre NAF des biens substituables ? Les données p et q sont disponibles à l'échelon national (open data). Mais les consommations présentent-elles des spécificités infranationales ?

# Où il est question de la disponibilité des données aux niveaux requis pour votre étude (2/2)



Vous collectez les données au niveau secteur. Un biais dans votre analyse, pour un grand groupe hors secteur étudié, mais même branche ?

# Une suggestion : un petit détour par l'INSEE

The screenshot shows a Firefox browser window displaying the INSEE website at <https://www.insee.fr/fr/information/2406147>. The page title is "Nomenclature d'activités française". The INSEE logo is visible in the top left. The main content area includes a brief description of the NAF, its purpose, and its relationship to the European NACE classification. To the right, there's a sidebar with "MÉTHODES" information and two download links for PDF files: "ENSEMBLE DES POSTES – NAF RÉV. 2 ET CPF RÉV. 2.1" and "GUIDE D'UTILISATION – NAF RÉV. 2 ET CPF RÉV. 2.1". Below the main content, there are three blue call-to-action boxes: "Présentation générale de la NAF", "Structure et notes explicatives de la NAF", and "Télécharger les fichiers de la NAF en vigueur".

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
  - Fonction de production et concepts associés
  - Fonctions de coûts (un bien) et concepts associés
  - Fonctions de coûts (n biens) et concepts associés
- Profit et surplus

# Fonction de production (1/2)

- Comment est produit un bien au sein d'une entreprise ? Par des combinaisons de facteurs de production (inputs)
  - Seules certaines sont technologiquement réalisables (e.g. réussir une vinaigrette requiert certaines proportions d'intrants) => **ensemble de production**
  - Une entreprise maximisant son profit s'intéresse uniquement à la frontière de cet ensemble => **fonction de production** ( $q$  max pour chaque combinaison d'inputs,  $K$ ,  $L$ )
  - $K$  et  $L$  sont des flux (ex. par année, alors  $q$  annuelle), leur utilisation implique un coût ( $r$ ,  $w$ ).  $q^*$  (pour profit max) est atteint pour la combinaison d'inputs minimisant les coûts (les programmes de maximisation du profit et de minimisation des coûts sont duals, conduisent aux mêmes  $q^*$ ,  $K^*$ ,  $L^*$  et donc  $\pi^*$ )

# Fonction de production (2/2)

## ■ Éléments (très partiels) de discussion

- Assimiler l'entreprise à sa fonction de production revient à présupposer que l'ensemble des parties prenantes partagent le même objectif. Empiriquement *intenable* dans le cadre d'une analyse organisationnelle (hypothèse relâchée par les théories de l'agence, des coûts de transaction, etc.), *acceptable* dans le cadre d'analyses de marché, pour déterminer  $p^*$
- L'entreprise est censée être technologiquement efficiente. Suppose notamment une information parfaite, pour des agents parfaitement rationnels. Différents modèles proposent des explications à l'inefficience technologique (e.g. Leibenstein et inefficiency X)

# Revoir microéconomie 1 (1/2)

## ■ Concepts associés à l'analyse de la technologie

- La fonction de production, sa représentation (isoquante), ses propriétés
- Les productivités des facteurs de production (moyennes, marginales), les rendements d'échelle (constants, croissants, décroissants)
- Le TMST, l'élasticité de substitution des facteurs de production
- En complément de vos notes de cours, Varian, H.R. (2015). Introduction à la microéconomie, Chp. 17 La technologie, De Boeck

# Revoir microéconomie 1 (2/2)

- Pour maximiser le profit, en concurrence parfaite (p le prix de l'output,  $x_i$  les inputs,  $w_i$  leur prix) :

$$\max_{x_1, x_2} p f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

)

Coût total

$$CPO : \quad p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = w_1$$

$$p \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = w_2$$

À l'optimum, la valeur du produit marginal ( $p^*$  productivité marginale) de chaque  $x_i$  est égale à son prix

- Si la firme maximise son profit en offrant y, son coût de production doit être minimum pour ce y produit. Le problème de maximisation du profit peut être décomposé en 2 étapes :

- Minimiser le coût de production pour y donné
  - Déterminer le niveau d'output y correspondant au profit maximum

# Lecture 1 Fondamentaux

## ■ Fonction de demande

## ■ Technologie et coûts

○ Fonction de production et concepts associés

○ Fonctions de coûts (un bien) et concepts associés

○ Fonctions de coûts (n biens) et concepts associés

## ■ Profit et surplus

Attention : on ne traitera ici que des coûts de production, mais professionnellement vous aurez également à tenir compte des coûts de distribution, transport, de transaction, etc. Master ?

# La fonction de coût (1/5)

- Pour une technologie donnée, comment l'entreprise fait-elle le choix de ses combinaisons productives (capital, travail) ? La **fonction de coût** est définie comme le coût minimum de production pour un niveau d'output donné

- On l'obtient après avoir déterminé, pour tout niveau de production, la combinaison optimale des inputs (pour des prix des inputs donnés) minimisant le coût total
- Ce programme d'optimisation sous contrainte de la technologie (représentée par la fonction de production) s'écrit :

prix des facteurs,  $w_i$ , donnés (équilibre partiel).

- À court terme ( $x_2$  le facteur fixe) :  $c(y, \bar{x}_2) = \min_{x_1} w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2$  s. c.  $f(x_1, \bar{x}_2) = y$
- À long terme :  $c(y) = \min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$  s. c.  $f(x_1, x_2) = y$

# La fonction de coût (2/5)

■ Résolvons  $\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad s.c. \quad f(x_1, x_2) = y$

1<sup>ère</sup>  
méthode

- Pour une forme fonctionnelle de  $f(x_1, x_2)$  particulière, on pourrait résoudre par la méthode de substitution (substituer la contrainte dans la fonction objectif).
- Plus généralement, on passe par la méthode du Lagrangien. On écrit  $L = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \lambda(f(x_1, x_2) - y)$ , on résout (CPO) :

2<sup>nde</sup>  
méthode

$$\begin{cases} w_1 - \lambda \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0 \\ w_2 - \lambda \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 0 \\ f(x_1, x_2) - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}} \\ f(x_1, x_2) - y = 0 \end{cases}$$

$\frac{w_1}{w_2} = \frac{Pm_1}{Pm_2} = TMST$

# La fonction de coût (3/5)

- Poursuivons pour  $y = f(x_1, x_2) = x_1^{1/3} * x_2^{2/3}$ . Pour une Cobb-Douglas, on peut utiliser directement la condition de tangence en un point de la fonction de production à la droite des prix –  $w_1/w_2 = \text{TMST}$  du facteur 1 au facteur 2 (pas de solution en coin pour une Cobb-Douglas)

3<sup>ème</sup>  
méthode

○ 
$$\begin{cases} \frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{1}{3}x_1^{-2/3}x_2^{2/3}}{\frac{2}{3}x_1^{1/3}x_2^{-1/3}} = \frac{x_2}{2x_1} \Leftrightarrow \\ y = x_1^{1/3} * x_2^{2/3} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 2 \frac{w_1}{w_2} x_1 \\ y = x_1^{1/3} * \left(2 \frac{w_1}{w_2} x_1\right)^{\frac{2}{3}} = \left(2 \frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{2}{3}} x_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 \frac{w_1}{w_2} x_1 \\ x_1^* = y(w_2/2w_1)^{\frac{2}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2^* = y(2w_1/w_2)^{\frac{1}{3}} \\ x_1^* = y(w_2/2w_1)^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

x<sub>1</sub>\* et x<sub>2</sub>\* sont les  
**fonctions de demande**  
conditionnelles d'inputs

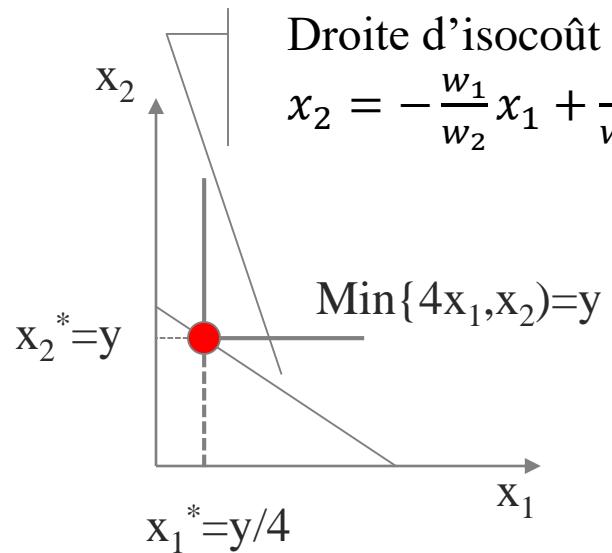
# La fonction de coût (4/5)

- Les **fonctions de demande conditionnelles** d'inputs nous donnent la combinaison optimale d'inputs (minimisant le coût) pour tout prix des facteurs et niveau d'output
- On peut donc écrire, pour  $y = f(x_1, x_2) = x_1^{1/3} * x_2^{2/3}$ , la fonction de coût correspondante :

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow c(w_1, w_2, y) &= w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y) = w_1 \left(\frac{w_2}{2w_1}\right)^{\frac{2}{3}} y + w_2 \left(\frac{2w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{3}} y \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3} w_1^{1/3} w_2^{2/3} y + 2^{1/3} w_1^{1/3} w_2^{2/3} y\end{aligned}$$

# La fonction de coût (5/5)

- Posons une fonction de production de type Leontief, à compléments parfaits :  $y = \min\{4x_1, x_2\}$ . Quelles sont les fonctions de demande conditionnelles d'inputs et la fonction de coût total ?



- Dans ce cas  $x_1^*(w_1, w_2, y) = \frac{y}{4}$  et  $x_2^*(w_1, w_2, y) = y$
  - La fonction de coût est alors
- $$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y)$$
- $$\Leftrightarrow c(w_1, w_2, y) = w_1 \frac{y}{4} + w_2 y = \left(\frac{w_1}{4} + w_2\right)y$$

# Revoir microéconomie 1 (1/4)

## ■ Concepts associés à l'analyse de la fonction de coût

- La différence coût comptable vs coût économique (i.e. la comptabilité ne tient pas compte des coûts d'opportunité)
- Les différentes catégories de coûts : fixes, irrécupérables, variables, moyens, marginaux, de court terme, de long terme
- Les économies d'échelle et la taille minimale optimale
- En complément de vos notes de cours, Varian, H.R. (2015). *Introduction à la microéconomie*, Chp. 19 & 20 La technologie, De Boeck

# Revoir microéconomie 1 (2/4)

- Les *sunk costs* (coûts fixes irrécupérables) ont déjà été engagés et ne peuvent être récupérés :
  - Ex.: vous investissez ( $I$ ) dans une usine, pour  $I$  n'ayant aucune valeur de récupération => la totalité du coût est irrécupérable, même si une fraction fait l'objet d'un amortissement comptable
  - Des coûts irrécupérables n'affectent pas la comparaison entre les alternatives. Mieux vaut ne pas en tenir compte dans le  $CT(y)$ 
    - Question : pour fixer  $(p^*, q^*)$ , il faut tenir compte des coûts de R&D engagés ?
    - Non ! Ils sont irrécupérables, ils ne sont pas affectés par vos décisions. Votre but est de maximiser le revenu issu de vos ventes, net des coûts de production incrémentaux

# Revoir microéconomie 1 (3/4)

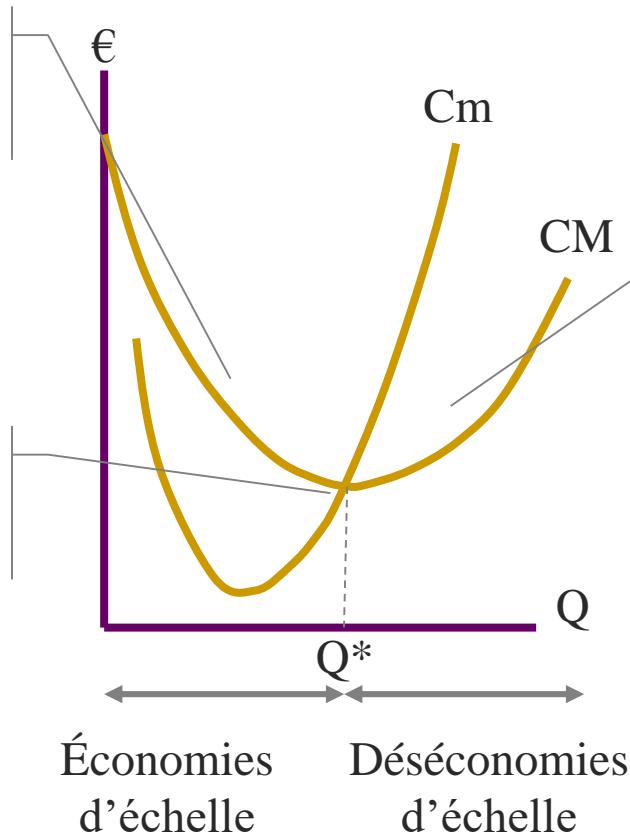
■ Et pourtant, en pratique, certains en tiennent compte :

- vous ouvrez un *food truck* qui génère moins de revenu que vous n'en gagniez quand vous étiez salarié (on suppose que vous ne pouvez pas en retrouver d'équivalent). Alors ? Fermer ?
  - Vous fermez, oui, non ? Un individu parfaitement rationnel maintiendra son activité tant que les revenus excèdent les coûts moyens de long terme (hors *sunk costs*)
- vous avez acheté un billet d'avion non remboursable pour un WE. Au moment de partir, les prévisions météos pour la durée de votre séjour sont exécrables. Alors ? Vous partez ?
  - Non ! Pas de satisfaction à venir, pour un coût déjà payé

# Revoir microéconomie 1 (4/4)

Si  $C_m < CM \Rightarrow CM$   
décroît

Pour  $C_m = CM \Rightarrow$   
min du CM = **taille  
minimum optimale**



Si  $C_m > CM \Rightarrow CM$  croît

Il y a **économies d'échelle** lorsque la fonction de coût moyen à *long terme* est décroissante (déséconomies d'échelle quand croissante) : l'augmentation de la production permet de réduire le coût unitaire

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
  - Fonction de production et concepts associés
  - Fonctions de coûts (un bien) et concepts associés
  - Fonctions de coûts (n biens) et concepts associés
    - Coût moyen de proportion
    - Économies d'échelle (avec n biens), économies d'apprentissage
    - Économie de gamme, entreprise flexible
- Profit et surplus

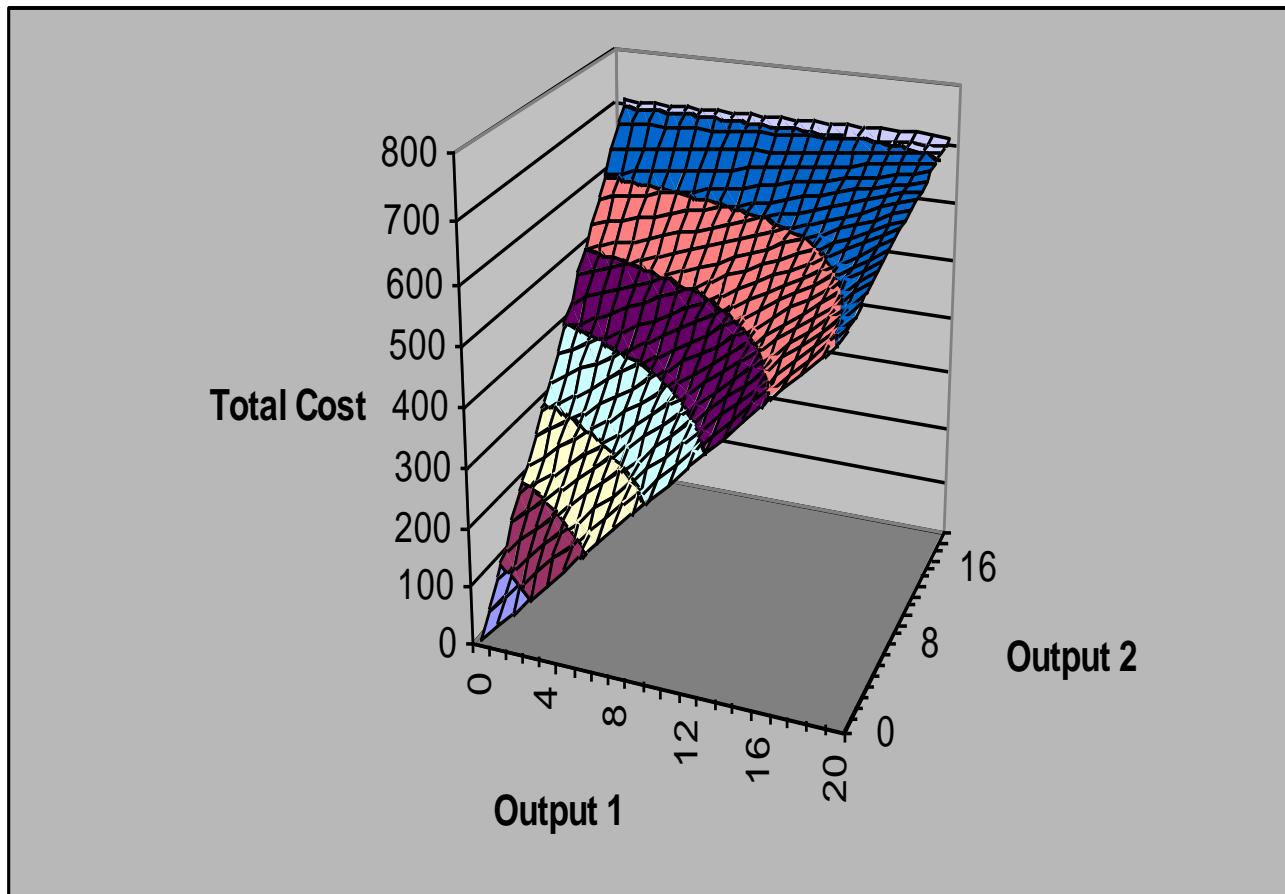
# Analyse des coûts pour des firmes multi-produits

- La plus part des entreprises ne sont pas mono mais multi-produits (ex.: pour un constructeur automobile, plusieurs gammes produits distinctes, et au sein de la gamme, plusieurs modèles). Posons une firme, deux produits, 1 et 2. Comment analyser ses coûts ?
  - Sa fonction de coût est  $C(q_1, q_2) \Rightarrow$  il n'est plus possible de mesurer ni le coût moyen (CM), ni le coût marginal (Cm), car il n'y a plus de mesure homogène de la production
  - Non plus un mais deux Cm. Ex. pour  $Cm_1 = \partial C(q_1, q_2) / \partial q_1$
  - Pour le coût moyen, nécessité de définir un nouveau concept, le **coût moyen homothétique, ou radial** (*ray average cost*)

# Le coût moyen homothétique – radial (1/4)

- Posons une firme,  $q_1$  et  $q_2$  les quantités produites des deux biens qu'elle produit,  $Q$  la quantité totale produite (somme des deux biens)
  - On suppose qu'*elle produit les deux biens en proportion constante* (e.g. pour un rapport constant de 2 pour 1, on écrit  $q_1 = \frac{2}{3}Q$  et  $q_2 = \frac{1}{3}Q$ ). On écrit plus généralement  $q_i = \lambda_i Q$  et  $Q = \lambda_1 q_1 + \lambda_2 q_2$  (avec  $\lambda_1/\lambda_2$  constant et  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ )
  - On définit alors le **coût moyen homothétique** (CMP) comme le coût total (fonction de  $Q$  et  $\lambda_i$ ) divisé par  $Q$  :
    - $CMP(Q) = \frac{C(\lambda_1 Q, \lambda_2 Q)}{Q}$
    - On peut représenter graphiquement  $CMP(Q)$  (ci-après)

# Le coût moyen homothétique – radial (2/4)



# Le coût moyen homothétique – radial (3/4)

- On a vu (EI S5) dans le cas à un produit que pour qu'il y ait économies d'échelle, le coût moyen doit être décroissant. Étudions le cas multi-produits
  - On note  $CI(q_1|q_2) = c(q_1, q_2) - c(0, q_2)$  (**coût production incrémental** de  $q_1$  pour  $q_2$  constant) et  $CMI(q_1|q_2) = \frac{c(q_1, q_2) - c(0, q_2)}{q_1}$  (**coût moyen de production incrémental** du bien 1)
  - Si  $CMI(q_1|q_2)$  décroît avec  $q_1$ , on aura des économies d'échelle spécifiques au bien 1 (même raisonnement pour bien 2). Pour calculer les économies d'échelle multi-produits, on étudiera également le coût moyen de proportion (voir plus loin)

# Le coût moyen homothétique – radial (4/4)

- Considérons  $C(q_1, q_2) = 100 + q_1 + 2q_2$ 
  - Posons  $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{2}$  :
    - on peut écrire  $q_1 = \lambda_1 Q$  et  $q_2 = \lambda_2 Q$
    - D'où  $C(0,5Q, 0,5Q) = 100 + 0,5Q + Q = 100 + \frac{3}{2}Q$
    - Et donc  $CMP(Q) = \frac{100}{Q} + \frac{3}{2}$ .
  - Posons  $\lambda_1 = \frac{3}{4}, \lambda_2 = \frac{1}{4}$  :
    - $C(0,75Q, 0,25Q) = 100 + \frac{3}{4}Q + \frac{2}{4}Q = 100 + \frac{5}{4}Q$  donc  $CMP(Q) = \frac{100}{Q} + \frac{5}{4}$

# Du coût moyen homothétique aux TMO (1/2)

- Soit une firme, deux biens ( $i=1,2$ ) produits pour un ratio de 2 pour 3, sa fonction de coût total :  $c(q_1, q_2) = 3200 + \frac{1}{10}q_1 + 2q_1^2 + \frac{1}{5}q_2$ 
  - Commençons par écrire le CMP :
  - Pour  $\lambda_1 = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$  et  $\lambda_2 = \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$ , on a  $q_1 = \lambda_1 Q = \frac{2}{5}Q$  et  $q_2 = \lambda_2 Q = \frac{3}{5}Q$
  - D'où  $c(\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2) = c\left(\frac{2}{5}Q, \frac{3}{5}Q\right) = 3200 + \frac{1}{10}\left(\frac{2}{5}Q\right) + 2\left(\frac{2}{5}Q\right)^2 + \frac{3}{5}\left(\frac{2}{5}Q\right) \Leftrightarrow$  $c\left(\frac{2}{5}Q, \frac{3}{5}Q\right) = 3200 + \frac{4}{25}Q + \frac{8}{25}Q^2$
  - Et  $CMP(Q) = \frac{c(\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2)}{Q} = \frac{3200}{Q} + \frac{8}{25}Q + \frac{4}{25}$

# Du coût moyen homothétique aux TMO (2/2)

- Partant du CMP,  $CMP(Q) = \frac{3200}{Q} + \frac{8}{25}Q + \frac{4}{25}$ , calculons les TMO :
  - Et  $\frac{\partial CMP(Q)}{\partial Q} = -\frac{3200}{Q^2} + \frac{8}{25} = 0 \Leftrightarrow Q^2 = \frac{3200*25}{8} = 10.000 \Leftrightarrow Q^{TMO} = 100$
  - Et  $q_1^{TMO} = \frac{2}{5} * 100 = 40, q_2^{TMO} = \frac{3}{5} * 100 = 60$
- Et si la firme ne produisait que 1 (resp. 2) ?
  - Pour  $q_1 > 0$  et  $q_2 = 0, c(q_1, 0) = 3200 + \frac{1}{10}q_1 + 2q_1^2, CM(q_1) = \frac{3200}{q_1} + \frac{1}{10} + 2q_1,$   
 $\frac{\partial CM(q_1)}{\partial q_1} = -\frac{3200}{q_1^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow q_1^2 = 1600 \Leftrightarrow q_1^{TMO} = 40$
  - Pour  $c(0, q_2) = 3200 + \frac{1}{5}q_2, CM(q_2) = \frac{3200}{q_2} + \frac{1}{5} \Rightarrow q_2^{TMO} = \frac{1}{5}$

# [ Le coût moyen incrémental, quels coûts retenir dans le calcul ? (1/2) ]

- Les concepts de coût vus sont clefs pour les firmes (sont multi-produits ..), les autorités de la concurrence (e.g. effets pro-concurrentiels d'une fusion, en cas de synergies en coût ?), de régulation (e.g. l'ARCEP régule la tarification de l'interconnexion par les « coûts »).
- Considérons les coûts associés à la production d'un avion, comprenant une 1<sup>ère</sup> classe (bien 1), une classe business (bien 2) et une classe économique (bien 3)
  - Commençons par illustrer :
    - coûts spécifiques : les coûts liés aux sièges spacieux en 1<sup>ère</sup> classe
    - coûts joints : les toilettes à l'avant de l'avion utilisées uniquement par la 1<sup>ère</sup> classe et la classe économique
    - coûts communs : moteurs, cockpit, fuselage, etc. (communs aux trois classes)

# [ Le coût moyen incrémental, quels coûts retenir dans le calcul ? (2/2) ]

- Que prendre en compte pour la mesure des coûts moyens incrémentaux ? Les coûts spécifiques ne posent pas de problème (si le bien n'est pas produit, pas de coûts spécifiques, éligibles aux CMI), pour les coûts joints et communs le caractère incrémental doit être examiné avec plus d'attention :

non comptabilisé  
dans CMI

- coût joint non incrémental : si l'avion ne dispose pas d'une 1<sup>ère</sup> classe, il faudra des toilettes à l'avant pour la classe business

comptabilisé dans  
CMI

- coût commun incrémental : si l'avion ne dispose pas d'une 1<sup>ère</sup> classe (ex.), l'avion sera plus court (moins de fuselage) et plus léger (moteurs plus petits)

non comptabilisé  
dans CMI

- coût commun non incrémental : l'ajout ou la suppression d'une classe n'entraîne pas de modification du coût cockpit

non comptabilisé  
dans CMI

- «vrai» coût commun : tous ceux n'entrant pas dans le calcul du CMI (la somme des CMI peut donc être inférieure au coût économique total de l'entreprise)

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
  - Fonction de production et concepts associés
  - Fonctions de coûts (un bien) et concepts associés
  - Fonctions de coûts (n biens) et concepts associés
    - Coût moyen de proportion
    - Économies d'échelle (avec n biens), économies d'apprentissage
    - Économie de gamme, entreprise flexible
- Profit et surplus

# Économies d'échelle multi-produits (1/2)

- Dans le cas mono-produit, il y a économies d'échelle pour CM décroissant. C'est la même chose en multi-produits, pour CMP décroissant de Q
  - $CMP(Q) = \frac{C(\lambda_1 Q, \lambda_2 Q)}{Q}$ ,  $\frac{\partial CMP}{\partial Q} = \frac{(\lambda_1 Cm_1 + \lambda_2 Cm_2)Q - C(\lambda_1 Q, \lambda_2 Q)}{Q^2} = \frac{q_1 Cm_1 + q_2 Cm_2 - C(q_1, q_2)}{Q^2}$
  - pour  $Q > 0$ , le signe de la dérivée de CMP dépend uniquement du numérateur, soit :
    - $q_1 Cm_1 + q_2 Cm_2 > C(q_1, q_2)$ ,  $\frac{\partial CMP}{\partial Q} > 0$ , dés-économies d'échelle
    - $q_1 Cm_1 + q_2 Cm_2 < C(q_1, q_2)$ ,  $\frac{\partial CMP}{\partial Q} < 0$ , économies d'échelle
    - $q_1 Cm_1 + q_2 Cm_2 = C(q_1, q_2)$ ,  $\frac{\partial CMP}{\partial Q} = 0$ , TMO (multi-produits)

# Économies d'échelle multi-produits (2/2)

- On peut encore écrire, en notant  $k = \frac{q_1}{q_2}$  (proportion fixe de biens 1 et 2 produits) et pour  $\lambda > 1, q_1, q_2 > 0$  :

- CMP est décroissant pour  $k = \frac{q_1}{q_2}$  si  $c\left(q_1, q_2 \middle| \frac{q_1}{q_2} = k\right) > \frac{c\left(\lambda q_1, \lambda q_2 \middle| \frac{q_1}{q_2} = k\right)}{\lambda}$
- La firme peut choisir différentes valeurs de  $k$  et voir pour chacune s'il y a décroissance du CMP. Il y a économies d'échelle multi-produits, avec décroissance du CMP pour n'importe quelle combinaison  $q_1$  et  $q_2$  quand  $c(\lambda q_1, \lambda q_2) < \lambda c(q_1, q_2)$ . Par exemple :

- Pour  $c = q_1 + q_2 + (q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}$
- On a  $\lambda c(q_1, q_2) = \lambda q_1 + \lambda q_2 + \lambda (q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}$  et  $c(\lambda q_1, \lambda q_2) = \lambda q_1 + \lambda q_2 + \lambda^{\frac{2}{3}} (q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}$
- D'où, comme  $\lambda^{\frac{2}{3}} < \lambda$ ,  $c(\lambda q_1, \lambda q_2) < \lambda c(q_1, q_2)$ .

On a augmenté  $q_i$  dans la même proportion,  $\lambda > 1$ , pour  $k$  constant, et le coût est moindre

# Indice d'économies d'échelle multi-produits (1/2)

- On a déjà écrit dans le cas mono-produit l'indice d'économies d'échelle, soit

$$s = \frac{CM(Q)}{cm(Q)} = \frac{c(Q)}{Q * cm(Q)}. \text{ Dans le cas multi-produits } s = \frac{c(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)}{cm_1 Q_1 + cm_2 Q_2 + \dots + cm_n Q_n}$$

- si  $s > 1$  : économies d'échelle, si  $s < 1$  : dés-économies d'échelle
- Deux exemples
  - pour  $C(q_1, q_2) = 100 + q_1 + 2q_2$ ,  $cm_1 = 1$  et  $cm_2 = 2$ ,  $s = \frac{100+q_1+2q_2}{q_1+2q_2} > 1$ . La fonction de coût présente des économies d'échelle globale ici
  - pour  $c(q_1, q_2) = q_1 + q_2 - (q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}$ ,  $s = \frac{c(q_1, q_2)}{\sum q_i \frac{\partial c}{\partial q_i}} = \frac{q_1 + q_2 - (q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}}{q_1 + q_2 - \frac{2}{3}(q_1 q_2)^{\frac{1}{3}}} < 1$

# Indice d'économies d'échelle multi-produits (2/2)

- Démonstration de  $s = \frac{C(q)}{Cm_1q_1 + Cm_2q_2}$ 
  - $\frac{dCMP(q)}{dq} = \frac{1}{q} \left[ \lambda_1 \frac{\partial C}{\partial q_1} + \lambda_2 \frac{\partial C}{\partial q_2} \right] - \frac{1}{q^2} C(q) = \frac{1}{q^2} \left[ \lambda_1 q \frac{\partial C}{\partial q_1} + q \lambda_2 \frac{\partial C}{\partial q_2} \right] - \frac{1}{q^2} C(q) =$ 
$$\frac{1}{q^2} \left[ \lambda_1 q \frac{\partial C}{\partial q_1} + q \lambda_2 \frac{\partial C}{\partial q_2} - C(q) \right]$$
  - Donc,  $\frac{dCMP(q)}{dq} > 0$  si  $\sum q_i \frac{\partial C}{\partial q_i} > C(q) \Leftrightarrow 1 > \frac{C(q)}{\sum q_i \frac{\partial C}{\partial q_i}} \Leftrightarrow 1 > s$

# Économies d'échelle spécifiques

- On a défini le coût supplémentaire moyen de i tel que  $CSM_i = \frac{(C(q_i, q_j) - C(q_i, 0))}{q_i}$ . On l'utilise pour calculer les **économies d'échelle spécifiques** au produit i par :  $ESP_i = \frac{CSM_i}{Cm_i}$ . Considérons la fonction de coût :  $C(q_1, q_2) = 100 + q_1 + 2q_2$ . Calculons pour le bien 2 :
  - Pour le bien 2 :
    - $CS_2 = 100 + q_1 + 2q_2 - 100 - q_1 = 2q_2$  (coût supplémentaire), d'où  $CSM_2 = 2$
    - $ESP(q_2) = \frac{CSM_2}{Cm_2} = \frac{2}{2} = 1$ .
  - On notera ici qu'il n'y a pas d'économies d'échelle spécifiques (idem pour le bien 1, avec  $ESP(q_1)=1$ ) mais que la technologie est à rendements d'échelle globalement croissants ( $s>1$ )

# Économie d'échelle vs d'apprentissage (1/2)

- Économie d'apprentissage : baisse des coûts de production dans le temps, avec l'expérience croissante acquise ( $\Rightarrow -\Delta CM$ ,  $-\Delta Cm$ )
- Observations

Pénétrer un ○ marché ?

Pourrez-vous bénéficier d'apprentissage ?

Firme installée ?  
Calculez votre TMO !

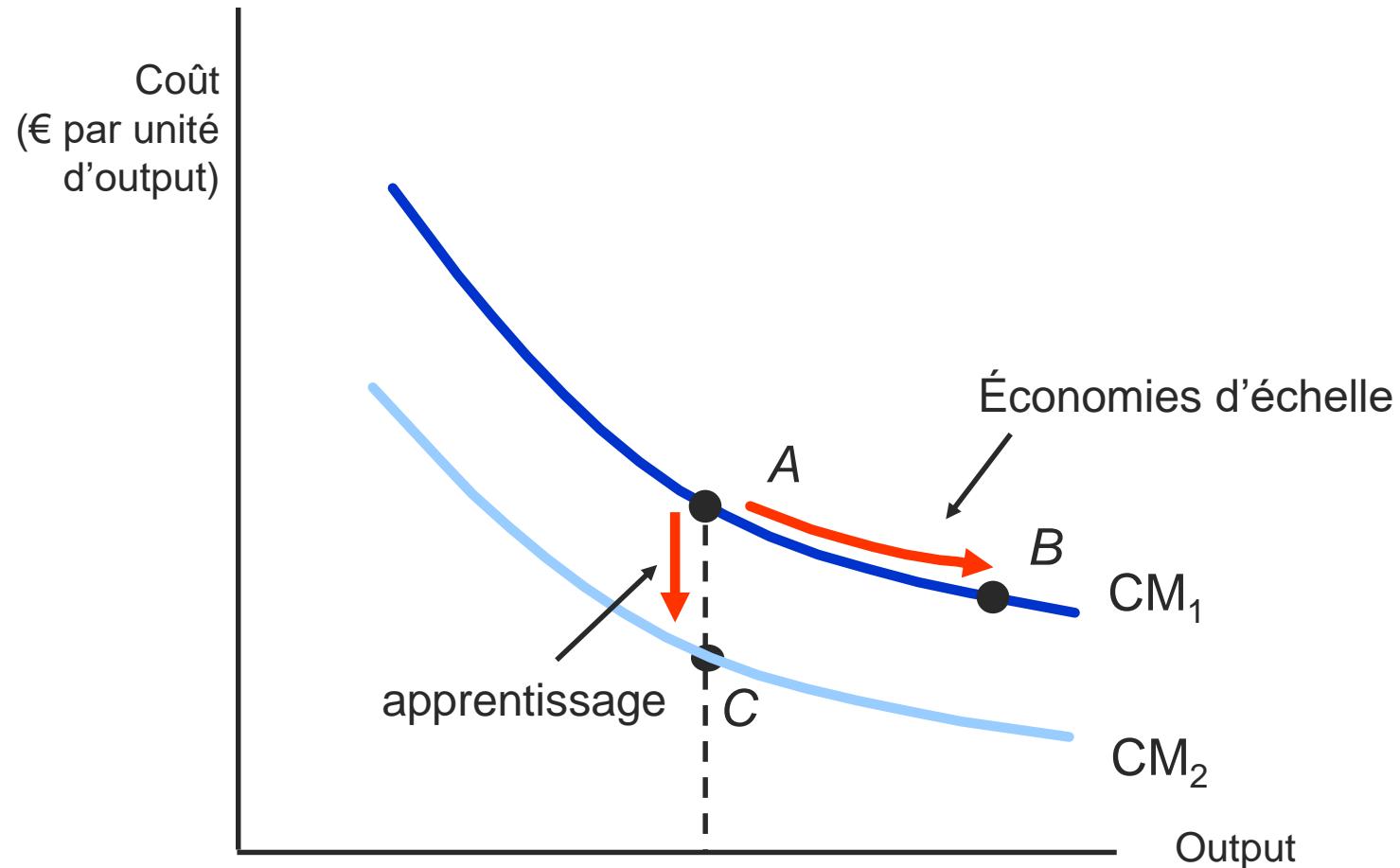
Les nouveaux entrants peuvent bénéficier d'économies d'apprentissage, généralement pas d'échelle (entrées à petite taille)

- Devraient augmenter la production de beaucoup de variétés différentes (pour apprendre) quelque soit la taille individuelle de chacun des lots produits

○ Les firmes installées, âgées, bénéficient généralement peu d'économies d'apprentissage (déjà réalisées)

- Devraient produire pour de gros volumes, afin de bénéficier d'avantages en coût

# Économie d'échelle vs d'apprentissage (2/2)



# Mesure de l'effet d'apprentissage (1/2)

- Le cabinet BCG a popularisé la mesure suivante  $c_n = c_m \left(\frac{n}{m}\right)^b$ , avec :

- m et n un nombre d'unités de biens produites (avec  $n > m$ )
- $c_n$  le coût de production de n unités,  $c_m$  celui de m unité
- $b = \frac{\log R}{\log 2}$ , avec R le taux d'apprentissage

Selon BCG,  
85% pour  
aéronautique  
, 90% pour  
électronique

- On peut encore réécrire  $c_n = c_m \left(\frac{n}{m}\right)^b$
- $\Leftrightarrow b = \frac{\log c_n - \log c_m}{\log n - \log m} = \frac{\log(c_n/c_m)}{\log(n/m)}$
- et  $R = 10^b \log 2$

- Posons  $c_1 = 5.000$  et  $c_5 = 3.500$ . Quel est le taux d'apprentissage ? Le coût estimé pour la 100<sup>ème</sup> unité produite ?

- $b = \frac{\log c_5 - \log c_1}{\log 5 - \log 1} = \frac{3,54 - 3,70}{0,70 - 0} = -0,22$
- $R = 10^{-0,22 \log 2} = 10^{-0,066} = 0,858 = 85,8\%$
- pour estimer  $c_{100}$  on calcule  
$$c_{100} = 5.000 \left(\frac{100}{1}\right)^{-0,22} = 1.815$$

## Mesure de l'effet d'apprentissage (2/2)

- Développée par Wright (1936), popularisée par le BCG (1970s), cette « loi » a progressivement fait l'objet de critiques :
  - L'apprentissage y est supposé infini, sans ruptures, sans possibilités de pertes - désapprentissages de connaissances (départs de personnels, fermeture d'usines, etc.)
  - L'accumulation d'expérience est supposée conduire automatiquement à une baisse régulière des coûts. Les managers sont supposés les identifier, les exploiter sans efforts, les salariés les mettre en œuvre sans contreparties (vision de la firme comme une boîte noire)
  - Fonder sa stratégie sur la loi de Wright est risqué (imprécisions estimation, automaticité discutable) et partiel (la stratégie de domination par les coûts n'est pas la seule option possible, pas forcément la meilleure)

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
  - Fonction de production et concepts associés
  - Fonctions de coûts (un bien) et concepts associés
  - Fonctions de coûts (n biens) et concepts associés
    - Coût moyen de proportion
    - Économies d'échelle (avec n biens), économies d'apprentissage
    - Économie de gamme, entreprise flexible
- Profit et surplus

# Économies de gamme (1/4)

- On dit qu'il y a **économies de gamme** (ou d'envergure) quand il est moins coûteux de produire n produits ensemble plutôt que séparément. Sources ?
  - partage d'inputs, quasi-fixes (ex.: plusieurs véhicules, distincts, utilisant la même plateforme ; investissements publicitaires et marque ombrelle ; investissements marketing et R&D utilisés pour n produits)
  - complémentarités en coût ( $\frac{\partial cm_i}{\partial q_j} = \frac{\partial^2 CT_i}{\partial q_i \partial q_j} < 0$ ,  $\frac{\partial cm_j}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 CT_j}{\partial q_i \partial q_i} < 0$ )(ex.: produire une nouvelle variété de blé diminue le coût d'une autre – transfert de connaissances, etc.)

# [ Économies de gamme ? (2/4) ]

- Posons une firme,  $q_1$  et  $q_2$  les quantités produites des deux biens qu'elle produit.
  - On note  $C(q_1, q_2)$  le coût de production supporté pour une production jointe des biens 1 et 2, avec une forme fonctionnelle générale :  $c(q_1, q_2) = f + aq_1q_2 + bq_1^2 + cq_2^2$
  - Il y a **économies de gamme** quand le coût de production est moindre pour 1 et 2 produits conjointement vs produits séparément :
    - Soit  $c(q_1, q_2) < c(q_1, 0) + c(0, q_2)$
    - Le coût marginal du bien 1 (resp. 2) décroît pour davantage de bien 2 produit (respectivement le bien 1), soit  $\frac{\Delta Cm_1}{\Delta q_2} < 0$  (resp.  $\frac{\Delta Cm_2}{\Delta q_1} < 0$ )

Complémentarité  
en coût

# Économies de gamme (3/4)

■ Considérons une fonction de coût multi-produits quadratique. On écrit :

$$c(q_1, q_2) = f + aq_1q_2 + bq_1^2 + cq_2^2, \text{ avec } b=c=1$$

- Les  $Cm_i$  sont :  $Cm_1 = aq_2 + 2q_1$  et  $Cm_2 = aq_1 + 2q_2$
- Il y a complémentarité en coût pour  $a < 0$
- Quand il y a-t-il économies de gamme ?
  - On a  $c(q_1, 0) + c(0, q_2) = f + bq_1^2 + f + cq_2^2$
  - D'où il faut  $f + aq_1q_2 + bq_1^2 + cq_2^2 < f + bq_1^2 + f + cq_2^2$ 
$$\Leftrightarrow f > aq_1q_2$$

# Économies de gamme (4/4)

- Un exemple numérique :  $c(q_1, q_2) = 90 - 2q_1q_2 + q_1^2 + q_2^2$ 
  - Complémentarité en coût ? Oui :
    - les  $Cm_i$  sont :  $Cm_1 = -2q_2 + 2q_1$  et  $Cm_2 = -2q_1 + 2q_2$
    - $a=-2 < 0$  (on a bien  $\frac{\Delta Cm_1}{\Delta q_2} < 0$  et  $\frac{\Delta Cm_2}{\Delta q_1} < 0$ )
  - Il y a-t-il économie d'échelle ? Oui :
    - On a  $c(q_1, 0) + c(0, q_2) = 90 + bq_1^2 + 90 + cq_2^2$
    - $90 - 2q_1q_2 + q_1^2 + q_2^2 < 90 + bq_1^2 + 90 + cq_2^2$ 
$$\Leftrightarrow 90 > -2q_1q_2$$

# Indice d'économies de gamme

## ■ On peut mesurer les économies de gamme :

- Considérons le cas de 2 biens.  $C(q_1,0)+C(0,q_2)$  est le coût supporté en produisant séparément les biens.  $C(q_1,q_2)$  est le coût quand ils sont produits ensemble. On note alors :

$$EG = \frac{[C(q_1, 0) + C(0, q_2) - C(q_1, q_2)]}{C(q_1, q_2)}$$

- EG indique  $\Delta CT$  résultant de la production séparée des biens  $\Rightarrow EG < 0$  : pas d'économies de gamme ;  $EG > 0$  : économies de gamme (et pour  $Cm_i > 0$ ,  $EG < 1$ )
- Pour  $C(q_1, q_2) = 100 + q_1 + 2q_2$  :  $EG = \frac{[200+q_1+2q_2-(100+q_1+2q_2)]}{100+q_1+q_2} = \frac{100}{100+q_1+q_2} > 0$

# Économies de gamme – illustrations numériques

- Vos ingénieurs de production vous informent :
  - $C(q_1, 0) = 50.000, C(0, q_2) = 90.000$  et  $c(q_1, q_2) = 120.000$ , économies de gamme ?
    - $\frac{50.000+90.000-120.000}{120.000} = 0,167, EG > 0, il y a \text{économies de gamme}$
  - $C(q_1, 0) = 50.000, C(0, q_2) = 90.000$  et  $c(q_1, q_2) = 150.000$ , économies de gamme ?
    - $\frac{50.000+90.000-150.000}{150.000} = -0,067, EG < 0, il y a \text{déséconomies de gamme}$
  - $C(q_1, 0) = 50.000, C(0, q_2) = 90.000$  et  $c(q_1, q_2) = 140.000$ , économies de gamme ?
    - $\frac{50.000+90.000-140.000}{140.000} = 0, ni \text{économies ni déséconomies de gamme}$

# [ Économies d'échelle, économies de gamme et sous-additivité de la fonction de coût (1/3) ]

- Considérons  $C(q_1, q_2) = q_1 + q_2 + (q_1 q_2)^{1/3}$ . Cette fonction présente-t-elle des économies d'échelle, de gamme, est-elle sous-additive ?

Cet exemple illustre l'absence de relation directe entre économies d'échelle et de gamme

- On vérifie qu'il y a économies d'échelle multi-produits :

- $$\begin{cases} \lambda c(q_1, q_2) = \lambda q_1 + \lambda q_2 + \lambda (q_1 q_2)^{1/3} \\ c(\lambda q_1, \lambda q_2) = \lambda q_1 + \lambda q_2 + \lambda^{2/3} (q_1 q_2)^{1/3} \end{cases} \Rightarrow c(\lambda q_1, \lambda q_2) < \lambda c(q_1, q_2)$$

- Mais il y a dés-économies de gamme

- $C(q_1, 0) + C(0, q_2) = q_1 + q_2 < C(q_1, q_2) = q_1 + q_2 + (q_1 q_2)^{1/3}$

- Cette fonction de coût n'est donc pas sous additive :

- Économies d'échelle (avec CMP décroissant) MAIS dés-économies de gamme.

Mieux vaut produire les biens séparément ici (pas de monopole naturel multi-produits)

# [ Économies d'échelle, économies de gamme et sous-additivité de la fonction de coût (2/3) ]

- Pour qu'il y ait sous-additivité pour n biens, il faut de la complémentarité en coût (économies de gamme) et économies d'échelle multi-produits (au moins pour certaine quantité). Considérons  $c(q_1, q_2) = q_1^{1/4} + q_2^{1/4} - (q_1 q_2)^{1/4}$  :
  - il y a économies de gamme (regardez  $-(q_1 q_2)^{1/4}$ )
    - $q_1^{1/4} + q_2^{1/4} - (q_1 q_2)^{1/4} = c(q_1, q_2) < c(q_1, 0) + c(0, q_2) = q_1^{1/4} + q_2^{1/4}$
  - il y a économies d'échelle multi-produits (CMP décroissant) :
    - $c(\lambda q_1, \lambda q_2) < \lambda c(q_1, q_2)$  en raison de la puissance  $\frac{1}{4}$  dans la fonction de coût
    - La fonction de coût est sous-additive pour tout niveau d'output

# [ Économies d'échelle, économies de gamme et sous-additivité de la fonction de coût (3/3) ]

- Les conditions nécessaires et suffisantes pour avoir sous-additivité globale de la fonction de coût multi-produits sont plus complexes que pour le cas mono-produit. Pour approfondir :
  - Baumol, W.J., Panzar, J., Willig, R.D. 1982 *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, New York, Harcourt Brace Javanovich
  - Sharkey, W.W. 1983 *Theory of natural monopoly*, Cambridge, Cambridge University Press

# Entreprise flexible (1/4)

## ■ L'entreprise flexible, une version « extrême » des économies de gamme :

- Nouveaux modèles de production permettant d'offrir un grand nombre des biens, le passage de l'un à l'autre sur une même ligne sans coûts de changement importants (ex. Benetton comme entreprise – réseau) => UE théories de l'entreprise (?)
- Différents produits vs différentes versions d'un même produit ? Pas précisé jusqu'à présent (...). L'existence d'économies de gamme est plus probable dans le 2<sup>nd</sup> cas (ex. : différentes variétés de rouge à lèvre chez L'Oréal)
- Comment modéliser le cas de firmes commercialisant une grande variété de produits au sein d'une même catégorie ? On pourrait styliser le cas des sodas (ex.) et considérer qu'ils se distinguent sur une seule caractéristique, le taux de sucre

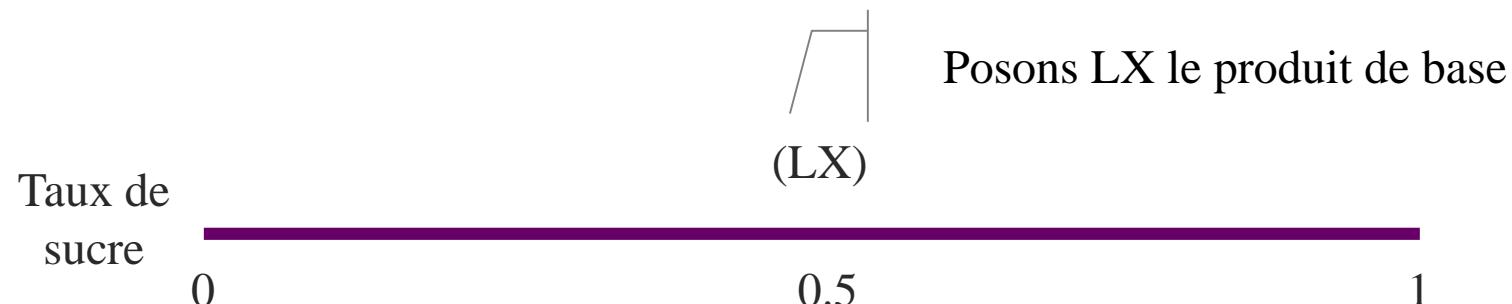
± différentes  
NAF vs au  
sein même  
NAF

Un modèle de  
différenciation  
horizontale

# [Entreprise flexible (2/4)]

## ■ Un modèle simple, basé sur une analogie spatiale

- Posons  $n$  consommateurs ayant des préférences sur le taux de sucre de sodas, borné sur  $[0,1]$  (une variété idéale par consommateur, son «adresse» sur  $[0,1]$ ), uniformément réparti sur cet espace, pour une consommation unitaire.
- Posons une firme, trois versions possibles de cola (*diet* – 0% de sucre, intermédiaire – 50%, sucré – 100%). Graphiquement :



# Entreprise flexible (3/4)

○ Supposons que les coûts dépendent du mixte produit, des  $q_i$ , ET du degré de différenciation entre les produits

- Soit  $m$  biens différenciés,  $z_1$  la qualité de référence ( $z_1=LX$ ),  $F$  des coûts partagés fixes (e.g. packaging, équipement),  $s$  un coût de changement (supporté à chaque fois que la firme décide de proposer  $m-1$  variétés),  $c$  le coût marginal de production et  $r$  un coût marginal additionnel (fonction de l'éloignement entre  $z_1$  et  $z_j$ , une autre variété)
- Soit :  $C(z_j, q_j) = F + (m - 1)s + \sum_{j=1}^m [(c + r|z_j - z_1|)q_j]$
- Les coûts augmentent avec l'introduction de nouvelles variétés (via  $s$  et  $r$ ), mais CM diminuent avec  $F$ . Alors, offre de  $m$  ?

F seront-ils assez importants pour compenser l'effet de  $s$  et  $r$  ?

# Entreprise flexible (4/4)

- Prenons un exemple, une firme proposant 3 variétés, comment les produire (3 établissements spécialisés vs 1 seul) ? On rappelle  $C(z_j, q_j) = F + (m - 1)s + \sum_{j=1}^m [(c + r|z_j - z_1|)q_j]$ . Supposons  $q_i=100$  unités par produit.
  - Pour un produit par établissement, on évite s et r, mais chaque établissement supporte F, soit :  $C_3=3F+300c$
  - Pour 1 firme :  $C_1=F+(3-1)s+ [100c+r | 1-0,5 | 100 + 100c+r | 0-0,5 | 100 + 100c+r | 0,5-0,5 | ] = F+2s+300c+100r$
  - $C_1 < C_3$  si  $2s+100r < 2F \Rightarrow F > 50r+s$

La solution de production multi-produits sera préférée pour F suffisamment fort relativement à r et s

# Pour conclure : des coûts ... des structures de marché ?

- Que peut-on attendre d'industries caractérisées par des économies d'échelle et/ou d'apprentissage et/ou des économies de gamme ?
  - Avec économies d'échelle (liées à des *sunk costs*), la TMO des firmes installées sera «élevée», et à demande constante le marché sera concentré
  - Même raisonnement avec la production de biens différenciés en présence d'économies de gamme
- Des arguments hors-coûts influencent également la structure de marché :
  - Les marchés sont moins concentrés pour une demande en croissance (à moins que .... Les sunk costs soient endogènes à cette croissance, i.e. les firmes dépenses plus en publicité, R&D sur ces marchés en croissance pour devenir leader)
  - Les externalités de réseau renforcent la concentration des marchés (e.g. internet)
  - La structure d'une industrie peut également être influencée par l'intervention de l'Etat (e.g. attribution de nouvelles fréquences et entrée de Free Mobile)

# Pour conclure : des coûts ... comment les estimer ?

- Comment déterminer comment tirer le maximum d'une combinaison d'intrants, et à combien s'élèvera ce maximum ?
  - envoyer des ingénieurs visiter d'autres firmes, collecter de l'information (Benchmarking)
  - Estimer économétriquement les fonctions de production, de coût
- Mises en garde (en sus de celles économétriques, cours dédié) :
  - Les données collectées peuvent inclure des combinaisons non efficientes, difficultés à descendre au niveau du produit, à affecter les coûts fixes par produits
  - Comment mesurer le capital (comprend des machines d'âge et de types différents, dont la combinaison en un seul chiffre est malaisée) ?

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
- Profit et surplus (en concurrence parfaite)
  - Effet de l'élasticité prix sur les ventes
  - Le profit et le surplus du producteur
  - Mesure du surplus du consommateur

# Recette totale, moyenne, marginale et élasticité prix (1/2)

- Les concepts de recette totale (RT), recette moyenne (RM), recette marginale (Rm) sont essentiels pour définir le profit. Commençons par rappeler les relations entre eux :
  - $RT = p(Q) * Q$ ,  $RM = RT/Q = p$ ,  $Rm = \partial RT / \partial Q$ .
  - Comme  $RM = p$ , on peut également écrire  $RT = RM * Q$
  - Pour  $RT = RM * Q$ , on peut réécrire  $Rm = \partial RT / \partial Q = \frac{\partial RM}{\partial Q} * Q + RM$ 
    - $\partial RM / \partial Q$  est la pente de la fonction de recette moyenne RM
    - Si  $\partial RM / \partial Q > 0 \Rightarrow Rm > RM$ , si  $\partial RM / \partial Q < 0 \Rightarrow Rm < RM$ , si  $\partial RM / \partial Q = 0 \Rightarrow Rm = RM$
    - Pour une fonction de demande à pente négative,  $\partial RM / \partial Q < 0$  et  $Rm < RM$

# Recette totale, moyenne, marginale et élasticité prix (2/2)

- On peut à présent établir la relation entre la recette marginale et l'élasticité prix :

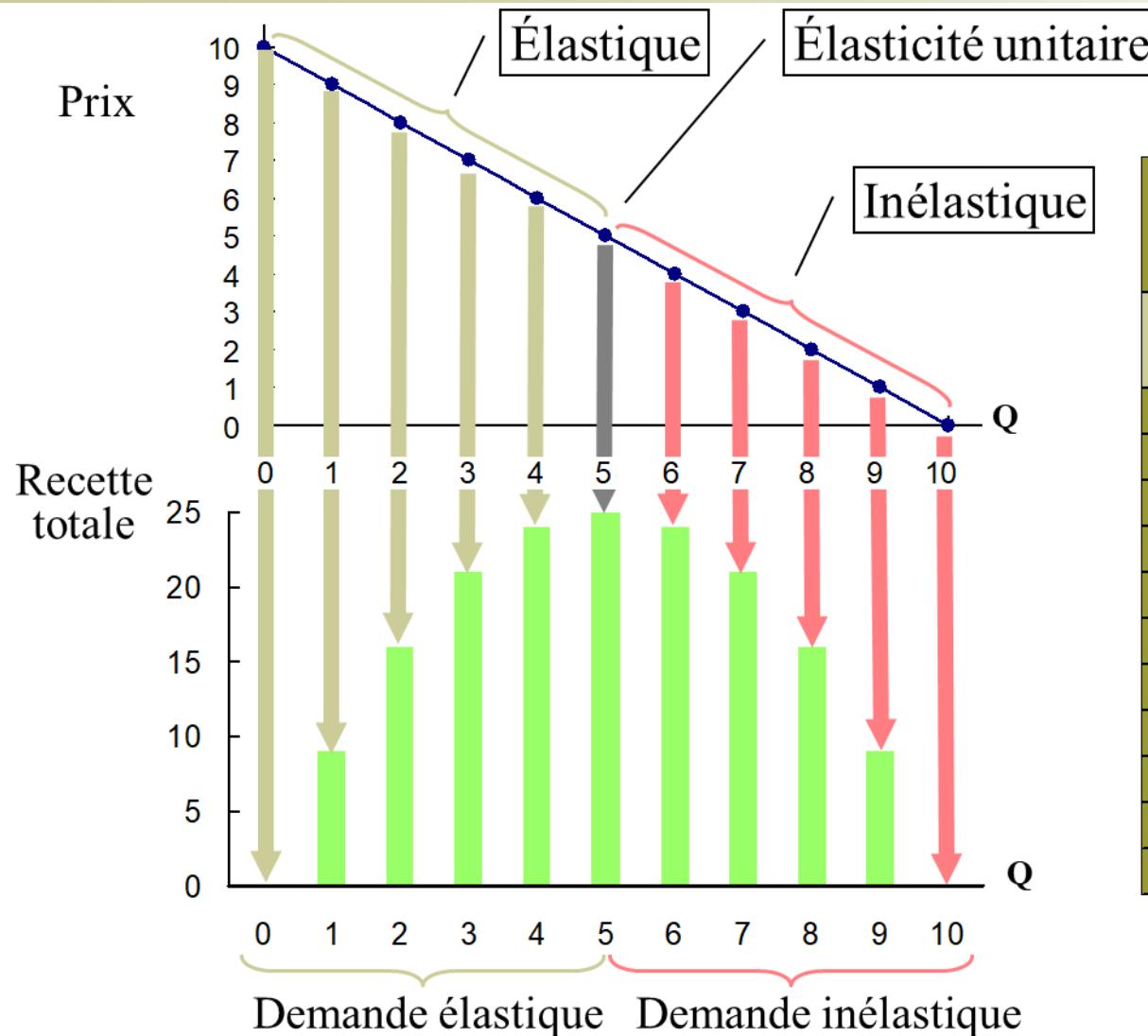
- $Rm = \frac{\partial RT}{\partial Q} = \frac{\partial[p(Q)*Q]}{\partial Q} = p + \frac{\partial p}{\partial Q} * Q = p \left(1 + \frac{\partial p}{\partial Q} * \frac{Q}{p}\right) = p \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$   
 $\Leftrightarrow R_m = p \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \Leftrightarrow \epsilon = \frac{p}{p - Rm}$

- D'où, si  $Rm=0 \Rightarrow \epsilon = 1$ , si  $Rm>0 \Rightarrow \epsilon > 1$ , si  $Rm<0 \Rightarrow \epsilon < 1$

# Relations RM, Rm, $\epsilon_{ii}$ pour une demande linéaire (1/3)

- Soit la fonction de demande inverse linéaire,  $p(Q) = a - bQ$  :
  - $RT = p(Q) * Q = aQ - bQ^2$  (pente :  $-b$ ), et  $Rm = \frac{\partial RT}{\partial Q} = a - 2bQ$  (pente  $-2$ )
  - Dans le cas linéaire, on a vu  $\epsilon_{ii} = \frac{1}{b} * \frac{p}{Q} = \frac{1}{b} * \frac{a-bQ}{Q} = \frac{a}{bQ} - 1$
  - Pour un marché avec ces qualités, on aura (graphique ci-après) :
    - $RT$  est à son max pour  $Rm=0 \Rightarrow Q=a/2b$  et  $\epsilon=1$
    - $Q < a/2b$ ,  $Rm > 0$  et  $\epsilon > 1$ . Dans la zone élastique, une baisse de prix conduit à une hausse de  $RT$
    - $Q > a/2b$ ,  $Rm < 0$  et  $\epsilon < 1$ . Dans la zone inélastique, une baisse de prix conduit à une baisse de  $RT$

# Relations RM, Rm, $\epsilon_{ii}$ pour une demande linéaire (2/3)



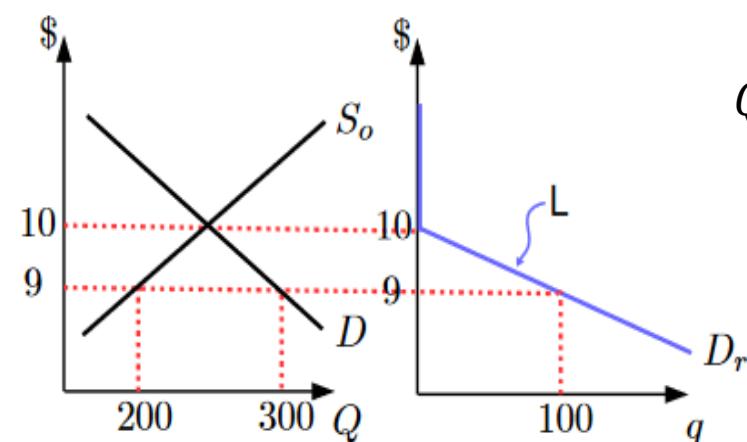
# Relations RM, Rm, $\epsilon_{ii}$ pour une demande linéaire (3/3)

Elasticité-prix de la demande			
Elasticité	Description	Effet d'une hausse de prix de 1% sur les quantités achetées	Effet d'une hausse du prix vente de 1% sur les recettes
0	Parfaitement inélastique (courbe de demande verticale)	Aucun effet	Hausse de 1%
Entre -1 et 0	Peu élastique	Réduction de moins de 1%	Hausse de moins de 1%
- 1	Elasticité unitaire	Réduction de 1%	Aucun effet
Inférieure à - 1	Elastique	Réduction de plus de 1%	Réduction : effet d'autant plus grand que l'élasticité est élevée

# Élasticité et demande à la firme (1/2)

- La demande à la firme (demande résiduelle)

- $D_r(p) \equiv D(p) - S_o(p)$
- $D_r(p) = 0 \text{ si } S_o(p) > D(p)$



## L'élasticité de la demande à la firme i

$$D_r(p) \equiv D(p) - S_o(p)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial D_r(p)}{\partial p} = \frac{\partial D(p)}{\partial p} - \frac{\partial S_o(p)}{\partial p}$$

$$Q = nq$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial D_r(p)}{\partial p} * \frac{p}{q} = \frac{\partial D(p)}{\partial p} * \frac{p}{q} - \frac{\partial S_o(p)}{\partial p} * \frac{p}{q}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial D_r(p)}{\partial p} * \frac{p}{q} = \frac{\partial D(p)}{\partial p} * \frac{p}{Q} * \frac{Q}{q} - \frac{\partial S_o(p)}{\partial p} * \frac{p}{Q_0} * \frac{Q_0}{q}$$

Élasticité demande  
résiduelle,  $\epsilon_i$

Élasticité  
demande de  
marché,  $\epsilon$

Élasticité de  
l'offre des autres  
firmes,  $\eta_0$

## Élasticité et demande à la firme (2/2)

- La courbe de demande résiduelle est moins pentue que celle de demande de marché, son élasticité est plus forte
  - On a écrit :  $\epsilon_i = n \in -(n - 1)\eta_0$   Lettre grecque éta
  - Pour une élasticité de l'offre des autres firmes nulle ( $\eta_0 = 0$ ), on obtient  $\epsilon_i = n \in$ , soit par exemple, pour  $\epsilon = -1$  et  $n = 500$  une valeur  $\epsilon_i = -500$ . L'élasticité de la demande résiduelle est alors très forte
  - En concurrence parfaite,  $n = \infty$ . L'élasticité de la demande résiduelle est alors infinie, la courbe de demande à la firme est horizontale au prix de marché, la firme en concurrence parfaite est *price taker*

# Élasticité et demande à la firme, application numérique

- Soit un marché concurrentiel, 50 firmes à coût symétrique ( $Cm_i = 10$ ), et la fonction de demande de marché  $Q = 100 - p$ 
  - À l'équilibre, pour la demande  $Q = 100 - p$  et l'offre de marché  $S^0 = 50p$  (l'offre d'une firme est telle que  $q=p$ ), on a  $100 - p = 50p \Leftrightarrow p^{cp} = \frac{100}{51}$  et  $Q^{cp} = 100 - \frac{100}{51}$ ,  $q^{cp} = \frac{100}{51}$ , et toujours à l'équilibre  $\epsilon = \frac{\partial Q(p)}{\partial p} * \frac{p}{Q} = -1 \left( \frac{p}{100-p} \right) = -\frac{1}{50}$
  - $D_r(p) \equiv D(p) - S_o(p) = Q(p) - 49q(p) = 100 - p - 49p = 100 - 50p$  (avec  $S_0 = 49p$  la courbe d'offre résiduelle)
  - L'élasticité de l'offre résiduelle  $\eta_0 = \frac{\partial S_o(p)}{\partial p} * \frac{p}{Q_0} = 49 \left( \frac{p}{49p} \right) = 1$
  - D'où l'élasticité de la demande résiduelle :

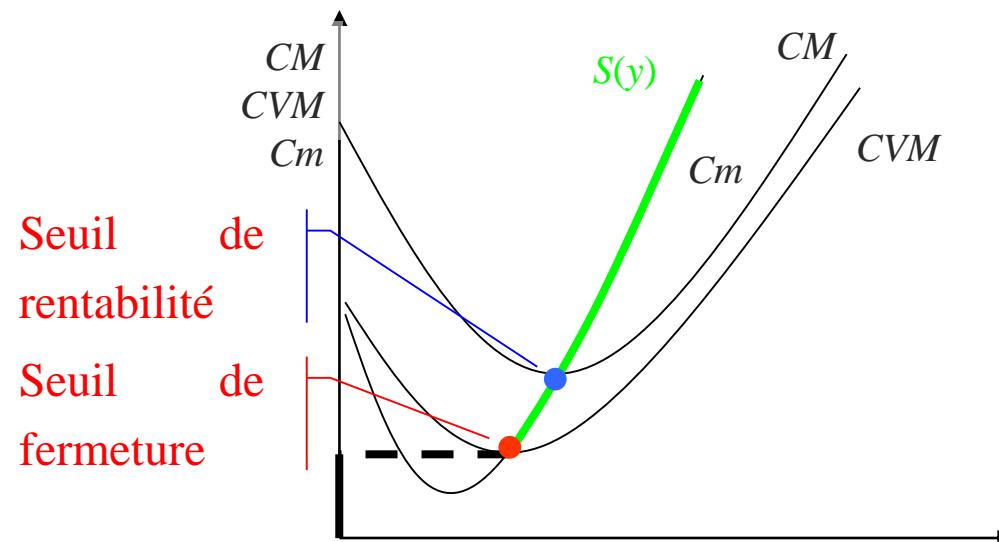
$$\epsilon_i = n \in -(n-1)\eta_0 = -\frac{1}{50}(50) - (1)(49) = -50$$

# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
- Profit et surplus (en concurrence parfaite)
  - Effet de l'élasticité prix sur les ventes
  - Le profit et le surplus du producteur
  - Mesure du surplus du consommateur

# Maximisation du profit et courbe d'offre de la firme en concurrence parfaite (1/3)

- Quelle quantité l'entreprise offrira-t-elle, sachant le prix donné (en concurrence parfaite) ?



La **courbe d'offre de la firme** à court terme est la partie croissante de la courbe de  $C_m$  au-dessus de la courbe de  $C_{VM}$

# Maximisation du profit et courbe d'offre de la firme en concurrence parfaite (2/3)

- Soit la fonction de coût total de court terme  $CT(q) = 40 + 10q + 0.1q^2$  et  $p=20$ . Pour écrire la courbe d'offre en CP, on doit préciser si les coûts fixes (40) sont irrécupérables ou non
  - Soit  $F=40$  irrécupérables (on en tient pas compte).
    - $p^{min}$  en dessous duquel la firme ne produit pas correspond au minimum du CVM.

On écrit  $CVM = \frac{10q+0.1q^2}{q} = 10 + 0.1q$ . CVM croît avec  $q$ , il est au min pour  $q=0$ , on a alors  $CVM(0) = 10 = p^{min}$

- D'où  $s(p) = \begin{cases} 0 & \text{pour } p \leq 10 \\ 5p - 50 & \text{pour } p \geq 10 \end{cases}$

On sait  $p=C_m$  à l'équilibre, soit  
 $p=10+0.2q \Leftrightarrow q=5p-50$

# Maximisation du profit et courbe d'offre de la firme en concurrence parfaite (3/3)

- Supposons  $F=40$  récupérables (on revendre les actifs, les louer).
  - $p^{min}$  en dessous duquel la firme ne produit pas correspond désormais au minimum du CVM suivant :  $CVM = \frac{40+10q+0.1q^2}{q} = \frac{40}{q} + 10 + 0.1q$ . On sait que  $\min CVM$  est tel que  $CVM = Cm \Rightarrow \frac{40}{q} + 10 + 0.1q = 10 + 0.2q \Leftrightarrow \frac{40}{q} = 0.1q \Leftrightarrow q^2 = 400 \Leftrightarrow q = 20$ . D'où  $CVM(0) = 14 = p^{min}$
  - D'où  $s(p) = \begin{cases} 0 & \text{pour } p \leq 14 \\ 5p - 50 & \text{pour } p \geq 14 \end{cases}$

La distinction coût fixe – *sunk cost* est importante

# Exercice

- Posons  $p=10$ ,  $CT(Q) = Q^3 - 21Q^2 + 49Q + 100$ . Quelle est, en concurrence parfaite, à court terme,  $q^*$  tq  $\pi^*$ ? On a  $\pi(Q) = 10Q - (Q^3 - 21Q^2 + 49Q + 100)$

○ CPO :  $\frac{\partial \pi}{\partial Q} = -3Q^2 + 42Q - 39 = 0$ , on calcule  $\Delta = 42^2 - 4 * (-3) * (-39) > 0$ , d'où

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-42 \pm \sqrt{42^2 - 4(-3)(-39)}}{2(-3)} = \frac{-42 \pm 36}{-6} = 1 \text{ ou } 13$$

○ CSO :  $\frac{\partial^2 \pi}{\partial^2 Q} = -6Q + 42 = 0$

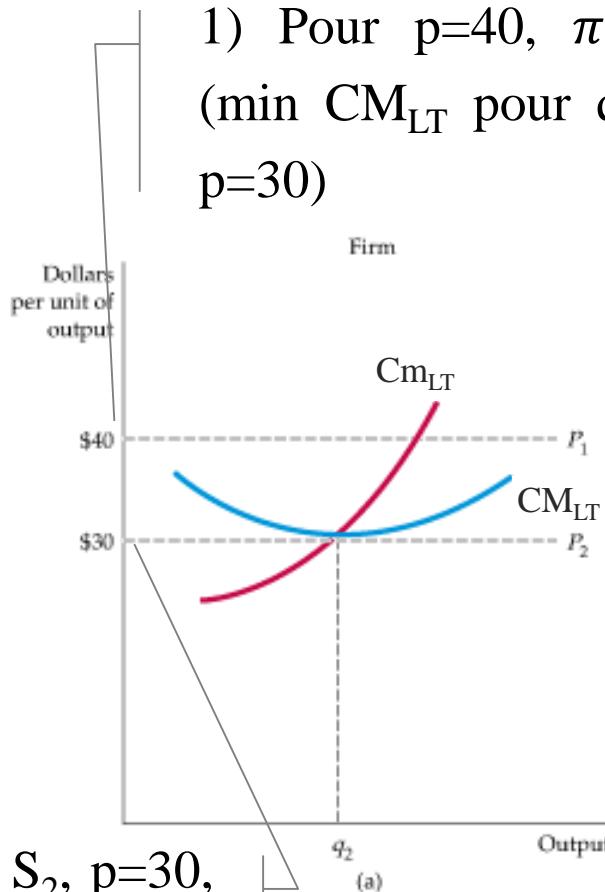
- Pour  $Q=1$ ,  $-6Q + 42 = 36 > 0$  (profit minimum)
- Pour  $Q=13$ ,  $-6Q + 42 = -36 < 0$  (profit maximum, pour une valeur de 745)

À court terme, les profits peuvent être positifs, nuls ou négatifs (en dessous du seuil de rentabilité). À long terme, en concurrence parfaite, ils sont nuls (voir après)

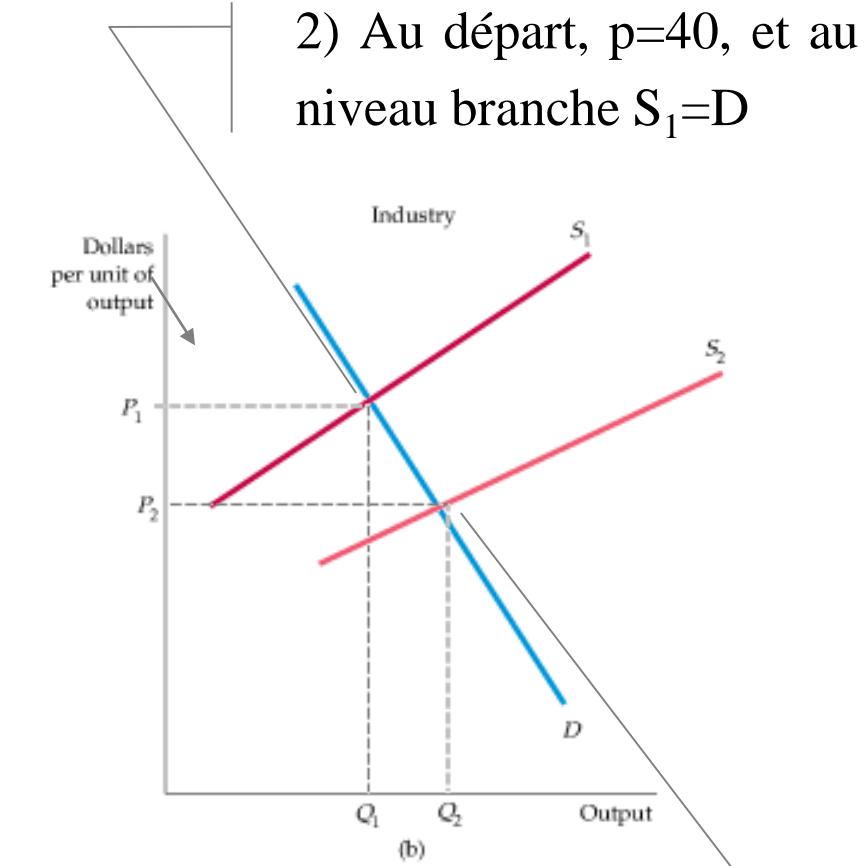
# Équilibre de marché et offre de la firme à long terme (1/3)

- En concurrence parfaite, l'équilibre de long terme est tel que :
  - La demande est égale à l'offre de long terme
  - Pour un objectif de maximisation du profit,  $p^* = Cm_{LT}$
  - La firme réalise un profit économique nul :
    - $\pi > 0 \Rightarrow$  entrées de firmes ( $+\Delta q_s$  et pour une demande constante,  $\overline{q_d} \Rightarrow -\Delta p$ ) jusqu'à ce qu'il n'ait plus d'incitation ( $\pi=0$ )
    - $\pi < 0 \Rightarrow$  sorties de firmes ( $-\Delta q_s$  et pour  $\overline{q_d} \Rightarrow +\Delta p$ ) jusqu'à ce qu'il n'ait plus d'incitation ( $\pi=0$ )

# Équilibre de marché et offre de la firme à long terme (2/3)



4) Avec  $S_2$ ,  $p=30$ ,  
 et  $\pi = 0$  (ni  
 entrées, ni sorties)



3) pour  $\pi > 0$ , entrée de firmes, l'offre augmente ( $S_2$ )

# Équilibre de marché et offre de la firme à long terme (3/3)

- Soit la demande  $q^D = \frac{6000 - 50p}{9} \Leftrightarrow p = 120 - \frac{9}{50}q^D$  et  $CT(q) = 100 + q^2 + 10q$ . On pose n=20 firmes identiques

- Pour trouver l'équilibre de court terme :

Plus précisément

$$q^s = \begin{cases} 0 & \text{pour } p \leq 10 \\ \frac{p - 10}{2} & \text{pour } p \geq 10 \end{cases}$$

- Courbe d'offre de la firme ? On a  $Cm = 2q + 10$ , on sait  $p = Cm \Rightarrow q^s = \frac{p - 10}{2}$  et pour n=20  $Q^s = 10p - 100$

$$\text{À l'équilibre : } 10p - 100 = \frac{600 - 50p}{9} \Leftrightarrow p = \frac{6900}{140} \simeq 49,3$$

- Pour trouver l'équilibre à long terme :

- On cherche  $p = \min CM$  :  $Cm = CM : 2q + 10 = \frac{100}{q} + q + 10 \Leftrightarrow q = 10$  d'où  $p = 30$  et  $Q = \frac{6000 - 50 * 30}{9} = \frac{4500}{9} = 500$  (on aurait pu déterminer  $q$  à partir  $\frac{\partial CM}{\partial q} = 0$ ), et  $p = 111$
    - à l'équilibre, on a  $nq = Q \Leftrightarrow n = Q/q = 500/10 = 50$  firmes, et  $\pi_i = 0$

# Mesurer le surplus du producteur grâce à la courbe d'offre (1/2)

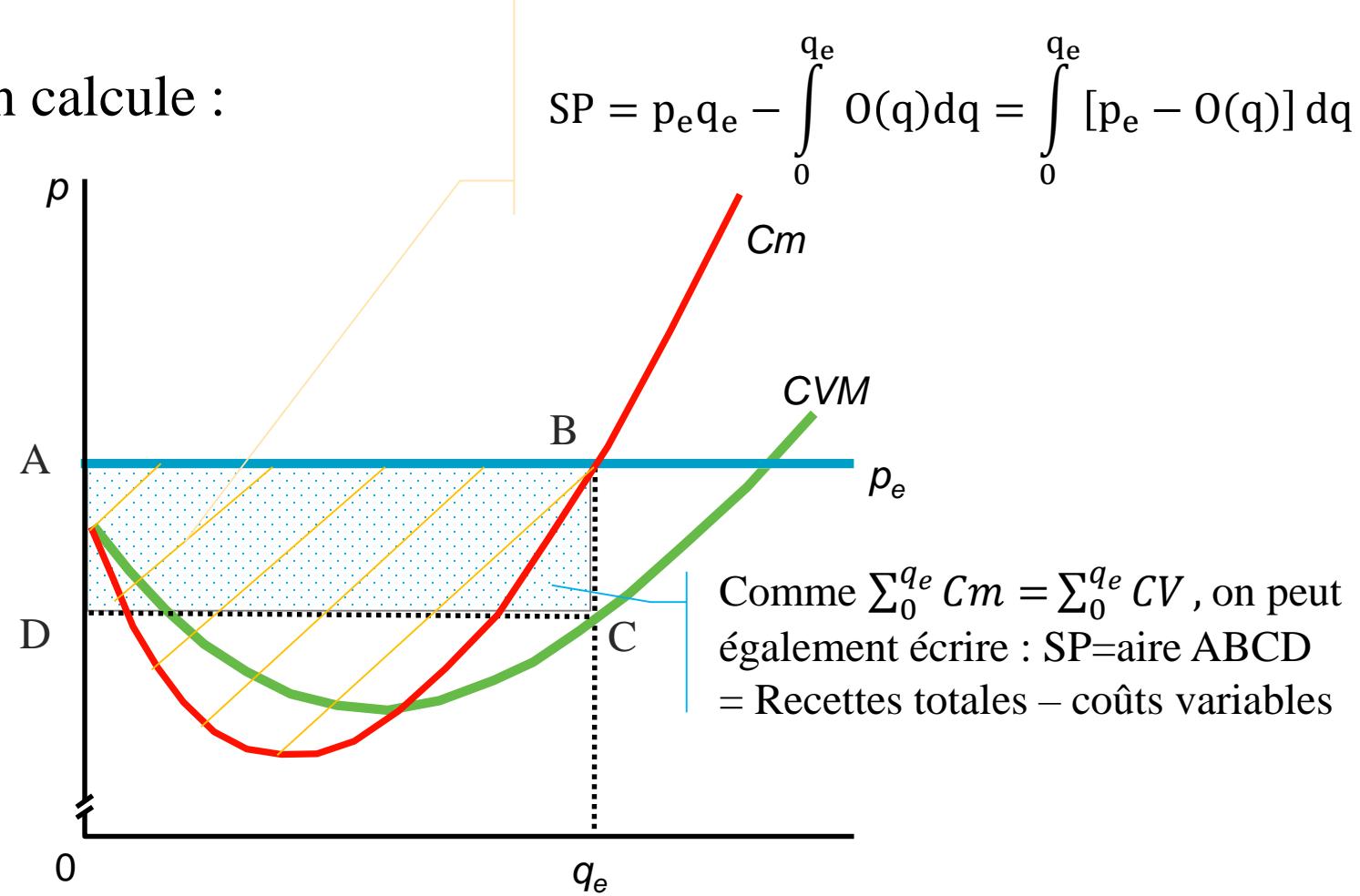
## ■ Le **surplus du producteur**, définition et mesure :

- Le surplus du producteur est la différence entre le montant auquel un bien est vendu sur le marché et le prix minimum exigé par un producteur pour produire ce bien (« consentement à vendre »). Il mesure le bénéfice total net du producteur
- La courbe d'offre,  $O(q)$ , indique le prix qu'un producteur est prêt à accepter pour une certaine quantité de produit (en concurrence parfaite, offre jusqu'à  $p=C_m$  et  $p>C_{VM}$  – seuil de fermeture). SP peut être mesuré par l'aire entre la courbe d'offre ( $C_m$ ) et le prix de marché.

# Mesurer le surplus du producteur grâce à la courbe d'offre (2/2)

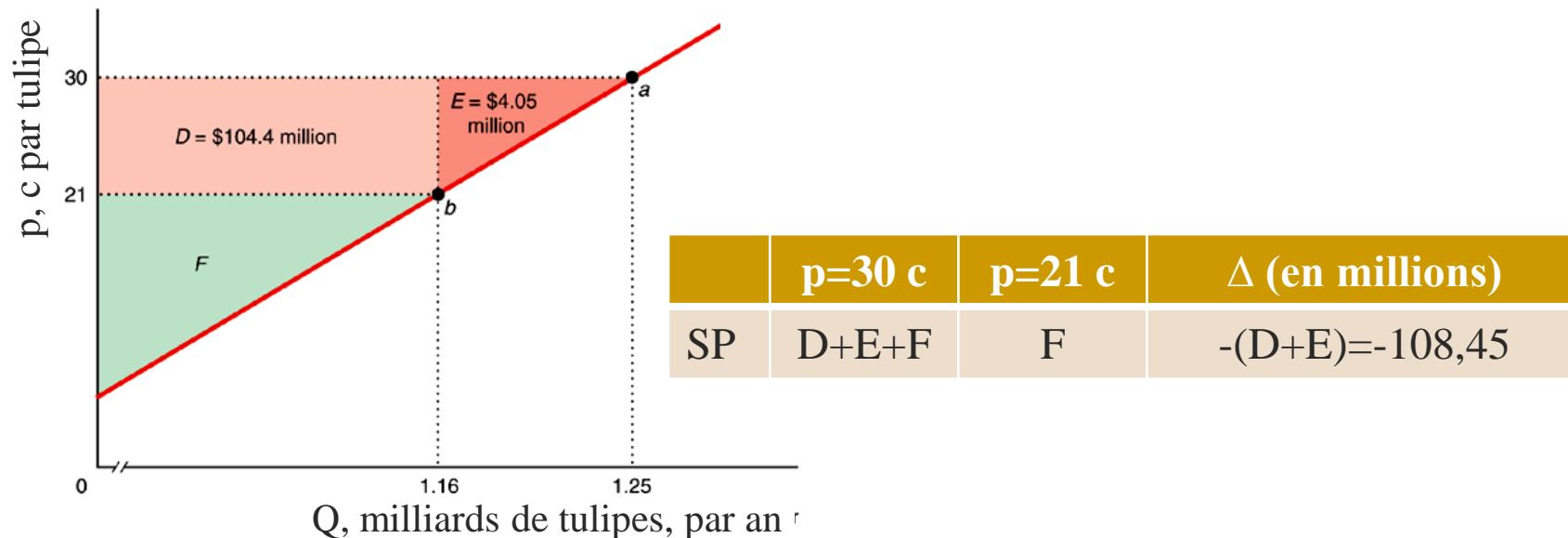
- On représente, on calcule :

Attention :  $SP=\pi$   
uniquement en  
l'absence de coûts fixes



# Effet d'un changement de prix sur le surplus du producteur

- Supposons que la courbe d'offre de tulipes soit linéaire, que le prix par tige baisse de 30 à 21 centimes, conduisant à une baisse du nombre de tiges produites de 1.25 à 1.16 milliards en un an (pour info, en Hollande, 2 milliards de tulipes étaient produites en 2017)



# Lecture 1 Fondamentaux

- Fonction de demande
- Technologie et coûts
- Profit et surplus (en concurrence parfaite)
  - Effet de l'élasticité prix sur les ventes
  - Le profit et le surplus du producteur
  - Mesure du surplus du consommateur

# Mesure monétaire des gains à l'échange

- Supposons qu'une fois entrée au sein du marché aux fleurs d'Amsterdam, vous puissiez acheter autant de tulipes, au prix de  $p\text{€}$  l'unité.
  - Combien seriez-vous prêt à payer au maximum pour accéder à ce marché ? Réponse : la valeur en  $\text{€}$  des gains à l'échange (rappel : le consommateur retire une satisfaction de ses consommations, nette du prix) que vous réaliseriez en accédant au marché
  - Comment mesurer ces gains à l'échange ?
    - On n'observe pas les utilités (préférences), uniquement les choix des consommateurs c.a.d. leurs fonctions de demande
    - Alors ? Lier les variations d'utilités (inobservées) à un calcul d'aire sous la courbe de demande (que l'on peut estimer statistiquement) ?

Mais ...

# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (1/6)

- Lien entre le bien-être lié à la consommation d'un bien et la fonction de demande du bien
  - un agent consomme un bien si le bénéfice perçu par sa consommation est supérieur ou égal au coût (prix) d'acquisition
  - Commençons par étudier le cas d'une demande pour un bien discret  $x$  caractérisé par une fonction d'utilité quasi-linéaire
    - $u(x,y)=v(x)+y$ ,  $x$  le bien discret,  $y$  le revenu consacré aux autres consommations,  $R$  le revenu,  $p$  le prix unitaire de  $x$ , supposé constant, le prix unitaire de  $y$  est normé à 1 ( $y$  sert de numéraire) (la contrainte budgétaire :  $R \geq p*x + y$ )
    - on pose  $v(0)=0$ ,  $v'(x)>0$  et  $v''(x)<0$  ( $v(x)$  croissante et concave)

# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (2/6)

- Comment estimer dans ce cas la courbe de demande à partir des prix de réserve ou de la fonction d'utilité ?
  - pour  $p_1 < r_1$ , l'agent achète une unité de  $x$  (bien discret), pour  $p_1 > r_1$ , n'achète pas, pour  $p_2 < r_2$ , achète une 2<sup>nde</sup> unité de  $x$ , etc.
  - pour  $r_1$ , est indifférent entre acheter une unité de  $x$  ou pas, soit  $u(0,R) = u(1,R-r_1) \Leftrightarrow v(0)+R = v(1)+R-r_1 \Leftrightarrow r_1 = v(1)-v(0) = v(1)$
  - pour  $r_2$ , est indifférent entre acheter une unité supplémentaire de  $x$  ou pas, soit  $u(1,R-r_2) = u(2,R-2r_2) \Leftrightarrow v(1)+R-r_2 = v(2)+R-2r_2 \Leftrightarrow r_2 = v(2)-v(1)$ . Pour  $r_3$ , on aurait  $r_3 = v(3)-v(2)$  etc.
  - $r_i$  mesure chaque fois l'augmentation d'utilité nécessaire pour inciter le consommateur à consommer une unité supplémentaire du bien  $x$  (i.e. mesure les utilités marginales associées aux niveaux de consommation de  $x$ )

Pour  $u(\cdot)$  quasi-linéaire,  
 $r_i$  ne dépend ni de  $y$ , ni de  $R$

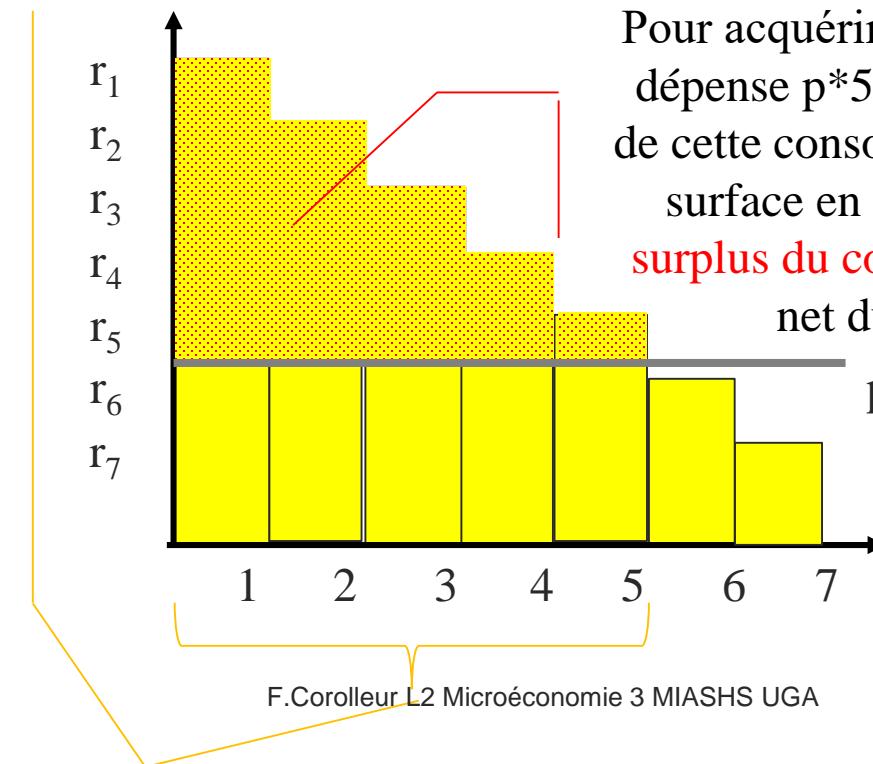
# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (3/6)

- Quelle relation entre le prix de réserve et la demande de  $x$  ? Supposons que pour  $p$ , l'agent consomme 5 unités de  $x$ .
  - L'utilité associée au panier  $(5, R-5p)$ ,  $v(5)+R-5p$ , doit être supérieure ou égale l'utilité associé à n'importe quel autre panier,  $(x, R-p*x)$ ,  $v(x)+R-p*x$
  - Considérons  $x=4$  et  $x=6$  :
    - Pour  $x=4$  :  $v(5)+R-5p \geq v(4)+R-4p \Leftrightarrow v(5)-v(4)=r_5 \geq p$
    - Pour  $x=6$  :  $v(5)+R-5p \geq v(6)+R-6p \Leftrightarrow v(6)-v(5)=r_6 \leq p$
  - D'où, si pour  $p$  l'individu consomme 6 unités de  $x$ , alors  $p$  doit être tel que  $r_5 \geq p \geq r_6$ , plus généralement  $r_n \geq p \geq r_{n+1}$ . Il en découle que la liste des prix de réserve contient toute l'information nécessaire pour décrire le comportement de la demande

# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (4/6)

- Graphiquement, la courbe de demande est en «escalier». Elle correspond à la valeur accordée par l'agent à chaque unité du bien discret, consommée successivement :

L'utilité totale associée à la consommation des 5 unités de  $x$ , au prix  $p$ , correspond à la surface des 5 1ères barres qui constituent la fonction de demande. Cette surface est parfois appelée surplus brut du consommateur

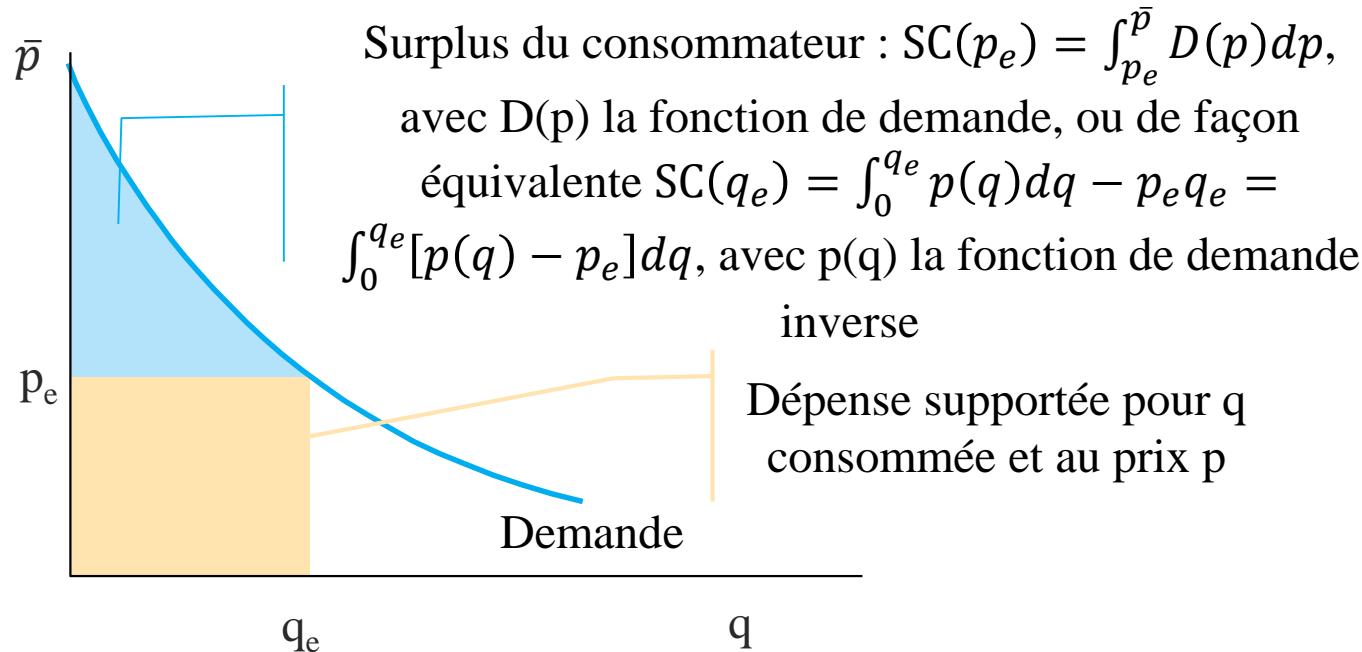


Pour acquérir les 5 unités de  $x$ , l'agent dépense  $p*5$ . Il retire un bénéfice net de cette consommation de  $v(5)-p*5$ . La surface en pointillé correspond au **surplus du consommateur** (ou surplus net du consommateur)

Pour mesurer le **surplus des consommateurs**, on somme les surplus de chaque consommateur

# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (5/6)

- Pour un bien disponible en quantités continues, on peut utiliser la courbe de demande en escalier pour approximer le surplus du consommateur (SC).
  - Graphiquement (pour des quantités infinitésimales consommées à chaque fois, i.e. des bâtons à base étroites, non représentés)



# Mesurer le bien-être du consommateur grâce à la courbe de demande (6/6)

- Démontrons, *dans le cas d'une fonction d'utilité quasi-linéaire*, que l'utilité associée à la consommation du bien x correspond exactement à la surface située sous la courbe de demande

- Commençons par  $\max_{\substack{x,y \\ s.c. px + y = R}} v(x) + y \Leftrightarrow \max_x v(x) + R - px$ , on calcule la CPO :  $v'(x) = p$
- La fonction de demande inverse,  $p(x)$ , est donc définie par  $p(x) = v'(x)$ , avec  $v'(x)$  l'utilité marginale de x
- Pour obtenir la fonction d'utilité, il suffit donc d'intégrer la fonction de demande inverse :  
$$v(x) = v(x) - v(0) = \int_0^x v'(t)dt = \int_0^x p(t)dt , \text{CQFD}$$

# Exemples de calculs de surplus du consommateur

■  $p = 18 - \frac{1}{2}q, p_e = 9, q_e = 18$

○  $SC = \frac{(18-9)*18}{2} = 81$

○  $SC = \int_0^{18} \left(18 - \frac{1}{2}q\right) dq - p_e q_e = \left[18q - \frac{1}{4}q^2\right]_0^{18} - 9 * 18 = \left(18 * 18 - \frac{1}{4}18^2\right) - \left(18 * 0 - \frac{1}{4}0^2\right) - 162 = 81$

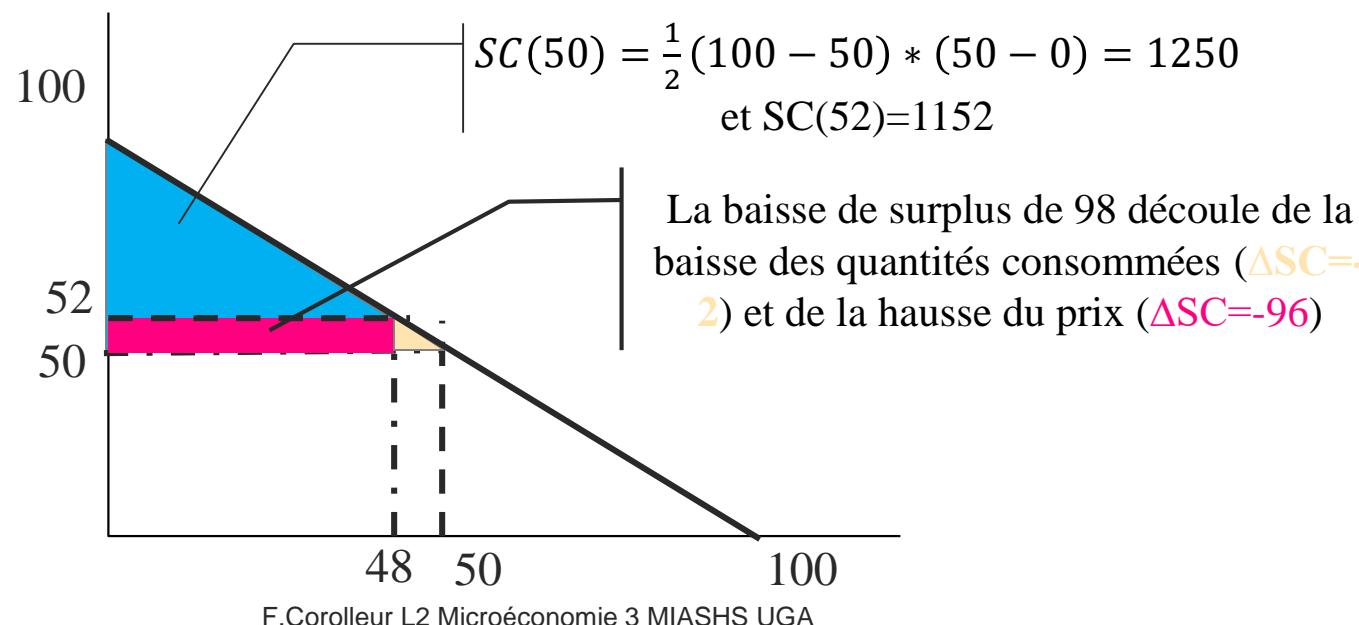
■  $p = 32 - q - \frac{1}{10}q^2, p_e = 12, q_e = 10$

○  $SC = \int_0^{10} \left(32 - q - \frac{1}{10}q^2\right) dq - p_e q_e = \left[32q - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{30}q^3\right]_0^{10} - 120 = \left(32 * 10 - \frac{1}{2}10^2 - \frac{1}{30}10^3\right) - 120 = 80 - 50 - \frac{100}{3} - 120 = 80 - 170 - \frac{100}{3} = -90 - \frac{100}{3}$

Pour déterminer  $SC(p)$ , calculer l'aire d'un triangle suffit pour des demandes linéaires. Quand elles sont non linéaires, il faut recourir aux intégrales

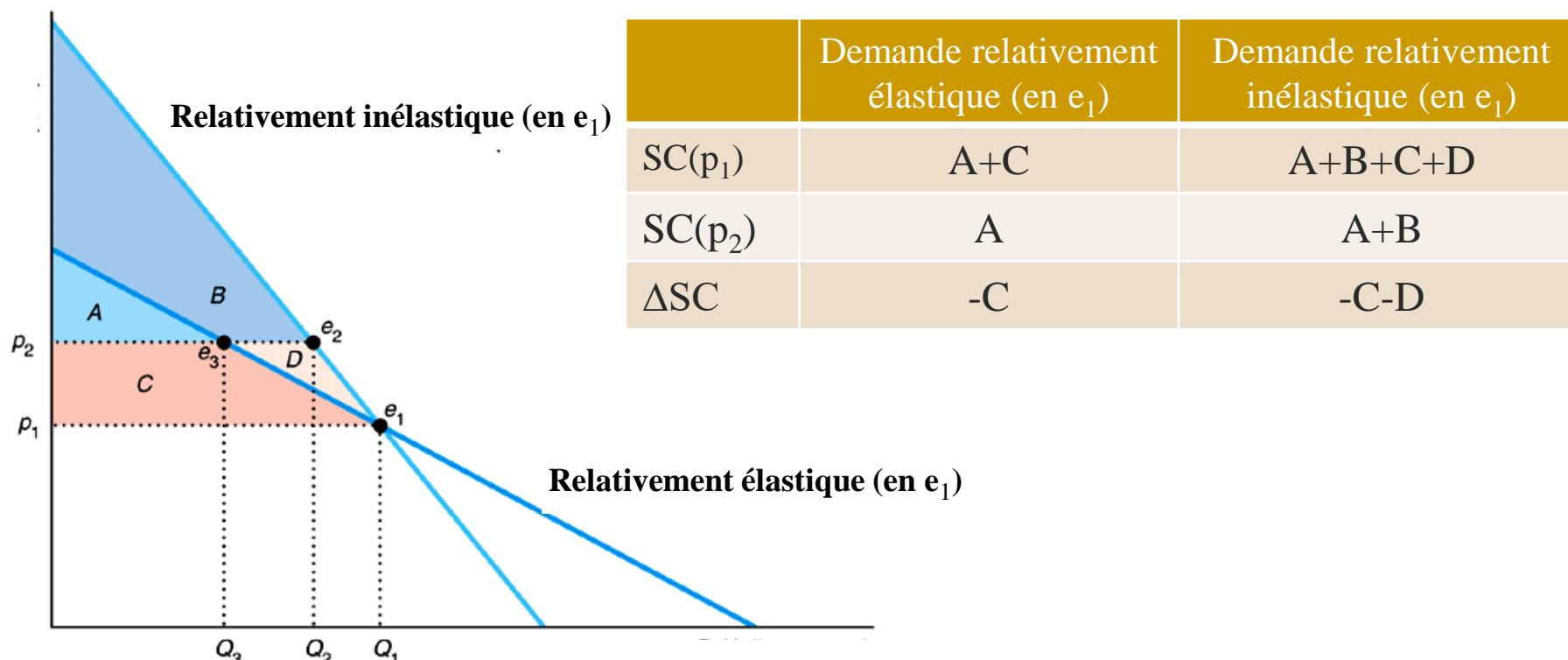
# Effet d'un changement de prix sur le surplus du consommateur (1/2)

- Posons  $p=100-q$ . Si l'offre baisse, ou si l'Etat impose une taxe sur les ventes, l'équilibre en prix croit (ex. de 50 à 52), ce qui réduit le surplus du consommateur



# Effet d'un changement de prix sur le surplus du consommateur (2/2)

- SC diminue d'autant plus fortement suite à une hausse de prix que le revenu consacré à l'achat du bien est initialement important et l'élasticité prix est faible



# [ Les variations de SC, une bonne mesure des variations de bien-être ? (1/2) ]

## ■ Le surplus du consommateur, définition et mesure :

- le surplus du consommateur est la différence entre ce qu'un consommateur est prêt à payer pour un bien et le montant effectivement payé (son consentement total à payer).
- Pour le mesurer nous avons utilisé la fonction de demande marshallienne du bien :
  - Cette fonction tient compte de **l'effet de substitution** et **l'effet de revenu**. Le surplus total a été obtenu par sommation des surplus apportés par les unités successivement consommées, mais exprimés avec une unité monétaire dont l'utilité marginale décroît en raison de l'effet de revenu
  - Une bonne mesure du bien-être supposerait de sommer des surplus exprimés en unités monétaires de valeur constante

Effet de substitution, de revenu, voir Varian 2015  
Chp.8

# [ Les variations de SC, une bonne mesure des variations de bien-être ? (2/2) ]

- Alors, quelles justifications à l'utilisation de la variation de surplus (VS) du consommateur comme mesure ?
  - VS fournit des mesures comprises entre celles obtenues par la mesure de la variation équivalente (VE) et la variation compensatoire (VC) : solution de compromis, pour des estimations empiriques généralement proches, calcul plus facile
  - Quand l'effet revenu est nul (i.e. utilité marginale du revenu constante), les trois approches (VS, VE, VC) conduisent à des résultats identiques. C'est le cas pour les fonctions d'utilité quasi-linéaires, conduisant à des fonctions de demande indépendantes du revenu. L'effet d'une variation de  $p_1$  n'a qu'un effet de substitution et VS est une mesure exacte en termes de revenu des conséquences du changement de prix sur le bien-être du consommateur

# Intégrales – définition et interprétation graphique (1/3)

- Soit  $f$  une fonction définie et ayant des primitives sur un intervalle  $I$ . Pour  $a$  et  $b$  deux éléments de  $I$ , on appelle intégrale (ou somme) de  $a$  à  $b$  de la fonction  $f$  le nombre réel :
  - $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ , où  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$ , on note aussi  $F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$ 
    - $a$  et  $b$  sont les bornes de l'intégrale,  $x$  est une variable muette (peut être remplacé par n'importe quelle autre lettre désignant une variable)
    - soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ . On appelle primitive de  $f$  sur  $I$  toute fonction  $F : I \rightarrow \mathbb{R}$  telle que :  $F$  est dérivable sur  $I$  et,  $\forall x \in I, F'(x) = f(x)$

# Intégrales – définition et interprétation graphique (2/3)

## ■ Primitives élémentaires et règles d'intégration :

Fonction	Primitive	Intervalle
$f(x) = a$	$F(x) = ax$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$F(x) = \frac{x^2}{2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln x $	$]0; +\infty[ \text{ ou } ]-\infty; 0[$
$f(x) = \frac{1}{x^n} \quad n > 2$	$F(x) = \frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$	$]0; +\infty[ \text{ ou } ]-\infty; 0[$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = 1 + \tan^2 x$	$F(x) = \tan x$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$	$\mathbb{R}$

Primitive de la somme	$\int (u+v) = \int u + \int v$
Primitive du produit par un scalaire	$\int (ku) = k \int u$
Primitive de $u' u^n$	$\int u' u^n = \frac{u^{n+1}}{n+1}$
Primitive de $\frac{u'}{u}$	$\int \frac{u'}{u} = \ln u $
Primitive de $\frac{u'}{u^n} \quad n \neq 1$	$\int \frac{u'}{u^n} = -\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$
Primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$\int \frac{u'}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u}$
Primitive de $u' e^u$	$\int u' e^u = e^u$
Primitive de $u(ax+b)$	$\int u(ax+b) = \frac{1}{a} U(ax+b)$

# Intégrales – définition et interprétation graphique (3/3)

## ■ Relation entre aire et intégrale :

- Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $[a; b]$  telle que  $f \leq 0$ . Soit  $\mathcal{A}$  l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites  $x = a$  et  $x = b$ . On a alors :

$$\mathcal{A} = - \int_a^b f(x) dx$$

- Soient deux fonctions  $f$  et  $g$  continues sur  $[a; b]$  telles que  $f \geq g$ . Soit  $\mathcal{D}$  l'aire comprise entre les deux courbes et les droites  $x = a$  et  $x = b$ . On a alors :

$$\mathcal{D} = \int_a^b (f - g)(x) dx$$

