

# Conception de circuits numériques et architecture des ordinateurs

Équipe pédagogique :

Marie Badaroux (TD), Julie Dumas (TD+TP), Florence Maraninchi (TD+TP),  
Olivier Muller (TD+TP), **Frédéric Pétrot** (CM+TD), Pierre Ravenel (TD+TP)  
Eduardo Tomasi Ribeiro (TP), Lionel Rieg (TD+TP),  
Sébastien Viardot (TD+TP Apprentis)



Année universitaire 2024-2025

- C1 Codage des nombres en base 2, logique booléenne, portes logiques, circuits combinatoires
- C2 Circuits séquentiels
- C3 Construction de circuits complexes
- C4 Micro-architecture et fonctionnement des mémoires
- C5 Machines à état
- C6 Synthèse de circuits PC/PO
- C7 Optimisation de circuits PC/PO
- C8 Interprétation d'instructions - 1
- C9 Interprétation d'instructions - 2
- C10 Interprétation d'instructions - 3
- C11 Introduction aux caches

## Intérêt

Idem cours précédent, mais en plus rapide et moins cher !

## Plan détaillé du cours d'aujourd'hui

### 1 Circuits PC/PO, optimisation

- Introduction
- Optimisations à la compilation
- Extraction du parallélisme
- Conditions calculées dans la PO

# Plan

## 1 Circuits PC/PO, optimisation

- Introduction
- Optimisations à la compilation
- Extraction du parallélisme
- Conditions calculées dans la PO

## Introduction

Problématique :

Optimisation en temps ou en surface de circuits PC/PO

Toujours :

- simplifier le code et les opérateurs

Optimiser la surface (ce n'est pas notre but) :

- séquentialiser les opérations
- avoir un nombre minimum d'opérateurs, de registres, de multiplexeurs, ...

Optimiser le temps (l'objectif du cours) :

- effectuer plus d'opérations en parallèle  
en respectant toujours les dépendances de données
- limiter le nombre d'états lié à un parcours de l'automate



non directement lié au nombre total d'états

## Optimisations « usuelles »

Existe dans les compilateurs de logiciel :

- élimination et propagation de constantes :  
 $x := 3; y := x$  donne  $y := 3;$
- simplification des opérateurs :  
 $y := x/4 \Rightarrow y := x >> 2;$   
 $y := x \times 32 \Rightarrow y := x << 5;$   
 $y := x \times 15 \Rightarrow y := (x << 4) - x;$
- identification des sous-expressions communes :  
 $a := b \times c + g; d := b \times c \times d;$  donne  
 $t := b \times c; a := t + g; d := t \times d;$
- ...

## Calculs en parallèle : Principe

- identifier les dépendances de données

Exemple 1 :  $x := a + b; y := x + c$ , attendre 1 cycle que  $x$  soit écrit pour calculer  $y$

Exemple 2 :  $z := a + b; t := c + d$ ,  $z$  et  $t$  peuvent être écrits dans le même cycle

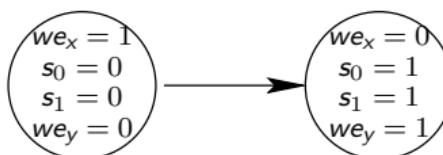
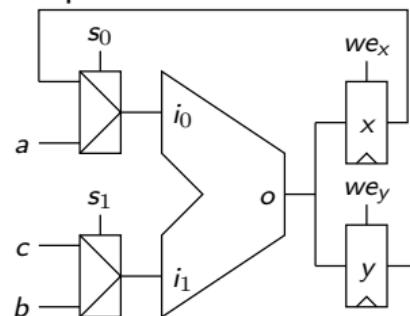
- déterminer le nombre minimal d'opérateurs pour le parallélisme souhaité :

Exemple 1 : partage du  $+$ , 2 cycles

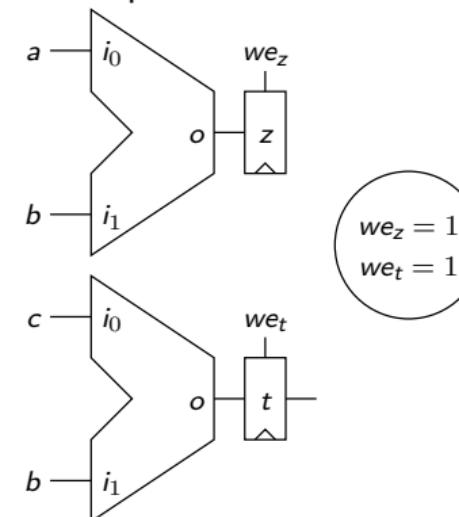
Exemple 2 : partage du  $+$ , 2 cycles, ou bien calcul  $z$  et  $t$  sur 2 + différents, 1 cycle

## Calculs en parallèle : implantation

Activation simultanée des  $we_i$   
Exemple 1 :



Exemple 2 :



## Calculs en parallèle : Exemple

Cordic, again !

```

1  $X := x; Y := y; Z := z;$ 
2 for  $i := 0$  to 29 do
3    $a := \frac{X}{2^i}; b := \frac{Y}{2^i}; c := t[i];$ 
4   if  $Z > 0$  then
5      $X := X - b;$ 
6      $Y := Y + a;$ 
7      $Z := Z - c;$ 
8   else
9      $X := X + b;$ 
10     $Y := Y - a;$ 
11     $Z := Z + c;$ 
12  end if
13 end for
```

- ligne 3 déplaçable derrière 4 et 8
- lignes 5, 6 et 7 peuvent être faites simultanément  
2 soustracteurs, 1 additionneur
- lignes 9, 10 et 11 peuvent être faites simultanément 2 additionneurs, 1 soustracteur
- groupes exclusifs : 3 add/sub

## Calculs en parallèle : Exemple

Ré-écriture du code

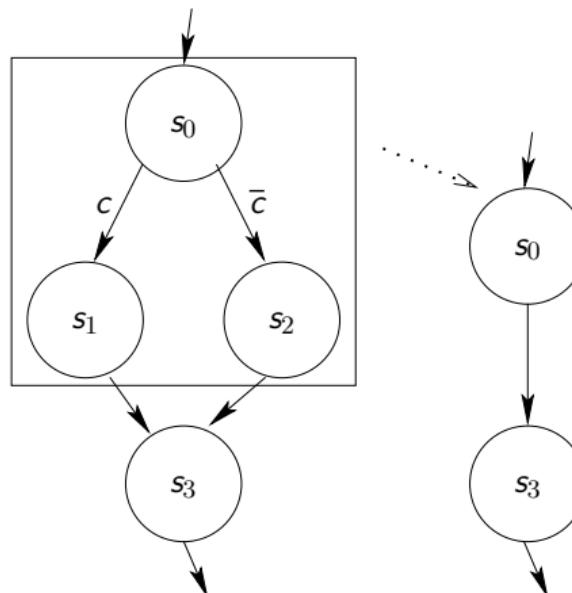
Notation écriture concurrente :  $(p, q, \dots) := (f(x, y, \dots), g(u, v, \dots), \dots)$

Ex :  $(p, q) := (q, p)$  échange  $p$  et  $q$

```
1 (X, Y, Z) := (x, y, z) ;
2 for i := 0 to 29 do
3   if Z > 0 then
4     | (X, Y, Z) := (X -  $\frac{Y}{2^i}$ , Y +  $\frac{X}{2^i}$ , Z - t[i]) ;
5   else
6     | (X, Y, Z) := (X +  $\frac{Y}{2^i}$ , Y -  $\frac{X}{2^i}$ , Z + t[i]) ;
7   end if
8 end for
```

## Câblage des conditions : principes

Regrouper plusieurs états en 1 seul :



Pourquoi :

- gagne des cycles
- simplifie l'automate

Comment :

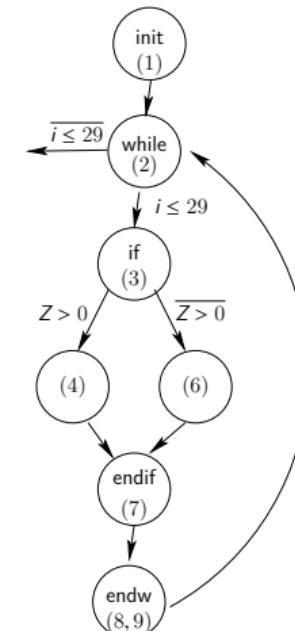
- en commandant les  $s_i$  et  $w_{ej}$  directement dans la PO

## Câblage des conditions : Exemple

```

1  $(X, Y, Z, i) := (x, y, z, 0);$ 
2 while  $i \leq 29$  do
3   if  $Z > 0$  then
4      $(X, Y, Z) := (X - \frac{Y}{2^i}, Y + \frac{X}{2^i}, Z - t[i]);$ 
5   else
6      $(X, Y, Z) := (X + \frac{Y}{2^i}, Y - \frac{X}{2^i}, Z + t[i]);$ 
7   end if
8    $i := i + 1;$ 
9 end while

```

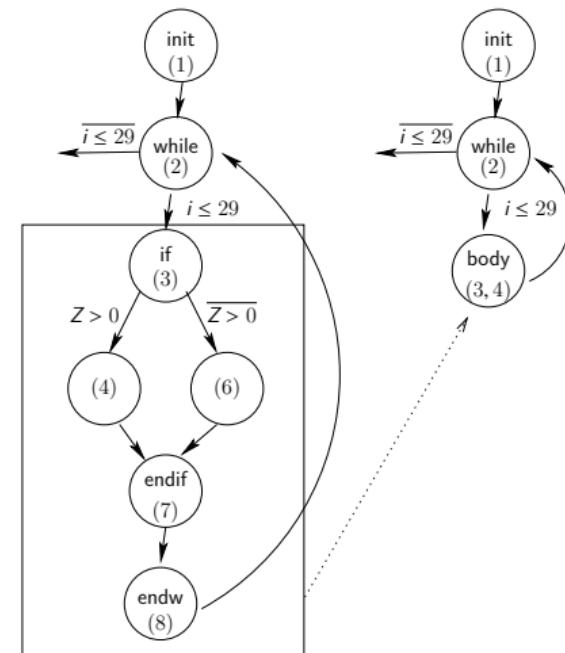


## Câblage des conditions : Exemple

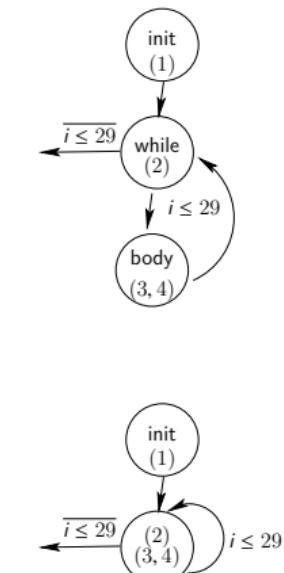
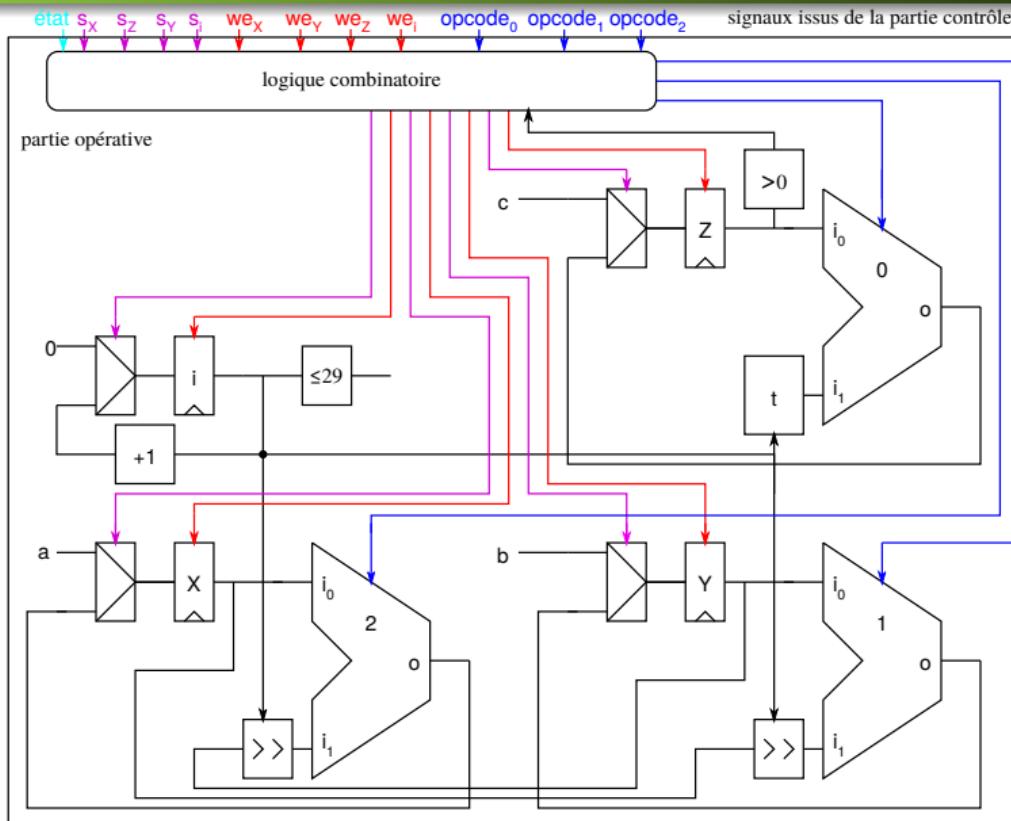
```

1  $(X, Y, Z, i) := (x, y, z, 0);$ 
2 while  $i \leq 29$  do
3    $(X, Y, Z, i) := Z > 0? (X - \frac{Y}{2^i}, Y + \frac{X}{2^i}, Z - t[i], i + 1)$ 
4   :  $(X + \frac{Y}{2^i}, Y - \frac{X}{2^i}, Z + t[i], i + 1);$ 
5 end while

```



## Câblage des conditions : partie opérative



## Câblage des conditions : analyse

PC :

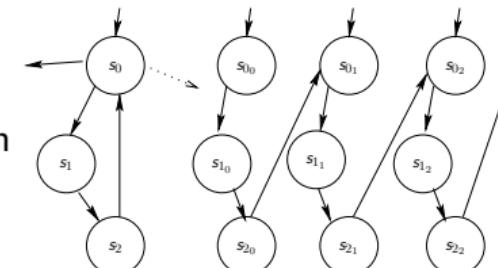
- gain en nombre d'états :  $4 = 7 - 3$  états
- gain sur le nombre d'états par itération : de 5 à 2 états
- simplification de  $\Theta$  et  $\Gamma$  : chemin critique dans PC plus court

PO :

- selecteurs et autorisation d'écriture :  
calculés comme une fonction de la condition cablée et des signaux issus de la PC
- plus de logique et d'opérateurs arithmétique
- chemin critique dans PO potentiellement plus long

## Câblage des boucles : principes

Dérouler une boucle  $n$  fois sur le silicium



Pourquoi :

- supprime ou simplifie l'automate
- met en évidence du parallélisme entre itérations
- choix performance/coût silicium

Comment :

- nécessite le câblage des conditions
- nécessite la réplication du matériel
- le déroulement peut être partiel

## Câblage des boucles : Exemple

$X_i, Y_i, Z_i$  : signaux intermédiaires

$t_i$  : constantes indépendantes

$(X, Y, Z) := (a, b, c);$

$(X_1, Y_1, Z_1) := Z > 0? (X - Y, Y + X, Z - t_0) : (X + Y, Y - X, Z + t_0);$

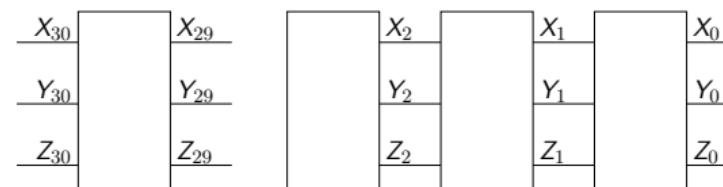
$(X_2, Y_2, Z_2) := Z_1 > 0? (X_1 - Y_1 \gg 1, Y_1 + X_1 \gg 1, Z_1 - t_1) : (X_1 + Y_1 \gg 1, Y_1 - X_1 \gg 1, Z_1 + t_1);$

$(X_3, Y_3, Z_3) := Z_2 > 0? (X_2 - Y_2 \gg 2, Y_2 + X_2 \gg 2, Z_2 - t_2) : (X_2 + Y_2 \gg 2, Y_2 - X_2 \gg 2, Z_2 + t_2);$

$\dots;$

$(X_{29}, Y_{29}, Z_{29}) := Z_{28} > 0? (X_{28} - Y_{28} \gg 28, Y_{28} + X_{28} \gg 28, Z_{28} - t_{28}) : (X_{28} + Y_{28} \gg 28, Y_{28} - X_{28} \gg 28, Z_{28} + t_{28});$

$(X_{30}, Y_{30}, Z_{30}) := Z_{29} > 0? (X_{29} - Y_{29} \gg 29, Y_{29} + X_{29} \gg 29, Z_{29} - t_{29}) : (X_{29} + Y_{29} \gg 29, Y_{29} - X_{29} \gg 28, Z_{29} + t_{29});$



## Câblage des boucles : analyse

PO :

- optimisations possibles car variable de boucle devient constante  
décalage  $\equiv$  choix de fils  
multiplication par constante plus simple, *cf* optim compilo
- potentiellement :  
beaucoup plus d'opérateurs  
chemin critique plus long

En pratique : on ne déroule pas les boucles, on les pipeline ! Voir l'excellent cours de 2A !