Microéconomie 3 L2 MIASHS

FEG - UGA 2020-21

Frédéric Corolleur

Courriel : frederic.corolleur@univ-grenoble- alpes.fr

Plan (provisoire)

- Lecture 1 Fondamentaux
- Lecture 2 Firmes dominantes et barrières à l’entrée
- Lecture 3 Discrimination prix en monopole
- Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique
- Lecture 5 Modèles d’oligopoles et d’entrée en séquentiel

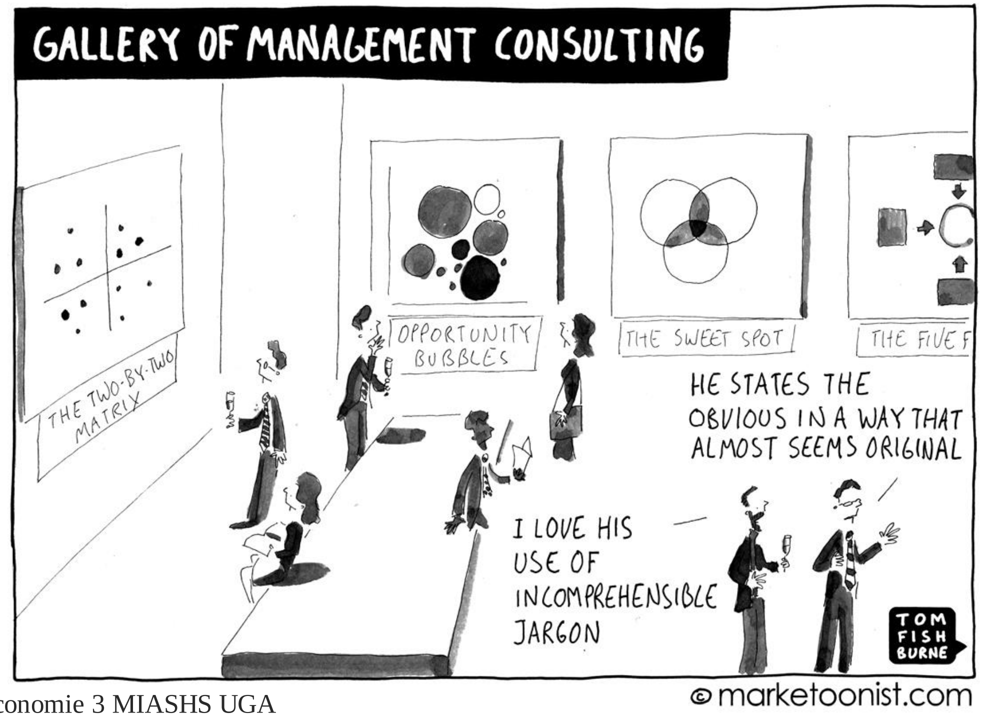
Quels prix, quantités choisir en monopole et oligopole ? Vous le savez depuis le S3

mais vous aurez à répondre à d’autres questions en situation professionnelle !

A quelles questions allons nous répondre ? Et comment ? (1/2)

- Il suffit parfois de peu de chose pour faire du profit là où d'autres n'en font pas

- Allez plus que les solutions tout en un



A quelles questions allons nous répondre ? Et comment ? (2/2)

- À nombre donné de produits (ou encore de points de vente), quels p_i, quel positionnement ?
  - en sous-jacent : couvrir l'intégralité du marché vs une partie ; se rapprocher vs s'éloigner des rivaux
- Combien de produits commercialiser ?
  - se pose ici la question du nombre optimal de produits (ou de points de vente) pour la firme comme pour la société dans son ensemble
- Comment répondre à ces questions ?
  - en calculant les prix et quantités permettant de maximiser le profit de la firme (ou le surplus total, si l'on cherche à maximiser le bien-être)
  - quelle nouveauté relativement à ce que vous savez déjà faire ? Réponse : l'expression de la fonction de demande, composante clef du profit (on simplifiera la fonction de coût, en posant $Cm_i = Cm_{j \neq i} = c$)

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?

Différenciation, de quoi parle-t-on ? (1/2)

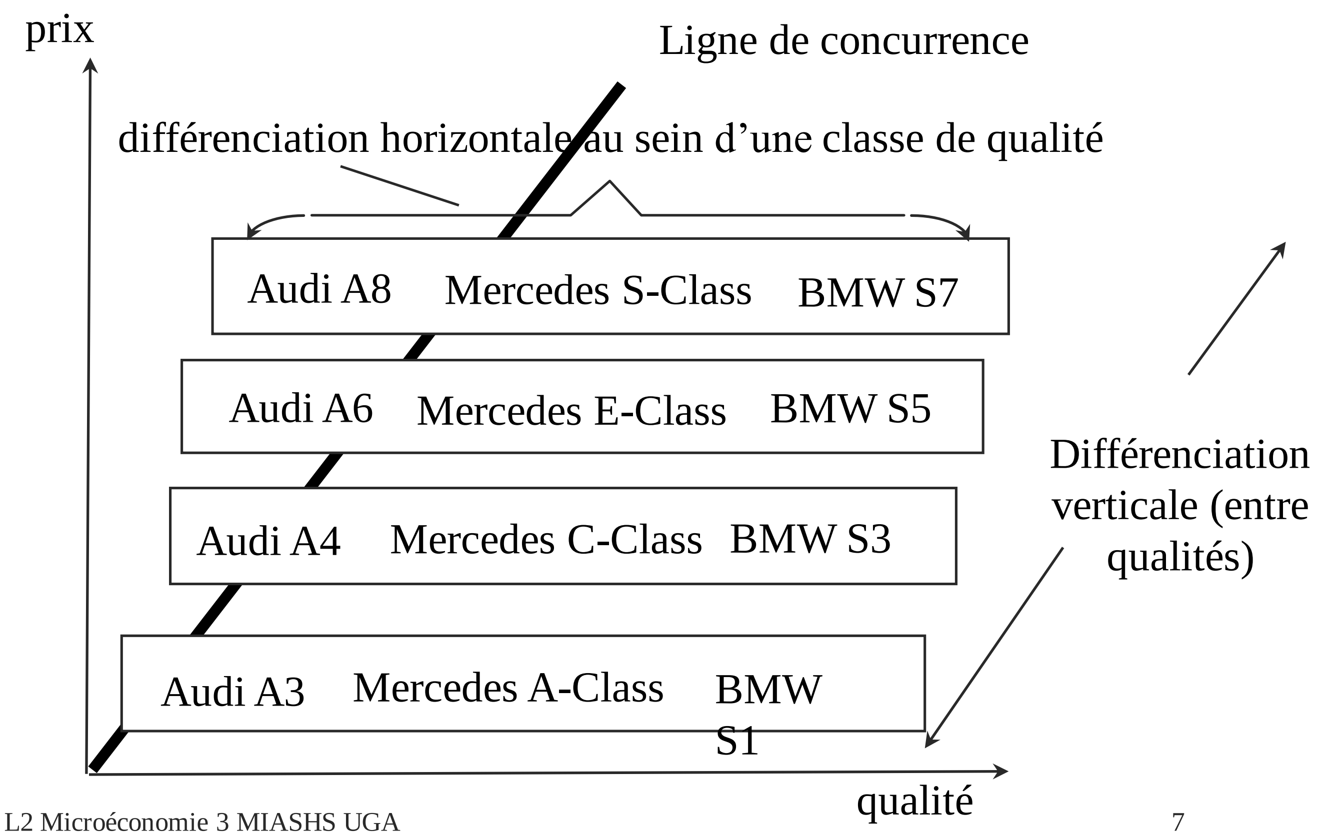
- L’étude d’un marché différencié repose sur deux idées clefs :
  - «tout est dans la tête du consommateur» ! (ses préférences)
  - plus les biens sont considérés comme similaires entre eux (substituables) et plus la concurrence en prix sera forte entre eux (inversement, la différenciation «adoucira» la concurrence)

Pourquoi les firmes différencient-elles leur(s) produit(s) ?
Le profit !

- Quelle différenciation ?
  - objective (caractéristiques objectives - dimensions, poids, etc.) ou subjective (difficilement quantifiable - goût, image du produit, etc.)
  - horizontale (si on propose les biens au même prix, les consommateurs ne seront pas unanimes entre eux quant au classement des biens ; ex.: Coca vs Pepsi) ou verticale (ils seront unanimes ici)

Différenciation, de quoi parle-t-on ? (2/2)

- Analyse critique de la distinction horizontale versus verticale :
  - s'applique pour les biens indivisibles, achetés au plus à une unité (cas de tous les biens durables, pour lesquels le rapport qualité / prix est un déterminant clef du choix)
  - mais au sein d'une industrie, on trouve le plus souvent une combinaison des deux (ci-contre)



Différenciation(s), quelle mise en œuvre au sein des entreprises ?

Temps

- choix de variété (différenciation horizontale)
- choix de qualité (différenciation verticale)
- notoriété, image, symbole (differentiation par l'image)
- dans les industries de réseaux, tenir compte des avantages des externalités de réseaux (recherche de compatibilité, standard) tout en ménageant ceux de la différenciation

⇓

Prix
Quantités

Comment modéliser la différenciation ? (1/3)

- 1ère famille de modèles, à consommateur représentatif :
  - les consommateurs ont des préférences sur les biens (ex.: le café au thé), apprécient la variété (consommeront plusieurs biens, fonction de demande continue), les variétés sont analysées du point de vue de leur substituabilité
  - les préférences sont symétriques dans ces modèles (ex. : concurrence monopolistique en lecture 2, Cournot et Bertrand à biens différenciés dans cette lecture)
    - les produits entrent tous en concurrence, les préférences ne peuvent pas être utilisées <u>pour classer des biens dont les prix seraient identiques</u>
    - chaque consommateur a un bien préféré, le fait qu'il l'achète ne fournit aucune information sur ses préférences pour ceux « proches » quand ils ont le même prix

Comment modéliser la différenciation ? (2/3)

- 2ème famille de modèles, ceux dits à adresse :
  - Les préférences portent sur les caractéristiques des biens
    - ex. pour une voiture : prix, volume, design, etc. Les agents sont prêts à payer d'autant plus cher qu'ils sont proches de la(es) caractéristique(s) cible(s)
    - l'adresse des agents (consommateurs, firmes) est importante dans leur choix. La demande (unitaire) peut être indépendante (pas de substituts proches) ou fortement dépendante (substituts très proches)
  - Parmi les auteurs de référence, Hotelling (une caractéristique) et Lancaster (n caractéristiques)

Comment modéliser la différenciation ? (3/3)

- 3ème famille de modèle, à choix discrets :
  - Le choix des individus portent sur les produits (pour un ensemble d'alternatives fini) et non sur les quantités, pour des modèles relâchant à des degrés divers l'hypothèse de rationalité parfaite, pour des modèles d'utilité aléatoire
    - Nombre croissant de travaux, notamment empiriques (économétrie des variables qualitatives), pour des applications métiers (e.g. business, data analyst)
    - Parmi les références possibles :
      - Bonnet, C. 2007 Économétrie de la concurrence entre produits différenciés : théorie et méthodes empiriques, *L'Actualité Économique*, 83(4), 555-580
      - Simon PA., de Palma A., J-F.Thisse 1992 *Discrete choice theory of product differentiation*, Cambridge, The MIT press

Différenciation produit et fonctions de coût de la firme

- La différenciation des produits peut être une source d'asymétrie des coûts :
  - on écrira : $c_i(q_i) = c_i q_i + f_i$, avec i l'entreprise. Pour $c_1<c_2$ et/ou $F_1<F_2$, l'entreprise 1 sera techniquement plus efficace
  - en différenciation horizontale, la différence des coûts de production peut être faible (voir nulle) : jouer sur des effets d'image, communication virale pour distinguer votre produit, en mobilisant des blogueurs (non rémunérés pour certains ...) …
  - en différenciation verticale, le coût d'une qualité supérieure est généralement plus élevé que celui d'une qualité inférieure (mais *dammage goods*), pour des F_i (ex. équipement sophistiqué) et/ou c_i (ex. qualité des matières $1^{ères}$)

Différenciation produit et type de biens (1/2)

Lecture 5, Master

- On distingue classiquement les biens non durables vs durables (voir monopole à bien durable, et conjecture de Coase). On peut aussi classer les biens selon l'accès à l'information sur les biens (caractéristiques) :
  - bien de recherche, dont la qualité est observable (*search goods*)
    - ex.: on peut évaluer la qualité d'un ordinateur avant son achat, via des informations techniques
    - la firme pourra d'autant plus se différencier verticalement dans ce cas (en choisissant les caractéristiques), pour des consommateurs en capacité de les identifier (ex.: guide d'achat FNAC)

Différenciation produit et type de biens (2/2)

- les biens dont la qualité est n'est pas directement observable
  - des biens d'expérience (*experience goods*) dont la qualité n'est observable qu'après consommation (ex.: on ne peut évaluer la qualité d'un vin qu'au moment de le boire)
  - biens de croyance (*credence goods*), dont la qualité n'est évaluable ni avant ni au moment de la consommation
  - pour commercialiser des biens différenciés, l'entreprise jouera sur l'image du produit (via publicité), en développant des labels (ex.: AOC), en recourant à l'expertise de tiers (pour les *credence goods*, ex.: suppléments vitaminés)

Différenciation et bien-être

- Quels effets à la différenciation sur le bien-être ?
  - Les consommateurs retirent un gain associé à la hausse du nombre de variétés produites
  - Mais les quantités produites par variété distincte sont plus faibles que si les biens n'avaient été homogènes, engendrant une perte relative de bien-être d'autant plus forte que les économies d'échelle sont importantes
- La différenciation est également susceptible d'avoir des effets redistributifs. Si une variété unique est remplacée par plusieurs
  - Ceux dont la variété initiale n'était pas leur idéal vont y gagner (meilleur matching avec leur idéal pour n variétés)
  - Inversement, perdent ceux dont la variété initiale correspondait à leur idéal (elles n'est plus disponible et/ou son prix a augmenté)

Incapacité de la firme à exploiter les économies d'échelle (e.g. comme en concurrence monopolistique)

Différenciation(s), quelles (premières) mesures ? (1/3)

- Test de l'élasticité prix croisé :
  - Renseigne sur l'importance de la différenciation (ex.: élasticités prix croisées faibles ➔ différenciation forte), pas sur sa nature (e.g. différenciation horizontale, verticale)
  - Ex.: de l'industrie automobile (Cabral, 2000 #211) :

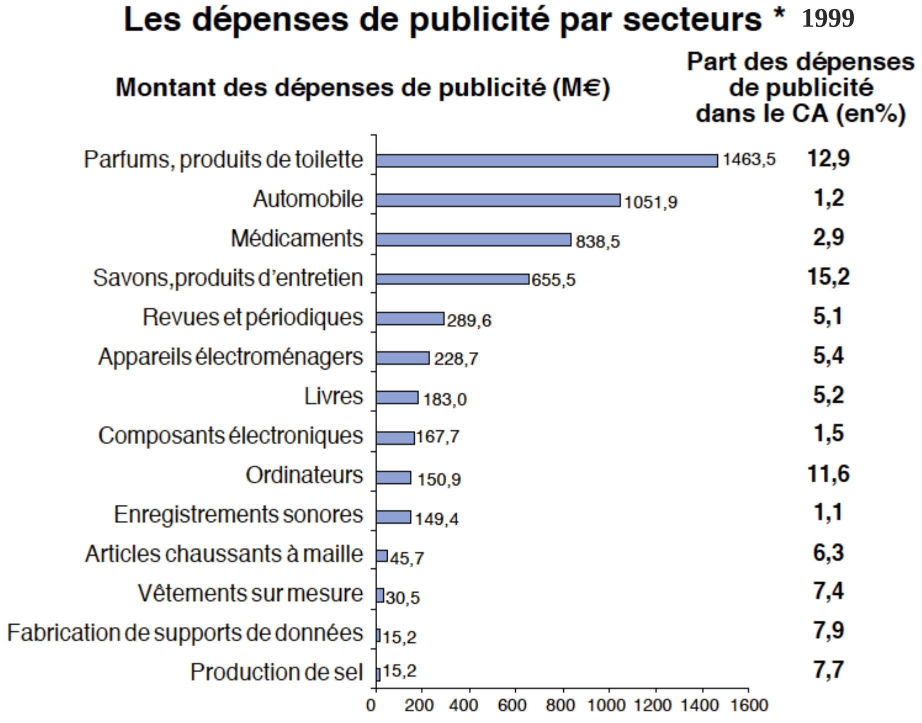
	Nissan Sentra	Ford Escort	Toyota Lexus	BMW 745i
Nissan Sentra	-6.5282	0.4544	0.0008	0.0000
Ford Escort	0.0778	-6.0309	0.0008	0.0000
Toyota Lexus	0.0002	0.0010	-3.0847	0.0322
BMW 745i	0.0001	0.0005	0.0926	-3.5151

Voir également test de séparabilité entre sous-ensembles de biens

Différenciation(s), quelles (premières) mesures ? (2/3)

	Indicateur	Source	Interprétation
Prix	Degré de rigidité des prix	Bulletin Mensuel de la Statistique	Conc. forte⇒ faible répercussion hausse des coûts (inv. Pour baisse) ; mais : délais dépend longueur cycle d'exploitation, existence contrats d'approvisio., positio. dans procès prod., etc.
Diff. Horiz.	Taux effort publicitaire= dépenses pub/CA secteur	EAE, SESSI, INSEE (cf emplois, perso. Commercial)	Secteurs biens conso. dépensent le plus (avec automobile=3/4 des dép. pub. Tot. Fr.), à prendre en compte lors évaluation importance relative de l'effort pub. du secteur
Diff. Verti.	(1) Taux effort R&D= dépenses R&D/CA secteur ; (2) diffusion ISO9000	Enquête R&D DGRT, enquêtes innov. SESSI	Diff. Verti. repose sur innov. Techno., mais pas uniquement, suivre par exemple diffusion procédures certification normes
Diff. Service	(1) Poids crédit clients= (crédit clients + effets à l'escompte et non échus)/CA ; (2) délai de rotation stocks= (stocks/CA)x360	Banque de France	(1) : effort commercial vis à vis clients ; (2) : délais court comme signe effort logistique, à considérer en tendance

Différenciation(s), quelles (premières) mesures ? (3/3)



* Le graphique visualise les dix premiers secteurs selon au moins un des deux critères : montant des dépenses de publicité ou part de ces dépenses dans le chiffre d'affaires.

Source : Sessi - EAE
Champ : industrie manufacturière (hors IAA)

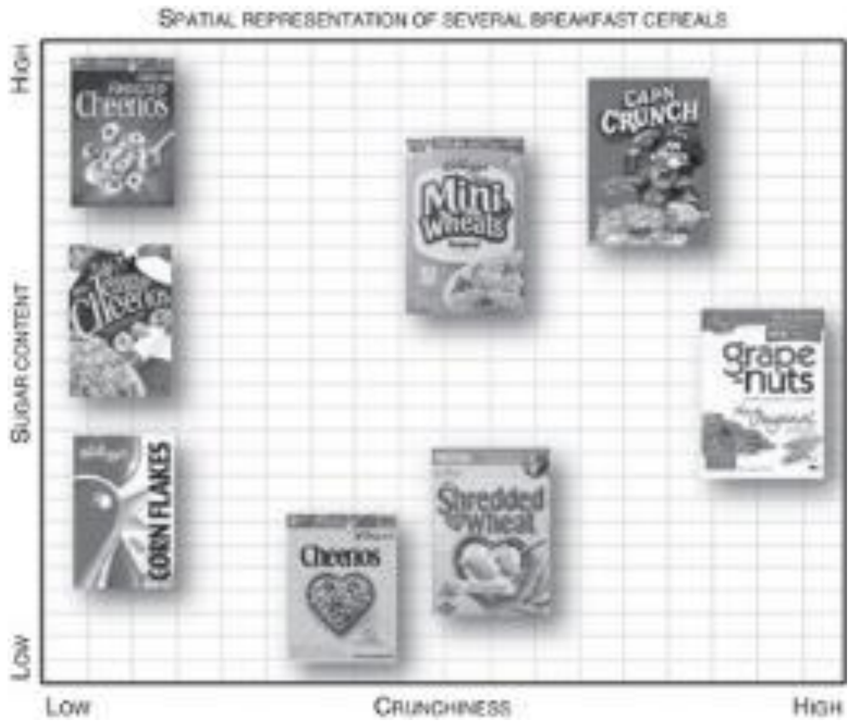
TABLEAU 3 - Dépenses intérieures et extérieures de R&D des entreprises par branche de recherche en 2009

Principales branches de recherche	Dépenses intérieures de R&D		Dépenses extérieures de R&D	
	En M€	En % du total	En M€	En % de la dépense totale de recherche*
Branches industrielles	**22 158**	**84,1**	**6 478**	**22,6**
Industrie automobile	4 269	16,2	1 608	27,4
Industrie pharmaceutique	3 392	12,9	1 395	29,1
Construction aéronautique et spatiale	2 546	9,7	997	28,1
Industrie chimique	1 446	5,5	339	19,0
Fab. instrum. et appar. de mesure, essai et navigation, horlogerie	1 431	5,4	376	20,8
Composants, cartes électroniques, ordinateurs, équipements périphériques	1 414	5,4	217	13,3
Fab. d'équipements de communication	984	3,7	243	19,8
Fab. de machines et équipts non compris ailleurs	917	3,5	142	13,4
Autres branches industrielles	5 759	21,9	s	s
Branches de services	**4 184**	**15,9**	**644**	**13,3**
Activités informatiques et services d'information	1 446	5,5	105	6,8
Télécommunications	796	3,0	s	s
Autres branches de services	1 942	7,4	s	s
Total	**26 341**	**100,0**	**7 121**	**21,3**

Source : MESR-SIES Pôle Recherche
s = secret statistique.
* La dépense totale de recherche comprend l'exécution de la recherche par les entreprises (DIRDE) et la sous-traitance de travaux de R&D (DERDE).

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
  - Quels prix ?
  - Combien de variétés ?
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?



Un rapide retour sur la discrimination en prix

- A été discuté dans la lecture sur la discrimination :
  - le lien différenciation et discrimination (ex. du 486 SX vs 486DX de Intel), un modèle de discrimination du 2nd degré avec révélation des consentements à payer par du *versioning* (version d'un même bien, qualité distincte)
  - l'offre de variétés distinctes permet à la firme de : i) réduire l'arbitrage des consommateurs entre les biens, ii) identifier les consentements à payer

- Dans les modèles précédents, les consommateurs n'ont pas de préférences pour une variété ou une autre, en soi
  - Dans l'exemple de Intel, ceux achetant le 486SX (sans co-processeur) le font n'ont pas parce qu'ils ont une préférence intrinsèque pour ce bien mais parce que leur consentement à payer est inférieur au prix du 486DX.
  - Qu'advient-il quand ils ont des préférences pour une marque, une variété ?

Une approche spatiale de la différenciation (1/3)

Voir votre cours en S5

- Soit une rue linéaire, bornée en [0,1], une firme commercialisant un bien homogène, des consommateurs sur cet espace (répartition homogène), consommant une unité du bien au plus. Que dire des consommateurs :
  - Ils supportent un coût de transport, t, croissant avec l'éloignement du point de vente. t est une mesure de la désutilité (marginale) liée à l'éloignement
  - Transposons à l'espace des caractéristiques : non plus une rue, une distance physique, mais de 0% à 100% taux de sucre. L'adresse d'un consommateur sur [0,1] correspond à sa variété idéale. Plus il s'en éloigne, plus sa désutilité croît.

les agents les plus éloignés de la firme supporteront un coût de transport plus élevé (t)

Les agents les plus prêts du point de vente (t moindres) accepteront de payer plus

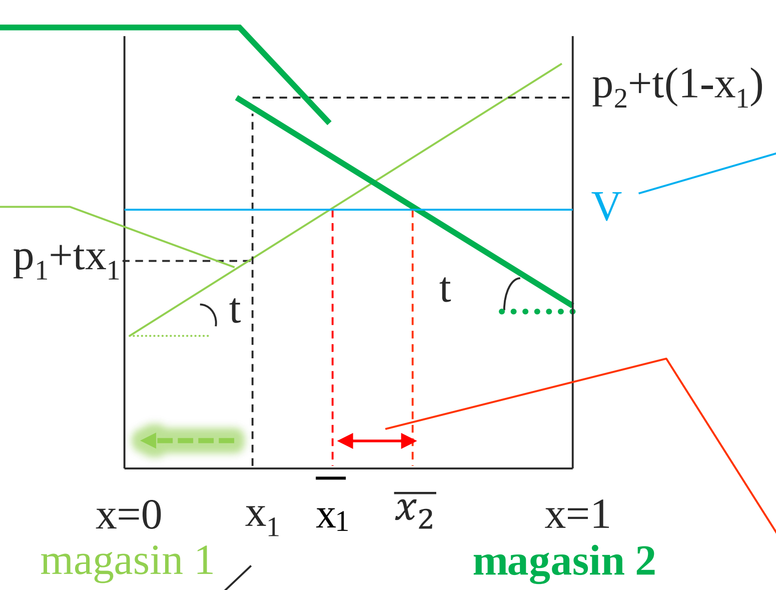
Une approche spatiale de la différenciation (2/3)

- Considérons maintenant le cas de deux magasins, localisés aux extrémités. Où vont consommer les consommateurs ? Là où leur surplus est le plus grand !

Idem pour ceux consommant au magasin 2

V le prix de réservation

Droite de prix, partant de x=0, indiquant le prix que doivent supporter les consommateurs achetant dans le magasin 1



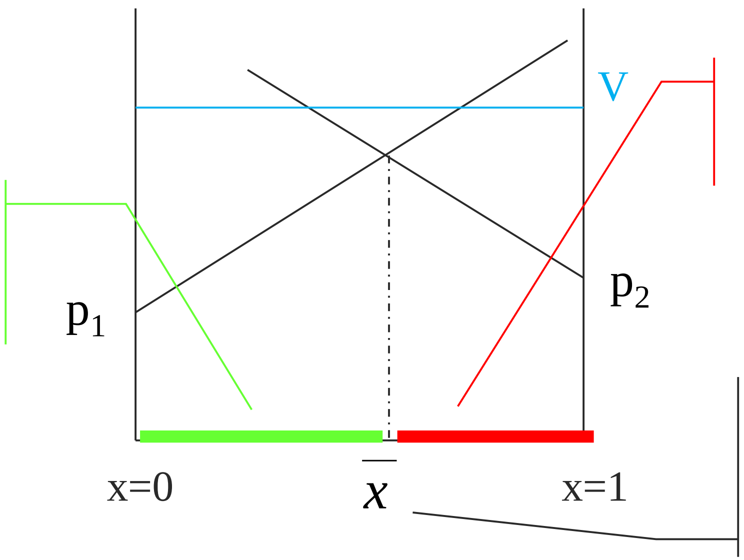
x_1 consomme en x=0, son surplus y étant supérieur $V-(p_1+tx_1) > V-(p_2+t(1-x_1))$

les consommateurs entre $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ ne sont pas servis (prix TTC supérieur à V)

x_1 parcourt une distance de x pour aller en x=0, et (1-x) pour aller en x=1

Une approche spatiale de la différenciation (3/3)

- On est toujours dans le même cas, mais cette fois V est plus élevé, tel que tout le marché est servi



Zone de chalandise du magasin 2

«zone de chalandise» du magasin 1

il s’agit du consommateur marginal, indifférent entre consommer en x=0 ou x=1

Fonction de demande et de recette marginale (1/4)

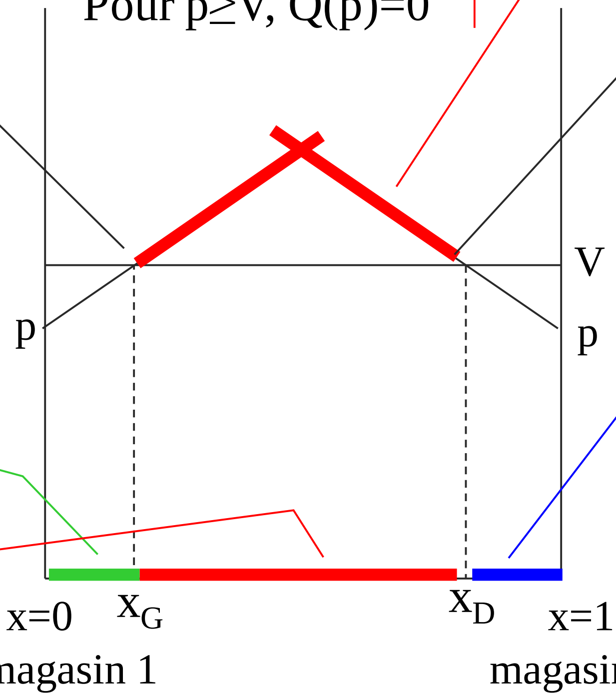
- La demande adressée au monopole est telle que (n.b. pour $Cm_1 = Cm_2$ et les deux points de vente localisés aux extrémités, on aura, pour maximiser le profit, $p_1 = p_2 = p$) :

en x_G $on\ a\ p + t * x_G = V \iff$
$$x_G = \frac{V-p}{t} \text{ [1].}$$
$Pour\ x_G * N\ consommateurs\ sur\ [0, x_G], la\ demande\ est$
$$Q_1(p) = N * \frac{V-p}{t}$$

pour p<V, x∈[0,x_G] achètent en 1

pour x∈[x_G,x_D] les consommateurs n'achètent pas

Pour p≥V, Q(p)=0



en x_D $on\ a\ p + t * (1 - x_D) = V$
$$\iff 1 - x_D = \frac{V-p}{t}.$$
$Pour\ N\ consommateurs,$
$$Q_2(p) = N * \frac{V-p}{t}$$

pour p<V, x ∈[x_D,1] les consommateurs achètent en 2

$$\boxed{Q(p) = Q_1(p) + Q_2(p) = 2N * \frac{V-p}{t}}$$

Fonction de demande et de recette marginale (2/4)

- Quelles conséquences d'une variation des prix sur la demande ?

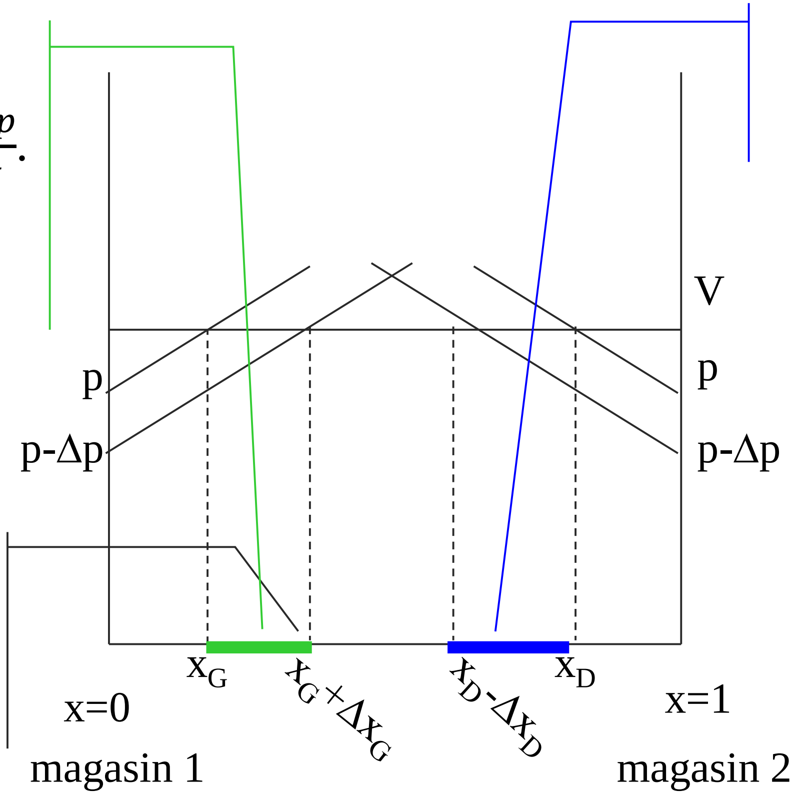
en x_G *on a* $p + t * x_G = V$ [1]. En combinant [1] et [2], il découle $\Delta x_G = \frac{\Delta p}{t}$.

La demande au magasin 1 croît de :

$$\Delta Q_1(p) = N\Delta x_G = N\frac{\Delta p}{t}$$

Suite à $-\Delta p$, le consommateur marginal, $(x_G + \Delta x_G)$, est tel que :

$$p - \Delta p + t * (x_G + \Delta x_G) = V \text{ [2]}$$



Par le même raisonnement, on a pour le magasin 2, $\Delta Q_2(p) = N\frac{\Delta p}{t}$

la variation de la demande agrégée :

$$\Delta Q = 2N\frac{\Delta p}{t}$$

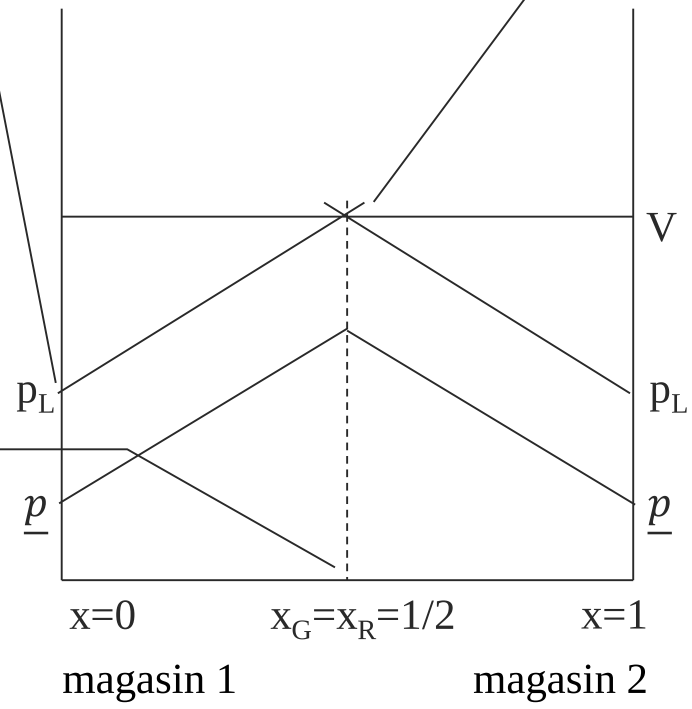
(toute baisse de 1€ accroît Q de 2N/t).

Fonction de demande et de recette marginale (3/4)

- Il y-a-t-il une limite à la baisse des prix ? Oui …..

Partons de p_L tel que le marché soit couvert (i.e. en p_L tous les consommateurs achètent du bien), soit Q(p)=N

le consommateur marginal est localisé en $x_G=x_D=1/2$



pour p_L le consommateur marginal est indifférent entre acheter ou pas,

$$p_L + \frac{t}{2} = V \Leftrightarrow p_L = V - \frac{t}{2}$$

(pour trouver p_L par $Q(p_L) = N \Leftrightarrow$

$$2N\frac{V-p_L}{t} = N \Leftrightarrow p_L = V - \frac{t}{2})$$

il est inutile de fixer $\underline{p} < p_L$, on aura le même nombre de consommateurs (et moins de recetttes)

$Q(p_L) = Q\left(\underline{p}\right) = N$ (on a posé : chaque consommateur achète 1 unité si p<V)

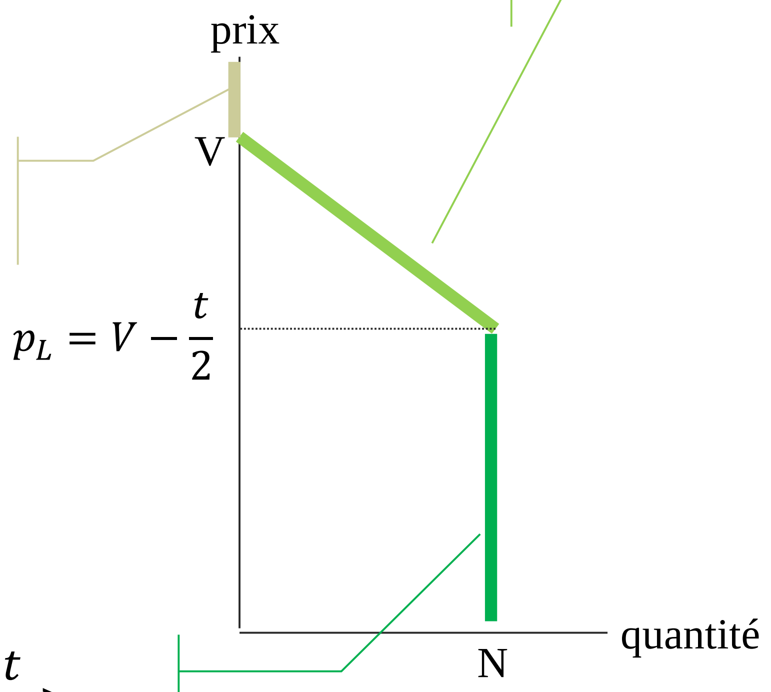
Détermination de la demande du monopole (4/4)

- D’où on peut écrire la demande agrégée et la recette marginale :

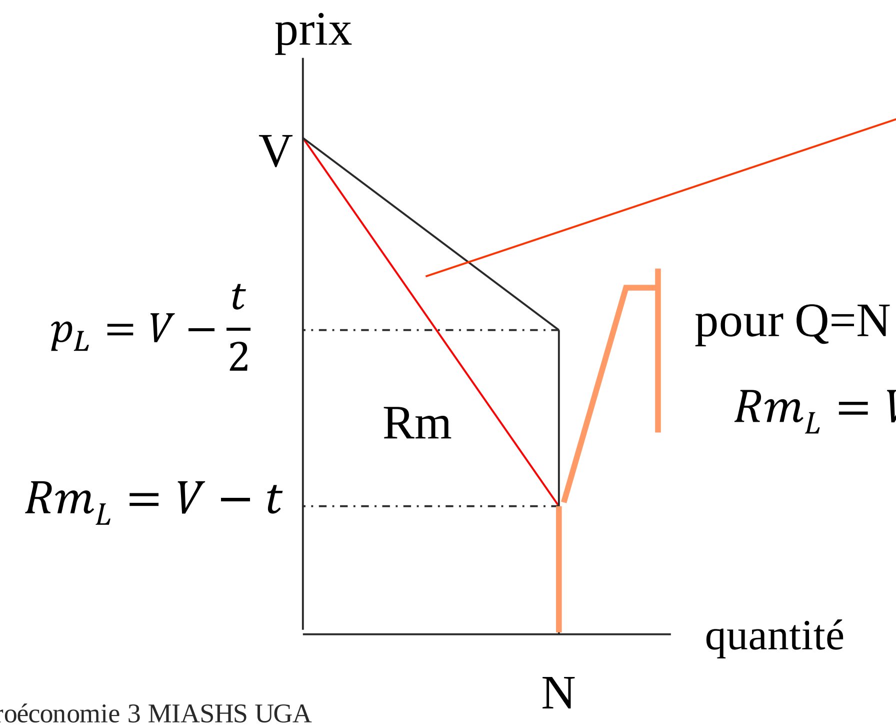
$$Q(p) = 2N\frac{V-p}{t} \; si \; V > p \geq V - \frac{t}{2}$$

$$\boldsymbol{Q(p) = 2N\frac{V-p}{t} \Leftrightarrow p = V - \frac{t}{2N}Q \; d'où \; Rm = V - \frac{t}{N}Q}$$

Q(p)=0 si p≥V



$$Q(p) = N \; si \; V - \frac{t}{2} > p$$

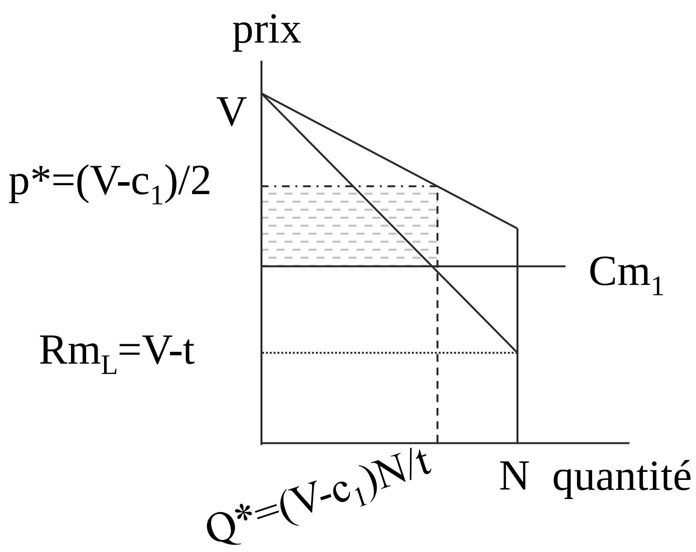


pour Q=N (quand $p_L = V - \frac{t}{2}$)

$$Rm_L = V - \frac{t}{N}N = V - t$$

Maximisation du profit du monopole multi-produits, coûts symétriques, modèle spatial (1/2)

- La demande agrégée est coudée (pour $p_L = V - \frac{t}{2}$), idem pour Rm, d'où selon la valeur de Cm (on rappelle $Cm_1 = Cm_2 = c$) :



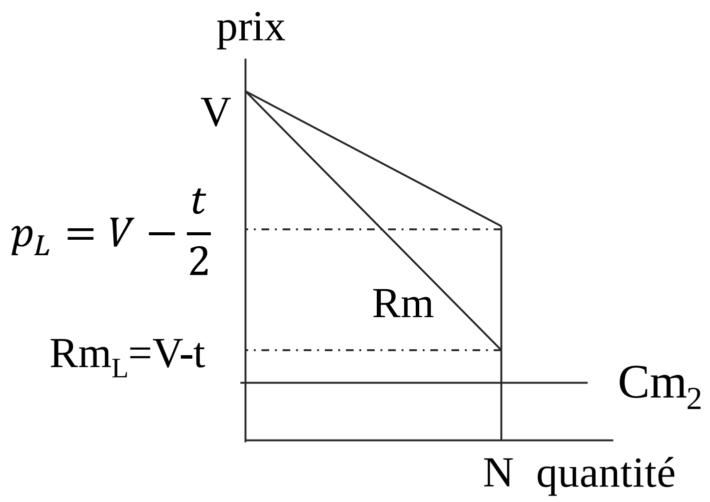
- Pour $V > Cm \geq V - t$, Cm coupe Rm en $Rm = V - \frac{t}{N}Q$, d'où :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 0 \Leftrightarrow V - \frac{t}{N}Q - c = 0 \Leftrightarrow Q^* = \frac{(V-c)N}{t},\ p^* = V - \frac{t}{2N}Q^* = \frac{V+c}{2}$$

$$\text{et } \pi^* = (p^* - c)Q^* = \frac{N}{2t}(V-c)^2$$

Règle de décision : servir une partie du marché si le prix de réserve est inférieur à la somme des coûts marginaux et des coûts de transport ($V \leq c + t$)

Maximisation du profit du monopole multi-produits, coûts symétriques, modèle spatial (2/2)



- Pour $Cm < V - t$, le marché est intégralement couvert.

  Pour N couvert, le prix fixé est tel que $p_L = V - \frac{t}{2}$,

  (fixer un prix moindre n'accroît pas le volume des ventes, mais conduit uniquement à une baisse de leur valeur), d'où :

  $$\text{et } \pi^* = (p_L - c)Q_L = \left(V - \frac{t}{2} - c\right) * N$$

Règle de décision : servir la totalité du marché si le prix de réserve est supérieur à la somme des coûts marginaux et des coûts de transport ($V > c + t$)

Maximisation du profit du monopole multi-produits, coûts asymétriques, modèle spatial (1/3)

- On reprend le modèle précédent, mais en supposant cette fois $c_1 \neq c_2$
  - Servir une part du marché :
    - Le magasin, pour p_1, servira une partie x_1 du marché, pour $p_1 + tx_1 = V \Leftrightarrow$

      $x_1 = \frac{V-p_1}{t}$. Le profit du magasin 1 est alors $\pi_1 = (p_1 - c_1)x_1 N = \frac{(p_1-c_1)(V-p_1)N}{t}$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{(V - 2p_1 + c_1)N}{t} = 0 \Leftrightarrow p_1^* = \frac{V + c_1}{2}$$

    - De la même manière, pour le magasin 2, on trouve $p_2^* = \frac{V+c_2}{2}$

Maximisation du profit du monopole multi-produits, coûts asymétriques, modèle spatial (2/3)

- Couvrir la totalité du marché :
  - Pour le marché couvert, on sait que consommateur marginal (i.e. indifférent entre les magasin 1 et 2). Posons ce consommateur distant de 1 de x', de (1-x') de 2, d'où :
    - $p_1 + tx' = V \Leftrightarrow x' = \frac{V-p_1}{t}$
    - $p_2 + t(1-x') = V \Leftrightarrow p_2 = V - t\left(1 - \frac{V-p_1}{t}\right) = 2V - t - p_1$

    Les prix des biens sont liés
  - On écrit le profit $\pi = (p_1 - c_1)x'N + (p_2 - c_2)(1-x')N$. On substitue x' et p_2 :

$$\pi(p_1) = N\left[(p_1 - c_1)\frac{V-p_1}{t} + (2V - t - p_1 - c_2)\left(1 - \frac{V-p_1}{t}\right)\right]$$

$$\frac{\partial \pi(p_1)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow N\left[\frac{1}{t}(V - 2p_1 + c_1) - \left(1 - \frac{V-p_1}{t}\right) + \frac{1}{t}(2V - p_1 - t - c_2)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{N}{t}(4V - 4p_1 + c_1 - c_2 - 2t) = 0 \Leftrightarrow p_L^1 = V + \frac{c_1 - c_2 - 2t}{4}, d'où\ p_L^2 = V + \frac{c_2 - c_1 - 2t}{4}$$

Maximisation du profit du monopole multi-produits, coûts asymétriques, modèle spatial (3/3)

- Quand le monopole ne sert-il qu'une partie du marché vs tout ?
  - On rappelle :
    - marché non couvert, $p_i^* = \frac{V+c_i}{2}$,
    - marché couvert pour $p_L^1 = V + \frac{c_1-c_2-2t}{4}$ et $p_L^2 = V + \frac{c_2-c_1-2t}{4}$
  - D'où ne sert qu'une partie du marché si, par exemple, $p_1^* > p_L^1$, soit

$$\frac{V+c_1}{2} > V + \frac{c_1 - c_2 - 2t}{4} \Leftrightarrow V < \frac{c_1 + c_2}{2} + t = \bar{c} + t$$

Règle de décision : servir la totalité du marché si $V > \bar{c} + t$

Règle de décision : servir une partie du marché si le prix de réserve est inférieur à la somme de la moyenne des coûts marginaux augmentée des coûts de transport

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
  - Quels prix ?
  - Combien de variétés ?
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?

Choix de localisation de deux établissements (1/4)

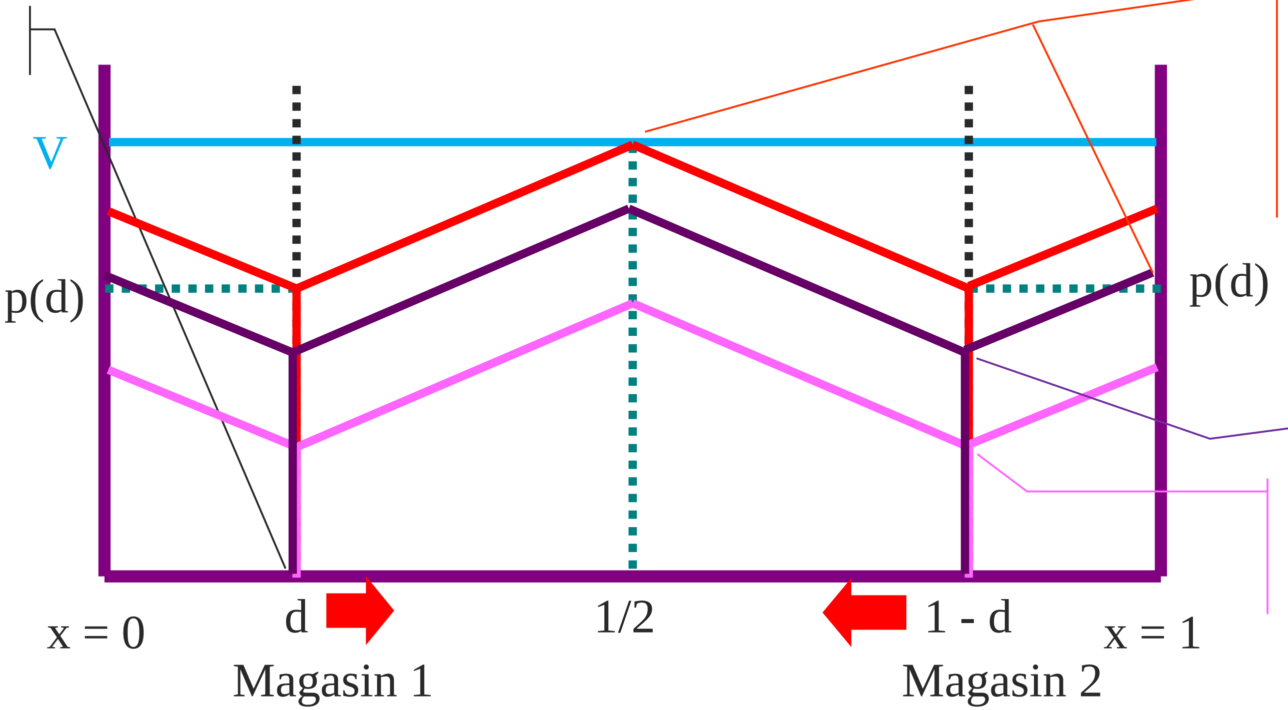
- On pose $c + t > V$ (i.e. marché couvert) et $c_1 = c_2$. La firme choisira de localiser 1 et 2 de façon symétrique, à une distance d des extrémités, pour $p_1 = p_2 = p$. Mais où les localiser ? Pour quels p* ?
  - On suppose que les magasins sont à d<1/4 des extrémités

On pose d < 1/4

Le profit agrégé est fonction de d, $\pi(d) = (p(d) - c)N \Leftrightarrow$

$$\pi(d) = \left(V + td - \frac{t}{2} - c\right)N$$

Si d<1/4, on peut accroître le profit en augmentant d, jusqu'à d=1/4



P max tq

$$p(d) + t\left(\frac{1}{2} - d\right) = V$$

$$\Leftrightarrow p(d) = V - t\left(\frac{1}{2} - d\right)$$

On augmente ensuite p dans chaque magasin

on commence par un prix bas dans chaque magasin

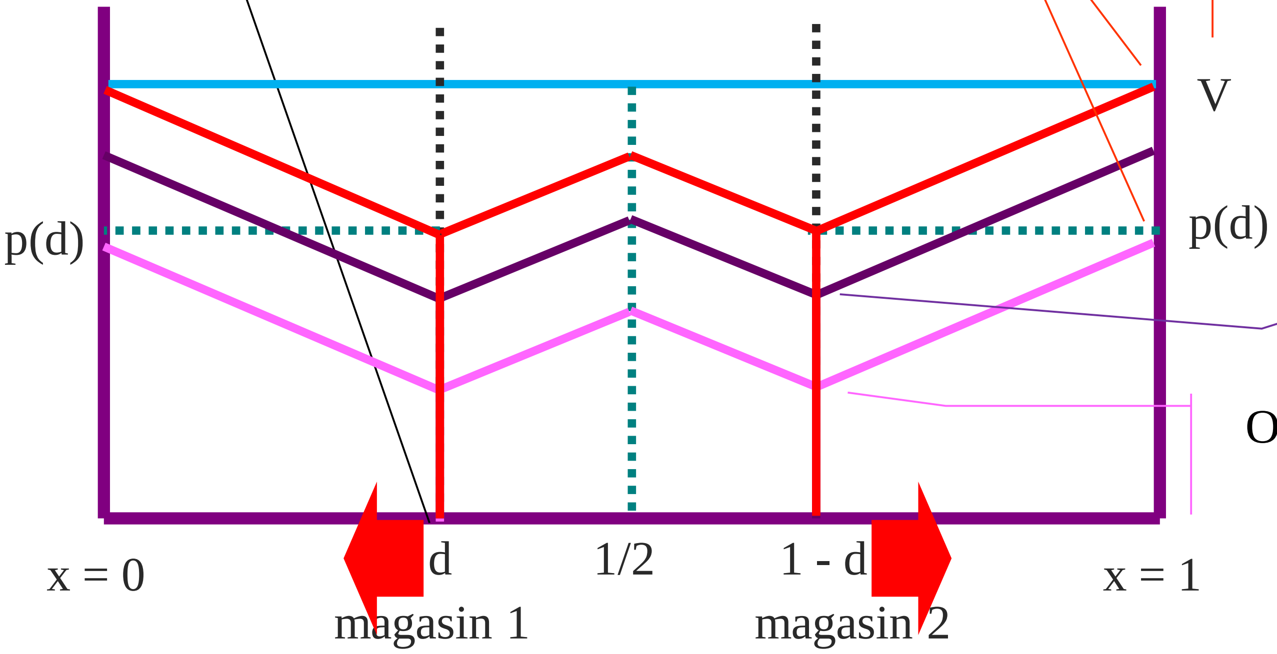
Choix de localisation de deux établissements (2/4)

- On suppose à présent que les magasins sont à d>1/4 des extrémités

Posons d > 1/4

Le prix max est determine par les consommateurs aux extrémité, soit
$p(d) + td = V$
$\Leftrightarrow p(d) = V - td$

On écrit le profit agrégé :
$\pi(d) = (p(d) - c)N$
$\Leftrightarrow \pi(d) = (V - td - c)N$
Pour d>1/4, le profit décroît avec d, d'où les magasins ont intérêt à s'éloigner du centre (jusqu'à d=1/4)



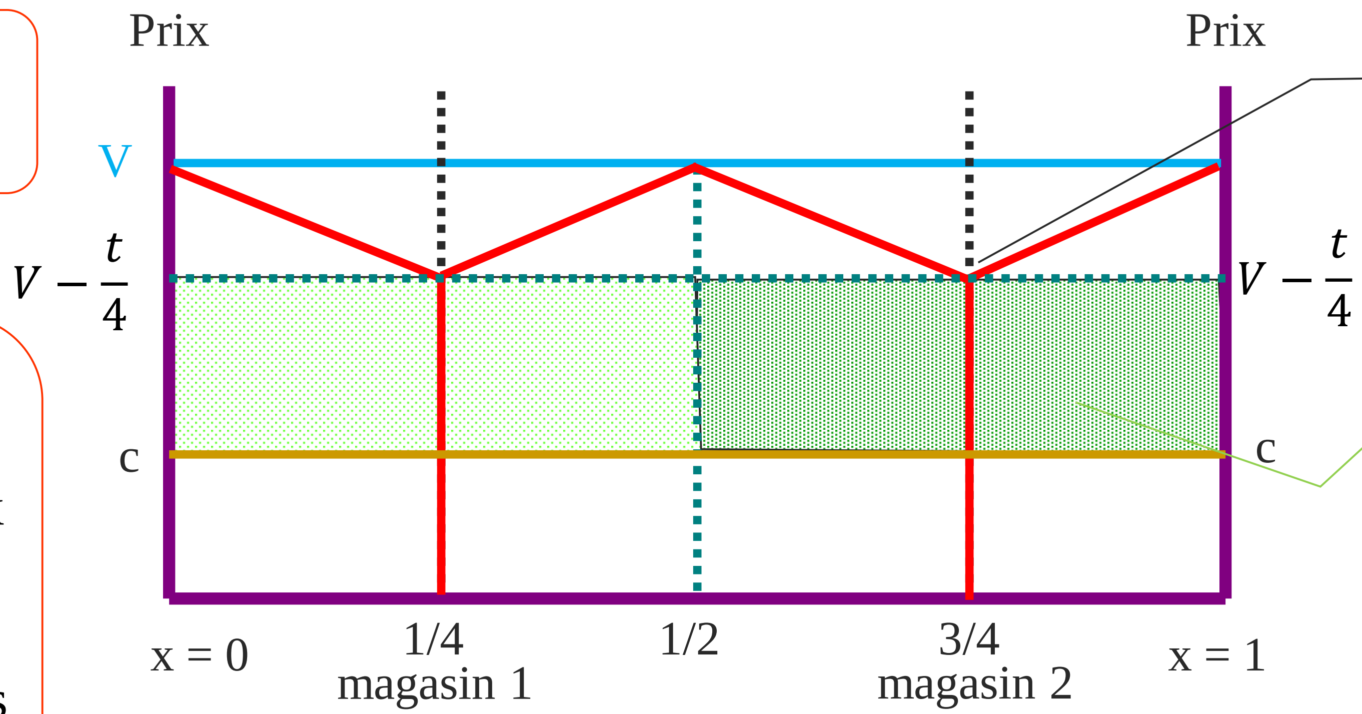
On augmente p dans chaque magasin

On débute par un prix bas dans chaque magasin

Choix de localisation de deux établissements (3/4)

- Il découle de ce qui précède que la localisation ne peut-être que $\left(\frac{1}{4} ; \frac{3}{4}\right)$

Le profit est donné par $\pi(N,2) = \left(V - \frac{t}{4} - c\right) N$



Pour chaque magasin,

$$p_L^* = V - \frac{t}{4}$$

Le profit dans chaque magasin est donné par les quadrilatères « verts »

p_L^* est plus élevé que pour une localisation aux extrémités, la distance max parcourue par un consommateur est ¼ (au lieu de ½), le profit est plus élevé

Choix de localisation de deux établissements (4/4)

- Quand la firme choisit-elle de servir tout le marché plutôt qu'une partie ?
  - Elle prendra cette décision si

$$p_L^* = V - \frac{t}{4} > p^* = \frac{V+c}{2}$$

$$\Leftrightarrow V > c + \frac{t}{2}$$

On retrouve une condition proche de celle à localisations aux extrémités, mais moins forte (était telle que V>c+t)

- Quel est le montant du profit si une part seulement du marché est servie ?
  - Posons le magasin de gauche localisé à d=1/4. Pour p, il vend à une distance r de chaque côté, soit :

$p + tr = V \Leftrightarrow r = (V-p)/t$. La demande à la firme est 2r

  - On écrit : $\pi = 2N(p-c)(V-p)/t$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow \frac{2N}{t}(V - 2p + c) = 0 \Leftrightarrow p^* = \frac{V+c}{2}$$

d'où $\pi^* = \frac{N}{2t}(V-c)^2$

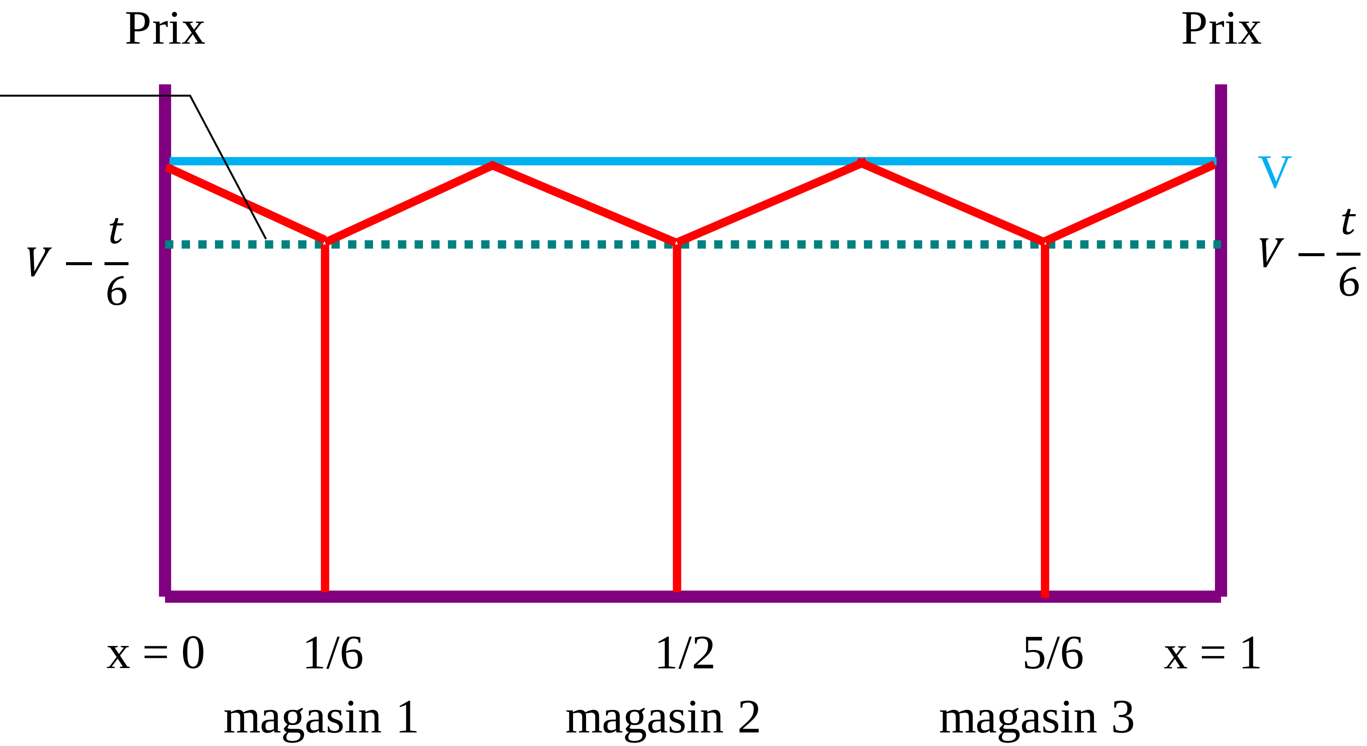
p* est identique à ce qu'il était avec localisations aux extrémités, marché couvert, mais le profit est le double de ce qu'il n'était

Choix de localisation de trois établissements

- Par le même raisonnement que pour 2 établissements, la localisation sera $(\frac{1}{6}; \frac{1}{2}; \frac{5}{6})$. On suppose toujours le marché couvert. Avec F : coût fixe. On aura :

Le prix dans chaque magasin est désormais

$$p_L^* = V - \frac{t}{6}$$



Le profit augmente relativement au cas avec deux magasins. Il est de

$$\pi_L^*(3) = \left(V - \frac{t}{6} - c\right) N$$

Nombre optimal d'établissements (1/2)

- On peut généraliser à n établissements. On aura
  - Les magasins seront localisés symétriquement, aux distances :

    $\frac{1}{2n}, \frac{3}{2n}, \frac{5}{2n}, \ldots, \frac{2i-1}{2n}, \ldots, \frac{2n-1}{2n}$ en partant de l'extrémité gauche du marché

    la distance maximum qu'ont à parcourir les consommateurs est maintenant $\frac{1}{2n}$
  - le prix fixé à chaque magasin (en couvrant tout le marché) est $p_L^*(n) = V - \frac{t}{2n}$
  - Le profit s'écrit $\pi_L^*(n) = \left(V - \frac{t}{2n} - c\right) N$

En augmentant le nombre d'établissements (de produits), la firme fixe un prix de plus en plus proche de V (capte davantage de SC)

Le profit augmente avec n, le nombre d'établissements (produits). Mais, cette prolifération est-elle infinie ?

Nombre optimal d'établissements (2/2)

- Posons des coûts fixes, f, par établissement
  - Le profit s'écrit :
    - pour n établissements : $\pi_L^*(n) = \left(V - \frac{t}{2n} - c\right)N - nf$
    - pour n+1 établissements : $\pi_L^*(n+1) = \left(V - \frac{t}{2(n+1)} - c\right)N - (n+1)f$
  - La firme créera un établissement (un produit, une marque) si :

$$\pi_L^*(n+1) > \pi_L^*(n) \Leftrightarrow \frac{tN}{2n} - \frac{tN}{2(n+1)} - F > 0 \Leftrightarrow n(n+1) < \frac{tN}{2F}$$

Ex.: pour $f = 5$, N=130 et t=1, on aura $\frac{tN}{2F} = 13$, créer un nouveau produit sera profitable si $n(n+1) < 13 \Leftrightarrow n < 3$

On s'attend à trouver davantage de variétés sur les marchés où il y a beaucoup des consommateurs (N), des coûts fixes faibles (f), une préférence forte pour la variété (t mesurant la désutilité en cas de non consommation)

Faut-il servir l'intégralité du marché ?

- Supposons que non. Chaque firme est en monopole local sur une distance r. Comment fixer r ?
  - Pour capter le SC, il faut $p + tr = V \Leftrightarrow r = \frac{V-p}{t}$. La demande par firme est alors $2N\frac{V-p}{t}$, $\pi = \frac{2N(p-c)(V-p)}{t} - F$. CPO : $\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{2N(V-2p+c)}{t} = 0 \Leftrightarrow p^* = \frac{V+c}{2}$
  - Si tous les consommateurs sont servis, on a vu que $p(N,n) = V - \frac{t}{2n}$
- Alors ?
  - Seule une partie sera servie si $p(N,n) > p^* \Leftrightarrow V > c + \frac{t}{n}$
  - Il faut que :
    - les consommateurs aient un prix de réserve suffisamment faible relativement aux coûts marginaux de production et aux coûts de transport
    - il y ait peu de points de vente

Un nombre socialement optimal de variétés ? (1/3)

- Laisser libre le monopole de ses choix de localisation permet d'accroître le profit et de minimiser le temps moyen de transport (t) des consommateurs pour n donné. Mais le nombre de variétés est-il socialement optimal ?
  - Pour le savoir, on mesure le surplus total. On suppose le marché couvert, pour une consommation unitaire.
    - SC = NV – RT (N le nombre de consommateurs, V le prix de réserve, RT la valeur des dépenses engagées), SP = RT-CT (CT : les coûts de transport et frais d'installation)
    - ST=(NV-RT)-(RT-CT)=NV-CT. Pour le marché couvert, maximiser le surplus social est équivalent à minimiser le total des coûts

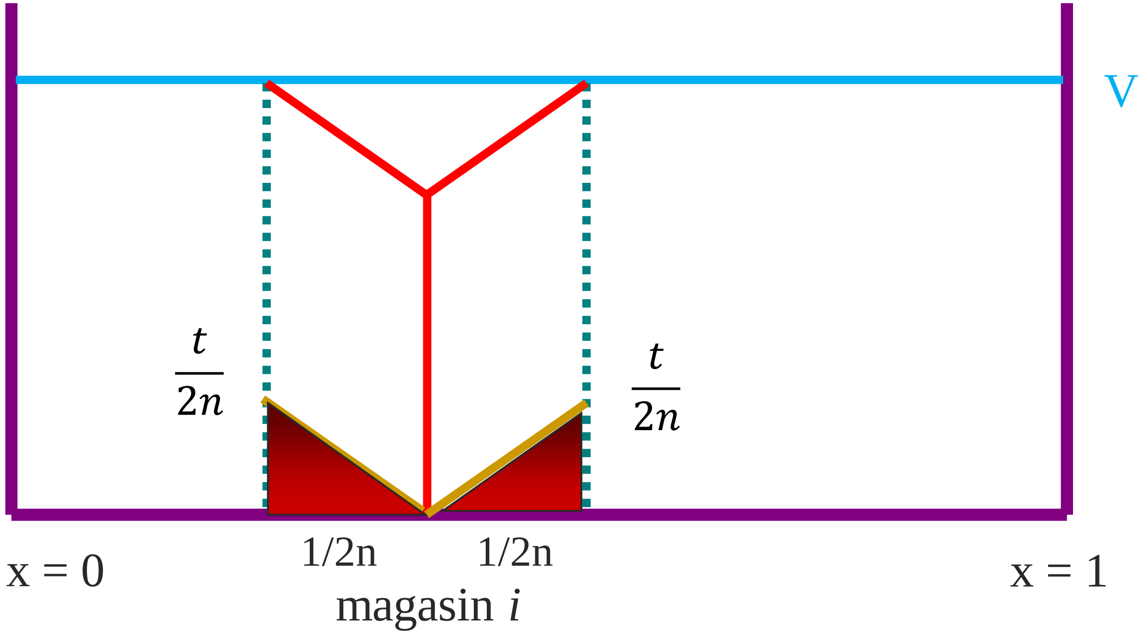
Un nombre socialement optimal de variétés ? (2/3)

- Considérons les coûts supportés par un magasin i parmi n :
  - Si tous les consommateurs sont servis, on a vu que $p(N,n) = V - \frac{t}{2n}$
  - Les coûts de transport supportés pour consommer en i correspondent à la somme des aires deux triangles, de hauteur $\frac{t}{2n}$ et de base $\frac{1}{2n}$, et pour N consommateurs on a $N\frac{t}{4n^2}$

Pour des frais d'installation de f par magasin, et n magasins, le coût total est alors :

$$c(N,n) = n\frac{t}{4n^2}N + nf$$

$$\Leftrightarrow C(N,n) = \frac{tN}{4n} + nf$$



Un nombre socialement optimal de variétés ? (3/3)

- Quel enseignement tirer ?
  - Le coût total pour n magasins est de $C(N,n) = \frac{tN}{4n} + nf$
  - Pour n+1 il est de $C(N,n+1) = \frac{tN}{4(n+1)} + (n+1)f$
  - Créer un magasin est socialement efficace si $C(N,n+1) < C(N,n) \Leftrightarrow \frac{tN}{4(n+1)} + (n+1)f < \frac{tN}{4n} + nf \Leftrightarrow$ $\mathrm{n}(\mathrm{n}+1) < \frac{\mathrm{tN}}{4\mathrm{f}}$

- Quel enseignement tirer ?
  - On a vu que, pour le marché couvert, le monopole décide d'ouvrir un établissement supplémentaire (afin d'augmenter son profit) pour $n(n+1) < \frac{tN}{2f}$
  - $\frac{tN}{2f} > \frac{tN}{4f}$: un monopole maximisant son profit crée trop de variétés du point de vue de l'optimum social

Monopole, offre de variétés et discrimination prix (1/2)

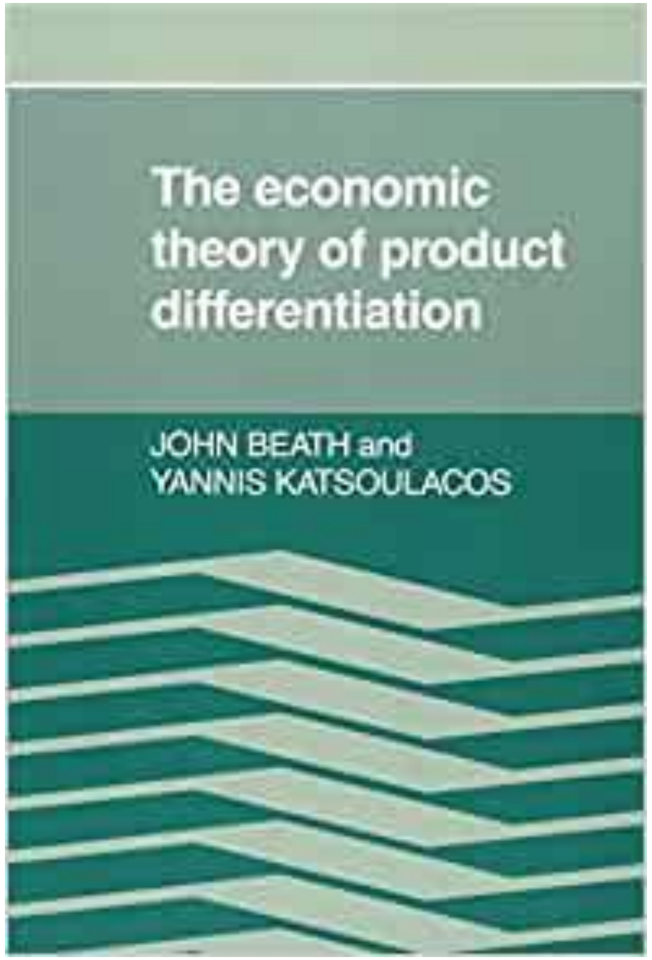
- Si le monopole délivre le bien, il pourrait discriminer en prix. Comment ?
  - en faisant payer à chaque consommateur V, et en assumant les coûts de transport (*uniform delivered pricing)*
  - il y a discrimination parce que le prix ne refléte pas les coûts
- Tous les consommateurs doivent-ils être servis ?
  - posons n magasins uniformément répartis sur une rue, pour $c + t/2n$ le coût le plus élevé pour le consommateur le plus éloigné
  - il faut servir ce consommateur tant que $V > c + t/2n$
  - condition moins forte que sans discrimination. La discrimination en prix permet de servir davantage de consommateurs.

Monopole, offre de variétés et discrimination prix (2/2)

- Combien le monopole devrait-il ouvrir de magasins ?
  - supposons qu'il dispose de n magasins et qu'il sert l'intégralité du marché
  - le profit $\pi(N,n)$ est donné par revenu total moins les coûts de production, moins les coûts de transport et les frais d'installation, soit N.V-N.c-C(N,n)
  - mais maximiser le profit revient à minimiser C(N,n) (avec C(N,n)=tN/4n+n.F). Un monopole discriminant ouvrira alors le nombre de magasins socialement optimal (mais attention, un monopole pourrait utiliser le nombre de magasins comme barrière à l'entrée – voir les modèles de prolifération des marques, pour des effets anti-concurrentiels)

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
  - Cournot avec différenciation horizontale
  - Bertrand avec différenciation horizontale, verticale
  - Ouverture : duopole Bertrand – Cournot, choix de la concurrence prix vs quantité
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?



Cournot avec biens différenciés

- Soit les fonctions de demande inverse $p_i = a - q_i - dq_j$ et $CT_i = cq_i - F_i$
  - On écrit

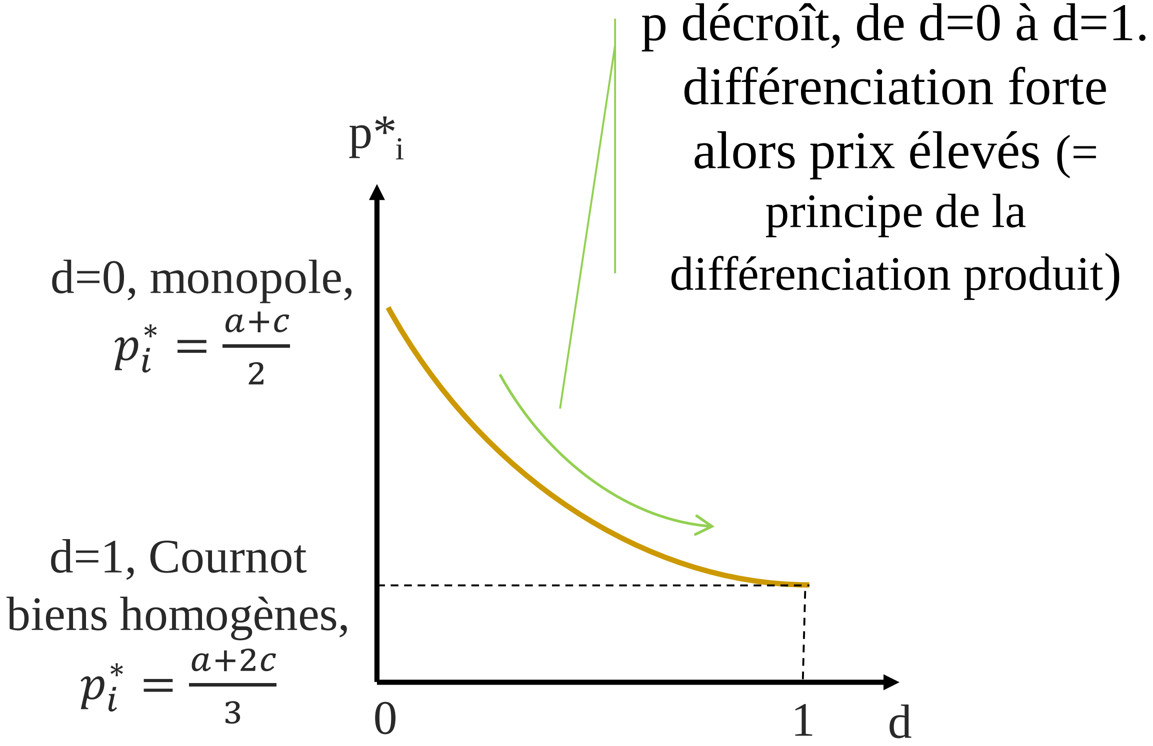
$$\pi_i(q_i, q_j) = (a - q_i - dq_j)q_i - cq_i - F_i$$
$$= aq_i - q_i^2 - dq_iq_j - cq_i - F_i$$

  - On résout

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = (a - 2q_1 - dq_2) - c = 0 \\ \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = (a - 2q_2 - dq_1) - c = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad q_i^* = \frac{a-c}{2+d} \; et \; p_i^* = \frac{(a+c+cd)}{2+d}$$
$$d'où \; \pi_i^* = \frac{(a-c)^2}{(2+d)^2} - F_i$$

- p varie selon d (indice de différenciation). Graphiquement



Cournot avec biens différenciés, application numérique (1/2)

- Considérons le cas suivant (Perloff, 2011 #495)
  - Le marché des CPU (central processing units) est un duopole (80% pour Intel, 20% pour AMD). La campagne « Intel inside » a convaincu certains consommateurs de la supériorité des produits de Intel
  - Les CPU étant considérés comme des substituts imparfaits, chaque firme est confrontée à une fonction de demande inverse distinctes : $p_A=197 - 15.1q_A - 0.3q_1$ et $p_I=490 - 10q_I-6q_A$
  - on suppose Cm=40, on ignore les coûts fixes (on sait que les firmes produisent, et CF n'affectent pas Cm)

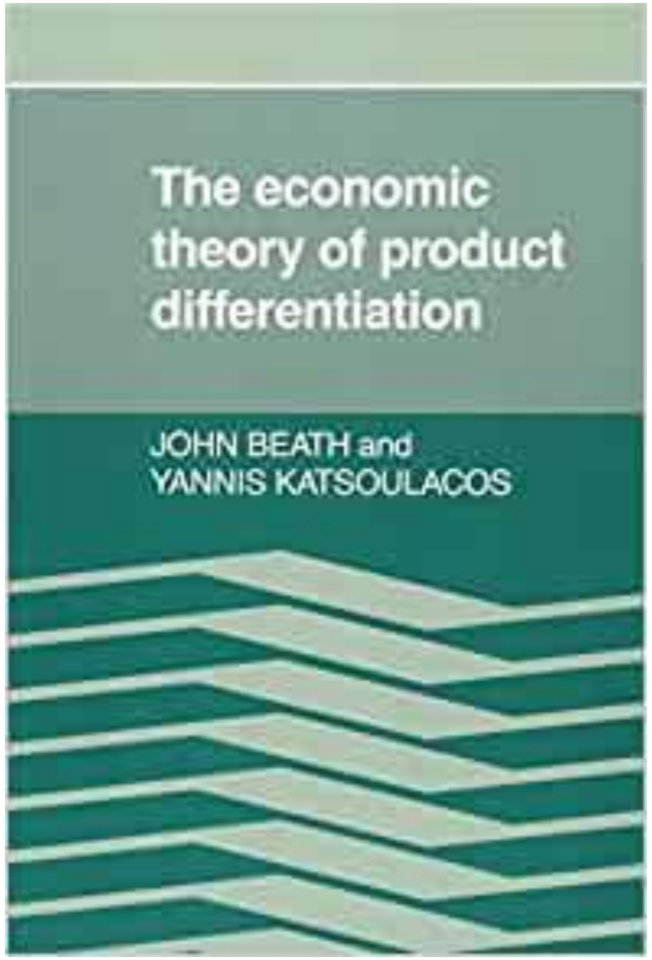
effet prix propre > effet prix croisé => biens différenciés

Cournot avec biens différenciés, application numérique (2/2)

- On cherche l'équilibre Cournot Nash, pour cela :
  - On détermine les fonctions de réaction des firmes :
    - $\pi_A=(p_A\text{-}Cm)q_A= (157\text{-}15.1q_A\text{-}0.3q_I)q_A$ et $\pi_I=(p_I\text{-}Cm)q_1= (450\text{-}10q_I\text{-}6q_A)q_I$
    - CPO : $\partial\pi_A/\partial q_A= 157\text{-}30.2q_A\text{-}0.3q_I \Leftrightarrow q_A=(157\text{-}0.3q_I)/30.2$ et $\partial\pi_I/\partial q_I= 450\text{-}20q_I\text{-}6q_A \Leftrightarrow q_I= (450\text{-}6q_A)/20$
  - On résout le système à deux équations deux inconnues
    - $q_A=150.025/3.011= 5$ millions de CPU et $q_I = 63.240/3.011= 21$ millions de CPU pour Intel
    - en remplaçant dans les fonctions de demande inverse, on trouve $p_A=115.2$ et $p_I=250$, par CPU

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
  - Cournot avec différenciation horizontale
  - Bertrand avec différenciation horizontale, verticale
  - Ouverture : duopole Bertrand – Cournot, choix de la concurrence prix vs quantité
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?



Bertrand avec biens différenciés (1/5)

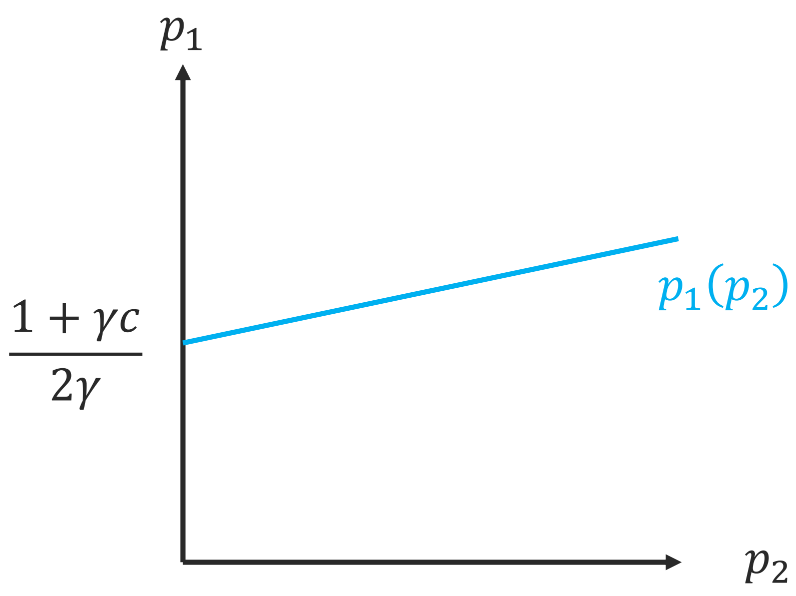
- On part de la fonction d'utilité quadratique étudiée en Lecture 1. Soit deux firmes, les fonctions de demande $q_i(p_i, p_j) = 1 - \gamma p_i + p_j$ ($\gamma \geq 1$ le paramètre de différenciation, avec biens homogènes pour $\gamma = 1$, biens différenciés pour $\gamma > 1$), des coûts marginaux symétriques et constants $1 > c > 0$
  - On écrit les fonctions de profit, on calcule les CPO

$$\max_{p_i > 0} \pi_i(p_i) = (p_i - c)(1 - \gamma p_i + p_j)$$

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = 1 - 2\gamma p_i + p_j + \gamma c = 0 \Leftrightarrow p_i(p_j) = \frac{1 + \gamma c}{2\gamma} + \frac{1}{2\gamma} p_j$$

Bertrand avec biens différenciés (2/5)

- On représente $p_i(p_j) = \frac{1+\gamma c}{2\gamma} + \frac{1}{2\gamma} p_j$ graphiquement



- On différencie l'intercept et la pente de $p_i(p_j)$ par γ :

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}\left[\frac{1+\gamma c}{2\gamma}\right] = \frac{2\gamma c - 2 - 2\gamma c}{4\gamma^2} = -\frac{1}{2\gamma^2} < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}\left[\frac{1}{2\gamma}\right] = -\frac{1}{4\gamma^2} < 0$$

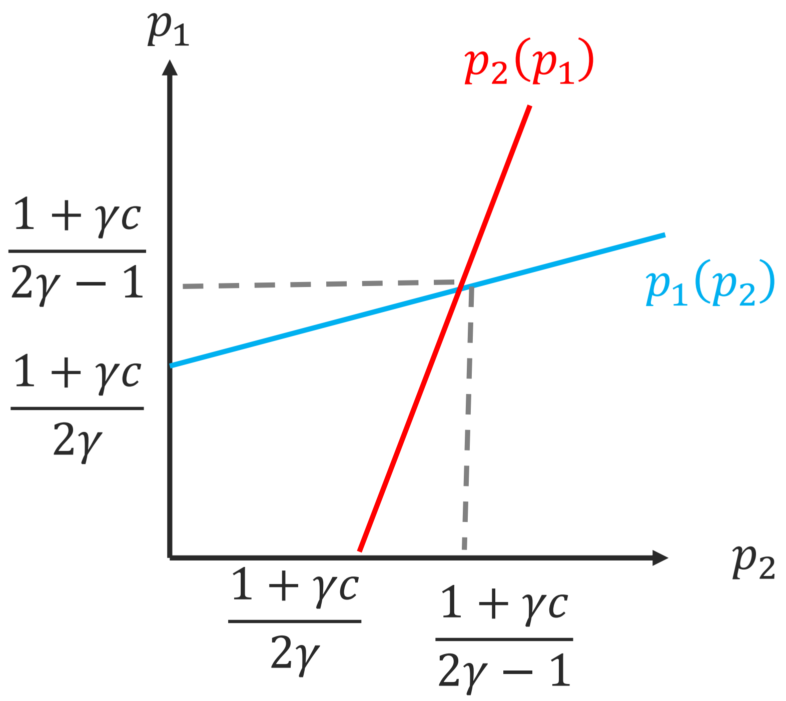
- L'intercept comme la pente de la fonction de réaction diminue pour la différenciation augmentant, suggérant que la concurrence devient moins intense

Bertrand avec biens différenciés (3/5)

- On résout le système (avec, pour des coûts symétriques) :

$$\begin{cases} p_1(p_2) = \dfrac{1+\gamma c + p_2}{2\gamma} \\ p_2(p_1) = \dfrac{1+\gamma c + p_1}{2\gamma} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1^* = \dfrac{1+\gamma c}{2\gamma - 1} \\ p_2^* = \dfrac{1+\gamma c}{2\gamma - 1} \end{cases}$$

$\frac{\partial p_i^*}{\partial \gamma} = \frac{(2\gamma-1)c-2(1+\gamma c)}{(2\gamma-1)^2} = -\frac{2+c}{(2\gamma-1)^2}$, les prix d'équilibre diminuent plus les biens sont différenciés



Bertrand avec biens différenciés (4/5)

- On substitut p* dans la fonction de demande :

$$q^* = 1 - \gamma p_1^* + p_2^* = 1 - (\gamma - 1)\frac{1 + \gamma c}{2\gamma - 1} = \frac{\gamma[1 - (\gamma - 1)c]}{2\gamma - 1}$$

- On substitut q^* dans la fonction de profit :

$$\pi^* = (p^* - c^*)q^* = \left(\frac{1 + \gamma c}{2\gamma - 1} - c\right)\frac{\gamma[1 - (\gamma - 1)c]}{2\gamma - 1} = \gamma\left(\frac{1 - (\gamma - 1)c}{2\gamma - 1}\right)^2$$

$$\frac{\partial q^*}{\partial \gamma} = \frac{(1 + (1 - 2\gamma)c)(2\gamma - 1) - 2\gamma[1 - (\gamma - 1)c]}{(2\gamma - 1)^2} = -\frac{[2\gamma(\gamma - 1) + 1]c + 1}{(2\gamma - 1)^2}$$

q^* décroît plus les biens sont différenciés

Bertrand avec biens différenciés (5/5)

- La condition pour qu'on ait une solution intérieure est que le prix fixé soit inférieur au prix de réserve :
  - pour $q = 1 - \gamma p_i + p_j$, le prix de réserve est tel que $1 - \gamma p_i + p_j = 0$ soit, par symétrie ($p_i = p_j = p$), $1 - \gamma p + p = 0 \Leftrightarrow p(\gamma - 1) = 1 \Leftrightarrow \bar{p} = \frac{1}{\gamma - 1}$
  - Pour une solution intérieure, il faut

$$p^* < \bar{p} \Leftrightarrow \frac{1 + \gamma c}{2\gamma - 1} < \frac{1}{\gamma - 1} \Leftrightarrow \gamma - 1 + \gamma c(\gamma - 1) < 2\gamma - 1 \Leftrightarrow c < \frac{1}{\gamma - 1} = \bar{p}$$

Bertrand avec biens différenciés, application numérique (1/3)

- Soit $p_1 = 100 - \left(q_1 + \frac{1}{2}q_2\right) et\ p_2 = 100 - \left(\frac{1}{2}q_1 + q_2\right)$ (θ=0,5, le paramètre de différenciation) et c=10
  - on part des fonctions de demande inverse pour écrire les fonctions de demande :

On remplace le terme de droite de [2] dans [1]

$$\begin{cases} p_1 = 100 - \left(q_1 + \frac{1}{2}q_2\right) \Leftrightarrow q_1 = 100 - p_1 - \frac{1}{2}q_2\ [1] \\ p_2 = 100 - \left(\frac{1}{2}q_1 + q_2\right) \Leftrightarrow q_2 = 100 - p_2 - \frac{1}{2}q_1\ [2] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 100 - p_1 - \frac{1}{2}q_2(100 - p_2 - \frac{1}{2}q_1) \\ q_2 = 100 - p_2 - \frac{1}{2}q_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{200}{3} - \frac{4}{3}p_1 + \frac{2}{3}p_2 \\ q_2 = 100 - p_2 - \frac{1}{2}q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3}(100 - 2p_1 + p_2) \\ q_2 = \frac{2}{3}(100 - 2p_2 + p_1) \end{cases}$$

Les fonctions de demande inverse étant symétriques (voir énoncé), les fonctions de demande le sont également (on s'économiser du calcul)

Bertrand avec biens différenciés, application numérique (2/3)

- On écrit les fonctions de profit :

$$\pi_1 = (p_1 - 10)q_1 = (p_1 - 10) * \frac{2}{3}(100 - 2p_1 + p_2) = \frac{240}{3}p_1 - \frac{4}{3}p_1^2 + \frac{2}{3}p_1p_2 - \frac{20}{3}p_2 - \frac{200}{3}$$

$$\pi_2 = (p_2 - 10)q_2 = (p_2 - 10) * \frac{2}{3}(100 - 2p_2 + p_1) = \frac{240}{3}p_2 - \frac{4}{3}p_2^2 + \frac{2}{3}p_2p_1 - \frac{20}{3}p_1 - \frac{200}{3}$$

- On résout un système à deux équations (les CPO) et deux inconnues (les prix) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \dfrac{240}{3} - \dfrac{8}{3}p_1 + \dfrac{2}{3}p_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = \dfrac{3}{8}(\dfrac{240}{3} + \dfrac{2}{3}p_2) \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \end{cases}$$

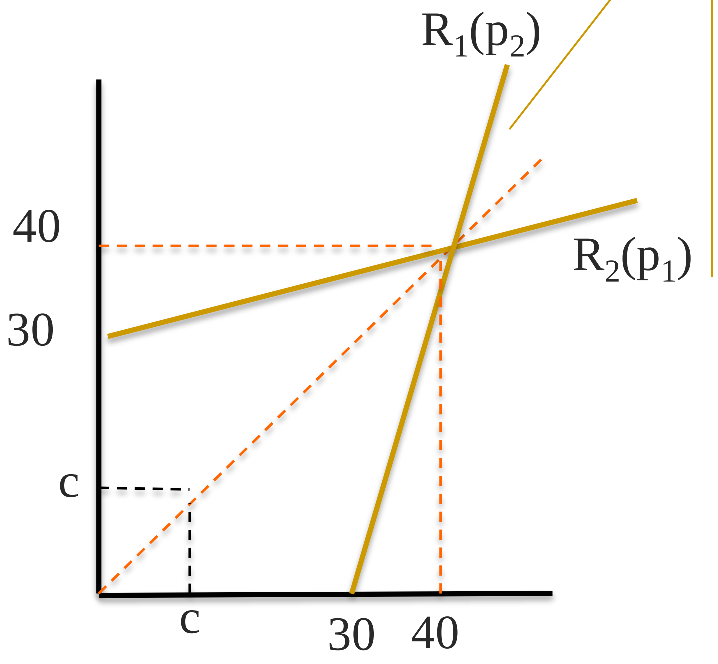
Pour π_i symétriques, ayant calculé p_1 on peut écrire p_2 par symétrie

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = 30 + \dfrac{1}{4}p_2 \\ p_2 = 30 + \dfrac{1}{4}p_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = 30 + \dfrac{1}{4}(30 + \dfrac{1}{4}p_1) \\ p_2 = 30 + \dfrac{1}{4}p_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = 40 \\ p_2 = 40 \end{cases}$$

ayant calculé p_1 on peut écrire p_2 par symétrie

Bertrand avec biens différenciés, application numérique (3/3)

- Graphiquement, l'équilibre Bertrand Nash :



Les pentes des fonctions de réaction sont croissantes (si 2 fixe un prix plus élevé, la meilleure réponse de 1 est de suivre)

Pour p_i^*, on trouve q_i^* en remplaçant p_i par la valeur de p_i^* dans les fonctions de demande
Connaissant p_i^* et q_i^*, on calcule π_i^* (pas de coûts fixes ici)

Fonction de demande à agent représentatif, différenciation verticale (1/4)

- Ici, les biens différent sur une caractéristique unique, z, la qualité. Les agents sont unanimes sur le classement des biens, pour des prix égaux. Comment expliquer qu'ils ne choisissent pas tous la même qualité ?
  - 1ère famille de modèle : ils disposent du même revenu mais sont hétérogènes dans leurs préférences => la somme supplémentaire qu'ils sont prêts à dépenser pour une qualité supérieure diffère d'un agent à l'autre (Mussa et Rosen, 1978). On va étudier ce cas.
  - 2ème famille : ils ont les mêmes préférences, mais ne disposent pas du même revenu => choix de qualité croissant du revenu (Sutton et Shaked, 1983) (pour une présentation, voir Martin 2002 #110-115, Tirole, 1998 #189-193)

Fonction de demande à agent représentatif, différenciation verticale (2/4)

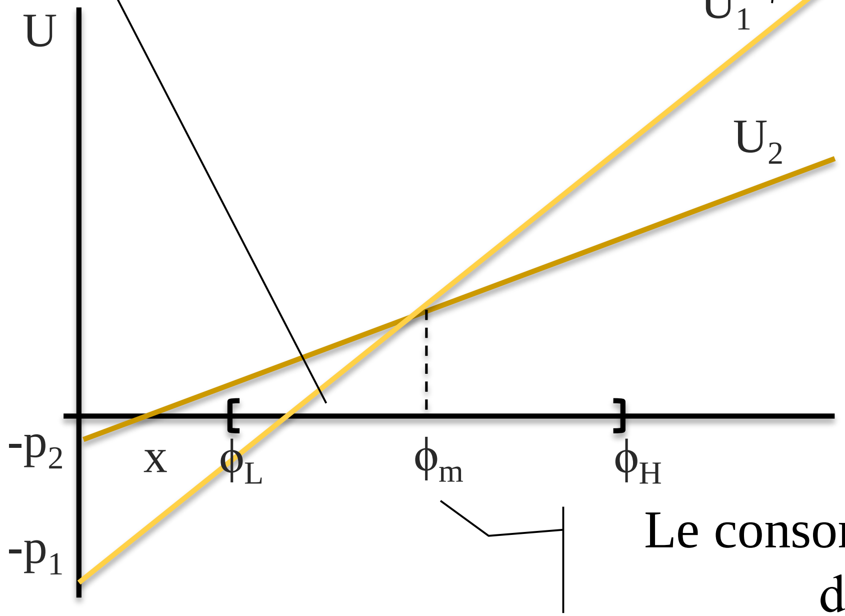
- On considère un marché avec deux variétés, i=1,2. On suppose les qualités z_i telles que $z_1>z_2>0$
  - les préférences pour la qualité sont hétérogènes, avec ϕk ce paramètre de goût pour l'individu k, et $0<\phi_L\leq\phi_k\leq\phi_H<\infty$, $\phi_H-\phi_L=1$ (la préférence pour la qualité va du plus faible, L, ou plus élevé, H)
  - chaque consommateur consomme au plus une unité de bien. N consommateurs sont uniformément répartis sur $\phi_H-\phi_L$
  - La fonction d'utilité de k pour tout i est :

$$U_{ki} = \begin{cases} 0 & si\ \phi_k Z_i - p_i < 0 \\ \phi_k Z_i - p_i & sinon \end{cases}$$

Fonction de demande à agent représentatif, différenciation verticale (3/4)

- Graphiquement, on peut représenter U_1 et U_2 (les fonctions d'utilité pour i=1,2) :

On suppose également ici $U(\phi_m)>0$, et $\phi_H>\phi_L>x$ => les consommateurs consommeront tous (1 unité, soit de haute, soit de basse qualité). Si $\phi_L<x$, alors les consommateurs qui auraient été sur $x-\phi_L$ n'auraient rien consommé (pas même la basse qualité)



La pente de U_1 et U_2 est fonction de la qualité des biens, et comme on a posé $Z_1>Z_2$, U_1 est plus pentue que U_2

Le consommateur marginal est compris dans l'intervalle ϕ_L- ϕ_H

Fonction de demande à agent représentatif, différenciation verticale (4/4)

- Le consommateur marginal est indifférent entre consommer la variété 1 ou 2,

$$Um_1 = Um_2 \Leftrightarrow \phi_m = \frac{p_1 - p_2}{Z} \; pour \; z \equiv z_1 - z_2$$

  - les consommateurs valorisant davantage la qualité (à droite de ϕ_m) reçoivent une utilité supérieure en consommant la variété de qualité supérieure (z_1) (ceux entre ϕ_m et ϕ_H). Les autres (entre ϕ_L-ϕ_m) consomment la variété de qualité inférieure (z_2)
  - Les demandes à la firme sont alors (linéaires) :

$$q_1 = N(\phi_H - \phi_m) = N\left(\phi_H - \frac{p_1}{Z} + \frac{p_2}{Z}\right)$$

$$q_2 = N(\phi_m - \phi_H) = N\left(-\phi_L + \frac{p_1}{Z} - \frac{p_2}{Z}\right)$$

Modèle de Bertrand avec différenciation verticale (1/3)

- Le modèle présenté est dérivé de (Choi & Shin, 1992), repris par (Tremblay & Tremblay, 2012 #267-68). La spécification de la fonction de demande est celle de Mussa et Rosen :
  - un marché avec deux variétés, i=1,2, de qualité z_i avec $z_1 > z_2 > 0$ (unanimité sur le classement, z_i fixée exogénement, l'index de différenciation verticale $z \equiv z_1 - z_2$)
  - les préférences pour la qualité sont hétérogènes, avec ϕ_k ce paramètre de goût pour l'individu k, et $0 < \phi_L \leq \phi_k \leq \phi_H < \infty$, $\phi_H - \phi_L = 1$ (la préférence pour la qualité va du plus faible, L, ou plus élevé, H)
  - chaque consommateur consomme au plus une unité de bien. N consommateurs sont uniformément répartis sur $\phi_H - \phi_L$

Modèle de Bertrand avec différenciation verticale (2/3)

- On a vu précédemment que les demandes à la firme sont :

$$q_1 = N(\phi_H - \phi_m) = N\left(\phi_H - \frac{p_1}{Z} + \frac{p_2}{Z}\right) = \frac{N(Z\phi_H - p_1 + p_2)}{Z}$$

$$q_2 = N(\phi_m - \phi_H) = N\left(-\phi_L + \frac{p_1}{Z} - \frac{p_2}{Z}\right) = \frac{N(-Z\phi_L + p_1 - p_2)}{Z}$$

q_i croît avec N, avec p_j, décroît avec p_i

- On calcule les CPO :

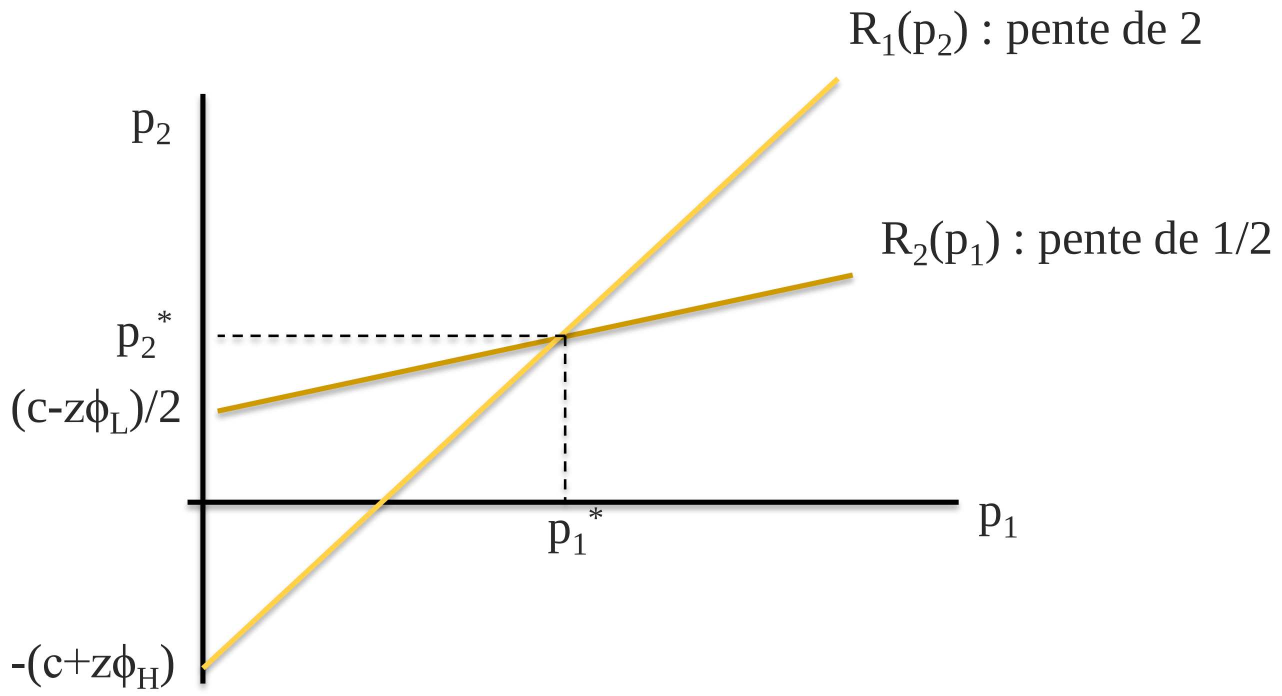
Pour que 2 produise, il faut que $\Phi_H > 2\Phi_L$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \dfrac{N(Z\phi_H - 2p_1 + p_2)}{Z} - \dfrac{(-c)}{Z} \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \dfrac{N(-Z\phi_L + p_1 - 2p_2)}{Z} - \dfrac{(-c)}{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} p_1^* = c + \dfrac{Z(2\phi_H - \phi_L)}{3} > p_2^* = c + \dfrac{Z(\phi_H - 2\phi_L)}{3} \\ q_1^* = \dfrac{N(2\phi_H - \phi_L)}{3} > q_2^* = \dfrac{N(\phi_H - 2\phi_L)}{3} \end{array}$$

$$\pi_1^* = \frac{NZ(2\phi_H - \phi_L)^2}{9} - F_1 \; et \pi_2^* = \frac{NZ(\phi_H - 2\phi_L)^2}{9} - F_2$$

Modèle de Bertrand avec différenciation verticale (3/3)

- Graphiquement, les fonctions de réaction ont une pente positive (pour calculer la pente et la valeur de l'intercepte, on réécrit les fonctions de réaction telles que $p_2= \ldots$):



Généralisation à n firmes et retour sur Bertrand vs Cournot

- Que se passe-t-il si on généralise à n firmes ?
  - Le prix d'équilibre baisse (et q* croît) plus les biens sont homogènes et plus le nombre de variétés augmente. On trouve ici les mêmes prédictions que pour un modèle de Cournot à biens différenciés
  - Il y a cependant des différences systématiques de performances selon les modèles :
    - en statique, q_i^* seront plus élevés, p_i^* *et* π_i^* plus faibles avec Bertrand (/ Cournot)
    - en séquentiel, avec une décision d'investissement en 1ère période (ex. dépenses R&D) fondée sur un profit espéré plus élevé en 2nde période, l'investissement sera plus faible pour une concurrence en prix en 2nde période plutôt qu'une concurrence en quantité, et les profits sont plus faibles en prix plutôt qu'en quantité
    - Le nombre de firmes à l'équilibre de long terme sera également plus faible pour une concurrence en prix (les profits étant plus faibles, l'incitation à entrer est réduit)

Modèle de Bertrand : biens homogènes vs biens différenciés

- Profit nul à l'équilibre dans le modèle sans différenciation (coût homogène, absence de contrainte de capacité, information parfaite) vs profit positif
  - avec différenciation, une firme peut fixer un prix supérieur à son rival sans perdre la totalité de la demande
  - pourquoi ? Parce que la différenciation rend sa courbe de demande résiduelle moins élastique
- Quel effet sur la bien-être ?
  - hausse du prix, mais le consommateur valorise la différenciation
  - Pour apprécier l'effet net, il faudra ….

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d’un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
  - Cournot avec différenciation horizontale
  - Bertrand avec différenciation horizontale, verticale
  - Ouverture : duopole Bertrand – Cournot, choix de la concurrence prix vs quantité
- Modèles d’oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?

Les approches matricielles, communes en management stratégique, ne distinguent (jamais ?) différenciation horizontale et verticale

Modèle Cournot – Bertrand, avec biens différenciés (1/5)

- Jusqu'à présent, on a considéré le choix de la variable stratégique comme donnée, pour des firmes entrant en concurrence soit en quantité (Cournot) soit en prix (Bertrand). Mais ?
  - Le choix de la variable est une question empirique (argument de : Kreps & Scheinkman, 1983), pourquoi certaines firmes ne joueraient-elles pas en quantité, et d'autres en prix ?
  - Historiquement, pour le marché des PC, si Dell fixait le prix, produisant en conséquence des achats, IBM de son côté construisait ses machines, les fournissait aux revendeurs qui fixaient le prix, le marché s'ajustant (O(p)=D(p)) => Cournot et Bertrand en même temps sur un même marché …..

Modèle Cournot – Bertrand, avec biens différenciés (2/5)

- Les hypothèses d'un modèle Cournot-Bertrand seront les mêmes que celles d'un modèle de base, exceptées le fait que 1 jouera en quantité et 2 en prix (par ex.) (in : Tremblay & Tremblay, 2012 #268-72) :

$$\begin{matrix} p_1 = a - q_1 - dq_2 \\ q_2 = a - p_2 - dq_1 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} p_1 = (a - ad) - (1 - d^2)q_1 - dp_2 \\ q_2 = a - p_2 - dq_1 \end{matrix}$$

$$\max_{q_1} \pi_1 = [(a - ad) - (1 - d^2)q_1 - dp_2]q_1 - f_1$$

$$\max_{p_2} \pi_2 = p_2(a - p_2 - dq_1) - f_2$$

On suppose c_i=0, pour simplifier (on pourrait interpréter p_i comme étant p_i-c_i). f_i = coûts fixes

Modèle Cournot – Bertrand, avec biens différenciés (3/5)

- On résout (un système à deux équations, deux inconnues) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = [(a - ad) - 2(1 - d^2)q_1 + dp_2] - 0 = 0 \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = a - 2p_2 - dq_1 - 0 = 0 \end{cases}$$

$$p_1^* = \frac{a(2 - d - 2d^2 + d^3)}{4 - 3d^2} > p_2^* = \frac{a(2 - d - d^2)}{4 - 3d^2}$$

$$q_1^* = \frac{a(2 - d)}{4 - 3d^2} > q_2^* = \frac{a(2 - d - d^2)}{4 - 3d^2}$$

$$\pi_1^* = \frac{a^2(2-d)^2\,(1-d^2)}{(4-3d^2)^2} - f_1 \text{ et } \pi_2^* = \frac{a^2\left(2-d-d^2\right)^2}{(4-3d^2)^2} - f_2$$

La firme 1 fixe des prix plus élevés et produits davantage que la firme 2

Le profit de 1 est plus élevé, pour une différence de f_i pas trop grande

Modèle Cournot – Bertrand, avec biens différenciés (4/5)

- Quel effet du paramètre de différenciation ?

$$\begin{cases} p_1^* = \dfrac{a(2-d-2d^2+d^3)}{4-3d^2} > p_2^* = \dfrac{a(2-d-d^2)}{4-3d^2} \\ q_1^* = \dfrac{a(2-d)}{4-3d^2} > q_2^* = \dfrac{a(2-d-d^2)}{4-3d^2} \end{cases}$$

Pour d=1, q_1 et p_1 sont à leur niveau concurrentiel (p_i=Cm=0 ici) et la firme 2 sort du marché

Pour d=0, les firmes sont en monopole sur leur marché.

$$\begin{cases} \pi_1^* = \dfrac{a^2(2-d)^2\,(1-d^2)}{(4-3d^2)^2} - f_1 \\ \pi_2^* = \dfrac{a^2(2-d-d^2)^2}{(4-3d^2)^2} - f_2 \end{cases}$$

=> la menace d'un concurrent de type Bertrand suffit à discipliner la firme de type Cournot

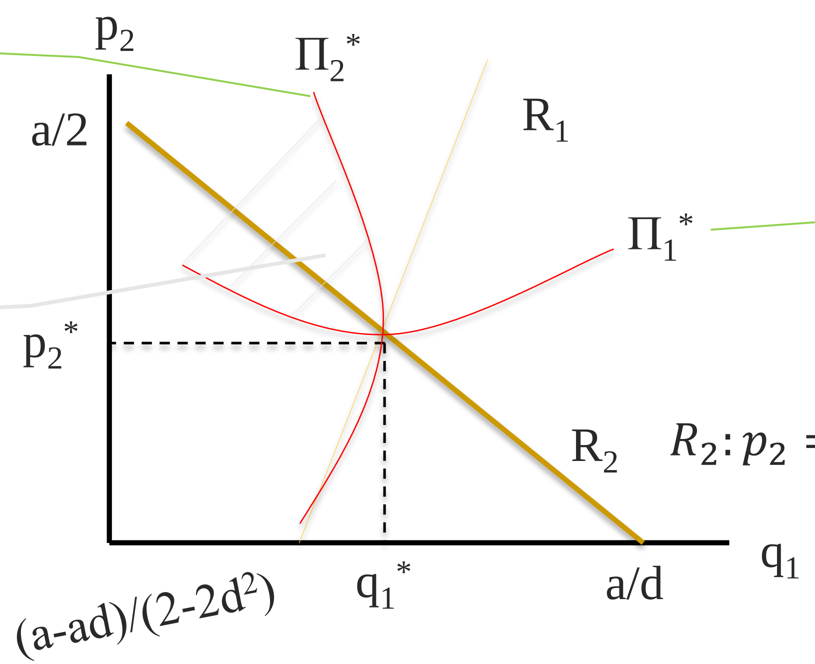
Modèle Cournot – Bertrand, avec biens différenciés (5/5)

- Pour mieux comprendre ces résultats, considérons les pentes des fonctions de réaction (dérivées secondes des fonctions de profit, ou encore dérivée des fonctions de réaction par p_2) :

$$R_1 : p_2 = \frac{ad - a}{d} + \frac{2(1 - d^2)}{d} q_1$$

pour des conditions de demande et de coût similaires, le choix de la variable stratégique conduit à des résultats différents pour chacune des firmes

Le profit de 2 décroît avec q_1, son isoprofit est concave à l'axe p_2



Le profit de 1 croît avec p_2, son isoprofit est convexe à l'axe q_1

La zone (traits gris) d'accord de cartel serait dans cette zone (combinaison p_2 et q_1 mutuellement avantageuses)

$$R_2 : p_2 = \frac{a}{2} - \frac{d}{2} q_1$$

Pour aller plus loin avec le modèle C-B

- Pour une présentation plus complète et des discussions quant aux applications en économie internationale, économie publique et naturellement en économie industrielle, voir :
  - Tremblay, C. H., & Tremblay, V. J. (2011). The Cournot–Bertrand model and the degree of product differentiation. *Economics Letters*, 111(3), 233-235.
  - Tremblay, C. H., & Tremblay, V. J. (2019). Oligopoly Games And The Cournot–Bertrand Model: A Survey. *Journal of Economic Surveys*, 33(5), 1555-1577.

Bilan intermédiaire

- Quels principaux enseignements tirer des modèles vus :
  - Pour des biens homogènes, prix et quantités sont plus importantes à la Cournot qu'à la Bertrand
  - Alors qu'en monopole, l'équilibre est invariant du choix en quantité ou en prix, il en va différemment en oligopole. La solution concurrentielle est atteinte à la Bertrand pour des biens homogènes et 2 firmes ou plus. À la Cournot, cette solution n'est atteinte que pour n firmes tendant vers l'infini
  - La rivalité décroît avec la différenciation des biens
  - Le duopole devient naturellement asymétrique pour des firmes dont la variable de choix est distincte. Une firme jouant en quantité contre une autre jouant en prix a un avantage, pour la firme à la Bertrand n'ayant pas un avantage en coût significatif

Le choix de la concurrence en prix ou en quantité (1/5)

- Quels principaux enseignements tirer des modèles vus :
  - Pour des biens homogènes, prix et quantités sont plus importantes à la Cournot qu’à la Bertrand
  - Alors qu’en monopole, l’équilibre est invariant du choix en quantité ou en prix, il en va différemment en oligopole. La solution concurrentielle est atteinte à la Bertrand pour des biens homogènes et 2 et plus firmes. À la Cournot, cette solution n’est atteinte que pour n firme tendant vers l’infini
  - La rivalité décroît avec la différenciation des biens
  - Le duopole devient naturellement asymétrique pour des firmes dont la variable de choix est distincte. Une firme jouant en quantité contre une autre jouant en prix a un avantage pour des la firme à la Bertrand n’ayant pas un avantage en coût significatif

Le choix de la concurrence en prix ou en quantité (2/5)

- Le choix de la variable prix ou quantité dépend de la technologie (flexibilité de l'appareil de production), il est également influencé par la différenciation produit et l'asymétrie des coûts (Singh & Vives, 1984). Dans le cadre d'un duopole à biens différenciés, le choix se résume à :
  - Cournot (C) : les deux firmes jouent en quantité
  - Bertrand (B) : les deux firmes jouent en prix
  - Cournot – Bertrand (CB) : 1 joue en quantité, 2 joue en prix
  - Bertrand – Cournot (BC) : 1 joue en prix, 2 joue en quantité

Le choix de la concurrence en prix ou en quantité (3/5)

- Pour les fonctions de demande sur lesquelles on a travaillé pour étudier les modèles de Cournot, Bertrand et Cournot – Bertrand avec biens différenciés, pour c=0, a=25, d=1/2, on a :

		Firme 2	
		q_1	p_2
Firme 1	q_1	$\Pi_1^c=100-F_1^c$; $\Pi_2^c=100-F_2^c$	$\Pi_1^{CB}=99{,}9-F_1^C$; $\Pi_2^{CB}=92{,}5-F_2^B$
	p_1	$\Pi_1^{BC}=92{,}5-F_1^B$; $\Pi_2^{BC}=99{,}9-F_2^c$	$\Pi_1^B=92{,}6-F_1^B$; $\Pi_2^B=92{,}6-F_2^B$

  - Si les coûts fixes sont suffisamment faibles, et pour $F_1^C=F_1^B$ et $F_2^C=F_2^B$, alors la stratégie dominante pour les firmes est de jouer en quantité (l'intuition du résultat : pour q_j fixées, la pente de la fonction de demande à i est proche de celle de la demande au marché. Pour p_j fixés, la demande à la firme i est plus élastique, j pouvant lui voler des clients pour un prix moindre)

Le choix de la concurrence en prix ou en quantité (4/5)

- Il y a trois conditions pour que jouer en prix soit plus profitable que jouer en quantité :
  - 1 : s'il est plus coûteux de changer les prix plutôt que les quantités. Cela peut arriver quand F_i^C sont sensiblement plus élevés que F_i^B Ex.: pour une concurrence en quantité, la firme doit apporter sur le marché une grande quantité de biens, mais les ventes peuvent prendre du temps, d'où des coûts de stockage. À titre d'exemple, pour $F_i^C=10$ et $F_i^B=0$, la stratégie dominante est de jouer en prix :

		Firme 2	
		q_1	p_2
Firme 1	q_1	$\Pi_1^c=100$; $\Pi_2^c=90$	$\Pi_1^{CB}=99,9$; $\Pi_2^{CB}=92,5$
	p_1	$\Pi_1^{BC}=92,5$; $\Pi_2^{BC}=89,9$	$\Pi_1^B=92,6$; $\Pi_2^B=92,6$

Le choix de la concurrence en prix ou en quantité (5/5)

- 2 : la concurrence en prix domine la concurrence en quantité quand les marques sont différenciées verticalement et que la différenciation est suffisamment grande (Häckner, 2000)
- 3 : pour un jeu séquentiel, le suiveur aura la même probabilité de jouer en prix ou en quantité, que le leader ait joué en quantité ou en prix en 1ère période (Tremblay et al. 2011)

Häckner J. 2000 A note on price and quantity competition in differenciated oligopolies, *Journal of Economic Theory*, 93(2) : 233-239

Tremblay V.J., Tremblay C.H., Isari-yawongse K. 2011 Endogeneous timing and strategic choice : the Cournot – Bertrand model, *Bulletin Economic Research*, 65 : 332-342

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
  - Localisations endogènes – prix exogènes, prix endogènes – localisations exogènes
  - Modèle avec des coûts de transport quadratiques
  - Ouverture : différenciation horizontale et verticale ; l'approche de Lancaster
- Plus de différenciation, plus de profit ?

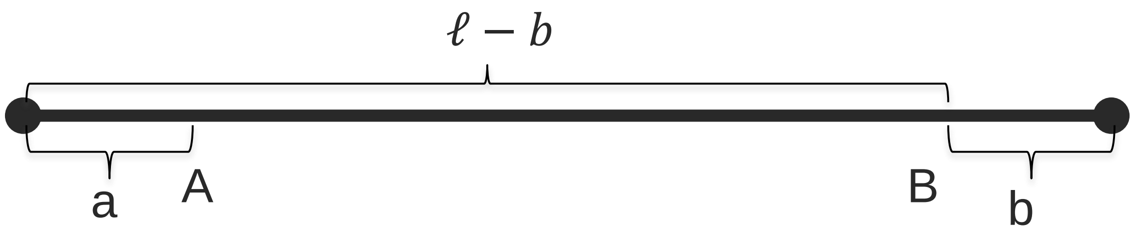
Hotelling, H (1895-1973)

Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixés (1/4)

- Commençons par un cas simple : deux marchands de glaces (i=A,B) décidant de leur emplacement sur un plage (linéaire, de longueur ℓ), pour p_i fixé par leur franchiseur (i.e. p_i exogènes). On pose :
  - les consommateurs sont uniformément répartis sur ℓ, pour un consommateur par unité de distance (soit ℓ consommateurs), chacun consommant une glace, soit auprès de A soit de B (i. e. on suppose donc $p_i + tx \leq v_i$, t le coût de transport, v_i le prix de réservation)
  - pour simplifier, on pose $p_i = p_{j \neq i} = 0$. On supposera que les deux marchands de glaces ne supportent pas d'autres coûts variables que le prix de gros. Ils sont tous deux franchisés, et le contrat de franchise spécifie le prix de vente au détail

Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixés (2/4)

- Sous ces hypothèses, le seul choix laissé aux vendeurs est celui de la localisation sur ℓ :
  - partons des localisations ci-dessous (avec $a + b \leq \ell$):



  - le vendeur A vend aux a consommateurs à sa gauche, et à la moitié des $\ell - (a + b)$ consommateurs à sa droite : $q_A = a + \frac{\ell - b - a}{2} = \frac{\ell - b + a}{2}$
  - la meilleure réponse de A pour cette localisation de B est donc de se rapprocher du centre (capte davantage de consommateurs à sa droite, et conserve ses consommateurs à sa gauche). B tiendra le même raisonnement et les deux firmes se localiseront au centre ($\ell/2$)

Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixés (3/4)

- Le principe de différenciation minimum :
  - Hotelling observait «an undue tendency for competitors to imitate each other in quality of goods, in location, and in other essential ways » (1929 #41)
  - en l'absence de concurrence en prix les firmes se localisent au centre dans ce modèle (pas d'intérêt à se différencier, pour des prix fixés), pour une distance moyenne parcourue par le consommateur pour accéder au plus proche vendeur de 1/4 de ℓ
  - ce résultat est socialement inefficace. La distance est minimisée pour une localisation ¼ et ¾ des deux vendeurs. La distance moyenne parcourue est dans ce cas de 1/8 de ℓ

Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixés (4/4)

- Pour déterminer l'optimum, on minimise la désutilité agrégée des consommateurs (liée à leur déplacement) :

$$S(a,b) = \min_{a,b}\left(\int_0^{\frac{a+b}{2}} |x-a|dx + \int_{\frac{a+b}{2}}^{1} |x-b|dx\right) = \frac{3}{4}(a^2+b^2) - \frac{ab}{2} - b + \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial S(a,b)}{\partial a} = \frac{\partial S(a,b)}{\partial b} = 0 \Rightarrow a^* = \frac{1}{4}\ et\ b^* = \frac{3}{4}$$

Points d'étape sur ce modèle à choix de localisation endogènes, prix exogènes

- Le résultat de ce modèle, simple, repose sur des hypothèses fortes :
  - l'exogénéité des prix est forte (on l'a justifié dans le cadre du cas spécifique d'une relation franchiseur – franchisé, mais !). Ce modèle trouve toutefois des applications intéressantes en théorie des votes (e.g. positionnements des candidats à une élection)
  - la localisation au centre de la plage des deux vendeurs peut-être remise en cause pour des consommateurs non homogénement répartis sur ℓ (pour des vendeurs allant là où les consommateurs sont)
  - et quand on augmente le nombre de vendeurs (car après tout la plage peut être suffisamment grande pour en supporter plus de deux, la commune peut être intéressée par accorder davantage de concessions, etc.) ? Comme enseignements généraux : i) ils ne se localisent pas tous au centre, ii) il existe plusieurs équilibres en stratégies pures (mais lequel choisir ?)

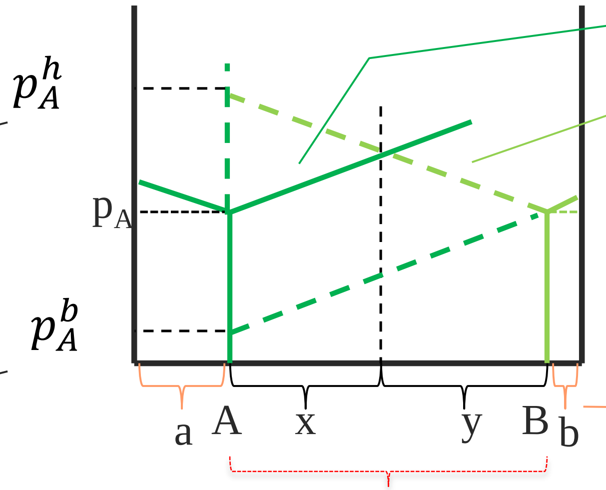
Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (1/6)

étudié en S5, pour i localisées aux extrémités

- Dans une rue linéaire, de longueur ℓ, 2 boulangers louent des locaux existants (A et B) et doivent décider du prix de la baguette (pour simplifier Cm=0). On pose ℓ =35, a=4, b=1 et t=1 :
  - les consommateurs sont uniformément répartis sur ℓ, pour un consommateur par unité de distance (soit ℓ consommateurs)
  - chaque consommateur consomme une baguette et supporte un prix égal au prix du bien (p_A, p_B) plus un coût de transport pour se rendre à la boulangerie (t constant et linéaire)

Si A fixe un prix supérieur au prix CAF de B, les consommateurs iront en B, soit $p_A^h(p_B) = p_B + t(\ell - a - b)$

Si A fixe un prix inférieur au prix FOB de B, les consommateurs iront en A, soit $p_A^b(p_B) = p_B - t(\ell - a - b)$



Prix CAF pour un consommateur achetant en A : $p_A + tx$

Prix CAF pour un consommateur achetant en B : $p_B + ty$

A<B, A est à une distance a de l'extrémité gauche (B à b, de l'extrémité droite)

l'écart entre les 2 firmes est : ℓ-a-b

Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (2/6)

- Comment vont se répartir les consommateurs entre A et B ?
  - ℓ-a-b est la distance entre les magasins A et B. Pour des prix suffisamment haut (vs bas) (e.g. p_A^h et p_A^b pour A sur le graphique précédent), de petits changements peuvent causer un basculement de la demande d'un point de vente à l'autre. La distance entre A et B détermine ce qui sera « suffisamment » haut ou bas
  - Mais pour des prix intermédiaires, $p_A^b(p_B) \leq p_A \leq p_A^h(p_B)$, la demande en A est une fonction continue des p_i, pour A et B vendant dans la zone centrale du marché :
    - Le consommateur indifférent entre A et B est tel que $p_A + tx = p_B + ty$.
    - Pour $x + y = \ell - a - b \Leftrightarrow y = \ell - a - b - x$.
    - On réécrit : $p_A + tx = p_B + t(\ell - a - b - x) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(\frac{p_B - p_A}{t} + \ell - a - b)$

Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (3/6)

- On peut écrire la fonction de demande de A (même raisonnement pour celle de B)

$$q_A(p_A, p_B) = \begin{cases} \ell & si \quad p_A < p_A^b(p_B) \\ \frac{1}{2}\left(\ell + a - b + \frac{p_B - p_A}{t}\right) & si \quad p_A^b(p_B) \le p_A \le p_A^h(p_B) \\ 0 & si \quad p_A^h(p_B) < p_A \end{cases}$$

La quantité a, à gauche de A, plus jusqu'au consommateur indifférent, soit : $a + \frac{1}{2}\left(\ell - a - b + \frac{p_B - p_A}{t}\right) = \frac{1}{2}\left(\ell + a - b + \frac{p_B - p_A}{t}\right)$

La fonction de demande comprend deux discontinuités

Si $p_A^{bas} < 0$ (peut arriver pour p_B faible, t élevé, A et B proches des bords – d'où a et b faibles), A ne peut pas capter tout ℓ

Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (4/6)

- Les fonctions de profit de A et B s'écrivent alors (à partir desquelles on calculera les CPO, on résoudra un système à deux équations, deux inconnues) :

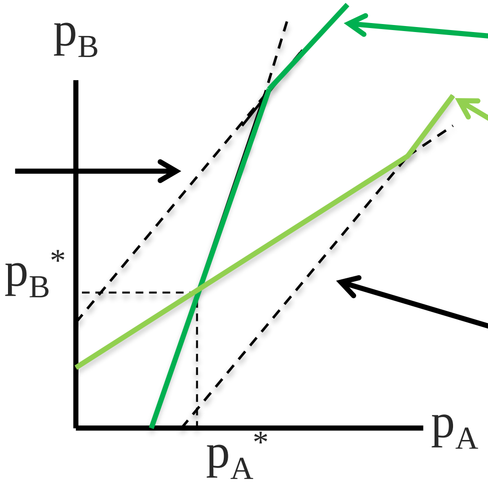
$$\pi_A(p_A, p_B) = \begin{cases} p_A * \ell & p_A < p_A^b(p_B) \\ \frac{1}{2} p_A\left(\ell + a - b + \frac{p_B - p_A}{t}\right) & p_A^b(p_B) \leq p_A \leq p_A^h(p_B) \\ 0 & p_A^h(p_B) < p_A \end{cases}$$

$$\pi_B(p_A, p_B) = \begin{cases} p_B * \ell & p_B < p_B^b(p_A) \\ \frac{1}{2} p_B\left(\ell - a + b + \frac{p_A - p_B}{t}\right) & p_B^b(p_A) \leq p_B \leq p_B^h(p_A) \\ 0 & p_B^h(p_A) < p_B \end{cases}$$

Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (5/6)

- On reprend les données précédentes. On calcule et on illustre graphiquement :

$p_B = p_A + t(\ell - a - b)$ (pour p_B supérieur à ce seuil, B ne vend rien, A capte tout)



$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 0 \Leftrightarrow p_A = \frac{1}{2}[p_B + t(\ell - b + a)]$$

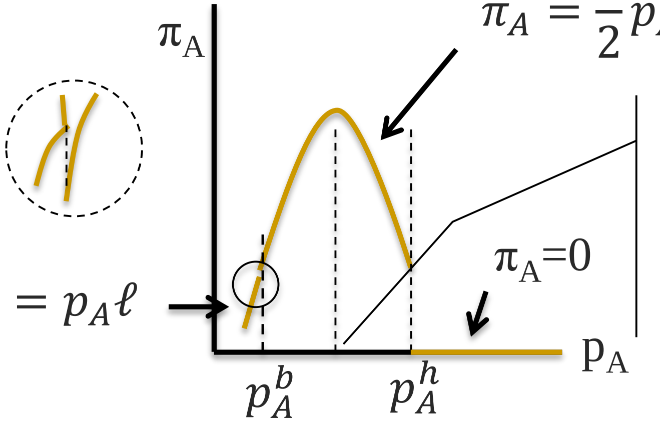
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} = 0 \Leftrightarrow p_B = \frac{1}{2}[p_A + t(\ell - a + b)]$$

$p_B = p_A - t(\ell - a - b)$ (pour p_B inférieur à ce seuil, B capte tout le marché)

pour des valeurs fortes de p_B, A capte tout le marché en fixant $p_A = p_B - t(\ell - a - b) - \epsilon$

$$\pi_A = \frac{1}{2} p_A \left[\frac{1}{t}(p_B - p_A) + \ell + a - b\right]$$

$\pi_A = p_A \ell$



pour des valeurs faibles et intermédiaires de p_B, π_A est maximisé sur son segment intermédiaire. La CPO donne $\frac{1}{2}[p_B + t(\ell - b + a)]$

Modèle de Hotelling, choisir les prix à localisations fixées (6/6)

- Pour trouver l'équilibre de Nash en prix, à localisations fixées, en simultané, on résout le système à deux équations (les fonctions de réaction) à deux inconnues (les prix). On trouve alors :

$$p_A^* = t\left(\ell + \frac{a-b}{3}\right) \qquad \pi_A^* = \frac{1}{2t}(p_A^*)^2$$

$$p_B^* = t\left(\ell + \frac{b-a}{3}\right) \qquad \pi_B^* = \frac{1}{2t}(p_B^*)^2$$

Le profit de A croît avec a (s'éloigne du bord), le profit de B croît avec b. Pour le choix de localisation libre (et p_i fixés exogènement), on pourrait penser que cela inciterait les firmes à se rapprocher du centre, si l'on en croit le principe de différenciation minimum énoncé par Hotelling, mais ……

Retour sur le principe de différenciation minimum (1/2)

- La conclusion précédente repose sur l'hypothèse que les firmes fixent leur quantité sur la partie intermédiaire de leur fonction de demande, qu'elles ne sont pas incitées à baisser leur prix pour capturer l'intégralité du marché. Cela n'est vrai que pour A et B suffisamment éloignés :
  - pour conquérir les clients de A, B (par exemple) doit baisser son prix. Mais il doit également le faire pour ceux qui étaient captifs (ceux en b) (en l'absence de discrimination en prix)
  - si A et B sont éloignés, la perte de profit de B sur son hinterland (la perte de profit sur b) sera supérieur aux gains associés à la capture des clients de A

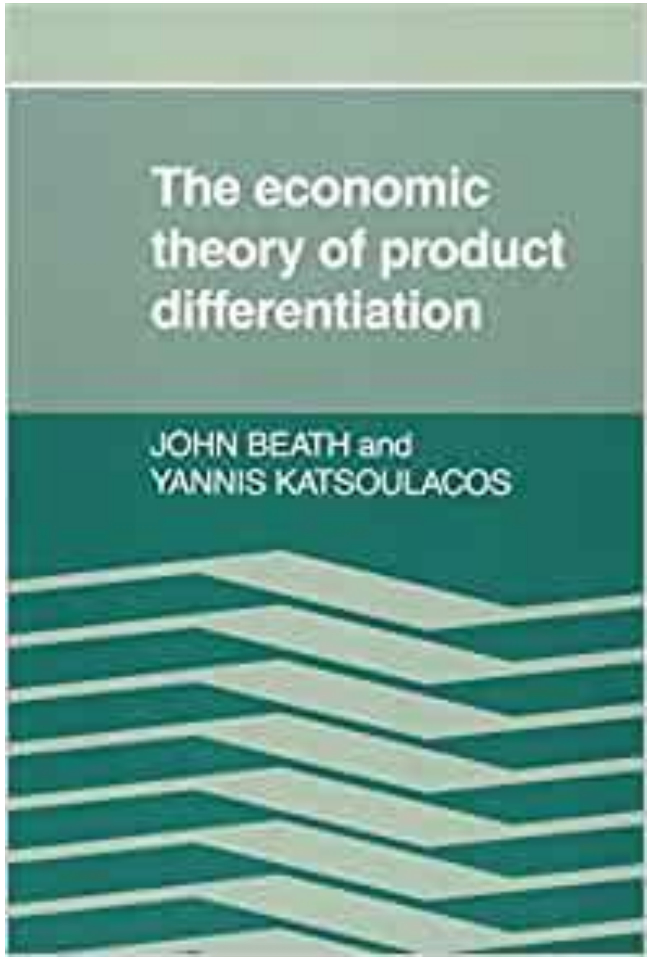
Retour sur le principe de différenciation minimum (2/2)

- Mais si A et B sont proches (a et b importants, ce qui nous intéresse avec le principe de différenciation minimum), les firmes chercheront à capturer l'intégralité de ℓ :
  - pour conquérir les clients de A, B ne devra que faiblement baisser son prix, elle ne renoncera qu'à une faible part de profit sur son hinterland, qui sera compensée par les gains de sa capture de ℓ. Idem pour A
  - D'Aspremont et al. (1979) montrent qu'un équilibre en stratégie pure n'est possible que pour $a=b=\ell/4$. Osborne et Pitchik (1987) montrent qu'un équilibre en stratégie mixte est possible, pour des localisations un peu plus au centre. Mais le principe de différenciation minimum n'est pas restauré pour autant.

Et si t non linéaire ?

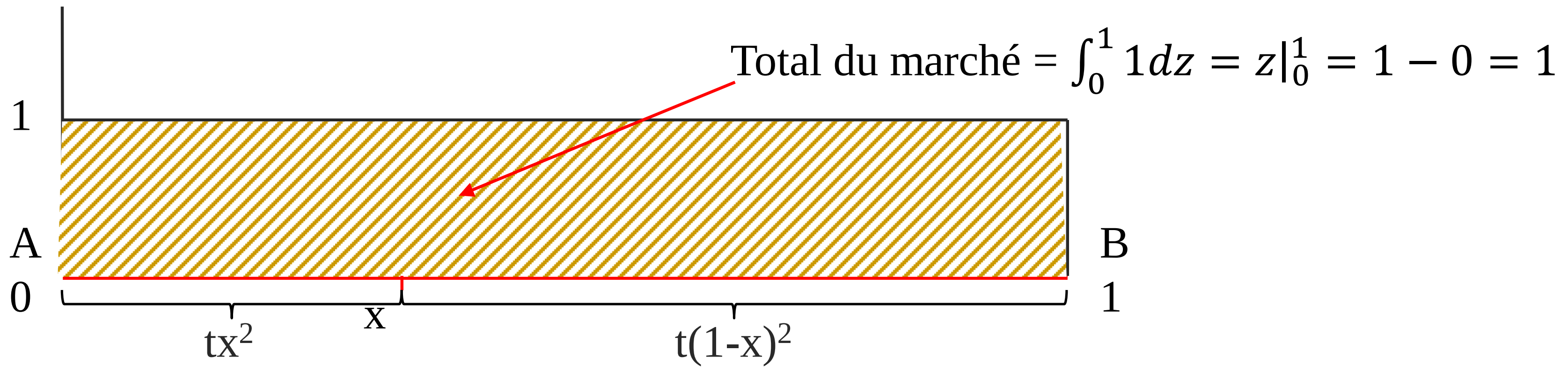
Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
  - Localisations endogènes – prix exogènes, prix endogènes – localisations exogènes
  - Modèle avec des coûts de transport quadratiques
  - Ouverture : différenciation horizontale et verticale ; l'approche de Lancaster
- Plus de différenciation, plus de profit ?



Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixé, t^2 (1/4)

- Reprenons le cas de la ville linéaire :
  - deux firmes, A et B, localisées aux extrémités, produisant le même bien, pour un coût constant, pour un prix p_A et p_B. Un consommateur achetant une unité du bien supporte un coût de transport de tx^2 pour acheter en A, et de $t(1-x)^2$ pour acheter en B
  - les consommateurs sont uniformément distribués sur [0,1], consomment une unité du bien (leur prix de réservation, V, est suffisamment élevé), pour une fonction d'utilité $U=V-p-td^2$



Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixé, t^2 (2/4)

- On cherche à écrire les fonctions de demande
  - On définit pour cela le consommateur indifférent :

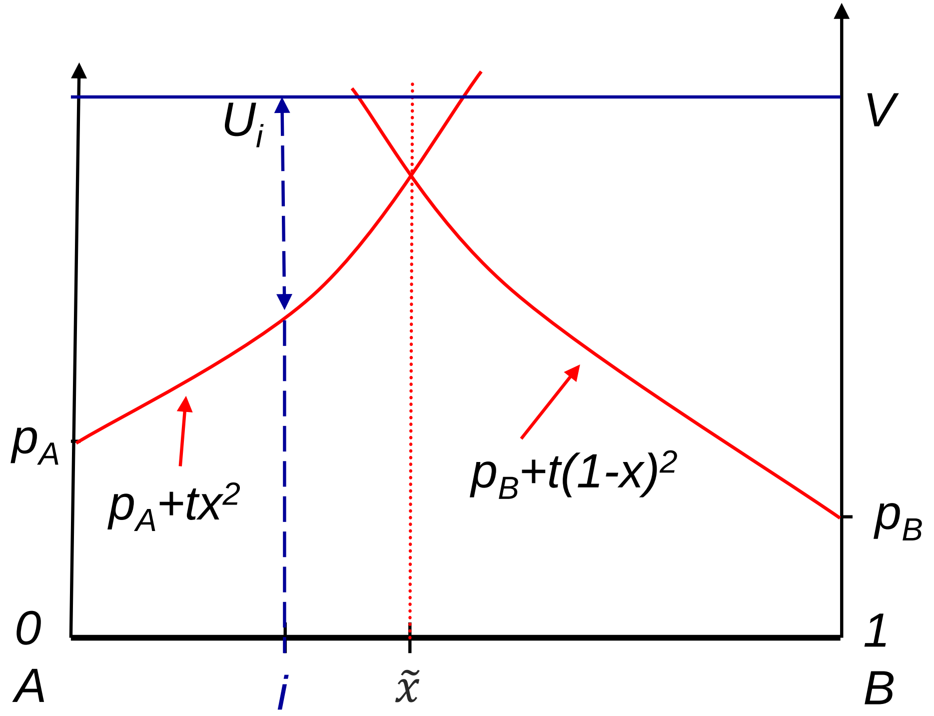
$$\tilde{x} \text{ est tel que } U_{\tilde{x}}(A) = U_{\tilde{x}}(B)$$

$$\Leftrightarrow V - p_A - t\tilde{x}^2 = V - p_B - t(1-\tilde{x})^2$$

$$\Leftrightarrow p_A + t\tilde{x}^2 = p_B + t - 2t\tilde{x} + t\tilde{x}^2$$

$$\tilde{x} = \frac{p_B - p_A + t}{2t}$$

Si $p_A=p_B$, le consommateur indifférent est au centre du marché. Pour (p_B-p_A) augmentant, il se déplace à droite (la demande adressée à A croît)



Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixé, t^2 (3/4)

- On peut écrire les fonctions de demande :

$$q_A(p_A, p_B) = \int_0^{\tilde{x}} 1dz = \tilde{x} = \frac{p_B - p_A}{2t} + \frac{1}{2}$$

$$q_B(p_A, p_B) = \int_{\tilde{x}}^{1} 1dz = 1 - \tilde{x} = \frac{p_A - p_B}{2t} + \frac{1}{2}$$

La demande à A dépend positivement de la différence (p_B-p_A) et négativement de t. Si les firmes fixent le même prix, t importent peu (tant que le marché est couvert) et elles se partagent à part égale le marché

- On peut écrire les profits et calculer les CPO

$$\pi_A = (p_A - c)q_A(p_A, p_B) = (p_A - c)\frac{p_B - p_A + t}{2t}$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 0 \Leftrightarrow \frac{p_B - p_A + t}{2t} - \frac{1}{2t}(p_A - c) = 0$$

$$\Leftrightarrow p_B - 2p_A + t + c = 0$$

$$\Leftrightarrow p_A = \frac{p_B + t + c}{2}$$

Le problème étant symétrique, on aura de la même manière, à l'équilibre, $p_B = \frac{p_A + t + c}{2}$

Modèle de Hotelling, choix de localisation à prix fixé, t^2 (4/4)

- On résout un système à deux équations, deux inconnues :

$$\begin{cases} p_A = \dfrac{p_B + t + c}{2} \\ p_B = \dfrac{p_A + t + c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_A = \dfrac{p_A + t + c}{4} + \dfrac{t + c}{2} \\ p_B = \dfrac{p_A + t + c}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{4} p_A = \dfrac{3t + 3c}{4} \\ p_B = \dfrac{p_A + t + c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_A^* = t + c \\ p_B^* = t + c \end{cases}$$

Pour t=0 (pas de différenciation), retour à Bertrand p*=c; Π*=0

- On en déduit les quantités et profit d'équilibre

$$\tilde{x}^* = \frac{p_B^* - p_A^* + t}{2t} = \frac{1}{2}$$

$$q_A^* = \tilde{x}^* = \frac{1}{2}, q_B^* = 1 - \tilde{x}^* = \frac{1}{2},$$

$$\pi_i^* = (p_i^* - c) q_i^* = \frac{(t + c - c)}{2} = \frac{t}{2}$$

Plus t est grand, plus les biens sont différenciés, ce qui permet aux firmes d'accroître leur prix et leur profit. Pour t=0, retour à Bertrand

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
  - Localisations endogènes – prix exogènes, prix endogènes – localisations exogènes
  - Modèle avec des coûts de transport quadratiques
  - Ouverture : différenciation horizontale et verticale ; l'approche de Lancaster
- Plus de différenciation, plus de profit ?

Lancaster, K.J. (1924-1999)

Hotelling avec biens différenciés horizontalement et verticalement (1/4)

- Soit deux firmes, $i = \{1,2\}$, localisées aux extrémités d'un intervalle $[0,1]$ ($\ell_1 = 0$ et $\ell_2 = 1$), avec 1 produisant un bien de qualité supérieure à 2, avec $c_1 > c_2$. Les consommateurs sont localisés uniformément sur $[0,1]$ consomment une unité du bien soit auprès de 1 soit de 2, supportent un coût de transport $t > 0$, ont un consentement à payer pour 1 supérieur à 2 (on note $r_1 > r_2$)
  - On écrit les utilités indirectes, le consommateur indifférent, les demandes à 1 et 2 :
    - $r_1 - tx - p_1$ pour x achetant en 1 et $r_2 - t(1-x) - p_2$ pour x achetant en 2
    - $\hat{x}$ est tel que : $r_1 - t\hat{x} - p_1 = r_2 - t(1-\hat{x}) - p_2 \Leftrightarrow \hat{x} = \frac{1}{2} + \frac{(r_1-r_2)-(p_1-p_2)}{2t}$
    - $D_1(p_1,p_2) = \hat{x} = \frac{1}{2} + \frac{(r_1-r_2)-(p_1-p_2)}{2t}$ et $D_2(p_1,p_2) = 1 - \hat{x} = \frac{1}{2} - \frac{(r_1-r_2)-(p_1-p_2)}{2t}$

Croît avec différentiel de qualité, $r_1 - r_2$, décroît de l'écart de prix et de t

décroît avec différentiel de qualité, avec t, et croît de l'écart de prix

Hotelling avec biens différenciés horizontalement et verticalement (2/4)

croît avec différentiel de qualité, $r_1 - r_2$, le prix de 2, t, et c_1

- On calcule les CPO (pour déterminer les fonctions de réaction) :

$$\max_{p_1>0} \pi_1(p_1) = D_1(p_1, p_2)(p_1 - c_1) = \left(\frac{1}{2} + \frac{(r_1 - r_2) - (p_1 - p_2)}{2t}\right)(p_1 - c_1)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = t + (r_1 - r_2) - (p_1 - p_2) - (p_1 - c_1) = 0 \Leftrightarrow p_1(p_2) = \frac{p_2}{2} + \frac{r_1 - r_2 + t + c_1}{2}$$

$$\max_{p_2>0} \pi_2(p_2) = D_2(p_1, p_2)(p_2 - c_2) = \left(\frac{1}{2} - \frac{(r_1 - r_2) - (p_1 - p_2)}{2t}\right)(p_2 - c_2)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = t - (r_1 - r_2) + (p_1 - p_2) - (p_2 - c_2) = 0 \Leftrightarrow p_2(p_1) = \frac{p_1}{2} + \frac{r_2 - r_1 + t + c_2}{2}$$

décroît avec différentiel de qualité avec 1, $r_1 - r_2$, et croît avec le prix du rival, avec t, c_2

Hotelling avec biens différenciés horizontalement et verticalement (3/4)

- On résout le système :

$$\begin{cases} p_1(p_2) = \dfrac{p_2}{2} + \dfrac{r_1 - r_2 + t + c_1}{2} \\ p_2(p_1) = \dfrac{p_1}{2} + \dfrac{r_2 - r_1 + t + c_2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = \dfrac{p_1}{4} + \dfrac{r_2 - r_1 + t + c_2}{4} + \dfrac{r_1 - r_2 + t + c_1}{2} \\ p_2 = \dfrac{p_1}{2} + \dfrac{r_2 - r_1 + t + c_2}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p_1^* = t + \dfrac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{3} \\ p_2 = \dfrac{p_1}{2} + \dfrac{r_2 - r_1 + t + c_2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1^* = t + \dfrac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{3} \\ p_2 = \dfrac{t}{2} + \dfrac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{6} + \dfrac{r_2 - r_1 + t + c_2}{2} \end{cases}$$

croît avec différentiel de qualité, avec t, avec c_i (plus sensible à hausse de c_1 que de c_2)

$$\Leftrightarrow p_1^* = t + \frac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{3} \quad et\ p_2^* = t + \frac{r_2 - r_1 + c_1 + 2c_2}{3}$$

décroît avec $r_1 - r_2$, croît avec t, avec c_i (plus sensible à hausse de c_2 que de c_1)

Hotelling avec biens différenciés horizontalement et verticalement (4/4)

- On écrit les demandes à l'équilibre :

$$D_1(p_1,p_2) = \frac{1}{2} + \frac{(r_1 - r_2) - (p_1^* - p_2^*)}{2t}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{(r_1 - r_2)}{2t} - \frac{1}{2t}\left(t + \frac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{3} - t - \frac{r_2 - r_1 + c_1 + 2c_2}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{(r_1 - r_2) - (c_1 - c_2)}{6t}$$

$$D_2(p_1,p_2) = \frac{1}{2} - \frac{(r_1 - r_2) - (p_1^* - p_2^*)}{2t}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{(r_1 - r_2)}{2t} - \frac{1}{2t}\left(t + \frac{r_1 - r_2 + 2c_1 + c_2}{3} - t - \frac{r_2 - r_1 + c_1 + 2c_2}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{(r_2 - r_1) - (c_2 - c_1)}{6t}$$

$$D_1(p_1^*,p_2^*) > D_2(p_1^*,p_2^*) \Leftrightarrow \frac{(r_1 - r_2) - (c_1 - c_2)}{6t} > \frac{(r_2 - r_1) - (c_2 - c_1)}{6t} \Leftrightarrow r_1 - r_2 > c_1 - c_2$$

1 produit plus que 2 quand avantage en qualité est supérieur à son désavantage en coût

L’approche de Lancaster de la différenciation (1/2)

- Pour K.Lancaster, les biens ne sont préférés qu’en raison des caractéristiques dont ils sont dotées (Lancaster, K.L. 1971 *Consumer demand : a new approach*, New-York, Columbia University Press)
  - La fonction d’utilité de chaque consommateur dépend d’un vecteur C des caractéristiques. Les relations entre chacune des caractéristiques (objectives, quantifiables) sont supposées être identiques entre les consommateurs
  - L’hypothèse retenue est celle d’une fonction d’utilité linéaire et additive. On écrit alors l’utilité nette pour i consommant k telle que : $u_{ik}=b_{i1}c_{k1}+\ldots+b_{i4}c_{k4}-p_k$, avec b_{ij} le consentement à payer de i pour la caractéristique j, et p le prix du bien k

L’approche de Lancaster de la différenciation (2/2)

- L’approche Lancastérienne présente plusieurs avantages :
  - d’un point de vue conceptuel, elle permet un traitement général de la différenciation produit, englobant différenciation horizontale et verticale
  - d’un point de vue empirique, cette approche demande d’estimer moins de paramètres (pour estimer directement la demande de n variétés, il faudrait estimer approximativement n^2 paramètres, mais pour n grand ! vs estimer n*m, avec m caractéristiques)
  - cette approche a donné lieu à de nombreux travaux, tant en économie (renouvellement de la théorie du consommateur dans les années 1960) qu’en marketing :
    - Lancaster, K. 1990 The Economics of Product Variety : A Survey, Marketing Science, 9(3),189-206

L’approche de Lancaster, une illustration (1/4)

- Considérons le cas des automobiles pour illustrer l’approche par les caractéristiques (Cabral, 2000 #207) :
  - soit deux modèles, GEO de GM et Porsche, avec pour caractéristiques clefs (pour simplifier)

Model (j)	Horse power / weight	Air conditioning	Miles per $	Size	Price (10^3 $)
GEO	0.3	0	64	0.9	4
Porsche	1.0	1	12	1.2	68

L’approche de Lancaster, une illustration (2/4)

- Les consommateurs valoriseront différemment ces caractéristiques. Posons pour simplifier :

+1000$ conduit à une baisse d’une unité d’utilité nette

Buyer (i)	HP/W	Air	MP $	Size	Price (10^3 $)
A (graduate)	5	0.5	0.1	1	-1
B (CEO)	40	40	0	20	-1

Un CEO payera 4000$ de plus pour pour une unité de plus de HP/W. La Porsche en ayant 0.7 de plus que la GEO, il est prêt à payer la Porsche (sur cette caractéristique) 0.7*4000=2800$ de plus que la GEO

Un étudiant est prêt à payer 0.5*1000=500$ pour l’air conditionné (dummy 0 ; 1). Comme la GEO n’a pas d’air conditionné, prêt à payer 500 de plus pour la Porsche

L'approche de Lancaster, une illustration (3/4)

- Pour des consommateurs rationnels, ils choisiront le véhicule procurant l'utilité net la plus élevée (net du prix)
  - L'utilité nette pour i consommant k est donnée par : $u_{ik}=b_{i1}c_{k1}+\ldots+b_{i4}c_{k4}-p_k$, avec b_{ij} le consentement à payer de i pour la caractéristique j, et p le prix du bien k
  - en utilisant les données précédentes et cette fonction, on obtient :

Pour le CEO, les caractéristiques air conditionnée et accélération de la Porsche l'emporte sur le prix. Le CEO choisit la Porsche

Buyer	GEO	Porsche
A	4.8	-60.1
B	26	36

Un étudiant achètera une GEO. Il valorise faiblement les caractéristiques, la différence de prix entre la GEO et la Porsche l'emporte dans sa décision

L'approche de Lancaster, une illustration (4/4)

- L'approche Lancastérienne intègre les deux dimensions, horizontale et verticale, de la différenciation :
  - dans l'exemple, A et B s'accordent sur l'accélération comme une caractéristique clef, classant alors la Porsche devant la GEO
  - ils s'accordent également pour classer la GEO devant la Porsche en terme de consommation
  - en combinant ces deux caractéristiques, on conclut que A considère la GEO comme un meilleur véhicule (la consommation l'emporte sur l'accélération), et inversement pour B

Lecture 4 Différenciation en monopole, oligopoles, en statique

- Différenciation ?
- Différenciation, le cas d'un monopole multi-produits
- Cournot et/ou Bertrand avec biens différenciés
- Modèles d'oligopoles à adresse, Hotelling
- Plus de différenciation, plus de profit ?

Plus de différenciation, plus de profit ? (1/3)

- Les modèles passés sous revue demeurent abstraits, mais utiles
  - pour comprendre les choix des consommateurs, les stratégies des firmes, pour des arbitrages prix et hors prix
  - et pour introduire des analyses plus fines (se différencier ! Mais comment, quelle intensité ?), à même d'identifier les facteurs allant dans le sens d'une différenciation maximale vs ceux s'y opposant
- Un peu plus de finesse dans vos analyses ? Une façon d'introduire le sujet : les 3 catégories de facteurs s'opposant à la différenciation maximale (Tirole, 2015) :
  - « être là où se trouve la demande »
  - externalités positives entre firmes
  - absence de concurrence en prix

Plus de différenciation, plus de profit ? (2/3)

- Être là où se trouve la demande
  - arbitrage différenciation accrue, mais pour q_i^* faibles, vs vendre au plus grand nombre (différenciation moindre)
    - Plus la demande est concentrée, plus les firmes se rapprocheront les unes des autres. Pour des consommateurs supportant des coûts de recherche d'informations, la concentration permet d'attirer plus de consommateurs
    - e.g. nombreux bars, mais aussi des librairies, à proximité des universités de centre ville …
  - Pour des firmes s'agglomérant, elles chercheront à adoucir la concurrence en prix d'une autre façon
    - Si les consommateurs ont des préférences hétérogènes pour les firmes, elles joueront sur d'autres attributs que la localisation (e.g. exploiter l'hétérogénéité des goûts pour les parfums de glace)

Selon les hypothèses, existence d'EN en stratégie pure, ou pas, localisation au centre possible, ou pas …. Il s'agira d'être précis, tester la robustesse de vos modèles, etc.

Plus de différenciation, plus de profit ? (3/3)

- Externalités positives :
  - de production : liées au nombre, la variété des intrants (e.g. un nombre accru de firmes attirera la main d'œuvre, des fournisseurs d'intrants, pour des baisses de prix)
  - de demande : pour des coûts de recherche d'informations, les consommateurs iront là où l'offre est concentrée, d'où une demande accrue adressée aux firmes
  - de connaissances : transfert de connaissances via les intrants (e.g. mobilité locale de la main d'œuvre), échanges d'informations hors marché («connaissances dans les aires»)

Tout est question de dosages (e.g. «trop» de concurrence pour des intrants donnés => hausse des prix)

- Absence de concurrence en prix
  - Déjà évoqué dans le modèle des marchands de glace (prix exogènes, fixés par le franchiseur), conduisant à une localisation au centre
  - Des équilibres collusifs peuvent émerger (collusion tacite, comme explicite), pour une stabilité des équilibres accrue par une baisse de la différenciation