Sustitucion hacia atras:

Contemplando el sistema:

$$E_1: a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$E_2: a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$
$$E_n: a_{n1} + a_{n2} + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

Se plantea la matriz ampliada A:

$$A = [A, b] = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \dots & \dots & & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{array}\right)$$

donde $a_{i,n+1} = b_i$.

Se realiza la operacion $(E_j - (a_{ji}/a_{ii})E_i) \to (E_j)$ para $i = 2, 3, \dots n-1$ y $j = i+1, i+2, \dots i+n$ para los $a_{ii} \neq 0$. Esta operacion elimina x_i debajo de la i-esima fila para todos los i, obteniendo:

$$A^{(f)} = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{array}\right)$$

Obteniendo un sistema triangular, donde

$$x_n = \frac{a_{n,n+1}}{a_{nn}}$$

Resolviendo x_{n-1} a partir de x_n se obtiene

$$x_{n-1} = (a_{n-1,n+1} - a_{n-1,n}x_n)/a_{n-1,n-1}$$

A partir de este proceso se concluye:

$$x_i = (a_{i,n+1} - a_{in} x_n - a_{i,n-1} x_{n-1} - \dots - a_{i,i+1} x_{i+1}) / a_{ii}$$

$$= (a_{i,n+1} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j) / a_{ii}$$

$$= b_i - \sum_{j=n+1}^{n} A_{ij} x_j / A_{ii}$$