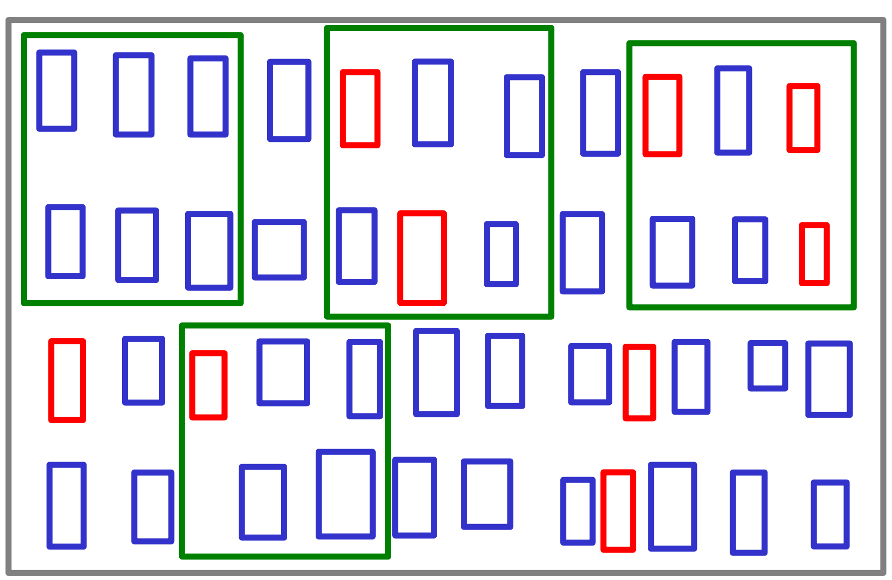
Part II

Méthodes de statistiques inférentielles

Au croisement des statistiques et des probabilités, la démarche des statistiques inférentielles est de considérer l'observation $(x_1, \cdots, x_d)$ comme la réalisation de d répétitions $(X_1, \cdots, X_d)$ d'une expérience aléatoire X. La réalité est souvent entachée d'erreur. Cette démarche permet d'en tenir compte, d'imaginer, d'inférer le problème pur, et de travailler pour mieux comprendre l'erreur.



population totale

défectueux

Pb : on ne peut pas tester toute la population.

On tire un échantillon de taille n.

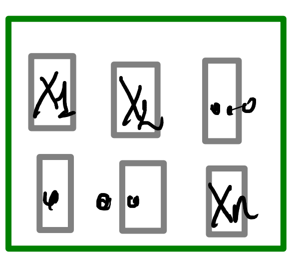
Le nombre de défectueux est fluctuant.

4 Intervalle de confiance

4.1 Échantillon

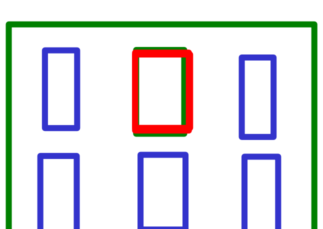
On considère une suite de variables aléatoires $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ identiques et indépendantes. Un échantillon de taille d est l'ensemble des variables $(X_1, \cdots X_d)$. Une réalisation de cet échantillon est l'observation $(x_1, \cdots x_d)$. On travaillera alors sous la condition $(X_1 = x_1, \cdots X_d = x_d)$.

échantillon aléatoire (pas encore observé) de taille n



$X_1, X_2, \cdots, X_n$ représentent le caractère à observer sur les individus. On les suppose aléatoires identiques et indépendantes. Les X_i sont des variables aléatoires i.i.d.

On observe



Après observation, plus d'aléa. On travaillera sous l'hypothèse

$X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 0 \cdots X_n = 0.$

L'observation s'écrit, en toute généralité,

$X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_i = x_i, \dots, X_n = x_n$

variable aléatoire

valeurs observées

(en minuscules, comme en stat descriptive).

4.2 Estimation

observer sur l'échantillon et déduire sur la population (avec problème de quantifier l'erreur?)

On cherche à connaître un paramètre θ qui dépend de la loi de X (par exemple son espérance ou sa variance). On réplique n fois X de manière indépendante $(X_1, \cdots X_n)$. On évalue alors θ par $\hat{\theta} = \hat{\theta}_n$ grâce aux réalisations possibles $(x_1, \cdots, x_n)$ de l'échantillon à n éléments. La valeur $\hat{\theta}_n$ est nommée estimé ou estimation ponctuelle. On prendra par exemple $\hat{\theta}_n = \sum x_i/n$ pour estimer la moyenne de X, ou $\hat{\sigma} = \sum(x_i - \hat{\theta}_n)^2/(n-1)$ pour estimer la variance.

Dans notre problème de qualité, où on compte les défectueux, la probabilité p d'être défectueux est inconnue. Les $X_i \sim \mathcal{B}(p)$ i.i.d.

p est "intuitivement" estimé par

$$P_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}.$$

C'est l'estimateur de p.

P_n est une variable aléatoire. Sur l'échantillon choisi, on évalue P_n en remplaçant les X_i par les observations x_i

$$\hat{P}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

C'est une estimation ponctuelle.

Pour récapituler, le paramètre réel constant inconnu est θ. Il est approché par l'estimateur $\theta_n = f(X_1, \cdots X_n)$, variable aléatoire, estimé grâce au relevé statistique par $\hat{\theta} = \hat{\theta}_n = f(x_1, \cdots x_n)$.

On note parfois

$$\hat{\theta}_n = E[\theta_n | X_1 = x_1, \cdots X_n = x_n].$$

Exemple:

- Estimateur de proportion: $X_1, \ldots, X_n \sim \mathcal{B}(p)$ i.i.d.

$$P_n = \frac{\sum_i X_i}{n}$$

- Estimateur de moyenne: $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d représentant la grandeur étudiée (μ)

$$\mu_n = \frac{\sum_i X_i}{n}$$

Par la loi des grands nombres:

$P_n \xrightarrow{\mathcal{L}} p$ et $\mu_n \xrightarrow{\mathcal{L}} \mu$ || Ce sont des estimateurs dits convergents.

Estimation de la variance

- En proba : (discret-fini)

espérance de X.

$$Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (x_i - EX)^2 P(X=x_i)$$

- En Stat :

population entière

$$Var(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

(Pas une estimation, il n'y a pas d'échantillonnage)

échantillon

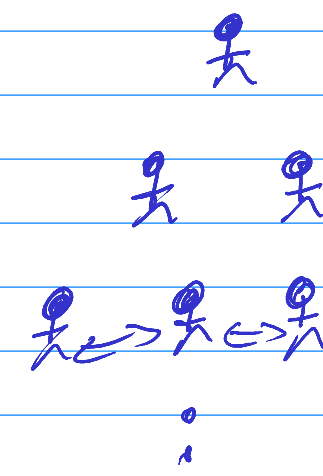
Estimateur de la variance :

$$Var = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2$$

variance = écarts au carrés

le but est d'avoir un estimateur non biaisé (cf L3-S5)

Taille de l'échantillon



∅

1 écart

2 écarts

On retiendra : La variance est une moyenne des écarts (au carré). Dans un échantillon de taille n, il y a n-1 écarts.

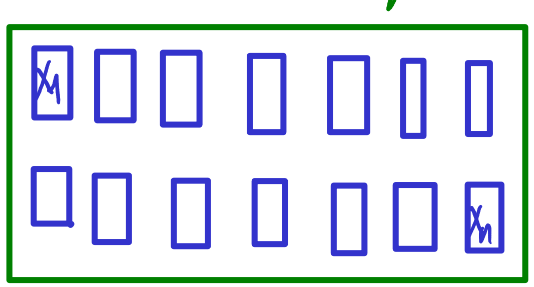
Estimation par

4.3 Intervalle de confiance

Imaginons que l'on souhaite estimer la proportion de pièces défectueuses dans un grand stock. On prend un échantillon, de taille relativement conséquente, et on calcule, sur cet échantillon, la proportion de pièces défectueuses. On peut se demander si l'échantillon est représentatif. Et si on change d'échantillon de même taille, quelles valeurs peut-on trouver et quelle est la probabilité d'avoir une valeur complètement différente des autres ? Enfin, quelle erreur peut-on rencontrer sur notre estimation de la proportion dans le stock entier ? Toutes les réponses sont dans le problème suivant !

On souhaite évaluer la proportion de pièces défectueuses dans un stock (de grande taille) suite à un incident. On note p la probabilité pour une pièce d'être défectueuse.

Problème initial de qualité : estimer p, la proportion de défectueux.



taille n

échantillon : $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{B}(p)$ i.i.d

Estimateur de p : $p_n = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

On se donne un échantillon de n pièces.

- **Loi X qui compte le nombre de pièces défectueuses dans le lot de n pièces**

  On considère un échantillon de n pièces, on observe donc $X_1, \cdots, X_n$ des variables indépendantes et identiques à 2 issues : la réussite (la pièce est défecteuse) avec probabilité p et l'échec. Pour compter, on attribuera donc à X_i la valeur 1 en cas de réussite et 0 sinon.

$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ $\qquad$ $X_i \sim \mathcal{B}(p)$ i.i.d

Donc $X \sim \mathcal{B}(n, p)$.

- **On pose $f_n = X/n$.**

La variable f_n est l'estimateur de la fréquence de pièces défectueuses.

- **Approximation de f_n** par une loi normale (T.C.L.)

Par le théorème central limit (T.C.L.), on peut supposer que, pour n grand (c'est le cas dans l'échantillonnage !), la variable aléatoire X s'approche par une normale.

$\mathcal{B}(n,p)$

- Si $X \simeq \mathcal{N}(m_X, \sigma_X)$ $\quad f_n = \frac{X}{n} \simeq \mathcal{N}(m_n, \sigma_n)$

Calculons m_n et σ_n ...

$X \sim \mathcal{B}(n,p)$

$m_n = E f_n = E\left[\frac{X}{n}\right] = \frac{1}{n} EX = \frac{np}{n} = p$

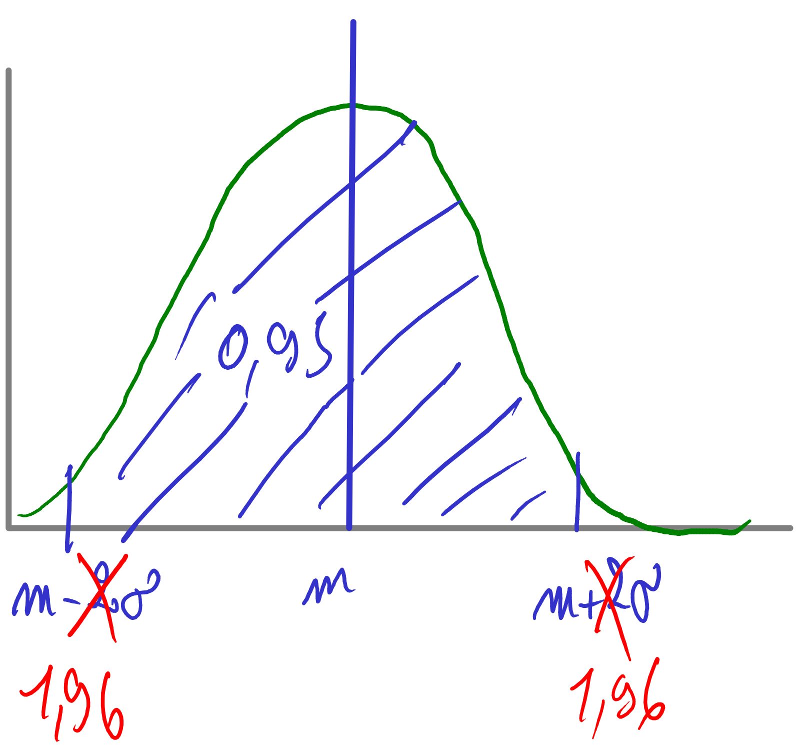
$\{\; Var(aX+b) = a^2 \, Var X$

$\sigma_n = \sqrt{Var\left(\frac{X}{n}\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2} Var X} = \sqrt{\frac{np(1-p)}{n^2}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

Donc f_n s'approche par $\mathcal{N}\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$

m_n $\quad \sigma_n$

- **Risque** 5% (de se tromper)
  - On cherche a tel que



$$P(m_n - a\sigma_n \le f_n \le m_n + a\sigma_n) = 0.95$$

$\to 2$

Au risque 5% :

$p - 2\,\sigma_n \le f_n \le p + 2\,\sigma_n$ $\quad -f_n - p$

$-f_n - 2\sigma_n \le -p \le -f_n + 2\sigma_n$ $\quad \times(-1)$

$f_n + 2\sigma_n \ge p \ge f_n - 2\sigma_n$

Donc, au risque 5% :

$$f_n - 2\sigma_n \leq p \leq f_n + 2\sigma_n$$

$$f_n - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq f_n + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

on estime f_n
dans σ_n, on
"remplacera" p par f_n.

- **Estimation ponctuelle**

  On effectue un test sur 100 pièces. Il en résulte que 10 sont défectueuses.

  – l'estimation ponctuelle de la fréquence f_n de pièces défectueuses dans les 100 pièces prélevées est donnée par

$$f_n = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

– On considère qu'une bonne approximation de σ_n est

"On remplace p dans σ_n par f_n"

$$2\sigma = 2\frac{\sqrt{\hat{f}_n(1-\hat{f}_n)}}{\sqrt{n}} = 0,06.$$

$$\sigma_n \simeq \sqrt{\frac{0,1\times(1-0,1)}{100}} = 0,03$$

synthèse

Dans une population, l'échantillon est aléatoire. On s'intéresse à une grandeur ξ_i pour le $i^{ème}$ individu. (1 pour défectueux, 0 sinon). Puisque l'échantillon est issu de la même population, les ξ_i sont identiquement distribués.

On suppose les ξ_i indépendants.

Les ξ_i (ici) sont des $\mathcal{B}(p)$ i.i.d. — probabilité d'être défectueux.

On souhaite estimer un paramètre (ici la fréquence de défectueux p) par un intervalle de confiance.

* Estimateur de fréquence :

$$f_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}$$

n : taille de l'échantillon.

* Approximation de la loi de f_n par le TCL

ξ_i i.i.d, $E\xi_i = p$ $\quad$ $Var\,\xi_i = p(1-p)$.

Donc $\sum_i \xi_i$ peut être approchée par une loi normale (TCL)

$f = \frac{\sum_i \xi_i}{n}$

$$E f_n = E\left[\frac{\sum_i \xi_i}{n}\right] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(\xi_i) = \frac{1}{n} np = p$$

$$\sigma_n = \sqrt{Var(f_n)} = \sqrt{Var\left(\frac{1}{n}\sum_i \xi_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2} Var\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var\, \xi_i} = \sqrt{\frac{np(1-p)}{n^2}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$Var(ax+b) = a^2 Var\, x$

car les ξ_i sont indépendants

Donc $f_n \sim \mathcal{N}\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$ σ_n

On a alors

$$P(p - \underbrace{1{,}96}_{2}\sigma_n \leq f_n \leq p + \underbrace{1{,}96}_{2}\sigma_n) = 0{,}95$$

A 95%,

$$p - 1{,}96\,\sigma_n \leq f_n \leq p + 1{,}96\,\sigma_n$$

On veut un intervalle pour p !

$-p - f_n$

$$-f_n - 1{,}96\,\sigma_n \leq -p \leq -f_n + 1{,}96\,\sigma_n$$

$\times(-1)$

$$f_n + 1{,}96\,\sigma_n \geq p \geq f_n - 1{,}96\,\sigma_n$$

Estimation ponctuelle de f_n. (10 défectueux sur 100 dans l'énoncé).

$$f_n = \frac{10}{100} = 0,1$$

Pb : $\sigma_n = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ dépend de p et non de f_n.

Lemme : σ_n est proche de $\sqrt{\frac{f_n(1-f_n)}{n}} \simeq \hat{\sigma}_n$

1. $f_n \longrightarrow p$ par la loi des grands nombres
(f_n est un estimateur convergent de p).

$\Leftrightarrow |f_n - p| \longrightarrow 0$.

2. Montrons que $|\sigma_n - \hat{\sigma}_n| \longrightarrow 0$?

Remarquons que $\forall x, y > \alpha > 0$, $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| \leq K_\alpha |a-b|$.

Il suffit d'appliquer le théorème des accroissements finis à la fonction $\sqrt{x}$, de dérivée $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ majorée par $\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$ sur $[\alpha ; +\infty[$.

On a $\quad |\sqrt{a}-\sqrt{b}| \leq \max_{[\alpha,+\infty[} (\sqrt{x})' \, |a-b| = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} |a-b| = K_\alpha |a-b|$

$$|\sigma_n - \hat{\sigma}_n| \leq K_\alpha \left| \frac{p(1-p)}{n} - \frac{f_n(1-f_n)}{n} \right|$$

$$\leq \frac{K_\alpha}{n} |p(1-p) - f_n(1-f_n)|$$

$$\leq \frac{K_\alpha}{n} |p(1-p) - p(1-f_n) + p(1-f_n) - f_n(1-f_n)|$$

Inégalité triangulaire $\quad \leq \frac{K_\alpha}{n} \left[|p(1-p) - p(1-f_n)| + |p(1-f_n) - f_n(1-f_n)| \right]$

$$\leq \frac{K_\alpha}{n} \left[p\,|(1-p) - (1-f_n)| + (1-f_n)\,|p - f_n| \right]$$

$$\leq \frac{K_\alpha}{n} \underbrace{\max(p\,;\,(1-f_n))}_{\leq 1} \left[|p-f_n| + |p-f_n| \right] \leq \underbrace{\frac{2K_\alpha}{n}}_{\to 0} \underbrace{|p-f_n|}_{\to 0}$$

Donc $|\sigma_n - \hat{\sigma}_n| \longrightarrow 0$, d'où le résultat.

$f_n = 0,1$ $\quad$ $\hat{\sigma}_n = \sqrt{\dfrac{0,1\times(1-0,1)}{100}} = \sqrt{\dfrac{0,09}{100}} = \dfrac{0,3}{10} = 0,03$

à 95% de confiance

- **Intervalle de p avec un risque de** 5%

  On a donc, au risque 5%,

$$\hat{f}_n - 1,96\sigma \leq p \leq \hat{f}_n + 1,96\sigma,$$

  soit

$$0,1 - \cancel{1,96}^{\,2} \times 0,03 \leq p \leq 0,1 + \cancel{1,96}^{\,2} \times 0,03.$$

  On conclut qu'avec un risque de 5%, la proportion p de pièces défectueuses est dans l'intervalle $[0,0412; 0,1588]$.

à 95%, $p \in [0,04; 0,16]$.

5 Intervalle de fluctuation

Nous allons inverser la démarche précédente, supposer connue la proportion p. On peut prendre l'exemple d'une pièce jetée à pile ou face. La proportion de *Pile* est de 0,5.

- On va faire 100 lancés,

Pb : la pièce est-elle équilibrée ($p = 0,5$) ou non ?

- On utilise la construction précédente pour dire que, pour 95% des tirages de 100, la proportion de *Pile* est dans l'intervalle

$$\left[0,5-2\times\sqrt{\frac{0,5\times(1-0,5)}{100}};0,5+2\times\sqrt{\frac{0,5\times(1-0,5)}{100}}\right]=[0,4;0,6].$$

$$\sqrt{\frac{0,5\times0,5}{100}}=\frac{0,5}{\sqrt{100}}=0,05.$$

$$2\times0,05=0,1.$$

- Si au terme des 100 lancers, on obtient 62 *Pile*, on en déduira qu'au risque 5%, la pièce n'est pas équilibrée.

$f = 0{,}62 \notin [0{,}4 ; 0{,}6]$ intervalle de fluctuation pour $p = 0{,}5$.

$\Longrightarrow$ la pièce n'est pas équilibrée.

$f = 0{,}58 \in [0{,}4 ; 0{,}6]$ (intervalle de fluctuation pour $p = 0{,}5$)

- Un tirage de 58 *Pile* ne validera cependant pas l'équilibre de la pièce. En effet, la proportion estimée 0,58 est aussi dans l'intervalle de fluctuation d'une pièce non équilibrée de fréquence de *Pile* 0,6, à savoir

$$\left[0,6 - 2 \times \sqrt{\frac{0,6 \times (1-0,6)}{100}} ; 0,6 + 2 \times \sqrt{\frac{0,6 \times (1-0,6)}{100}}\right] = [0,5;0,7].$$

  En fait, un tirage de 58 *Pile* ne nous dit juste que rien ne s'oppose au fait que la pièce soit équilibrée.

6 Introduction aux tests statistiques

L'objectif d'un test d'hypothèse paramétrique est une aide à la décision à propos de la question que l'on forme de la manière suivante: Est-ce qu'au vu de l'observation d'un échantillon, on peut décider entre les deux possibilités $\mathcal{H}_0 =$ "$\theta \in \Theta_0$" et $\mathcal{H}_1 =$ "$\theta \in \Theta_1$" ? Ici $\Theta_0, \Theta_1 \subset \mathbb{R}$ et $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$.

$\mathcal{H}_0$ = hypothèse nulle

exemple : "X n'a pas d'effet sur Y"

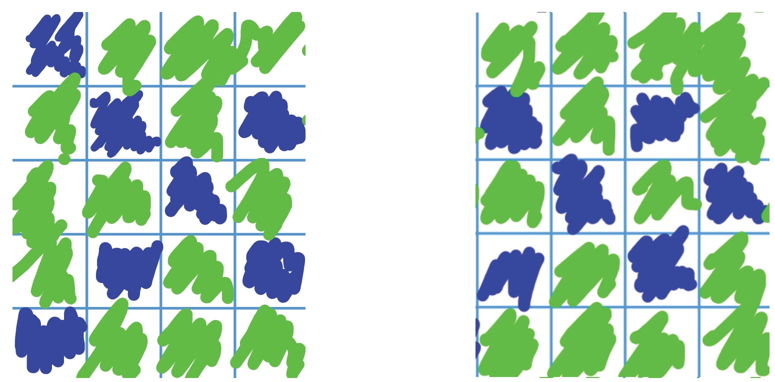
"X et Y sont indépendantes"

"X suit une loi normale"

...

On va chercher si on rejette ou non $\mathcal{H}_0$.

Exemple. On peut se poser la question “Est-ce que les deux parties de dallage suivantes sont issues du même dallage” ?



Des éléments peuvent nous aider : l’adéquation des couleurs, la proportion proche de bleus.

H_0 : "les deux échantillons sont issus du même carrelage".

(Hypothèse au sens mathématique, on suppose qu'elle est vraie et on travaille sous cette hypothèse).

On pourra tester par exemple $\mathcal{H}_0$: “les morceaux sont issus du même dallage” contre $\mathcal{H}_1$: “Les deux morceaux sont issus de deux dallages différents”. On notera que les hypothèses ne sont pas nécessairement le contraire l’une de l’autre.

Puisque nos échantillons sont tirés aléatoirement, ils forment des épreuves aléatoires.

	$\mathcal{H}_0$ est vraie	$\mathcal{H}_1$ est vraie
Accepter $\mathcal{H}_0$	OK	Erreur de deuxième espèce
Rejeter $\mathcal{H}_0$	Erreur de première espèce	OK

On notera α la probabilité d'erreur de première espèce, appelée parfois seuil. On prendra en général pour α les valeurs 0.01, 0.05 ou 0.1. Il est à noter que mécaniquement, si l'erreur de première espèce baisse, l'erreur de seconde espèce augmente.

sa probabilité est appelée seuil α.
(en général, $\alpha = 5\%$).

Pour choisir si on rejette ou non H_0, on va compter le nombre de bleus.

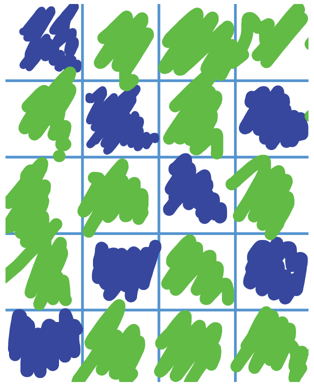
6.2 La variable du test (la statistique du test)

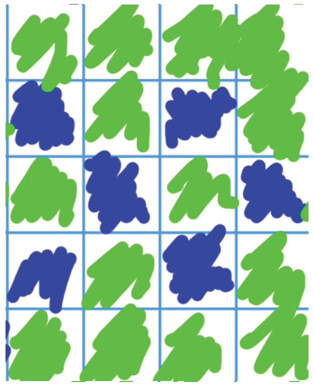
Prenons la proportion de bleus dans les deux échantillons dans l'idée de vérifier si les deux morceaux ont des proportions proches.

Globalement, il y a une proportion de $p = 13/40$ bleus. C'est un paramètre de notre test que nous venons d'estimer au plus simple par une estimation ponctuelle.

$\hookrightarrow$ estimation ponctuelle de la proportion de bleus sur les 2 échantillons :

$$p = \frac{13}{40}$$



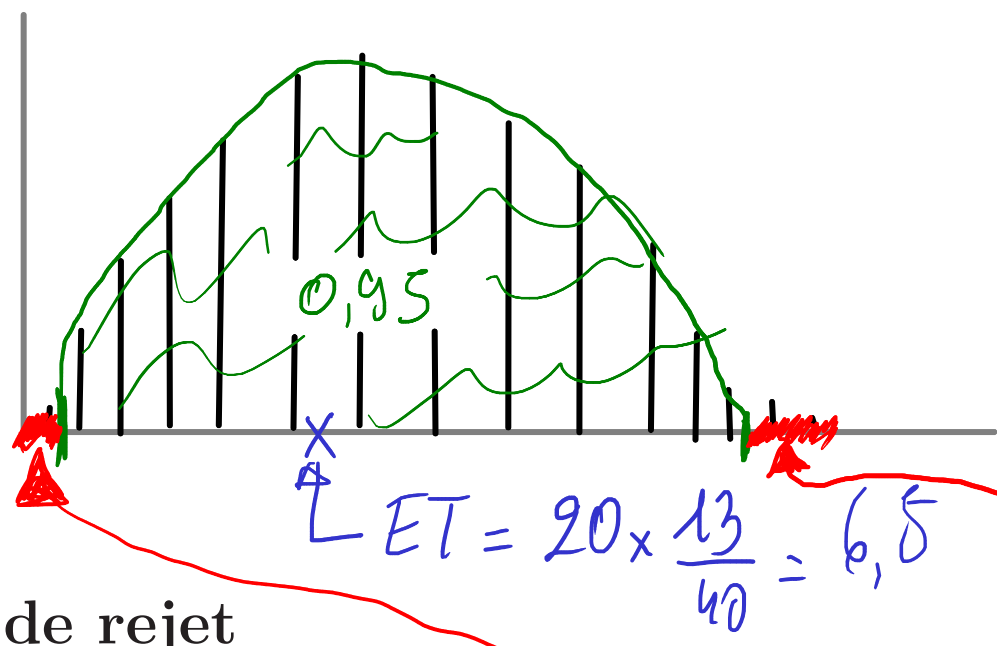


$P = \frac{13}{40}$

Sous H_0, tous les échantillons sont issus de la même frise.
Un carreau est bleu en suivant $\mathcal{B}(13/40)$ indépendament des autres.

Le nombre de carreaux bleus dans le tirage de 20 carreaux (non nécessairement consécutifs, mais ce n'est pas grave, ce n'est qu'un exemple illustratif) est une variable T qui suit une loi $\mathcal{B}(20, p = 13/40)$. C'est la statistique du test. On rappelle qu'en moyenne, sur un tel tirage il y a 6,5 bleus.

$\hookrightarrow$ le nombre de bleus dans un échantillon est
$$T \sim \mathcal{B}(20, 13/40).$$



densité de T → nombre de Bleus.

Peu probable sous $\mathcal{H}_0$.
(Proba $\alpha = 0,05$)
W_k = zone de rejet

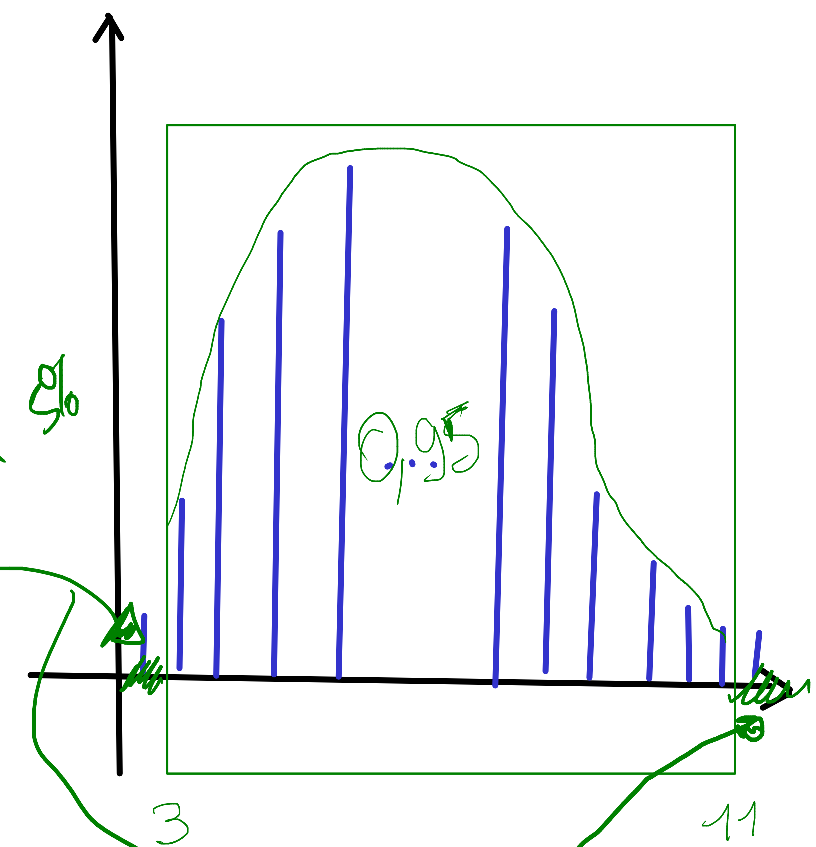
6.3 Zone de rejet

De notre hypothèse nulle $\mathcal{H}_0$ on peut déduire une zone de rejet W, zone où l'estimation $\hat{\theta}$ ne satisfaira plus $\mathcal{H}_0$. Dans notre exemple, on prendra $W_k = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 6,5 - k, x \geq 6,5 + k\}$. Il reste à calculer k.

$\mathcal{B}/40$

W_α = zone de rejet au seuil α%

$P(W_\alpha) = 0{,}05$



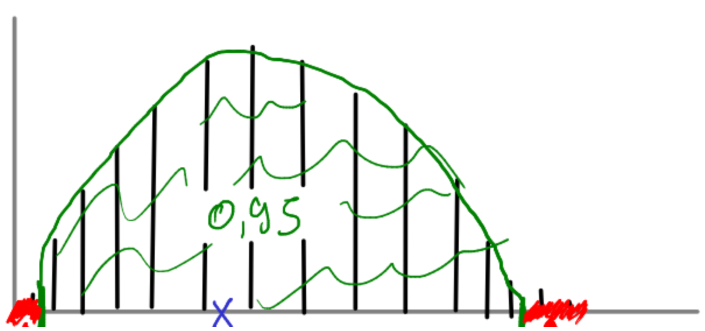
On observe avec les quantiles de $X \backsim \mathcal{B}(20, p)$ que

$$P(3 \leq X \leq 11) \simeq 0,95.$$

On ne peut donc pas exclure que les échantillons soient issus du même dallage s'ils sont composés d'entre 3 et 11 bleus en acceptant un risque (de se tromper), un doute de probabilité 5% (le seuil).

Il y a 5% de doute en affirmant que : $3 \leq X \leq 11$.

zonne de rejet $= [\![0, 2]\!] \cup [\![12 ; 20]\!]$



Sous H_0, il est probable que $T \in [\![3;11]\!]$ (Probable à 95%). Si c'est le cas, on ne rejette pas.

Sous H_0, il est improbable que $T \in [\![0,2]\!] \cup [\![12,20]\!]$
Proba 0,05 α

$\Rightarrow$ On rejette H_0, la probabilité de se tromper (rejeter H_0 à tort, erreur de première espèce de proba $\alpha = 0{,}05$) n'est pas nulle.

6.4 Décision

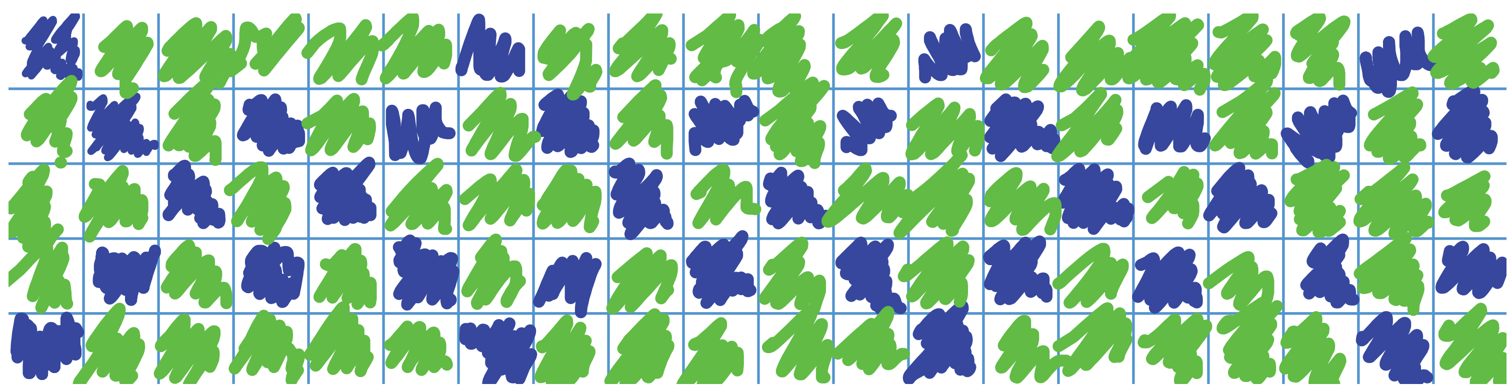
On observe $\hat{\theta}$. Si $\hat{\theta} \in W$, on rejette $\mathcal{H}_0$ est on prendra pour vraie $\mathcal{H}_1$ avec un risque de se tromper non négligeable. Si $\hat{\theta} \notin W$, rien ne s'oppose à garder $\mathcal{H}_0$ pour vraie, avec un risque de se tromper α.

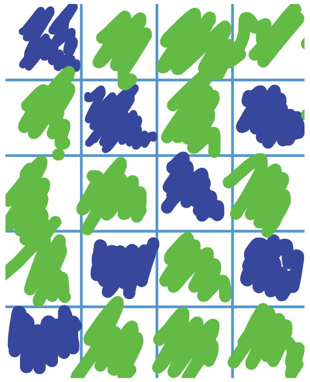
Si le nombre de bleus est dans $[3;11]$ on ne rejette pas (au seuil 5%).

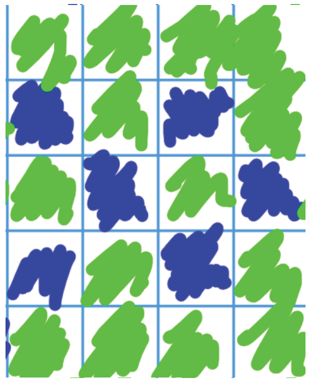
Si le nombre de bleus n'est pas dans $[3;11]$, au seuil 5%, on rejette.

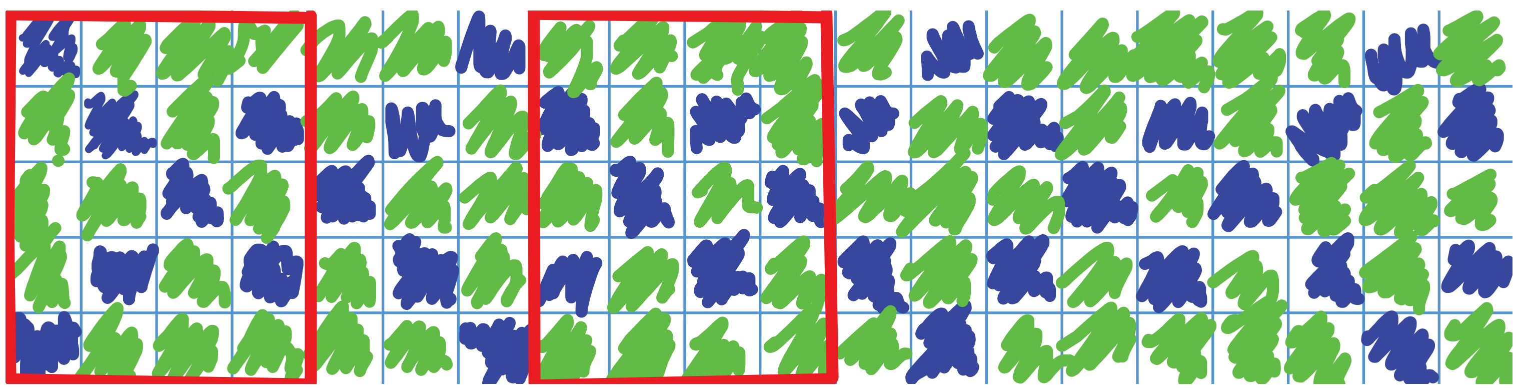
On ne rejette pas l'hypothèse nulle, car sur les 2 échantillons, le T observé est dans $[\![3,11]\!]$

Ici, $\hat{\theta}_1 = 7$ et $\hat{\theta}_2 = 6$. On ne rejette pas, au seuil 5%, leur appartenance au même dallage. En effet :









6.5 Discussion

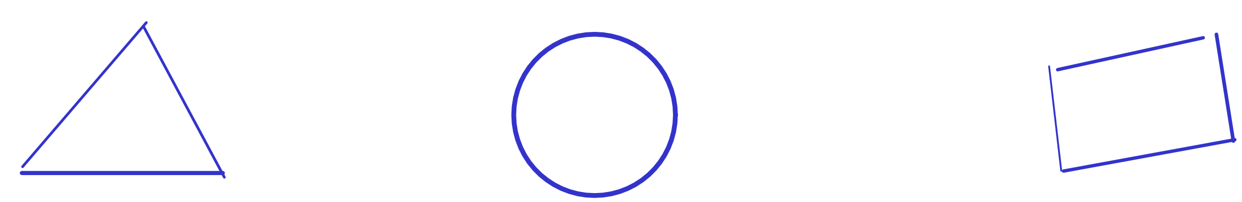
On peut faire plusieurs remarques sur ce que l'on ressent à propos du test :

- Plus l'échantillon est petit, plus le test est laxiste, mais cela peut-être l'inverse.

- La démarche semble plus robuste si l'on cherche à rejeter l'hypothèse $\mathcal{H}_0$ par analogie avec un raisonnement par l'absurde. (Test au sens de Fisher).

- Le test est un peu pauvre, on ne regarde que le paramètre proportion de bleu, et rien sur le motif par exemple.

Autre exemple: les côtés d'un triangle sont des segments.
Si on n'étudie que le caractère des côtés:



triangle   pas un triangle   triangle ?

- On est tributaire du hasard dans le tirage de l'échantillon. En effet, les tests ont été créés dans le contexte de la qualité d'une production, où l'échantillonnage est reproductible et où on acceptera de jeter une production à tort si on peut sauver d'avantage de séries produites.

Pour toutes ces raisons, les tests ne restent qu'une aide à la décision, même s'ils sont largement utilisés dans tous les domaines scientifiques (sciences humaines, technologiques, économiques...)

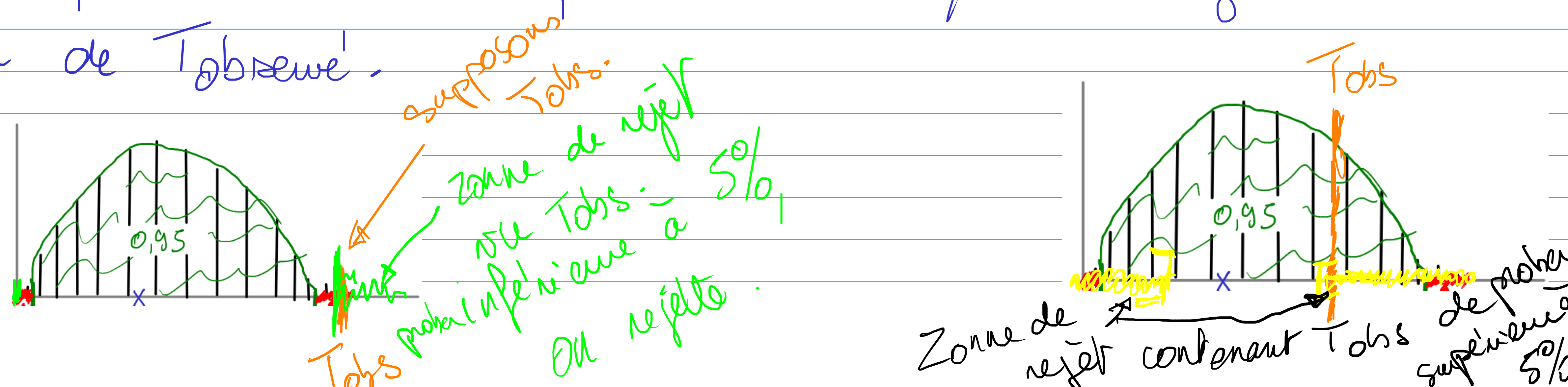
Enfin, en toute rigueur mathématique, le non rejet de l'hypothèse nulle ne vaut pas acceptation, mais nous permet juste de dire que rien ne s'oppose à $\mathcal{H}_0$. On renvoie à la discussion dans l'intervalle de fluctuation.

P-value

Démarche présentée :

* On pose H_0
* Sous H_0, variable de test
* On pose $\alpha = 5\%$ en général (ou 1% ...)
* W_α, zone de rejet, est définie pour avoir une probabilité de 5%.
* Rejet au seuil 5% si $T_{observé}$ est dans W_α,
  non rejet sinon.

La p-value est le plus seuil auquel on rejetterait au vu de $T_{observé}$.



Si p-value < 5% (ou 1%), on rejette

Si p-value est grande, on ne rejette pas.