Partie II : La Théorie des Contrats

… Comment les agents économiques interagissent entre eux lorsqu'il y a des asymétries d'information ?

Chapitre 1 : La sélection adverse.

Chapitre 2 : L’aléa moral.

Exemples de situations économiques :

Exemple 1a :
Vous voulez acheter une voiture d’occasion chez un garagiste : allez vous repartir avec une bonne voiture ou une future épave ? Et à quel prix allez-vous l’acheter ?

Exemple 1b :
Vous êtes un assureur qui propose à un client un contrat automobile : est-il bon conducteur ou totalement irresponsable ? Quels types de contrat allez-vous proposer ?

Exemple 1c :
Vous voulez embaucher un salarié : sera-t-il vraiment compétent pour effectuer sa tâche ? Quel critère allez-vous utiliser pour le sélectionner ?

Exemple 2a :
Vous faites réparer votre voiture chez un garagiste : a-t-il réellement changé les amortisseurs ou simplement passé un jet d’eau ?

Exemple 2b :
Vous êtes un assureur qui a conclu un contrat automobile avec un bon conducteur : va-t-il entretenir correctement son véhicule (en changeant régulièrement ses amortisseurs) ?

Exemple 2c :
Vous avez embauché un salarié vraiment compétent pour effectuer sa tâche : va-t-il fournir les efforts nécessaires lorsque la situation le nécessite ?

Points communs à ces exemples :

- une situation d’incertitude :
Les agents ne sont jamais certains sur la réelle nature des autres, de leurs actes, et/ou des circonstances dans lesquelles ils agissent.
Les états possibles sont donnés, mais avec des probabilités de réalisation.

Êtes-vous prêts à prendre des risques ?

- des asymétries informationnelles :
Les agents ne sont pas informés de la même manière : certains ont plus d’information que d’autres, et ils ont un intérêt à utiliser cet avantage.

Êtes-vous prêts à faire .. « confiance » ?

Asymétrie d'information :

Répartition inégale de l'information entre les agents, certains sont mieux informés que d'autres.

Incertitude au niveau de l'environnement du décideur, notamment du comportement des autres.

Le cadre standard de la Microéconomie :

* rationalité parfaite des agents,
* univers certains : agents, actions et états de la nature connus,
* informations parfaites pour tous,

(* marchés parfaitement concurrentiels)

Se rapprocher de la « réalité » économique :

* on n'est jamais certain de tout …
* … tout le monde ne sait pas tout !

Questionnements : - *fonctionnement des marchés ?*
- *mécanismes correctifs éventuels ?*

Quels éléments pour répondre aux problèmes posés par les exemples ci-dessus ?

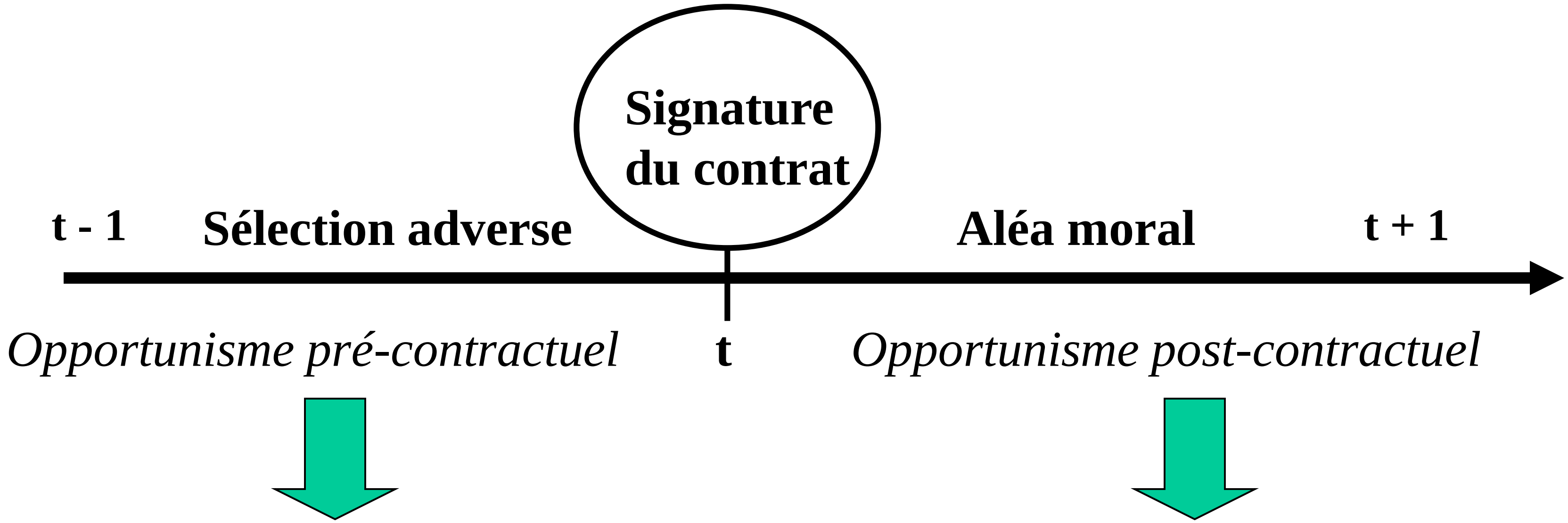
1) Une théorie de la décision en incertitude :

<u>L'Économie de l'Incertain</u> ; la maximisation de l'Utilité Espérée et les comportements face aux risques.

2) Des mécanismes d'incitation

<u>La Théorie de l'Agence</u> ; la sélection adverse (exemples 1i), l'aléa moral avec action cachée (exemple 2i) et l'aléa moral avec information cachée.

<u>Sélection adverse *versus* Aléa Moral :</u>



L'individu non informé doit sélectionner un bon partenaire ou un bon produit :

Trouver une procédure pour ***obtenir l'information***

Inciter l'agent qui dispose d'une information privée à prendre une décision optimale pour l'individu non informé :

Trouver une ***procédure incitative***

Chapitre 1 : La sélection adverse.

1.1. Eléments de base :

Contexte et définition :

- inobservabilité d'une caractéristique du bien échangé par l'un des agents,

⇒ Avantage pour le vendeur (ex : les voitures d'occasion)

ou

⇒ Avantage pour l'acheteur (ex : le souscripteur d’assurance)

- risque d'opportunisme précontractuel de la part de l'agent le plus informé,

Conséquences :

- incompatibilité avec le cadre néoclassique du fonctionnement des marchés concurrentiels,
- risque de disparition des marchés ou de rationnement de l'offre de biens

1.2. Un exemple de sélection adverse du côté de l'offre : Akerlof, 1970

Contexte :

- marché des voitures d'occasion :
  * Inobservabilité d'une caractéristique du bien proposé par le vendeur, la qualité réelle du véhicule n'est connue que par le vendeur, les acheteurs connaissent que la fonction de distribution des qualités sur le marché.
  * Deux types de qualité : *bonne* ou *mauvaise*, notée Qb et Qm, et avec une probabilité de 1/2 pour chaque type.

- Fonctions objectifs des agents :
  * Acheteur : Ua = Qi - P , avec Qi le niveau d'utilité procuré par une qualité i
  * Vendeur : Uv = P - Qi

  avec Qb = 20000 si la voiture est bonne, et Qm = 10000 si elle est mauvaise.

- Pas de possibilité, pour l'instant, de signaler aux acheteurs potentiels le niveau de qualité de façon crédible (c-à-d sans un coût)

Problématique :
- comment les agents vont-ils se comporter ?,
- quels seront les échanges réellement effectués sur ce marché ?,
- et quel en sera le prix d'équilibre ?

Réponses :
- si information parfaitement symétrique, c-à-d tout le monde connaît la qualité réelle des voitures : les bonnes voitures seraient vendues à 20000 et les mauvaises à 10000.
- si asymétrie d'information : les acheteurs sont «incertains » quant à la qualité de la voiture qu'ils vont acheter. Donc, si le prix d'achat est P, l'UE que l'acheteur peut retirer de l'achat sera :

$$E[U] = \{0,5\,(10000 - P) + 0,5\,(20000 - P)\} = 15000 - P$$

Donc ils seraient prêts à payer au maximum 15000.
- mais les acheteurs savent qu'à ce prix, les vendeurs de *bonnes* voitures ne vont pas vendre car ils feraient une perte (Uv = 15000 - 20000 = - 5000).
- et que seuls les vendeurs de *mauvaises* voitures sont prêts à le faire,
- les acheteurs n'accepteront donc pas ce prix (car Q = 10000), mais sont prêts à payer 10000.

Conclusion :

* les voitures (ou tout bien) de *bonne* qualité ne sont pas échangées, les vendeurs de *bonne* qualité sont « évincés » du marché, au profit de la *mauvaise* qualité.
* la sélection adverse peut donc empêcher la réalisation de certains échanges, même si les « plans » des agents en présence sont compatibles.
* on peut même assister à la disparition de tous les échanges, c-à-d la disparition du marché lui même (ici c'est le cas dès qu'il existe une seule voiture dangereuse, procurant une utilité pour l'acheteur de Qd = - 10000).

Premières implications :

* le « laisser-faire » peut avoir des conséquences désastreuses, d'où la nécessité de recourir à des réglementations sur la révélation de l'information, ou à des procédures de recours efficaces contre les ventes de mauvais produits.
* mais ceci implique des coûts, par rapport à une situation d'information symétrique, c-à-d une impossibilité d'atteindre un optimum de premier rang.

1.3. Un exemple de sélection adverse du côté de la demande : Rothschild & Stiglitz, 1976.

<u>Contexte (d'après Milgrom & Roberts)</u> :

- Marché des assurances :
  * Inobservabilité d'une caractéristique d'un souscripteur de contrat d'assurance (est-il *bon* ou *mauvais* conducteur ?).
  * Pas de possibilité pour les assureurs de différencier les souscripteurs selon leur qualité de conducteur, et donc selon les remboursements potentiels.
  * soit x le paiement probable (remboursement en cas d'accident) durant le contrat, avec $x \in [0, x_{max}]$ et une distribution uniforme de la population sur cette variable aléatoire.
- Fonctions objectifs des agents :
  * Souscripteur : $P \leq x + v$, avec P le prix du contrat (identique pour tous les clients potentiels) et v une valeur attachée par le souscripteur au fait qu'il n'aura pas à supporter le coût x en cas d'accident ,
  * Assureur : $(P - v + x_{max}) /2$, la dépense moyenne d'assurance (= moyenne entre la valeur la plus faible, P-v, et la valeur la plus élevée, x_{max}) à couvrir.

Problématique :
- comment les agents vont-ils se comporter ?,
- quels seront les contrats réellement conclus sur ce marché ?,
- et quel en sera le prix d'équilibre ?

Réponses :
- si information parfaitement symétrique : l'assureur demanderait un prix important aux agents dont x est élevé, un prix faible aux agents dont x est faible, et donc ses coûts ne dépendraient pas de P.
- si asymétrie d'information : soit P le prix uniforme pour tous les souscripteurs alors en fonction de ce prix, les coûts de l'assureur seront plus ou moins importants selon les souscripteurs intéressés.
- démonstration :
  * seuls les souscripteurs pour qui $x \geq (P - v)$ acceptent de s'assurer,
  * le niveau moyen des prestations est $(x° + x_{max}) /2$, avec x° le niveau de prestation espéré par le souscripteur marginal,
  * l'assureur à un coût de gestion unitaire c, d'où un niveau de coût moyen de $(1+c).(x° + x_{max}) /2$, avec x° le niveau de prestation espéré par le premier souscripteur intéressé, c-à-d pour qui $x° \geq (P - v)$.

Contrats d’assurance réellement conclus :

- Comportement de l’assureur : vend son assurance aux acheteurs dont le montant des pertes est $\geq$ x° si le prix qu’elle perçoit est $\geq$ à $P_A(x°)$ avec :

  $P_A(x°) = (1+c).(x° + x_{max}) /2$

  si x° = 0, alors le prix minimum de l’assureur est : $P_A(x°) = (1+c).\ x_{max} /2$

  si x° = x_{max}, alors le prix minimum de l’assureur est : $P_A(x°) = (1+c).\ x_{max}$

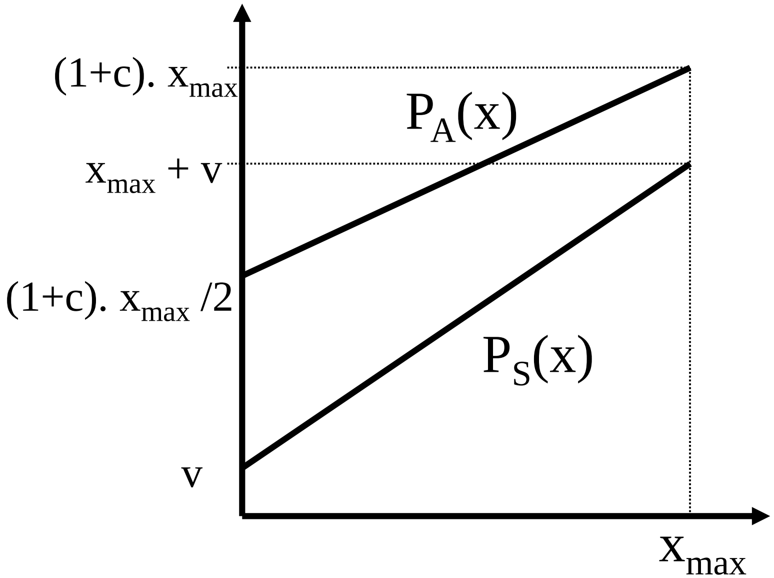
- Comportement des souscripteurs : ceux qui espèrent des prestations $\geq$ x° si le prix est $\leq$ à $P_S(x°)$, où :

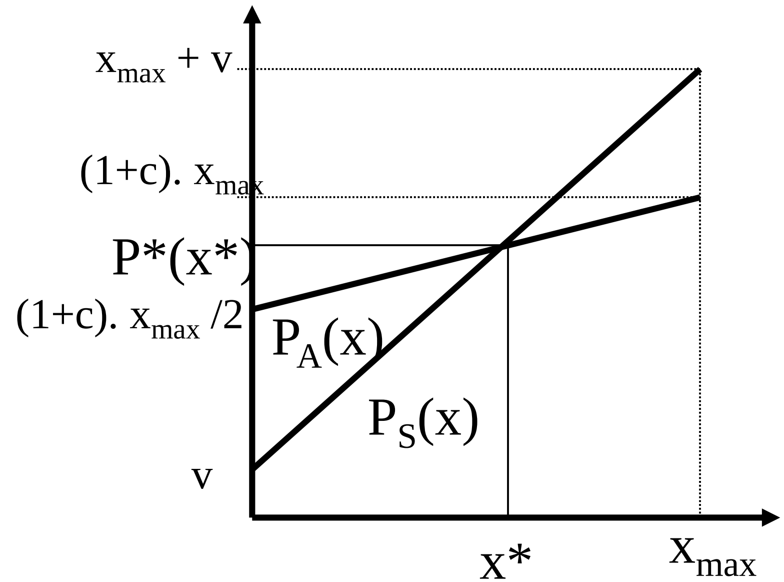
  $P_S(x°) = x° + v$

  si x° = 0, alors le prix maximum est : $P_S(x°) = v$

  si x° = x_{max}, alors le prix maximum est : $P_S(x°) = x_{max} + v$

Ces comportements d’Offre et de Demande d’assurance sont-ils compatibles ? Peut-on trouver un prix d’équilibre ?





Cas n°1 : $c.x_{max} > v$

* pas d'intersection entre l'offre et la demande : prix de l'assureur si élevé que personne ne l'achète.

* inexistence ou **effondrement** du marché si coût de gestion maximum est supérieur à la valeur de la réduction du risque des agents.

Cas n°2 : $c.x_{max} < v$

* en proposant le prix P*, l'assureur trouve des souscripteurs intéressés.

* contrats d'assurance pour les agents caractérisés par $x > x^*$.

* mais pas de couverture pour les autres : principe **d'auto-sélection**

1.4. Les solutions aux problèmes de sélection adverse : le signal et le filtrage.

a) Théorie du signal (Spence, 1974)

Principe de base :

Les agents détenant une information privée, et qui peuvent être handicapés par la sélection adverse, prennent l'initiative d'envoyer un signal ou d'adopter un comportement (mais avec un coût) qui dévoile leur information aux autres parties.

Exemples des « bons » vendeurs de voitures (en proposant une garantie) ou du signalement de la productivité par les « bons » employés (via leur niveau d'étude).

Encore faut-il que le signal soit efficace, c-à-d qu'il révèle l'information de manière crédible pour les agents non informés, ce qui n'est généralement pas gratuit !

Résolution dans le cas du marché du travail (d'après Milgrom & Roberts) :

* Deux catégories d'employés (L et H) selon leur productivité (20$ et 50$) avec des proportions p et (1-p).
* Si pas de distinction possible : salaire = productivité espérée
  = p.20$+(1-p).50$

  donc les « bons » employés sont perdants.
* Possibilité d'envoyer un signal sur sa productivité : le niveau d'étude, vérifiable et reconnu par les employeurs.

  Ce signal est efficace à deux conditions ;
  - les employés L sont perdants s'ils essayent d'élever leur niveau d'étude,
  - les employés H améliorent leur situation en signalant leur niveau d'étude.
* Il faut donc avoir :

  $50\$ - C_L.E_H < 20\$ - C_L.E_L$ et $50\$ - C_H.E_H > 20\$ - C_H.E_L$

  avec C_L et C_H les coûts d'une unité d'études des L et des H, et E_L et E_H les niveaux d'étude respectifs de chaque catégorie.

  Ces deux inégalités sont satisfaites que si : $C_H < C_L$

  et elles représentent des **conditions d'autosélection**.

b) Filtrage et discrimination (Rothschild & Stiglitz, 1976)

Principe de base :

Les agents non informés, et qui peuvent être handicapés par la sélection adverse, amènent les agents informés à faire un choix parmi un ensemble de proposition, afin d’obtenir les informations privés. Il s’agit de discriminer les agents en différentes catégories en fonction de certains critères.

Exemples des contrats d’assurance avec franchise (en proposant deux types de contrat) ou du salaire au mérite.

Résolution dans le cas des assurances avec franchises :

Idée : proposer deux types de contrats d’assurance, un contrat à franchise élevée et à prime faible (type 1), et un contrat à franchise faible et à prime élevé (type 2). Les souscripteurs du contrat de type 1 préfèrent une prime faible, quitte à accepter une franchise élevée en cas d’accident, ils anticipent donc peu d’accidents et représentent des conducteurs à faible risque. Inversement pour les conducteurs à haut risque qui préfèrent un contrat de type 2.

Un cas simple de contrats avec franchise :

* Si l'assureur propose que deux contrats tels que $d_1 > d_2$, on a alors $P_1 < P_2$.
Alors un agent à haut risque, et **risque adverse**, choisira le contrat (P_2, d_2).
Ce faisant, l'agent révèle son information privée en choisissant ce contrat.

* En proposant des contrats « séparateurs », l'assureur peut **discriminer ou filtrer** les agents.
Le marché des assurances privées peut alors exister, car il est rentable, dans ces conditions, de fournir une assurance à ceux qui courent le plus de risques.

* Toutefois, il est impossible de proposer aux agents à bas risque un contrat aussi bon que celui qu'ils obtiendraient en information parfaite.

1.5. Conclusion.

Problèmes de sélection adverse : situations d'information incomplète et asymétrique ex-ante (ou pré-contractuel).

Les agents non informés sont toujours défavorisés par les asymétries informationnelles, tandis que les autres bénéficient d'une « rente informationnelle ».

Mécanismes concurrentiels : inefficaces car les équilibres obtenus ne sont plus des optimums de Pareto, mais des optimums de « second rang » (avec gaspillages de ressources).

Possibilités de mécanismes / contrats incitatifs pour contrer les problèmes de sélection adverse mais à un coût non nul.

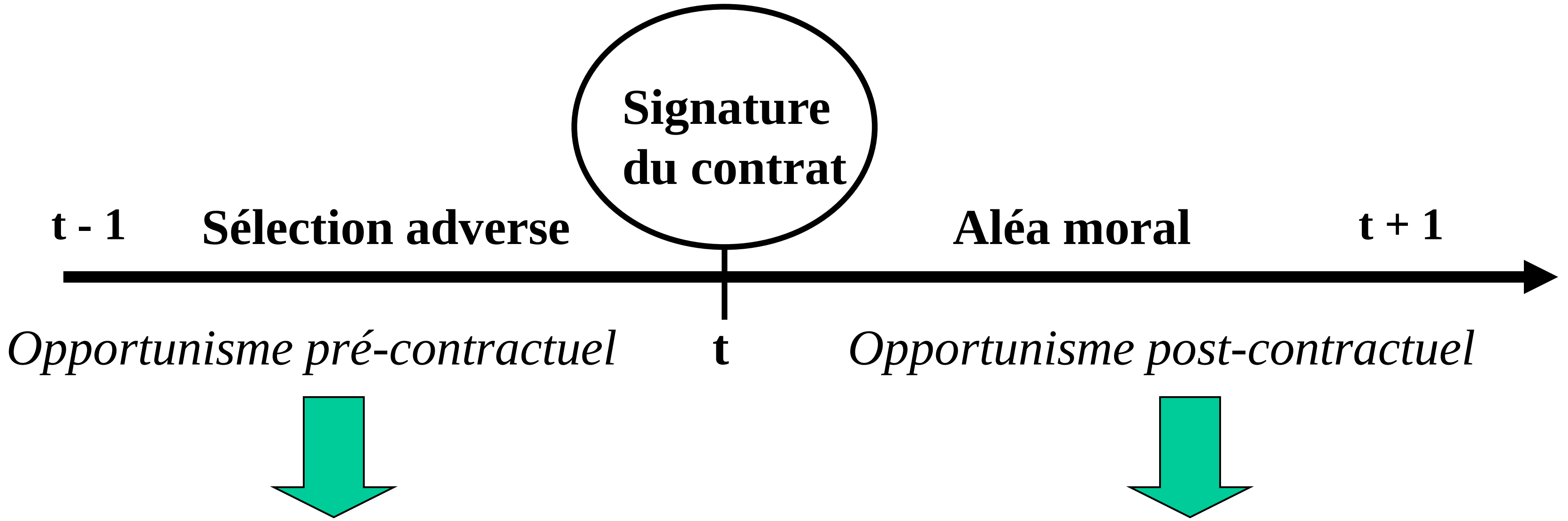
Chapitre 2 : L'aléa moral.

Relations Principal-Agent :
Situations dans lesquelles un individu (l'**Agent**) agit sous la direction d'un autre (**le Principal**) et est supposé agir conformément aux objectifs du principal.

Introduction d'asymétries informationnelles :
Le **Principal** est non informé quant :
- aux actions prises par l'**Agent** (relations Principal-Agent avec *action cachée*),
- aux circonstances dans lesquelles les actions prises par l'**Agent** ont été prises (relations Principal-Agent avec *information cachée*)

Il y a donc un risque d'opportunisme post-contractuel (intérêt pour *tirer au flanc*) de la part de l'agent le plus informé : **risque moral** ou **aléa moral** pour le Principal.

Sélection adverse *versus* Aléa Moral :



L'individu non informé doit sélectionner un bon partenaire ou un bon produit :

Trouver une procédure pour ***obtenir l'information***

Inciter l'agent qui dispose d'une information privée à prendre une décision optimale pour l'individu non informé :

Trouver une ***procédure incitative***

2.1. Le modèle de départ : incitation dans le cas où l'action est observable.

Contexte : organisation productive avec un agent et un principal.

* Les résultats ou les performances de l'agent peuvent prendre une valeur y, avec $y \in [y_1, y_2]$. Cette valeur dépend non seulement de l'effort a de l'agent, avec $a \in [a_{min}, a_{max}]$, mais également d'un facteur aléatoire θ assimilé à un élément dont l'agent n'a pas le contrôle.

* La performance aléatoire s'écrit donc : $y(a,\theta)$, avec $\delta y/\delta a > 0$, et sa densité de probabilité est conditionnelle au choix de l'effort par l'agent : $p(y_{/a})$

* Propriétés de la densité de probabilité :

- $p(y/a) \equiv 0\ \forall a$ pour $y \notin [y_1, y_2]$ et $p(y/a) > 0\ \forall a$ pour $y \in [y_1, y_2]$
- $p(y/a)$ est deux fois continûment différentiable par rapport à a
- $\delta P(y/a)/\delta a \leq 0$, $\forall a$ avec $P(y/a)$ la fonction de distribution cumulée (dominance stochastique de premier ordre)

* Le prix de vente du bien fabriqué par l'agent est donné et égal à 1.

* La fonction de d'utilité du principal est donnée par :

$V_P\{y\text{-}w(y)\}$ avec $V_P' > 0$ et $V_P'' \leq 0$

donc il peut être neutre ou riscophobe

* La fonction de d'utilité de l'agent est donnée par :

$V_A\{w(y) - C(a)\}$ avec $V_A' > 0$ et $V_A'' \leq 0$

et où C(a) est la désutilité liée à l'effort, avec $C'(a) > 0$ et $C''(a) \leq 0$

* En définitive, les espérances d'utilité sont donnée par :

$EV_P\{w(y),a\}$ et $EV_A\{w(y),a\}$

* L'utilité de réservation de l'agent ou son coût d'opportunité est donnée et égale à : U_A

<u>Programme du Principal :</u>

$$\text{Max } EV_P\{w(y),a\} \text{ slc } EV_A\{w(y),a\} \geq U_A$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underset{w(y),\,a}{\text{Max}} \int_{y_1}^{y_2} V_P\{y - w(y)\} p(y/a)\,dy & (1) \\ \text{slc} & \\ \int_{y_1}^{y_2} V_A\{w(y)\} p(y/a)\,dy - C(a) \geq U_A & (2) \end{cases}$$

L'équation (2) est la contrainte de participation de l'agent et elle est saturée (le principal minimisant ses coûts)

La solution optimale de premier rang {w*(y),a*} de ce programme de maximisation est obtenue par la fonction Lagrangienne :

$$\underset{\mathrm{w}(y),\,a}{\mathrm{Max}}\ \mathrm{L}\left[\mathrm{w}(y),\mathrm{a}\right]$$

$$\text{avec L} = \left[\int_{y_1}^{y_2}\mathrm{V_P}\left\{y-\mathrm{w}(y)\right\}p(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y + \lambda\left\{\int_{y_1}^{y_2}\mathrm{V_A}\left\{\mathrm{w}(y)\right\}p(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y - \mathrm{C(a)} - \mathrm{U_A}\right\}\right]$$

$$\delta\mathrm{L}\big/\delta\mathrm{w(y)} = 0 \iff -\mathrm{V'_P}\left\{\mathrm{y}-\mathrm{w}(y)\right\} + \lambda\mathrm{V'_A}\left\{\mathrm{w}(y)\right\} = 0 \qquad (3)$$

$$\delta\mathrm{L}\big/\delta\mathrm{a} = 0 \iff \int_{y_1}^{y_2}\mathrm{V_P}\left\{\mathrm{y}-\mathrm{w}(y)\right\}.p'_{\mathrm{a}}(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y + \lambda\left[\int_{y_1}^{y_2}\mathrm{V_A}\left\{\mathrm{w}(y)\right\}p'_{\mathrm{a}}(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y - \mathrm{C'(a)}\right] = 0 \quad (4)$$

* L’effort optimal de premier rang a* est donnée par l’équation (4), et la rémunération de premier rang w*(y) est définie par la condition (3).
* Le multiplicateur de Lagrange s’écrit également :

$$\lambda = \frac{V_P'}{V_A'} \qquad \text{(rapport des utilités marginales de P et A pour chaque y)}$$

<u>Allocation du risque lié à θ:</u> différenciation de (3) par rapport à y

$$V_P''\left(1 - \frac{dw^*}{dy}\right) + \lambda V_A'' \frac{dw^*}{dy} = 0$$

avec : $\lambda = \frac{V_P'}{V_A'}$ et $r \equiv -V''/V'$ l'indice d'Arrow-Pratt

d’où :

$$\boxed{\frac{dw^*}{dy} = \frac{r_P}{r_P + r_A} \qquad (5)}$$

Interprétation :

* Si les indices d'Arrow-Pratt sont constants et indépendant des revenus, alors l'intégration de (5) par rapport à y donne :

$$\boxed{\begin{array}{c} \mathrm{w}^*(\mathrm{y}) = \alpha\ \mathrm{y} + \overline{\mathrm{w}} \\ \text{avec } \alpha = r_{\mathrm{P}} / (r_{\mathrm{P}} + r_{\mathrm{A}}) \text{ et } \overline{\mathrm{w}} \text{ la constante de l'intégration} \end{array}}$$

* Si le principal est neutre au risque ($r_{\mathrm{P}} = 0$) et l'Agent riscophobe, on a :

$$\boxed{\mathrm{w}^*(\mathrm{y}) = \overline{\mathrm{w}}}$$

avec une valeur déterminée à l'optimum par la contrainte de participation (2):

$$\int_{y_1}^{y_2} \mathrm{V_A}\{\overline{\mathrm{w}}\} p(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y - \mathrm{C}(\mathrm{a}^*) = \mathrm{U_A}$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{V_A}\{\overline{\mathrm{w}}\} \int_{y_1}^{y_2} p(y/\mathrm{a})\mathrm{d}y = \mathrm{U_A} + \mathrm{C}(\mathrm{a}^*)$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{V_A}\{\overline{\mathrm{w}}\} = \mathrm{U_A} + \mathrm{C}(\mathrm{a}^*)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\overline{\mathrm{w}} = \mathrm{V_A}^{-1}\left[\mathrm{U_A} + \mathrm{C}(\mathrm{a}^*)\right]}$$

Conclusion :

* **Si le Principal est neutre au risque et l'Agent est riscophobe, ce dernier touche un salaire fixe indépendant de sa performance (y) et dépendant uniquement de son niveau d'effort. Le risque est totalement supporté par le Principal.**

* **Si les deux sont riscophobes, c'est l'importance relative de leur degré d'aversion au risque qui détermine l'intensité du risque que chacun supporte.**

* A noter que l'observation de l'effort ne supprime les conflits d'intérêt entre les deux. Le principal est capable de choisir une politique d'incitation sans faire supporter l'intégralité du risque à l'Agent. Comme il peut observer a*, il est en droit de le licencier et de lui verser un salaire nul dans le cas où l'action n'est pas a* : « schéma par palier avec menace crédible ».

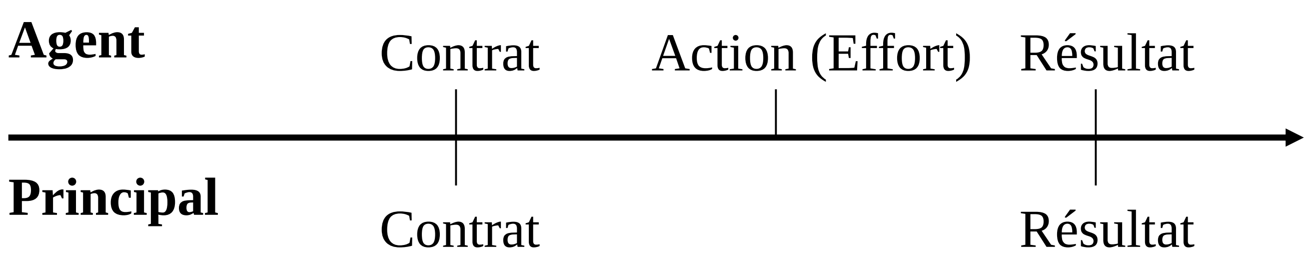
2.2. La relation Principal-Agent avec ***action cachée*** (Grossman & Hart, 1983):

Contexte : organisation productive avec un agent et un principal.

* Les résultats ou la production de l'Agent peuvent prendre un nombre fini de valeurs : y_i , avec y_i une variable aléatoire.
* Résultats incertains de l'activité de l'agent, mais vérifiables par le Principal
* Possibilité pour l'Agent de mettre en œuvre deux types d'effort pour arriver aux résultats y_i :

$$e_H \text{ et } e_B\text{, avec } e_H > e_B$$

* Niveaux d'effort impossibles à observer par le Principal



* Soient les probabilités p_i^H et p_i^B que la production atteigne la valeur y_i lorsque l'effort est H ou B, avec $p_i^H > 0$ et $p_i^B > 0$, pour tout i, et des distributions de probabilité qui vérifient la propriété de Dominance Stochastique du 1er Ordre :

$$P[y \leq y_i \;/ e_H] = \sum_{k=1}^{i} p_k^H \leq \sum_{k=1}^{i} p_k^B = P[y \leq y_i \;/ e_B]$$

Il y a moins de chances que la production soit inférieure à y_i si l'agent fournit l'effort e_H plutôt que l'effort e_B .

Problématique :

- comment les agents vont-ils se comporter ?,
- quels contrats le Principal proposera-t-il à l'Agent ?,
- de quels variables dépendra la rémunération de l'Agent ?

Compte tenu des comportements post-opportunistes anticipés, quel contrat le Principal va-t-il élaborer pour que non seulement l'Agent l'accepte mais également fournisse l'effort souhaité.

Un exemple d’action cachée : les visiteurs médicaux

* Agent : visiteur médical travaillant pour un laboratoire pharmaceutique dont la fonction est de présenter aux médecins les nouveaux médicaments (pas de ventes directs, mais inciter les médecins à prescrire les médicaments lors de leurs futurs consultations)
* Résultats observables par le Principal (le délégué régional du labo pharmaceutique) : le CA d’affaire des pharmacies pour chaque médicament, mais avec un aléa (nombre de consultations, pathologies des malades, conjonctures économiques et naturelles, etc.)
* Effort du visiteur « cachée » pour le Principal : impossibilité de vérifier si tous les visiteurs ont bien effectué leur 7 visites par jour, s’ils présentent bien les propriétés des médicaments, etc.

Opportunisme post-contractuel pour le visiteur médical : aller au cinéma toute la journée en attendant que le temps passe et que certains médecins prescriront d’eux-mêmes les médicaments ! De toute façon, les résultats de son travail sont aléatoires ...

Retour au modèle :

Le Principal a intérêt à inciter l'Agent à fournir l'effort e_H car les niveaux élevés de production sont plus probables qu'avec l'effort e_B .

Quelle règle de rémunération adoptée ?

ou, comme les résultats sont vérifiables par le Principal,

Quels $w(y_i) = w_i$ pour tout $i = 1,\ldots,n$?

Réponses :

* L'Agent présente une aversion au risque et évalue son salaire à l'aide d'une fonction v(.), avec $v'(.) > 0$ et $v''(.) < 0$.
* S'il n'y a pas de relation contractuelle avec le Principal, l'Agent a une utilité (de « réservation ») V.
* Les efforts de l'Agent coûtent : $C(e_H) = C_H$ et $C(e_B) = C_B$, avec $C_H > C_B$.
  Donc on obtient une fonction d'utilité :

$$U(w, e) = v\left[w(y)\right] - C(e) \quad \text{s'il accepte le contrat,}$$
$$U = V \quad \text{sinon.}$$

* L'agent, ne connaissant pas le résultat de son activité avant de choisir son effort, maximise son Utilité Espérée.
* Le Principal est neutre au risque et son utilité est donnée par son profit :

$$\Pi\,[y] = y - w(y).$$

* **Contrainte d'Incitation** :

Pour que l'Agent fournisse l'effort e_H , il faut que le Principal fasse en sorte que l'espérance d'utilité de l'Agent avec e_H soit supérieure à celle qu'il obtiendrait avec le niveau e_B :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} v(w_i) - C_{\mathrm{H}} \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{B}} v(w_i) - C_{\mathrm{B}}} \qquad \textbf{\textit{(CI)}}$$

* **Contrainte de Participation** :

Encore faut-il que la rémunération proposée par le contrat soit attractif par rapport à l'extérieur, d'où la seconde contrainte :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} v(w_i) - C_{\mathrm{H}} \geq V} \qquad \textbf{\textit{(CP)}}$$

Compte tenu du schéma de rémunération proposé par le Principal (les w_i), l'Agent doit constater qu'il est avantageux non seulement d'accepter ce contrat mais également de fournir l'effort e_H .

* Sur la base de ces 2 contrainte, le Principal (neutre au risque) maximise l’espérance de profit :

$$E[\Pi] = \sum_{i=1}^{n} p_i^H (y_i - w_i)$$

* **Règle optimale** : l’ensemble des salaires w_i maximisant l’espérance de profit et respectant les contraintes d’incitation et de participation. Soient les multiplicateurs λ et μ associés aux contraintes, on obtient le Lagrangien :

$$L(w_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} (y_i - w_i) + \mu \left[\sum_{i=1}^{n} \left(p_i^{\mathrm{H}} - p_i^{\mathrm{B}} \right) v(w_i) - C_{\mathrm{H}} + C_{\mathrm{B}} \right]$$

$$+ \lambda \left[\sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} v(w_i) - C_{\mathrm{H}} - V \right]$$

et on obtient pour chaque w_i, les conditions de premier ordre :

$$\boxed{\frac{1}{v'(w_i)} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i^B}{p_i^H} \right] \quad \forall i = 1,\ldots,n} \qquad \textbf{(1)}$$

Interprétation et propriétés :

* Saturation de la contrainte de participation (CP) :

Si la CP n'est pas saturée, le Principal peut diminuer tous les salaires et son profit pourrait augmenter. Donc le Principal n'a pas besoin d'offrir une rente à l'Agent pour l'inciter à fournir l'effort adéquat.

* Saturation de la contrainte d'incitation (CI) :

Si CI n'est pas saturée, alors $\mu = 0$ et on aurait : $1 / v'(w_i) = \lambda =$ constante, c-à-d que w_i serait une constante w (indépendante du résultat). Et la CI deviendrait : $v(w) - C_H > v(w) - C_B$, contraire à l'hypothèse $C_H > C_B$.

* A partir de l'équation (1), on constate que :

- la rémunération varie avec le niveau de production observée car $\mu > 0$ et que pour chaque niveau y_i, on a des probabilités différentes (motif d'incitation),

- alors que la partie constante λ traduit le besoin « d'assurance » de l'agent qui est adverse au risque (le salaire ne peut pas dépendre totalement du niveau de production)

La règle optimale proposée par le Principal est un compromis entre les motifs d'incitation et d'assurance de l'Agent.

* <u>Pouvoir incitatif de la règle optimale</u> :

Ne dépend que du ratio $\left[p_i^{B} / p_i^{H}\right]$ = *ratio de vraisemblance*.

Pb du Principal : estimer l'effort de l'Agent après l'observation de y_i. Or la valeur de *e* la plus vraisemblable est celle qui maximise $P[y= y_i]$.

Donc, si le ratio est important, plus de chance que l'agent ait fourni e_B plutôt que e_H. Et inversement si le ratio est petit, c'est e_H qui devient plus probable.

Le *ratio de vraisemblance* précise comment l'observation des résultats devient un signal de l'effort fourni par l'Agent, d'où dans l'équation (1) une rémunération optimale décroissante avec le ratio $\left[p_i^{B} / p_i^{H}\right]$.

Et si l'Agent était neutre au risque ?

Disparition de l'arbitrage entre le motif d'incitation et le principe d'assurance, et l'Agent devient le « bénéficiaire résiduel ».

Démonstration :

* Comme l'Agent est neutre au risque : $v(w_i) = \alpha\ w_i = w_i$
* Principale propose un contrat $\{w_i\}$ saturant la contrainte de participation :

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} v(w_i) - C_{\mathrm{H}} = V \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} w_i - C_{\mathrm{H}} = V \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i^{\mathrm{H}} w_i = V + C_{\mathrm{H}}$$

* Espérance de profit pour le Principal maximal donné par :

$$\Pi^* = \mathrm{E}[\Pi] = \sum_{i=1}^{n} p_i^H (y_i - w_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i^H y_i - (V + C_H)$$

Valeur maximale du profit qui peut être obtenue, notamment s'il propose un contrat où :

$\mathbf{w_i = y_i - \Pi^*}$ pour tout $i = 1,\ldots,n$

Interprétation et propriétés :

* Dès lors que l'Agent est neutre au risque, le Principal transfère sur celui-ci la totalité du risque (salaire directement lié au résultat), moyennant le paiement d'un montant fixe Π^*, et cela quel que soit l'état de la nature.

L'agent est alors le « bénéficiaire résiduel ».

* Pour autant, si l'Agent accepte ce contrat (puisque CP est saturée), est-on certain qu'il va fournir l'effort maximum ?

- si le principal propose un contrat saturant la CP avec un niveau d'effort e_B, alors il obtiendrait l'espérance de profit :

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n} p_i^B y_i - \left(V + C_B\right)$$

- donc le principal incitera l'agent à fournir l'effort e_H, si $\Pi^* > \Pi$, c-à-d si on a :

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^H y_i - C_H \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^B y_i - C_B$$

- or dans le cas d'une saturation au niveau e_H, on avait :

$$w_i = y_i - \Pi^* \quad \text{pour tout } i = 1,\ldots,n$$

$$\Leftrightarrow \qquad y_i = w_i + \Pi^*$$

donc on a $\Pi^* > \Pi$ si :

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^H \left(w_i + \Pi^*\right) - C_H \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^B \left(w_i + \Pi^*\right) - C_B$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^H w_i - C_H \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^B w_i - C_B$$

Cette dernière inégalité représente exactement la contrainte d'incitation pour que l'Agent fournisse l'effort maximal e_H.

L'Agent assume par conséquence entièrement le risque de l'activité en devenant le « bénéficiaire résiduel », et il fournit l'effort maximum qui maximise le profit du Principal.