

Marchés financiers et anticipations

Pascal Toquebeuf

1^{er} mars 2023

Introduction

- Rôle des anticipations dans la détermination du prix des actifs (obligations, actions, crypto, immobilier, or, etc.).
- Prix des actifs sont affectés par les anticipations, mais ils ont à leur tour un effet sur les décisions qui influencent l'activité économique.
- Comprendre la détermination du prix des actifs est donc indispensable à la compréhension des fluctuations de l'activité.

La Valeur Actuelle Nette (VAN)

- VAN d'une suite de revenus $Z = (Z_t)_{t=1}^{\infty}$ est la valeur aujourd'hui des revenus futurs anticipés d'un investisseur.
- Une fois que l'entrepreneur a calculé VAN, son problème devient simple.
- Si $\text{VAN} > \text{coût initial}$, projet rentable. Si $\text{VAN} < \text{coût initial}$, projet non rentable.
- VAN n'est pas observable.
- Il faut la construire à l'aide d'informations, sur Z et sur taux de rendement $i = (i_t)_{t=1}^{\infty}$.
- Intéressons-nous d'abord à cette construction.

Le calcul de la VAN

- Si taux d'intérêt nominal à un an est i_1 , alors prêter 1 euro cette année rapporte $1 + i_1$ euros l'an prochain.
- De manière équivalente, emprunter 1 euro cette année implique de payer $1 + i_1$ euros l'an prochain.
- En ce sens, 1 euro cette année vaut $1 + i_1$ euros de l'année prochaine.
- De-même, 1 euro de l'année prochaine vaut $\frac{1}{(1+i_1)}$ euro aujourd'hui.
- Si l'on prête $\frac{1}{(1+i_1)}$ euro aujourd'hui, on reçoit l'an prochain $\frac{(1+i_1)}{(1+i_1)}$ euro.
- Ou encore, en empruntant $\frac{1}{(1+i_1)}$ euro aujourd'hui, on s'engage à payer 1 euro l'an prochain.
- Donc $\frac{1}{(1+i_1)}$ euro de cette année est la VAN de 1 euro l'an prochain.

Une formule plus générale

Soit Z_t le revenu de l'année t . La VAN de Z est donnée par :

$$VAN(Z) = Z_1 + \frac{Z_2}{1+i_1} + \frac{Z_3}{(1+i_1)(1+i_3)} + \dots \quad (1)$$

- Chaque revenu futur est multiplié par le facteur d'actualisation correspondant.
- Plus le revenu est lointain, plus le facteur d'actualisation est faible, et plus est faible la valeur actuelle du revenu.
- En d'autres termes, les revenus futurs sont actualisés à un taux plus fort, de sorte que leur valeur actuelle est plus faible.

Jusqu'à présent : Z et i connus avec certitude.

En réalité, décisions courantes reposent sur des anticipations de ces grandeurs.

$$VAN(Z) = Z_1 + \frac{Z_2^e}{1+i_1} + \frac{Z_3^e}{(1+i_1)(1+i_2^e)} + \dots \quad (2)$$

Cette équation à deux implications importantes :

- La VAN dépend positivement des revenus courants et anticipés.
- La VAN dépend négativement des taux d'intérêt présents et futurs.

Taux nominaux, taux réels et VAN

Nous avons jusqu'à présent calculé la valeur actuelle d'une suite de revenus nominaux en utilisant des taux nominaux et avons établi l'équation de la valeur actuelle anticipée.

$$VAN(Z) = Z_1 + \frac{Z_2^e}{1+i_1^e} + \frac{Z_3^e}{(1+i_1^e)(1+i_2^e)} + \dots \quad (3)$$

où $i_1, i_t^e \dots$ correspondent à la suite des taux nominaux courants et futurs, et Z_1 et $Z_t^e \dots$ à la suite des revenus courants et futurs.

La VAN d'un revenu réel

VAN d'une suite de revenus réels (revenus en termes d'un panier de biens plutôt qu'en euros).

$$\frac{VAN}{P}(Z) = z_1 + \frac{z_2^e}{1+r_1} + \frac{z_3^e}{(1+r_1)(1+r_2^e)} + \dots \quad (4)$$

où

- $r_t, r_t^e \dots$ constituent la suite des taux d'intérêt futurs exprimés en termes réels.
- $z_1, z_{t+1}^e \dots$ la suite des revenus réels futurs anticipés.
- $\frac{VAN}{P_t}(Z)$ la valeur actuelle en termes réels des revenus futurs.

On peut donc calculer la VAN comme :

- VAN d'une suite de revenus nominaux, en utilisant le taux d'intérêt nominal dans le facteur d'actualisation.
- VAN en termes réels, à l'aide du taux d'intérêt réel.

Prix des obligations et courbe des taux

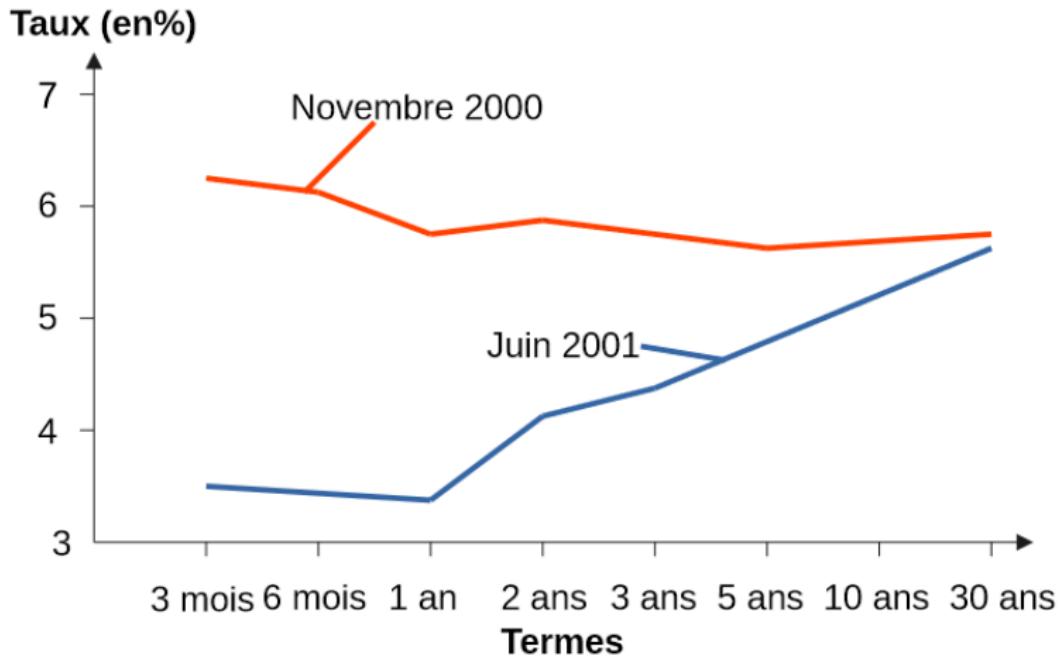
Obligation : partie de la dette d'une entreprise (ou collectivité ou État), qui a été divisée en plusieurs parties pour permettre à des particuliers de les acheter.

L'émetteur verse des intérêts à l'acheteur à chaque échéance (et le K à la fin).

Les obligations se différencient entre elles grâce à deux caractéristiques :

- Risque de signature (ou de défaut) : Risque que l'émetteur ne puisse honorer ses engagements.
- Maturité : est la durée durant laquelle le détenteur de l'obligation a droit à des versements.

Pour une date donnée, on peut établir une **courbe de taux** ou une **structure par terme des taux d'intérêts**, avec en paramètre la maturité en abscisse et le rendement en ordonnée.



Nous pouvons donc comparer plusieurs courbes de taux d'une obligation à plusieurs dates différentes.

Exemple :

- Obligation 1 a une maturité d'un an qui donne droit à un versement de 100€ ;
- Obligation 2 a une maturité de deux ans qui donne droit à un paiement de 100€ dans deux ans ;
- Soit P_1 et P_2 les prix respectifs des deux obligations.
- Soit i_1 le taux d'intérêt nominal à un an.
- Le prix de l'obligation 1 est donc la valeur actualisée de 100€ :

$$P_1 = \frac{100}{1+i_1} \Rightarrow i_1 = \frac{100 - P_1}{P_1} \quad (5)$$

- Le prix de l'obligation à deux ans est donc la valeur actualisée de 100 euros dans deux ans :

$$P_2 = \frac{100}{(1+i_1)i_2^e} \quad (6)$$

où i_2^e est le taux d'intérêt à un an anticipé pour l'année prochaine.



Arbitrage et prix des obligations

Reprendons les deux obligations précédentes, nous pouvons donc définir les rendements de la détention de ces obligations :

$$1 \rightarrow (1 + i_1) \quad (\text{O1})$$

$$1 \rightarrow \left(\frac{P_{12}^e}{P_2} \right) \quad (\text{O2})$$

où P_{12}^e est le prix anticipé d'une obligation à 1 an dans 1 an.

La VAN comme critère de décision

Quelle est la meilleure obligation à détenir ?

Deux hypothèses :

- ① l'investisseur n'est intéressé que par le rendement et ne prend pas en compte les risques encourus.
- ② Les deux obligations ont le même rendement.

D'après les schémas des obligations précédentes, on observe :

$$1 + i_1 = \frac{P_{12}^e}{P_2} \tag{7}$$

- Membre de gauche : rendement d'un euro investi dans une obligation à 1 an.
- Membre de droite : rendement sur un an d'un euro investi dans une obligation à 2 ans.

L'équation 7 est la relation d'égalité entre deux rendements, appelée **relation d'arbitrage**.

En la réarrangeant :

$$P_2 = \frac{P_{12}^e}{1 + i_1} \quad (8)$$

Le prix aujourd'hui d'une obligation à maturité de deux ans est la valeur actuelle du prix anticipée de l'obligation de l'année prochaine.

De quoi le prix anticipé d'une obligation à 2 ans dans un an, P_{12}^e , dépend t-il ?

De i_{12}^e (en reprenant 5) :

$$P_{12}^e = \frac{100}{1 + i_{12}^e} \quad (9)$$

Alors, (en replaçant P_{12}^e dans 8) :

$$P_2 = \frac{100}{(1 + i_{12}^e)(1 + i_1)} \quad (10)$$

Les 2 équations 10 et 6 sont donc équivalentes, il existe alors une relation entre valeur actuelle (6) et arbitrage (8), nous pouvons reproduire cette approche avec un paiement autre que 100€ et des obligations à maturité plus élevée.

Du prix au rendement des obligations

Rendement à maturité : Taux annuel constant qui rend le prix de l'obligation égal à la valeur actuelle des revenus futurs auxquels l'obligation donne droit.

Soit i_2 le rendement à maturité de O2 :

$$P_2 = \frac{100}{(1 + i_2)^2} \quad (11)$$

où la partie de droite est la VAN des revenus de O2 dans 2 ans.

En égalisant les équations 10 et 11 :

$$\frac{100}{(1+i_2)^2} = \frac{100}{(1+i_{12}^e)(1+i_1)}, \quad (12)$$

soit :

$$(1+i_2)^2 = (1+i_{12}^e)(1+i_1) \quad (13)$$

Une approximation simple nous donne :

$$i_2 \approx \frac{1}{2} * (i_{12}^e + i_1) \quad (14)$$

- Le taux à 2 ans est à peu près égal à la moyenne du taux anticipé et courant à un an.
- on peut donc étendre cette équation à des obligations à maturité plus éloignées, où le taux à n années serait à peu près égal à la moyenne pondérée des taux anticipé et courant à un an pendant les $n - 1$ prochaines années.
- Les taux d'intérêts à long terme dépendent des taux d'intérêts à court terme présents et anticipés.

Risque

- O1 ne présente aucun risque.
- O2 est risquée car l'investisseur ne sait pas à quel prix il pourra la vendre dans un an.
- Les investisseurs demandent donc une **prime de risque** pour détenir O2.
- La relation d'arbitrage devient :

$$1 + i_1 + x = \frac{P_{12}^e}{P_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_{12}^e}{1 + i_1 + x} \quad (15)$$

où $x \geq 0$ est la prime de risque.

- En réarrangeant et selon l'équation 9 :

$$P_2 = \frac{100}{(1 + i_{1+1}^e + x)(1 + i_1)} \quad (16)$$

En utilisant l'approximation précédente, on obtient :

$$i_2 \approx \frac{1}{2} * (i_{12}^e + i_1 + x) \quad (17)$$

Le taux d'intérêt à deux ans est donc à peu près la moyenne du taux anticipé et courant à un an, plus la prime de risque.

- L'investisseur ne tient plus seulement compte du rendement.
- Si $i_2^e = i_1$, alors $i_2 > i_1$ pour $x > 0$.
- Plus la maturité augmente, plus le risque augmente, donc x aussi.
- Cela implique que la structure par terme des taux d'intérêts est en moyenne légèrement croissante.

L'interprétation de la structure par termes des taux d'intérêts

Nous pouvons donc maintenant interpréter la figure précédente.

- La courbe de novembre 2000 est légèrement décroissante.
- Explication : Anticipations légèrement baissière du taux d'intérêt de la part des investisseurs.
- Ces anticipations baissières faisaient plus que compenser la croissance de x avec le terme.
- Investisseurs anticipaient atterrissage en douceur et s'attendaient à ce que la FED réduisent les taux pour maintenir la croissance.
- Croissance éco. avait plus diminué que prévu en juin 2001.
- FED avait davantage réduit ses taux pour relancer activité.
- Anticipations des marchés en juin 2001 : Hausse des taux de la FED au fur et à mesure que croissance éco. repart.
- Donc courbe de juin 2001 croissante.

Détermination du cours des actions

Part du K d'un entreprise.

- Actions donnent droit à des dividendes (prélevées sur les profits).
- La valeur des actions est égale à la VAN des dividendes futurs.
- Soit Q_t le prix de l'action.
- On s'intéresse au "prix après le dividende" (dividende de l'année t vient d'être payé).
- Le prix de l'action est alors donné par :

$$Q_t = \frac{D_{t+1}^e}{(1+i_{1t}+x)} + \frac{Q_{t+1}^e}{(1+i_{1t}+x)} + \dots \quad (18)$$

$$Q_t = \frac{D_{t+1}^e}{(1+i_{1t}+x)} + \frac{D_{t+2}^e}{(1+i_{1t}+x)(1+i_{t+1}^e+x)} + \dots \quad (19)$$

Commentaires

- Des dividendes anticipés plus élevés accroissent la valeur de l'action.
- Des taux d'intérêt courants et anticipés plus élevés réduisent la valeur de l'action.

Bourse et activité économique

- Variations des prix des actions/obligations sont imprévisibles, et leur attractivité est déterminée par les anticipations des investisseurs.
- Exemple : investisseurs anticipent une hausse du prix des actions, alors elles seront plus attractives, jusqu'à ce que le rendement anticipé des actions se réaligne sur celui des autres actifs.
- Anticipation d'une hausse des cours des actions amène à une hausse de celle-ci.
- Mais les variations des cours ne peuvent pas être prédites, dans ce cas-là que pouvons-nous faire ?
- Théorie et faits permettent d'élaborer des prédictions.
- Relation de Phillips dans l'actualité : tant que u n'augmente pas au-dessus de u_n , risque de hausses de taux supplémentaires de la FED.

Effet de $u \leq u_n$ sur cours des actions

- Si FED souhaite réduire π , elle doit augmenter u au-dessus de u_n .
- Si hausse de la courbe LM due à une décision de la FED d'augmenter les taux directeurs afin de mener une politique restrictive.
- Marchés réagissent en fonction de leurs anticipations sur la réussite de cette politique.
- Si les marchés financiers l'anticipent pleinement, alors rien ne se passe.
- Si les marchés financiers ne l'anticipent pas, alors le cours des actions va baisser.
- La plupart du temps, chaque scénario est soumis à une probabilité par le marché (ex : 01/03/2023 $\approx 30\% +0,5\%$, $\approx 60\% +0,25\%$).

Risque et bulles

- Des bulles, ou des effets de modes, peuvent faire dévier le cours des actions de leur valeur fondamentale.
- Pour de nombreux actifs, il est difficile de calculer une valeur fondamentale et le cours dépend beaucoup des anticipations sur le cours futur.
- Exemple : quelle est la valeur fondamentale du BTC ?
- Dans la réalité, prime de risque x n'est pas constante.
- Écart important et variable entre rendement des obligations et celui des actions, appelé "equity premium".
- Dans la réalité, le cours des actifs diffère largement de leur valeur fondamentale.

Les bulles, rationnelles ou pas

- Exemple : une action qui ne procure pas de dividendes a une valeur fondamentale nulle mais elle peut avoir un cours positif.
- On pense qu'on pourra la revendre plus chère, il est donc rationnelle de l'acheter.
- Si de nombreux investisseurs partagent cette croyance, le cours de l'action augmente : il s'agit d'une bulle rationnelle.
- Cela s'applique aussi à des actions dont la valeur fondamentale n'est pas nulle.
- Les investisseurs sont disposés à acheter un actif au-dessus de sa valeur fondamentale lorsqu'il pense que le cours va augmenter.
- Parfois, les bulles sont pas rationnelles : les anticipations haussières sont uniquement fondées sur le fait que le titre est haussier dans un passé récent (FOMO).

FOMO et pyramide de Ponzi

- La FOMO peut conduire des agents manipulateurs à inventer un mécanisme d'investissement fonctionnant uniquement sur l'anticipation que la valeur du titre va continuer à augmenter.
- Les pyramides de Ponzi s'effondrent en période de crise financière : B. Madoff en 2008, Celsius en 2022...