Probabilités

- Un **événement** est un ensemble d'éventualités dont on peut mesurer la probabilité, comprise entre 0 et 1

- Soit $A_1, A_2, \ldots, A_n$, n événements **disjoints**. Nous avons

$$\mathrm{Prob}(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Prob}(A_i)$$

Par définition, cette propriété est aussi vérifiée pour une suite infinie d'événements disjoints.

- La probabilité de l'événement constitué de toutes les éventualités est égale à un (événement **certain**).

Probabilités conditionnelles

- La **probabilité conditionnelle de l'événement A sachant B**, un événement de probabilité non nulle, est définie par

$$\text{Prob}(A|B) = \frac{\text{Prob}(A \cap B)}{\text{Prob}(B)} .$$

- Les événements A et B sont **indépendants** si

$$\text{Prob}(A|B) = \text{Prob}(A)$$

- De manière équivalente, A et B sont indépendants si

$$\text{Prob}(A \cap B) = \text{Prob}(A)\text{Prob}(B)$$

- Se convaincre mathématiquement de cette dernière affirmation

Variables aléatoires

- Une variable aléatoire à valeurs discrètes, X, est un nombre aléatoire dont la valeur appartient à un ensemble fini ou dénombrable d'éléments. On peut numéroter ces valeurs.
- Exemple : résultat d'un lancer de dé.
- **Loi de probabilité de la variable X**

$$\mathrm{Prob}(X = i) = p_i \,, \quad p_i \geq 0 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1\,.$$

- En d'autres termes, une loi de probabilité correspond à une suite, peut être finie, de nombre positifs dont la somme est égale à un.

Probabilités totales

La formule des probabilités totales est particulièrement importante.

Pour tout événement A, nous avons

$$\mathrm{Prob}(A) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathrm{Prob}(A|X = i)\mathrm{Prob}(X = i) \, .$$

Valeur moyenne

La valeur moyenne, ou espérance, de la variable aléatoire X est égale à

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^{\infty} i \,\mathrm{Prob}(X = i)\,.$$