



CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

1

Nguyễn Công Hiếu

20195016

2

Nguyễn Văn Triển

20195934

3

Phạm Văn Thành

20195918

4

Mai Xuân Tuấn

20195938

5

Trịnh Văn Hưng

20195883

6

Nguyễn Hoàng Lương

20195899

PHƯƠNG TRÌNH PHI TUYẾN

Một số phương trình phi tuyến

$$e^x - 10x + 7 = 0$$

$$x^3 + x - 5 = 0$$

$$\cos 2x + x - 5 = 0$$

$$x \sin x - 3 = 0$$

$$x^5 - 3x^2 + x - 2 = 0$$

$$\ln x - x + 6 = 0$$

$$3 \tan x - 2x - 3 = 0$$



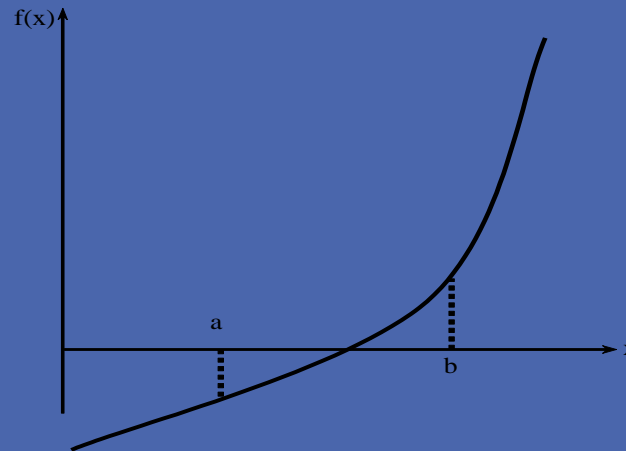
GIẢI PHƯƠNG TRÌNH PHI TUYẾN

BẰNG PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

MỘT SỐ KHÁI NIỆM, ĐỊNH LÝ

Khoảng cách ly nghiệm (k.c.l):

(a,b) là k.c.l nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ nếu trong khoảng đó phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

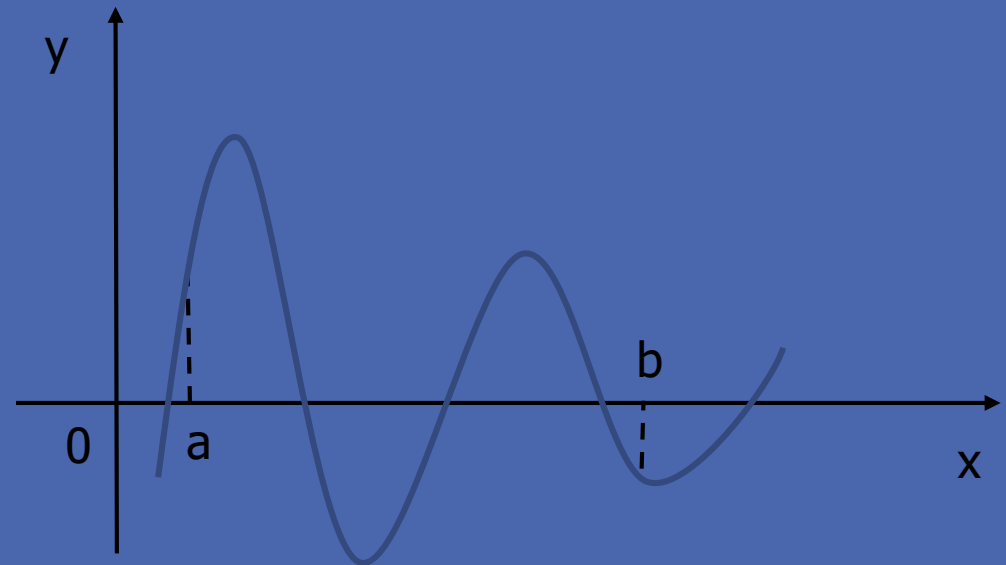


MỘT SỐ KHÁI NIỆM, ĐỊNH LÝ

Cho phương trình $f(x) = 0$

Định lý về sự liên tục

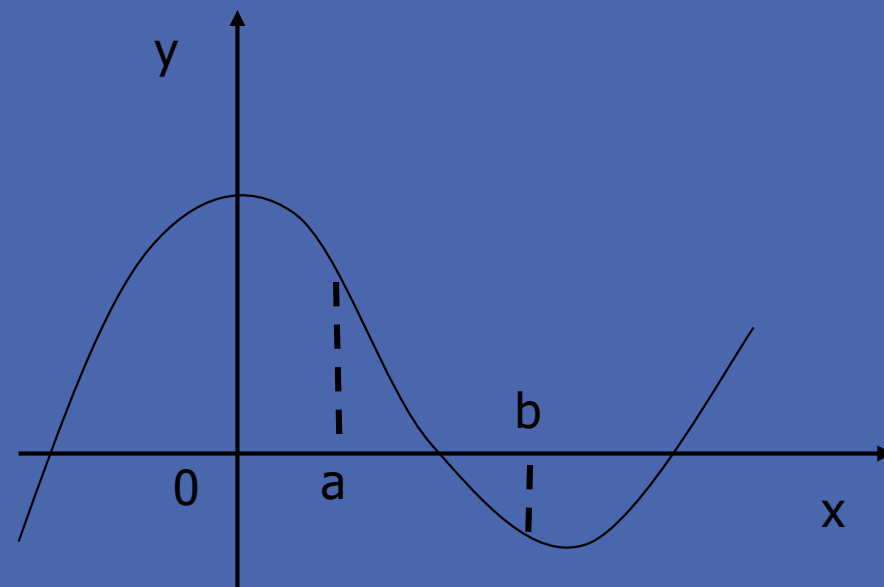
- $f(a).f(b) < 0$
- $f(x)$ liên tục trong $[a,b]$



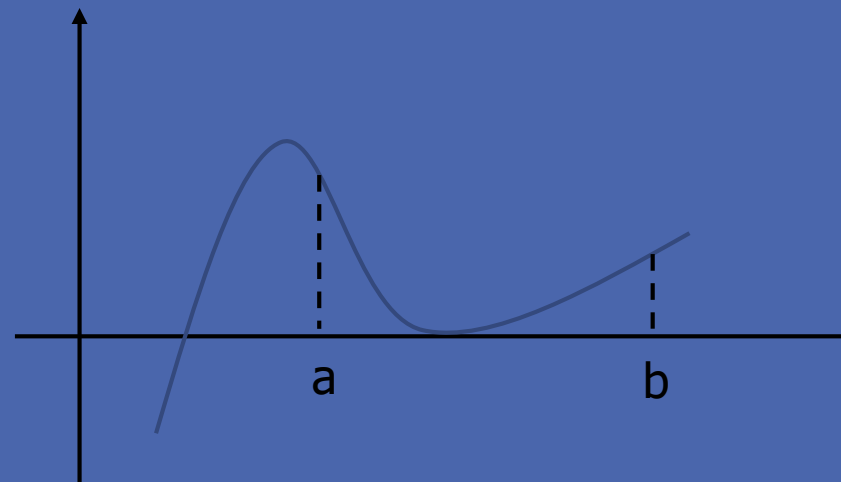
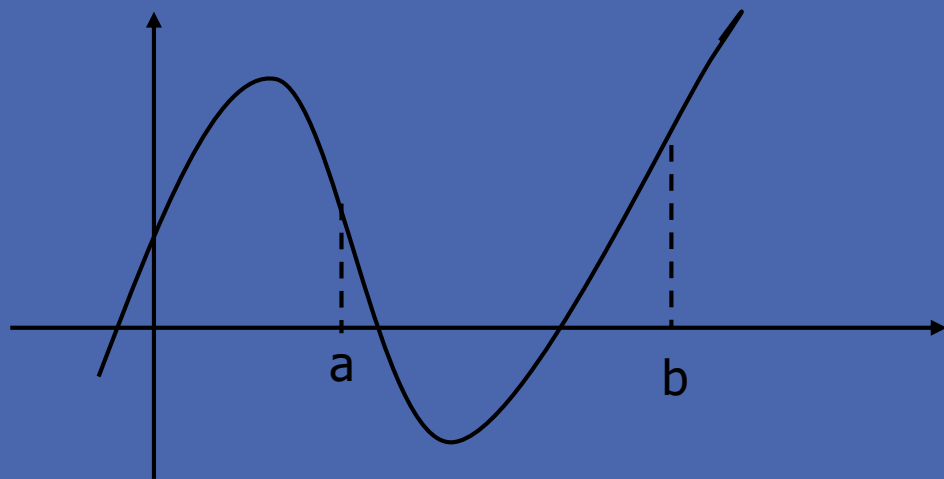
MỘT SỐ KHÁI NIỆM, ĐỊNH LÝ

Định lý: (a,b) là k.c.l nếu

- $f(a).f(b) < 0$
- $f'(x)$ liên tục trong $[a,b]$
- $f'(x)$ giữ nguyên dấu trong $[a,b]$



MỘT SỐ KHÁI NIỆM, ĐỊNH LÝ



$f(a).f(b) > 0$ nhưng có nghiệm

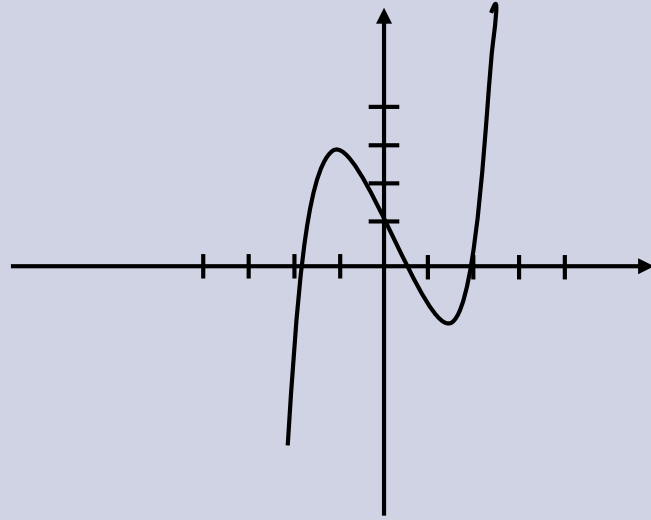


Làm thế nào để tìm khoảng cách ly nghiệm???



KHOẢNG CÁCH LY NGHIỆM

Ví dụ về phương pháp:

Khảo sát hàm số:	Vẽ đồ thị											
<p>Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x + 1$</p> <p>Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$</p> <p>Bảng xét dấu:</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> <p>$f'(x) > 0, \forall x \in (-2, -1)$ hơn nữa $f(-2).f(-1) = -3 < 0$. Vậy $(-2, -1)$ là 1 k.c.l nghiệm.</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	<p>Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$</p> 
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$								
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$							



GIẢI THUẬT PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

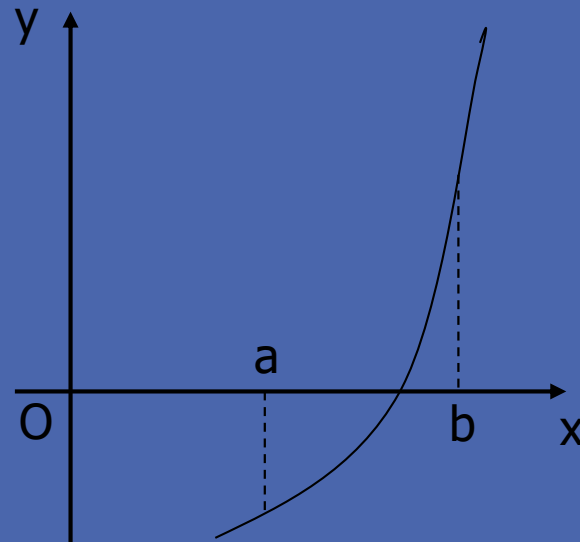


GIẢI THUẬT PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

Bước 1

Chọn (a, b) là khoảng cách ly nghiệm.

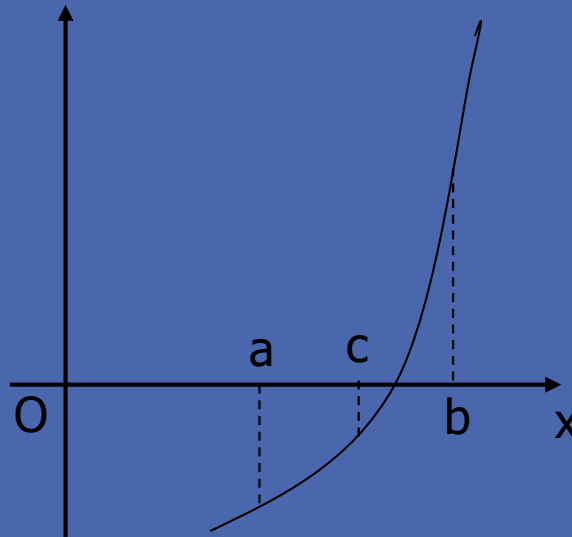
Đặt $a_0 = a, b_0 = b$



GIẢI THUẬT PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

Bước 2

Đặt $x_0 = c$ và tính $c = \frac{a+b}{2}$



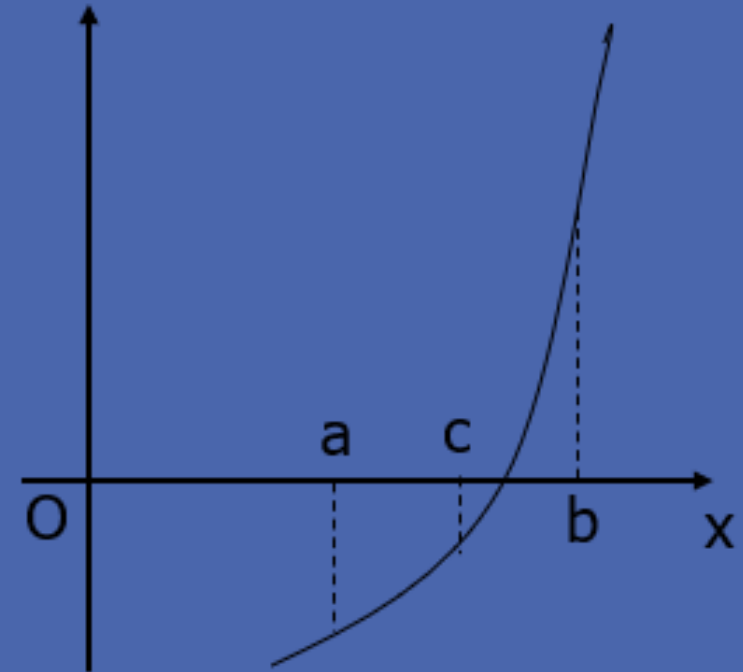
GIẢI THUẬT PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

Bước 3

Tính $z = f(c)$

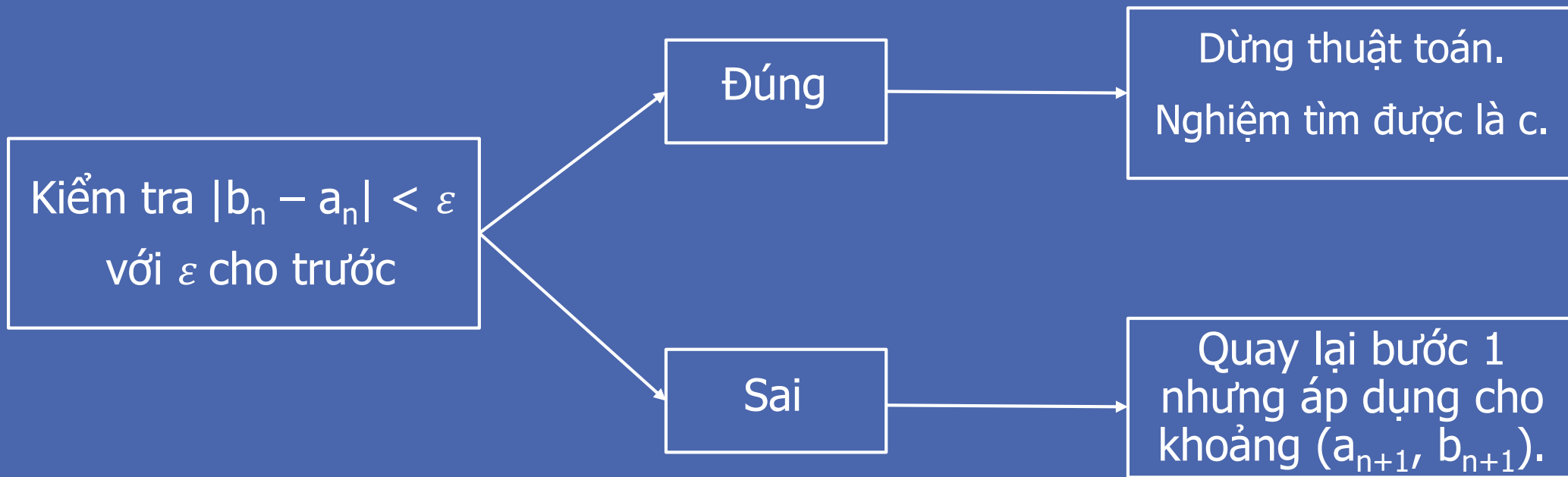
Kiểm tra các điều kiện sau:

- ✓ Nếu $f(a).z < 0$
Khi đó, ta gán $a_1 = a_0, b_1 = c$.
- ✓ Nếu $f(a).z > 0$
Khi đó ta gán $a_1 = c, b_1 = b_0$.
- ✓ Nếu $f(a).z = 0$ thì c chính là nghiệm của $f(x) = 0$
Tại đây ta dừng thuật toán.

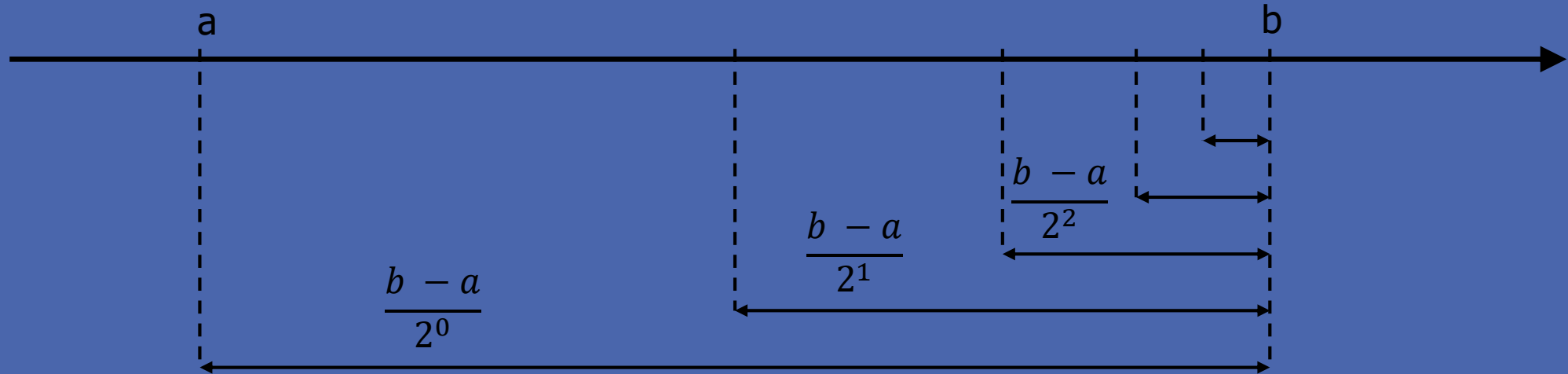


GIẢI THUẬT PHƯƠNG PHÁP CHIA ĐÔI

Bước 4



ĐÁNH GIÁ SAI SỐ



Gọi x^* là nghiệm đúng. Ta có:

$$\text{Bước 0: } \Delta_0 = |x^* - c_0| \leq \frac{b-a}{2^1}, \Delta_{x_0} = \frac{b-a}{2^1}$$

$$\text{Bước 1: } \Delta_1 = |x^* - c_1| \leq \frac{b-a}{2^2}, \Delta_{x_1} = \frac{b-a}{2^2}$$

...

$$\text{Bước } n: \Delta_n = |x^* - c_n| \leq \frac{b-a}{2^{n+1}}, \Delta_{x_n} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$$



ĐÁNH GIÁ SAI SỐ

Như vậy, ta có sai số tuyệt đối: $\text{err} = \Delta_{x_n} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$

Mặt khác, ta kiểm tra sự hội tụ về nghiệm:

$$|x^* - x_n| \leq \frac{b-a}{2^{n+1}}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} |x^* - x_n| \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{2^{n+1}} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} |x^* - x_n| = 0$$

Vậy dãy $\{x_n\}$ hội tụ về nghiệm của phương trình khi $n \rightarrow \infty$.

ĐÁNH GIÁ SAI SỐ

Ngoài ra, với phương pháp chia đôi, ta còn có thể đánh giá được số lần lặp cần thiết:

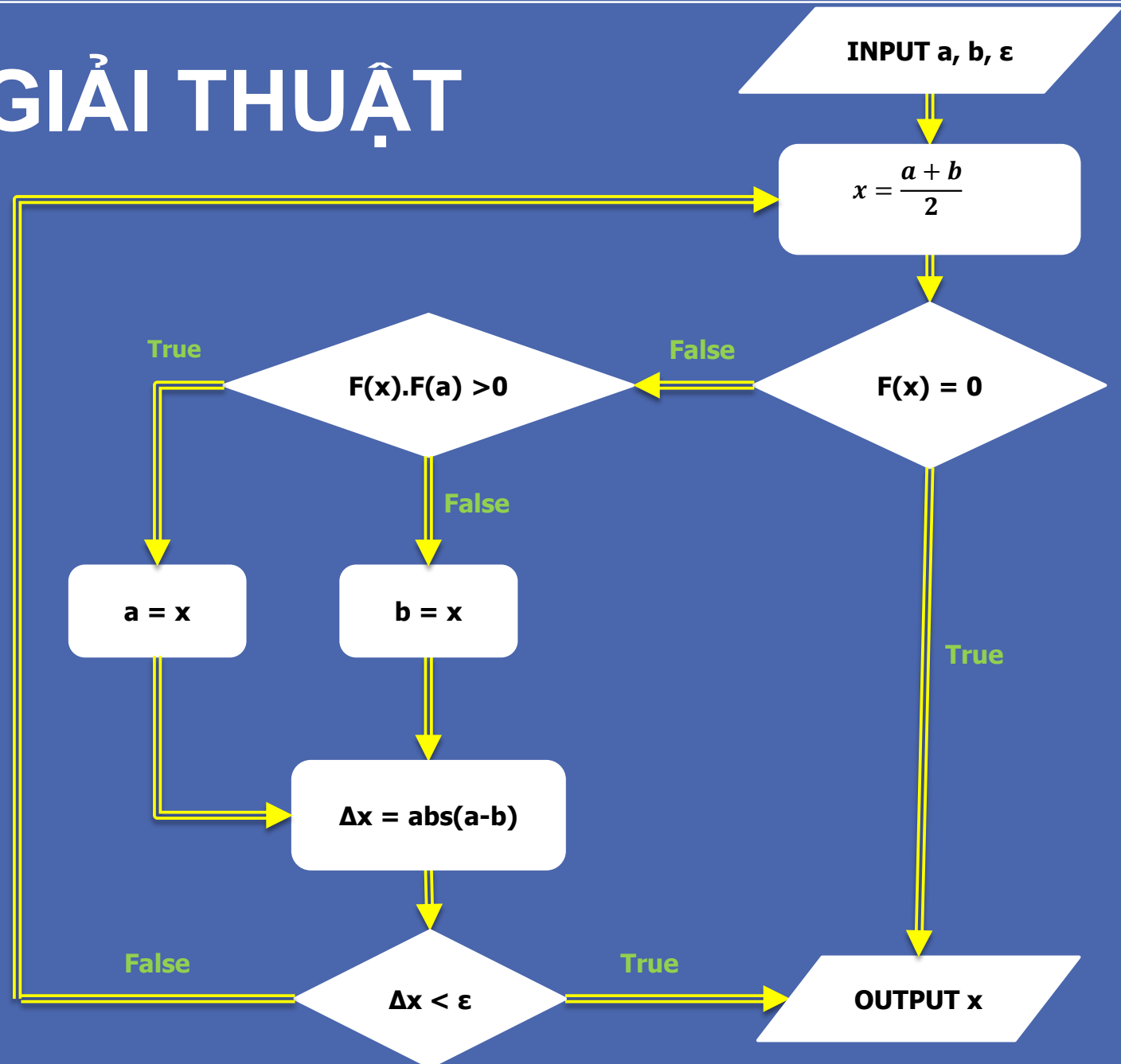
$$\text{err} = \Delta_{x_n} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\text{err}} = \frac{2^{n+1}}{b-a}$$

$$\Rightarrow 2^{n+1} = \frac{b-a}{\text{err}}$$

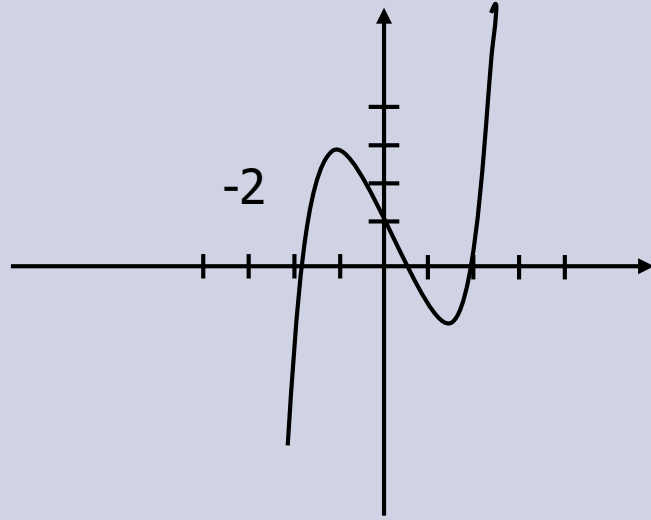
$$\Rightarrow n = \log_2 \frac{b-a}{\text{err}} - 1$$

SƠ ĐỒ GIẢI THUẬT



KHOẢNG CÁCH LY NGHIỆM

Ví dụ về phương pháp:

Khảo sát hàm số:	Vẽ đồ thị											
<p>Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x + 1$</p> <p>Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$</p> <p>Bảng xét dấu:</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> <p>$f'(x) > 0, \forall x \in (-2, -1)$ hơn nữa $f(-2).f(-1) = -3 < 0$. Vậy $(-2, -1)$ là 1 k.c.l nghiệm.</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	<p>Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$</p> 
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$								
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$							

VÍ DỤ

Giải phương trình: $x^3 - 2x - 3 = 0$

- Ta có hàm $f(x) = x^3 - 2x - 3$
- Hàm này có nghiệm trong khoảng $[-2, -1]$

Số lần lặp	a	b	c	f(a)	f(b)	f(c)
1	-2.0	-1.0	-1.5	-1.0	3.0	2.125
2	-2.0	-1.5	-1.75	-1.0	2.125	0.8906
3	-2.0	-1.75	-1.875	-1.0	0.8906	0.0332
4	-2.0	-1.875	-1.9375	-1.0	0.0332	-0.4606
5	-1.9375	-1.875	-1.9062	-0.4606	0.0332	-0.2081



CODE



THỜI GIAN THUẬT TOÁN



BỘ NHỚ SỬ DỤNG CỦA THUẬT TOÁN



ƯU ĐIỂM \ NHƯỢC ĐIỂM

Ưu điểm	Nhược điểm
<ol style="list-style-type: none">1. Luôn hội tụ.2. Rất dễ hiểu, dễ cài đặt.3. Đáng tin cậy.4. Giải được hầu hết các lớp phương trình	<ol style="list-style-type: none">1. Tốc độ hội tụ chậm.2. Phụ thuộc vào sự trái dấu của hai đầu mút.3. Không thể xác định nhiều nghiệm.4. Để sự chính xác của đáp số cao, cần rất nhiều vòng lặp.5. Nếu nghiệm gần 1 trong 2 đầu mút thì sự hội tụ sẽ chậm hơn.



THANKS FOR LISTENING