

$$V(\hat{\theta}) = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} e^{-x_i/\theta} \prod_{i=1}^n dx_i - \left[ \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} e^{-x_i/\theta} \prod_{i=1}^n dx_i \right]^2$$

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{\theta^n} \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \prod_{i=1}^n e^{-x_i/\theta} \prod_{i=1}^n dx_i - \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{\theta^n} \cdot \left[ \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \prod_{i=1}^n e^{-x_i/\theta} \prod_{i=1}^n dx_i \right]^2$$

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{\theta^n} \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \prod_{i=1}^n e^{-x_i/\theta} dx_i - \frac{1}{n^2 \theta^{2n}} \left[ \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \prod_{i=1}^n e^{-x_i/\theta} dx_i \right]^2$$

Esta es la máxima simplificación de las integrales. Ahora tendría que realizar  $2n$  integrales (muy similares) pero es un procedimiento largo que no cabría en el papel.