TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ VÀ BÀI LÀM

Tên học phần: Toán ứng dụng CNTT
Mã học phần: 21N12 Hình thức thi: *Tự luận*
Đề số: **0005** Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian chép/phát đề)*
Được sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên: Phùng Thị Ánh **Lớp**:21TCLC-DT2 **MSSV**: 102210151

Sinh viên làm bài trực tiếp trên tệp này, lưu tệp với định dạng MSSV_HọTên.pdf và nộp bài thông qua MSTeam

Câu 1 (*2 điểm*): Cho số nguyên dương N= 97700. Viết chương trình bằng C/C++ có sử dụng hàm thực hiện:

- Tìm số M là ước số nguyên tố lớn nhất của N; tìm số lượng các số hoàn hảo (giữa 1 và M), liệt kê và tính tổng của chúng.
- Tìm các số nguyên tố bé hơn M, liệt kê và tính tổng của chúng.

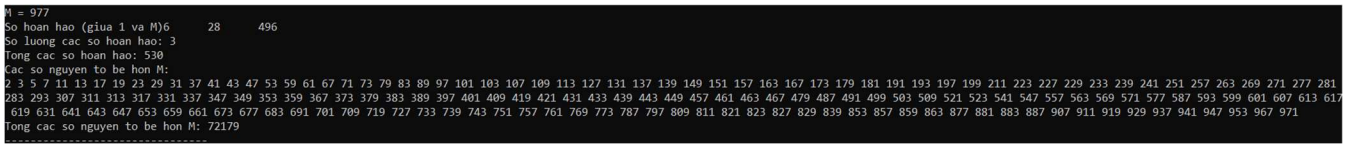
 # Trả lời: Dán code vào bên dưới:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

long long snt(int n) {
    long long max=1;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        while (n % i == 0) {
            n /= i;
            max = i;
        }
    }
    cout << "M = " << max << "\n";
    return max;
}
bool prime(long long n){
    if (n==1) return false;
```

```
    for (int i=2; i*i<=n; i++)
    if (n%i==0) return false;
    return true;
}
long long sum(long long n){
    if (n==1) return 0;
    long long res=0;
    for (int i=1; i<n; i++)
    if (n%i==0)  {
      res+=i;
    }
    return res;
}
bool kt(long long n){
    return n==sum(n);
}

void shh(long long n) {
        long long d=0, t=0;
        cout << "So hoan hao (giua 1 va M)";
        for (int i=1; i<n; i++) {
                if (kt(i)) {
                        cout << i << "\t";
                        t += i;
                        d++;
                }
        }
        cout << "\nSo luong cac so hoan hao: " << d << "\n";
        cout << "Tong cac so hoan hao: "<< t <<"\n";
}
```

```
void sntbe(long long m) {
        long long s=0;
        cout<<"Cac so nguyen to be hon M: \n";
   for (int i=2; i<m; i++)
   if (prime(i)) {
      s+=i;
      cout<<i<<" ";
   }
   cout<<"\n";
   cout<<"Tong cac so nguyen to be hon M: "<<s;
}
int main(){
   long long n=97700,m,s=0;

   m = snt(n);

        shh(m);

        sntbe(m);

        return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:



Câu 2: *(2 điểm) Cho hệ phương trình đồng dư sau*

$$\begin{cases} x \equiv 2 \bmod 5 \\ x \equiv 3 \bmod 7 \\ x \equiv 4 \bmod 9 \\ x \equiv 5 \bmod 11 \\ x \equiv 6 \bmod 13 \end{cases}$$

- Viết chương trình C/C++ có sử dụng hàm giải hệ phương trình đồng dư trên.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới:

```
// Chinese
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
long long power1(long long x,long long n){
    long long res=1;
    do {
        if (n%2==1) res=res*x;
        x=x*x;
        n/=2;
    } while (n);
    return res;
}
long long power2(long long x,long long n,long long mod){
    long long res=1;
    do {
        if (n%2==1) res=(res*x)%mod;
        x=(x*x)%mod;
        n/=2;
    } while (n);
    return res%mod;
}
long long gcd(long long a,long long b){
    if (b==0) return a;
```

```
    return gcd(b,a%b);
}
long long Euler(long long n){
    long long res=1;
    int i=2;
    do {
        while (n%i!=0) i++;
        int d=0;
        while (n%i==0) {
            d++;
            n/=i;
        }
        res=res * power1(i,d-1) * (i-1);
    } while (n!=1);
    return res;
}
long long Modulo_Inverse(long long a,long long m){
    return power2(a,Euler(m)-1,m);
}
int main(){



    long long n=5;
    long long a[]={0,2,3,4,5,6};
    long long m[]={0,5,7,9,11,13};
    long long temp=m[1],M=m[1];
    for (int i=2; i<=n; i++) {
        temp=gcd(temp,m[i]);
        M=M*m[i];
        if (temp!=1) {
```

```
            cout<<"Vo nghiem";
            break;
        }
    }
    long long res=0;
    for (int i=1; i<=n; i++) res = res + a[i] * (M/m[i]) * Modulo_Inverse(M/m[i],m[i]);
    cout<<"X = "<<res%M;
    cout<<" * k ( Voi k>0) ";
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
X = 22522 * k ( Voi k>0)
--------------------------------
Process exited after 2.157 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Câu 3 (*3 điểm*): Cho ma trận A. Viết chương trình bằng c/c++ có sử dụng hàm thực hiện phân rã ma trận A.

a) Phân rã LDL^T ma trận A

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới (bao gồm điều kiện của ma trận A nếu có):

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int MAX = 100;

bool Check_Symmetric(float a[][MAX], int n){
    for (int i=0; i<n-1; i++)
        for (int j=i+1; j<n; j++)
            if (a[i][j]!=a[j][i])
                return false;
    return true;
```

```
}
void Cholesky_Decomposition(float matrix[][MAX], int n){
   float lower[MAX][MAX];float lowerT[MAX][MAX];float mtLD[MAX][MAX];float
mtkq[MAX][MAX];
   float D[MAX][MAX];
   memset(lower, 0, sizeof(lower));
   memset(D, 0, sizeof(D));


   for (int i = 0; i < n; i++) {
      lower[i][i] = 1;
      for (int j = 0; j <= i; j++){
         float sum1 = 0, sum2 = 0;
         for (int k = 0; k < j; k++){
            sum1 += lower[j][k] * lower[j][k] * D[k][k];
            sum2 += lower[i][k] * lower[j][k] * D[k][k];
         }
         D[j][j] = matrix[j][j] - sum1;
         lower[i][j] = (matrix[i][j] - sum2) / D[j][j];
      }
   }
   cout << setw(6) << " Lower Triangular" << setw(55) << "Diagonal matrix" << setw(55) <<
"Transpose matrix" << endl;
   for (int i = 0; i < n; i++) {
      for (int j = 0; j < n; j++){
         cout <<  setw(8) << setprecision(6) << lower[i][j] << "\t";
         lowerT[i][j] = lower[j][i];
      }
      cout << "\t";
      for(int j = 0; j < n; j++)
         cout << setw(8) << setprecision(6) << D[i][j] << "\t";
      cout << "\t";
```

```
        for (int j = 0; j < n; j++)
            cout << setw(8) << setprecision(6) << lower[j][i] << "\t";
        cout << endl;
    }
}

// Driver Code
int main(){
    int n = 3;
        float matrix[][MAX] = { {-10, 4, 7},
                {4,-5,8},
                {7,8,-9}};
    if(Check_Symmetric(matrix, n)){
        cout << "The given matrix is symmetric" << endl;
        Cholesky_Decomposition(matrix, n);
    }
    else
        cout << "The given matrix is not symmetric" << endl;
    return 0;
}
```

Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới với $A = \begin{bmatrix} -10 & 4 & 7 \\ 4 & -5 & 8 \\ 7 & 8 & -9 \end{bmatrix}$ (sai số $\varepsilon = 10^{-5}$):

```
The given matrix is symmetric
 Lower Triangular                                Diagonal matrix                                 Transpose matrix
       1             0             0                -10             0             0                1          -0.4          -0.7
    -0.4             1             0                  0          -3.4             0                0             1       -3.17647
    -0.7       -3.17647            1                  0             0       30.2059                0             0             1

--------------------------------
Process exited after 0.147 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

b) Phân rã **eigendecomposition** ma trận A

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới (bao gồm điều kiện của ma trận A nếu có):

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define MAX 100
void swap(float &a, float &b)
{
   float temp;
   temp = a;
   a = b;
   b = temp;
}
void in_matran(float A[][MAX], int n)
{
   for (int i = 0;i < n; i++)
   {
      for (int j = 0; j < n; j++) cout << A[i][j] << " ";
      cout << endl;

   }
}
float det(float a[][MAX],int n)
{
   int i, j, k, dem = 0, kt;
   float b[MAX], h, kq = 1;
   for(i = 0; i < n - 1; i++)
   {
      if(a[i][i] == 0)
      {
         kt = 0;
         for(j = i + 1; j < n; j++)
```

```
        {
            if(a[i][j] != 0)
            {
                for(k = 0; k < n; k++) swap(a[k][i],a[k][j]);
                dem++; kt++;
                break;
            }
        }
        if(kt == 0) return 0;
    }
    b[i] = a[i][i];
    for(j = 0; j < n; j++) a[i][j] /= b[i];
    for(j = i + 1; j < n; j++)
    {
        h = a[j][i];
        for(k = 0;k < n; k++) a[j][k] = a[j][k] - h * a[i][k];
    }
  }
  b[n - 1] = a[n - 1][n - 1];
  for(i = 0; i < n; i++) kq *= b[i];
  if(dem % 2 == 0) return kq;
  return -kq;
}
float con(float a[][MAX], int n, int h, int c)
{
  float b[MAX][MAX];
  int x = -1, y;
  for (int i = 0; i < n; i++)
  {
    if (i == h) continue;
```

```
        x++; y = -1;
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (j == c) continue;
            y++;
            b[x][y] = a[i][j];
        }
    }
    if ((h + c) % 2 == 0) return det(b, n-1);
    return -det(b, n-1);
}
void nghichdao(float A[][MAX], float B[][MAX], int n)
{
    float temp[MAX][MAX];
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++) temp[i][j] = A[i][j];
    }
    for (int i = 0;i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++) B[i][j] = con(A,n,i,j);
    }
    for (int i = 0; i < n - 1; i++)
    {
        for (int j = i + 1; j < n; j++)
        {
            swap(B[i][j], B[j][i]);
        }

    }
```

```
    float k = det(A,n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++) A[i][j] = temp[i][j];
    }
    for (int i = 0; i < n;i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++) B[i][j] /= k ;
    }
}
void nhan_matran_vuong(float A[][MAX], float B[][MAX], float C[][MAX], int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            C[i][j] = 0;
            for (int k = 0; k < n; k++)
            {
                C[i][j] += A[i][k] * B[k][j];
            }
        }
    }
}
void giaiptb3(float C[], float X[])
{
    float delta, k;
    delta = pow(C[1], 2) -3 * C[0] * C[2];
    k = (9 * C[0] * C[1] * C[2] - 2 * pow(C[1], 3) - 27 * pow(C[0], 2) * C[3]) / (2 *
sqrt(pow(fabs(delta), 3)));//(2*sqrt(abs(pow(delta,3))))
    if (delta > 0)
```

```
    {
        if (fabs(k) <= 1)
        {
            X[0] = (2 * sqrt(delta) * cos((acos(k)/3)) - C[1]) / (3 * C[0]);
            X[1] = (2 * sqrt(delta) * cos((acos(k) / 3 - (2 * M_PI / 3)))- C[1]) / (3 * C[0]);
            X[2] = (2 * sqrt(delta) * cos((acos(k) / 3 + (2 * M_PI / 3)))- C[1]) / (3 * C[0]);
        }
        if (fabs(k) > 1)
        {
            X[0] = ((sqrt(delta) * fabs(k)) / (3 * C[0] * k)) * (pow((fabs(k) + sqrt(pow(k, 2) - 1)),
1.0 / 3) + pow((fabs(k) - sqrt(pow(k, 2) - 1)), 1.0 / 3)) - (C[1] / (3 * C[0]));
        }
    }
    else if (delta == 0)
        {
            X[0] = (-C[1] - pow(-(pow(C[1], 3) - 27 * C[0] * C[0] * C[3]), 1.0 / 3)) / (3 * C[0]);
        }
    else X[0] = (sqrt(fabs(delta)) / (3 * C[0])) * (pow((k + sqrt(k * k + 1)), 1.0 / 3) - pow(-(k -
sqrt(k * k + 1)), 1.0 / 3)) - (C[1] / (3 * C[0]));
}
void Eigen_Decomposition(float A[][MAX], int n)
{
    float M[MAX][MAX], M1[MAX][MAX], B[MAX][MAX], C[MAX][MAX],
mtPd[MAX][MAX], mtPd_1[MAX][MAX];
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            if (j == i) C[i][j] = 1;
            else C[i][j] = 0;
        }
```

```
}
for (int k = n-2; k >= 0; k--)
{
   for (int i = 0; i < n; i++)
   {
      for (int j = 0; j < n; j++)
      {
         if (i != k)
         {
            if (i == j)
            {
               M[i][j] = 1;
               M1[i][j] = 1;
            }
            else {
               M[i][j] = 0;
               M1[i][j] = 0;
            }
         }
         else
         {
            M1[i][j] = A[k + 1][j];
            if (j == k) M[i][j] = 1 / A[k+1][k];
            else M[i][j] = -A[k+1][j] / A[k+1][k];
         }
      }

   }

    nhan_matran_vuong(M1, A, B, n);
```

```
    nhan_matran_vuong(B, M, A, n);
    nhan_matran_vuong(C, M, B, n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++) C[i][j] = B[i][j];
    }
}
float heso[MAX] = {1, -A[0][0], -A[0][1], -A[0][2]};
cout << endl;
float X[MAX];
giaiptb3(heso,X);

float D[MAX][MAX];
cout << "X=" << X[2] << endl;
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        if (i == j) D[i][j] = X[i];
        else D[i][j] = 0;
    }
}
float T[MAX][MAX];
for (int i = 0; i < n;i++)
{
    for (int j = 0; j < n; j++)
    {
        T[i][j] = pow(X[j], n - i - 1);
    }
}
```

```
float P[MAX][MAX] , P1[MAX][MAX];
nhan_matran_vuong(B,T,P,n);


for (int j = 0; j < n; j++)
{
   float p = 0;
   for (int i = 0; i < n; i++) p+= pow(P[i][j], 2);
   for (int i = 0; i < n; i++) P[i][j] = P[i][j] / sqrt(p);
}


      for (int i = 0; i < n; i++)
   for (int j = 0; j < n; j++)
       cout <<  setw(8) << setprecision(5) << fixed << P[i][j] <<  "\t";
   cout << endl;

nghichdao(P, P1, n);
cout << "Eigen_Decomposition: " << endl;
cout << setw(10) << "P"
    << setw(55) << "D" << setw(55) << "P1" << endl;
for (int i = 0; i < n; i++) {
   for (int j = 0; j < n; j++)
       cout <<  setw(8) << setprecision(5) << fixed << P[i][j] <<  "\t";
   cout << "\t";
   for(int j = 0; j < n; j++)
       cout << setw(8) << setprecision(5) << fixed << D[i][j] << "\t";
   cout << "\t";
   for (int j = 0; j < n; j++)
       cout << setw(8) << setprecision(5) << fixed << P1[i][j] << "\t";
   cout << endl;
}
```

```
}
int main()
{
   int n = 3;
   float evalue[n];
      float A[][MAX] = { {-10, 4, 7},
                {4,-5,8},
                {7,8,-9}};

   Eigen_Decomposition(A,n);
   return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới với $A = \begin{bmatrix} -10 & 4 & 7 \\ 4 & -5 & 8 \\ 7 & 8 & -9 \end{bmatrix}$ (sai số $\varepsilon = 10^{-5}$):

```
X=-17.3752
 0.45400        0.69526        -0.55722        0.65818        -0.68323        -0.31623        0.60057        0.22318        0.76779
Eigen_Decomposition:
        P                                               D                                               P1
 0.45400        0.69526        -0.55722        5.05893        0.00000        0.00000        0.45400        0.65818        0.60057
 0.65818       -0.68323        -0.31623        0.00000       -11.68373       0.00000        0.69526       -0.68323        0.22318
 0.60057        0.22318         0.76779        0.00000        0.00000       -17.37520       -0.55722       -0.31623        0.76779

--------------------------------
Process exited after 0.2199 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Câu 4 (*3 điểm*): Cho ma trận A. Viết chương trình bằng c/c++ có sử dụng hàm thực hiện phân rã ma trận A bằng phương pháp SVD.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới (bao gồm điều kiện của ma trận A nếu có):

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <Eigen/Dense>
#include <Eigen/Eigenvalues>
using namespace Eigen;
using namespace std;
```

```
float data[9] = {10,2,8,9,0,0,9,7,6};
int rows = 3, cols = 3;

struct mat
{
	int sd, sc;
	float coef[100][100];
};

struct mat createMatrix(int m, int n)
{
	struct mat A;
	int i, j;

	A.sd = m;
	A.sc = n;
	for (i = 0; i < m; i++)
		for (j = 0; j < n; j++)
			A.coef[i][j] = 0;

	return A;
}

void SVD()
{
	MatrixXf matrix(rows, cols);
		for (int i = 0; i < rows; i++)
		{
			for (int j = 0; j < cols; j++)
			{
```

```
                matrix(i, j) = data[i * cols + j];
                }
        }

struct mat sig = createMatrix(rows, cols);
MatrixXf sigma(rows, cols);
MatrixXf matrixA = matrix.transpose() * matrix; //A_T*A

SelfAdjointEigenSolver<MatrixXf> esA(matrixA);
int k = 0;
VectorXf temp = esA.eigenvalues(); //temp: gia tri rieng

for (int i = 0; i < temp.size(); i++)
{
        if (fabs(temp[i]) < 10e-4)
                temp[i] = 0;
        temp[i] = sqrt(temp[i]);
        sig.coef[temp.size() - i - 1][temp.size() - i - 1] = temp[i];
}

MatrixXf V = esA.eigenvectors().transpose();
struct mat Vt = createMatrix(cols, cols);
for (int i = 0; i < cols; i++)
{
        for (int j = 0; j < cols; j++)
        {
                Vt.coef[cols - i - 1][j] = V(i, j);
        }
}
```

```
MatrixXf matrixB = matrix * matrix.transpose();
SelfAdjointEigenSolver<MatrixXf> esB(matrixB);
MatrixXf U = esB.eigenvectors();

for (int i = 0; i < U.cols() / 2; i++)
{
        temp = U.col(U.cols() - i - 1);
        U.col(U.cols() - i - 1) = U.col(i);
        U.col(i) = temp.col(0);
}

for (int i = 0; i < cols; i++)
{
        for (int j = 0; j < cols; j++)
        {
          V(i, j) = Vt.coef[i][j];
          if (fabs(V(i, j)) < 10e-4)
           V(i, j) = 0;
        }
}

for (int i = 0; i < rows; i++)
{
        for (int j = 0; j < cols; j++)
        {
           sigma(i, j) = sig.coef[i][j];
           if (fabs(sigma(i, j)) < 10e-4)
                sigma(i, j) = 0;
        }
}
```

```
for (int i = 0; i < min(sigma.rows(), sigma.cols()); i++)
{
        if (sigma(i, i) != 0)
        {
          temp = V.row(i);
          temp = temp.transpose();
          temp = matrix * temp / sigma(i, i);
          U.col(i) = temp.col(0);
        }
}
for (int i = 0; i < rows; i++)
{
        for (int j = 0; j < rows; j++)
        {
                if (fabs(U(i, j)) < 10e-4)
                U(i, j) = 0;
        }
}
cout << "\nSVD Decomposition A = U * Sigma * V^T :" << endl;
cout << setprecision(5) << fixed;
cout << "\nU\n\n" << U << endl;
cout << "\nSigma\n\n" << sigma << endl;
cout << "\nV^T\n\n" << V << endl;
cout << "Thu lai" << endl;
//////////
MatrixXf mtKQ ;
if (V.cols() < U.cols()){
        MatrixXf mtVnew(rows, cols);
        for (int i = 0; i < V.cols(); i++)
```

```
		{
			for (int j = 0; j < U.cols(); j++)
			{
				if (j == U.cols()-1)
					mtVnew(i, j) = 0;
				else mtVnew(i, j) = V(i,j);
			}
		}
		mtKQ = U*sigma*mtVnew;
	}
	else	mtKQ = U*sigma*V;

	for (int i = 0; i < cols; i++)
	{
		for (int j = 0; j < cols; j++)
		{
			if (fabs(mtKQ(i, j)) < 10e-4)
				mtKQ(i, j) = 0;
			cout << setw(7) << setprecision(4) << fixed << mtKQ(i,j) <<  "\t";
		}
		cout << endl;
	}
}

int main()
{
	SVD();

	return 0;
}
```

Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới với $A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 8 \\ 9 & 0 & 0 \\ 9 & 7 & 6 \end{bmatrix}$ (sai số $\varepsilon = 10^{-5}$):

```
SVD Decomposition A = U * Sigma * V^T :

U

 0.65887  0.04671 -0.75081
 0.38649 -0.87729  0.28459
 0.64538  0.47769  0.59607

Sigma

19.22715  0.00000  0.00000
 0.00000  5.66599  0.00000
 0.00000  0.00000  3.63500

V^T

 0.82568  0.30350  0.47554
-0.55230  0.60664  0.57180
 0.11494  0.73476 -0.66852
Thu lai
10.0000  2.0000  8.0000
 9.0000  0.0000  0.0000
 9.0000  7.0000  6.0000

--------------------------------
Process exited after 0.4996 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```