

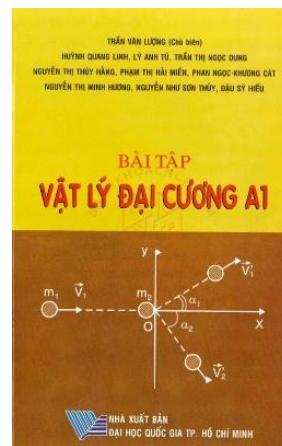
CHƯƠNG 0: GIỚI THIỆU VỀ MÔN HỌC

Tài liệu nên học:

- Sách bài tập vật lý 1
- Slide thầy cô
- Đề thi hiếm có, thầy cô ít leak

Nội dung thi giữa kỳ:

- Chương 1: Động học chất điểm
- Chương 2: Động lực học chất điểm
- Chương 3: Cơ học hệ chất điểm – vật rắn



Giới thiệu về lớp học thêm Vật Lý 1 A Long cho khóa K25

Qua nhận xét khóa K24, a đã tiến hành cải thiện mới hoàn toàn cho K25

- Hình thức: Record mới K25 + Livestream ôn tập, giải đề
- Toàn bộ video record đều được quay mới hoàn toàn để phù hợp chương trình mới K25
- Soạn tài liệu mới hoàn toàn cho chương trình mới K25. Tài liệu được anh tổng hợp riêng cho từng chương, viết lại bằng kinh nghiệm được đúc kết
- Làm file pdf sbt vật lý 1 để học viên tham khảo.
-



CHƯƠNG 1: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. VẬN TỐC – GIA TỐC

1. Vectơ vị trí (vectơ bán kính)

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1.1)$$

Trong đó:

x, y, z là **tọa độ** (hay còn gọi là **li độ**) của chất điểm trong hệ tọa độ Descartes, đơn vị chuẩn là **mét (m)**.

i, j, k là các vecto đơn vị theo các phuong Ox, Oy, Oz.

Lưu ý: Ở đây x, y, z có thể là số âm, số dương hoặc là các biểu thức toán học theo thời gian t. Thường trong bài toán động học chỉ xét theo 2 phuong Ox và Oy.

Ý nghĩa: Khi đề bài cho phuong trình này, ta sẽ có được các thành phần vị trí theo các phuong x,y,z của chất điểm, từ đó tiếp tục tính toán các đại lượng như vận tốc, gia tốc, quỹ đạo,... mà đề bài yêu cầu.

2. Vectơ vận tốc

a) Vectơ vận tốc trung bình

$$\vec{v}_{TB} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Trong đó:

* \vec{v}_{TB} là vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian khảo sát, đơn vị chuẩn **m/s**.

* $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, với \vec{r}_1 và \vec{r}_2 là vectơ vị trí của chất điểm tại thời điểm t_1 và t_2 (vị trí lúc đầu và vị trí lúc sau).

* $\Delta t = t_2 - t_1$.

Lưu ý:

- Khi tính toán thông thường không sử dụng vecto vị trí \vec{r} mà hay sử dụng tọa độ x, y, z. Công thức sẽ trở thành:

$$v_{TBX} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Tương tự cho các phương Oy, Oz.

Ý nghĩa:

- Đại lượng vận tốc trung bình đại diện cho xu hướng chuyển động chung của chất điểm trong một khoảng thời gian khảo sát nhất định, có thể là số dương, âm hoặc bằng 0.
- Khi tính vận tốc trung bình chỉ quan tâm đến vị trí cuối cùng và vị trí đầu tiên của quá trình khảo sát, không quan tâm ở trong khoảng thời gian đó chất điểm đã đi qua những vị trí nào.
- Vận tốc trung bình khác với “tốc độ trung bình”, tốc độ trung bình \bar{u}_{TB} (đơn vị chuẩn m/s) được tính bằng tổng quãng đường đi được chia cho khoảng thời gian khảo sát:

$$\bar{u}_{TB} = \frac{s}{\Delta t} \geq 0$$

b) Vectơ vận tốc tức thời

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.3)$$

- Trong hệ tọa độ Descartes:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad (1.4)$$

- Độ lớn của vectơ vận tốc:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1.5)$$

Lưu ý:

- Thuật ngữ “vận tốc tức thời” chính là thuật ngữ “vận tốc” mà ta hay sử dụng, thể hiện giá trị vận tốc của chất điểm tại một thời điểm tương ứng, đơn vị chuẩn m/s.

- Vận tốc tức thời có thể là hằng số âm, dương hoặc một biểu thức theo thời gian t.

Ý nghĩa: Trong các bài toán tổng quát không rõ tính chất chuyển động của chất điểm, ta thường hay sử dụng phương trình $v_x = \frac{dx}{dt}$ (tương tự cho phương y và z) để tính ra hàm vận tốc v_x, v_y, v_z khi có hàm li độ x, y, z theo thời gian t.

3. Vectơ gia tốc**a) Vectơ gia tốc trung bình:**

$$\vec{a}_{TB} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1.6)$$

Trong đó:

* $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, với \vec{v}_1 và \vec{v}_2 là vectơ vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t_1 và t_2 (vận tốc lúc đầu và vận tốc lúc sau)

* $\Delta t = t_2 - t_1$.

Lưu ý: Cách ứng dụng tính toán tương tự công thức tính vận tốc trung bình. Đại lượng gia tốc trung bình thường ít gấp.

b) Vectơ gia tốc tức thời:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt} \quad (1.7)$$

- Trong hệ tọa độ Descartes:

$$\vec{a} = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (1.8)$$

- Độ lớn của vectơ gia tốc:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2} \quad (1.9)$$

Lưu ý:

- Thuật ngữ “gia tốc tức thời” chính là thuật ngữ “gia tốc” mà ta hay sử dụng, thể hiện giá trị gia tốc của chất điểm tại một thời điểm t tương ứng, đơn vị chuẩn **m/s²**.

- Gia tốc tức thời có thể là hằng số âm, dương hoặc một biểu thức theo thời gian t.

Ý nghĩa: Trong các bài toán tổng quát không rõ tính chất chuyển động của chất điểm, ta thường hay sử dụng phương trình $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ (tương tự cho phương y và z) để tính ra hàm gia tốc a_x, a_y, a_z khi có hàm vận tốc v_x, v_y, v_z theo thời gian t.

c) Vectơ gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad (1.10)$$

Trong đó:

* $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{t}$ là vectơ gia tốc **tiếp tuyến** đặc trưng cho sự thay đổi **độ lớn** của vectơ vận tốc (\vec{t} là vectơ đơn vị theo phương vận tốc).

Phương của vectơ gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_t **cùng phương** với vectơ vận tốc \vec{v} , đơn vị chuẩn của \vec{a}_t là **m/s²**.

* $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$ là vectơ gia tốc **pháp tuyến** đặc trưng cho sự thay đổi **phương** của vecto vận tốc (\vec{n} là vecto đơn vị theo phương pháp tuyến).

Phương của vecto gia tốc pháp tuyến \vec{a}_n **vuông góc** với phương của vecto vận tốc \vec{v} , đơn vị chuẩn của \vec{a}_n là **m/s²**.

Gia tốc pháp tuyến còn có tên gọi khác quen thuộc chính là **gia tốc hướng tâm** \vec{a}_{ht} .

* R là bán kính cong của quỹ đạo, đơn vị chuẩn **mét (m)**.

Ý nghĩa:

- Các đại lượng \vec{a}_t , \vec{a}_n , R được khảo sát trong các bài toán chất điểm chuyển động với quỹ đạo cong như chuyển động tròn, chuyển động ném xiên,...

- Ở chuyển động thẳng, ta sẽ có $\vec{a}_n = 0$ vì vận tốc không thay đổi phương, \vec{a}_t lúc này chính là vecto gia tốc \vec{a} mà ta hay sử dụng, R lúc này bằng ∞ .

- Phương trình $a_t = \frac{dv}{dt}$ trong chuyển động cong có ý nghĩa tương đương như phương trình $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ trong chuyển động thẳng.

Chỉ khác là phương của a_t thì thay đổi liên tục theo phương của vận tốc v , còn phương của a_x thì cố định theo trục Ox của hệ tọa độ Descartes.

4. Mối liên hệ giữa vecto vị trí, vecto vận tốc và vecto gia tốc

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t) dt \quad (1.11)$$

- Nếu vecto gia tốc là hằng số, phương trình chuyển động có dạng:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad (1.12)$$

Ý nghĩa:

- Đây là kết quả tích phân của các phương trình ở trên như $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

- Ta thường không sử dụng các phương trình này để tính toán mà thường áp dụng tích phân theo từng phương x, y, z trong các bài toán tổng quát.

- Tuy nhiên ở các dạng chuyển động cụ thể trong các phần tiếp theo thì các phương trình này đã có sẵn, ta chỉ việc áp dụng theo để giải bài.

II. CÁC LOẠI CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM

1. Chuyển động thẳng

a) Thẳng đều

- Gia tốc bằng 0

$$\vec{a} = 0, \vec{a}_t = 0, \vec{a}_n = 0 \quad (1.13)$$

- Vận tốc không đổi

$$\vec{v} = \text{const} \quad (1.14)$$

- Tọa độ tại thời điểm t

$$x = x_0 + vt \quad (1.15)$$

Trong đó: x_0 là tọa độ ban đầu tại thời điểm $t = 0$.

b) Thẳng biến đổi đều

- Gia tốc pháp tuyến bằng không

$$\vec{a}_n = 0 \quad (1.16)$$

- Gia tốc tiếp tuyến không đổi

$$\vec{a}_t = \text{const} \quad (1.17)$$

- Gia tốc toàn phần không đổi

$$\vec{a} = \vec{a}_t = \text{const} \quad (1.18)$$

- Nếu là chuyển động nhanh dần đều: $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$

(vận tốc v và gia tốc a cùng dấu: cùng dương hoặc cùng âm)

- Nếu là chuyển động chậm dần đều: $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$

(vận tốc v và gia tốc a trái dấu: một đại lượng mang giá trị dương và một đại lượng mang giá trị âm)

- Vận tốc tại thời điểm t

$$v = v_0 + at \quad (1.19)$$

- Tọa độ tại thời điểm t

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1.20)$$

Trong đó: x_0 là tọa độ ban đầu và v_0 là vận tốc ban đầu tại thời điểm $t = 0$.

- Mối liên hệ giữa các đại lượng

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad (1.21)$$

Trong đó:

- v và v_0 là vận tốc lúc sau và vận tốc ban đầu của chất điểm.

- a là gia tốc của chất điểm:

+ Chuyển động nhanh dần đều: a dương.

+ Chuyển động chậm dần đều: a âm.

- s là quãng đường chất điểm đi được trong quá trình khảo sát từ v_0 đến v.

Ý nghĩa:

- Khi đã biết quỹ đạo chuyển động là quỹ đạo thẳng, cách phân biệt thẳng đều hay thẳng biến đổi đều là phụ thuộc vào gia tốc:

+ Gia tốc a = 0: thẳng đều.

+ Gia tốc a là hằng số khác 0: thẳng biến đổi đều.

+ Gia tốc a là một hàm số theo thời gian t: không thuộc 2 trường hợp trên, đây là chuyển động thẳng với tính chất biến đổi bất kì.

Khi giải các bài toán như vậy, ta sử dụng các phương trình tổng quát $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $v_x = \frac{dx}{dt}$ (tương tự cho phuong Oy, Oz) và tiến hành chuyển về tích phân để tìm ra hàm vận tốc và li độ theo thời gian, từ đó tiếp tục tính toán các đại lượng để bài yêu cầu.

- Khi đã xác định được loại chuyển động trong bài toán là thẳng đều hoặc thẳng biến đổi đều thì ta sử dụng các phuong trình (1.14), (1.15), (1.19), (1.20) để có mối liên hệ giữa vận tốc v và li độ x theo thời gian t.

Ở đây là dạng đặc biệt, ta không cần sử dụng các phương trình tổng quát $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $v_x = \frac{dx}{dt}$ để tích phân lại.

- Khi làm bài ta sử dụng các phương trình này để thay thế các dữ kiện để bài cho và giải hệ phương trình để tìm ra đại lượng mà bài toán yêu cầu.

Lưu ý rằng tất cả các giá trị x_0 , v_0 , x , v , a trong các công thức trên đều là các giá trị đại số, nghĩa là có thể mang giá trị dương hay âm tùy vào việc các đại lượng đó đang cùng chiều hay ngược chiều với chiều dương của trục tọa độ Ox mình chọn.

- Riêng phương trình (1.21) là phương trình liên hệ giữa các đại lượng mà không phụ thuộc vào thời gian t.

Khi ta có đủ thông tin của 3 trong 4 đại lượng v, v_0 , a, s thì ta có thể sử dụng phương trình (1.21) để tìm đại lượng còn lại.

- Lưu ý rằng chỉ có khi sử dụng phương trình (1.21) mới quy ước dấu của gia tốc a theo chuyển động nhanh dần đều hoặc chậm dần đều.

- Đối với tất cả các phương trình khác, gia tốc a là đại lượng đại số, mang dấu dương hay âm tùy vào việc vecto gia tốc a đang cùng chiều hay ngược chiều với chiều dương của trục tọa độ mình chọn.

- Không tùy ý kết luận a âm là chậm dần đều và a dương là nhanh dần đều. Điều kiện để kết luận một chuyển động là nhanh dần đều hay chậm dần đều đã được nói rõ ở phần trước đó. **Đây là lỗi sai hay mắc phải khi làm bài.**

2. Chuyển động tròn

a) Các đại lượng góc

- Vận tốc góc

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.22)$$

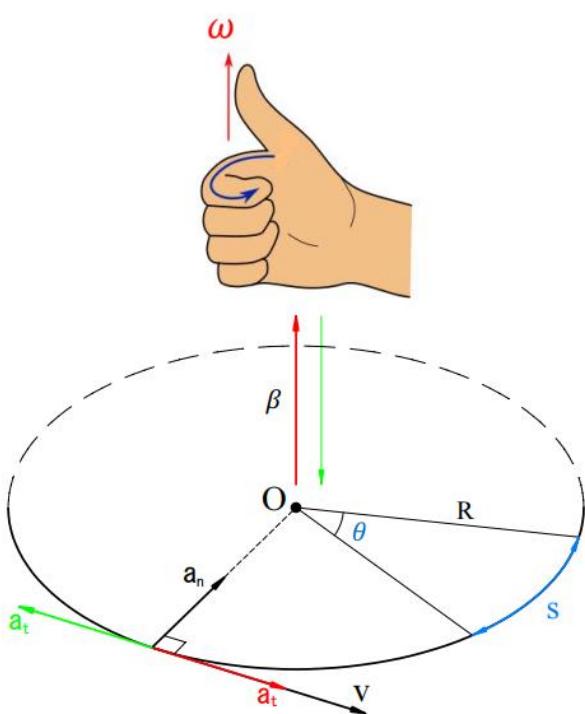
Trong đó:

θ là góc quay mà chất điểm quét được trong khoảng thời gian t.

- Gia tốc góc

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1.23)$$

- Mối liên hệ giữa các đại lượng dài và đại lượng góc



$$s = R\theta$$

$$v = R\omega$$

$$a_t = R\beta$$

$$a_n = R\omega^2 \quad (1.24)$$

Trong đó:

s là quãng đường đi của chất điểm trên đường tròn, cũng chính là độ dài cung tròn tương ứng với góc quay θ

b) Tròn đều

- Gia tốc góc bằng 0

$$\beta = 0 \quad (1.25)$$

- Vận tốc góc không đổi

$$\omega = \text{const} \quad (1.26)$$

- Tọa độ góc tại thời điểm t

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (1.27)$$

- Gia tốc pháp tuyến có độ lớn không đổi (vì ω không đổi)

$$|\vec{a}_n| = \text{const} \quad (1.28)$$

- Gia tốc tiếp tuyến bằng 0 (vì $\beta = 0$)

$$\vec{a}_t = 0 \quad (1.29)$$

- Chu kỳ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.30)$$

- Tần số

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.31)$$

c) Tròn biến đổi đều

- Gia tốc góc không đổi

$$\beta = \text{const} \quad (1.32)$$

- Vận tốc góc tại thời điểm t

$$\omega = \omega_0 + \beta t \quad (1.33)$$

- Tọa độ góc tại thời điểm t

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \quad (1.34)$$

- Mối liên hệ giữa các đại lượng góc

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta \quad (1.35)$$

- Nếu là chuyển động nhanh dần đều: $\vec{\omega} \cdot \vec{\beta} > 0$

(ω và β cùng chiều: cùng âm hoặc cùng dương)

- Nếu là chuyển động chậm dần đều: $\vec{\omega} \cdot \vec{\beta} < 0$

(ω và β ngược chiều: một đại lượng âm và một đại lượng dương)

- Gia tốc pháp tuyến có độ lớn thay đổi (vì ω thay đổi)

$$|\vec{a}_n| \neq \text{const} \quad (1.36)$$

- Gia tốc tiếp tuyến có độ lớn không đổi (vì $\beta = \text{const}$)

$$|\vec{a}_t| = \text{const} \quad (1.37)$$

Ý nghĩa:

- Chúng ta có sự tương quan giữa các đại lượng của chuyển động thẳng và chuyển động tròn như sau:

+ Li độ x tương đương với góc quay θ

+ Vận tốc v tương đương với vận tốc góc ω

+ Gia tốc a tương đương với gia tốc góc β

Từ đó các công thức liên hệ giữa x, v, a theo thời gian t sẽ có dạng và ý nghĩa tương đương với các công thức liên hệ giữa θ , ω , β theo thời gian t.

- Khi giải bài, chúng ta cũng nhận định xem bài toán cho chuyển động của vật có thuộc các dạng có sẵn như tròn đều, tròn biến đổi đều hay không.

+ Nếu thuộc 1 trong 2 dạng trên, ta sử dụng các công thức có sẵn để tính toán.

+ Nếu không thuộc 2 dạng trên, tức là dạng tổng quát. Lúc này θ , ω , β đều có thể là hàm bất kì theo thời gian t.

Ta sẽ sử dụng các phương trình liên hệ tổng quát $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, $\beta = \frac{d\omega}{dt}$ để đạo hàm hoặc chuyển về tích phân, nhằm tìm ra các đại lượng ta cần.

- Về lý thuyết, tất cả các đại lượng θ , ω , β đều là đại số, nghĩa là có thể mang giá trị âm hoặc dương. Tuy nhiên chúng ta thường ngầm hiểu rằng:

+ Chọn chiều dương theo chiều quay của ω , gốc của góc quay tại vị trí ban đầu của vật, nghĩa là $\theta_0 = 0$.

+ Góc quay θ sẽ là số dương.

+ Gia tốc góc β mang giá trị dương (cùng chiều ω) thì đang quay nhanh dần và ngược lại gia tốc góc β mang giá trị âm (ngược chiều ω) thì đang quay chậm dần.

3. Chuyển động parabol trong trường trọng lực (chuyển động ném xiên)

- Gia tốc không đổi

$$\vec{a} = \vec{g} = \text{const} \quad (1.38)$$

- Có 3 loại chuyển động ném xiên:

+ Ném xiên lên

+ Ném xiên xuống

+ Ném ngang

- Các loại chuyển động này chỉ khác nhau ở chỗ vận tốc ban đầu v_0 đang có chiều như thế nào so với phương ngang Ox:

+ Nếu chéch lên ta có ném xiên lên

+ Nếu chéch xuống ta có ném xiên xuống

+ Nếu trùng nhau ta có ném ngang

- Khi giải bài toán ném xiên, tổng quát ta có thể chọn hệ trục Oxy theo cách bất kì mà ta muốn. Tuy nhiên để thuận tiện, hãy chọn như sau:

- + Góc tọa độ O nằm trên mặt đất
- + Trục Ox nằm ngang (trùng với mặt đất), chiều dương theo chiều bay đi của vật.
- + Trục Oy thẳng đứng hướng lên

Khi đó ta có:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g \text{ (vì } \vec{g} \text{ ngược chiều với trục Oy)}$$

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos \alpha = \text{const} \\ v_y &= v_{0y} - g \cdot t = \pm v_0 \sin \alpha - g \cdot t \end{aligned}$$

(tùy vào ném xiên lên hay xiên xuống mà ta lấy dấu + hoặc dấu -)

- Phương trình chuyển động tổng quát

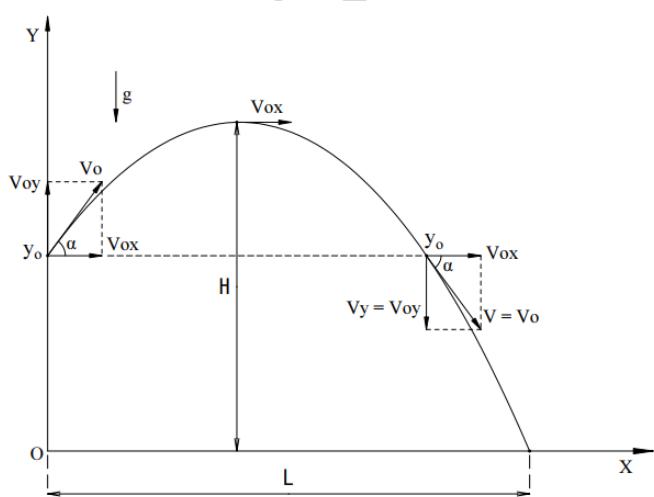
$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ y = y_0 \pm v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases} \quad (1.39)$$

Khi này tùy theo loại ném xiên ta sẽ có v_{0y} mang dấu khác nhau:

- + Ném xiên lên: $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ (dấu dương)
- + Ném xiên xuống: $v_{0y} = -v_0 \sin \alpha$ (dấu âm)
- + Ném ngang: $v_{0y} = 0$

- Đi vào phân tích từng loại cụ thể:

a) Ném xiên lên



- Các phương trình vận tốc và lì độ

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha = \text{const} \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t = v_0 \sin \alpha - g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

- Độ cao cực đại H

$$\text{Khi } v_y = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\Rightarrow H = y_{max} = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (1.40)$$

- Tầm xa cực đại L

Khi vật chạm đất $\Rightarrow y = 0$

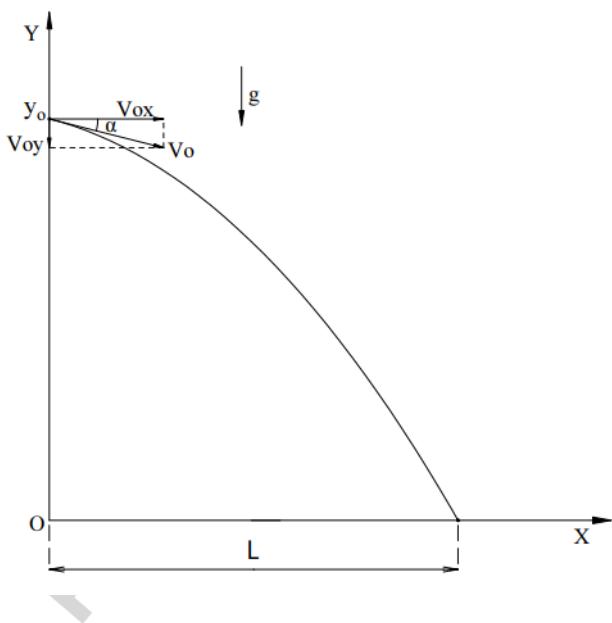
$$\Rightarrow y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0$$

$\Rightarrow t$ là kết quả của phương trình bậc 2.

Khi có đè bài cụ thể, ta sẽ thê số và giải được t, lấy nghiệm t dương. Tạm gọi giá trị đó là t_L .

$$\Rightarrow L = x_{max} = v_0 \cos \alpha \cdot t_L$$

b) Ném xiên xuống

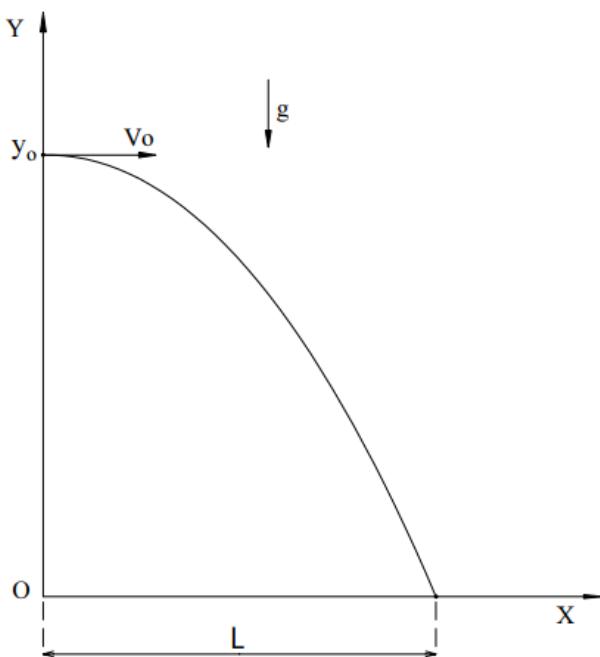


- Các phương trình vận tốc và li độ

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha = \text{const} \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t = -v_0 \sin \alpha - g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = y_0 - v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

c) Ném ngang



- Các phương trình vận tốc và li độ

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 = \text{const} \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t = -g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot t \\ y = y_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

- Ở 2 dạng ném xiên xuống và ném ngang:

+ Độ cao cực đại H chính là vị trí y_0 ban đầu.

+ Tầm xa cực đại L được tìm giống như trong trường hợp ném xiên lên:

Giải $y = 0$ tìm được thời gian t_L rồi thay vào phương trình li độ x.

Ý nghĩa:

- Bài toán ném xiên bản chất là chuyển động có vận tốc toàn phần \vec{v} không đổi và vận tốc \vec{v}_0 ban đầu khác phương với vận tốc \vec{v} .

- Từ đó tạo ra 2 chuyển động có tính chất khác nhau trên 2 phương Ox và Oy.

+ Phương Ox là chuyển động thẳng đều

+ Phương Oy là chuyển động biến đổi đều

⇒ Khi giải bài toán ném xiên, dù có là dạng ném lên, ném xuống hay ném ngang. Ta đều có thể viết được 4 phương trình v_x, v_y, x, y theo thời gian t.

Từ đó giải ra các величин để bài yêu cầu.

B. CÁC VÍ DỤ MẪU

VÍ DỤ 1: Vị trí của chất điểm chuyển động trong mặt phẳng Oxy được xác định bởi vectơ bán kính $\vec{r} = 5\cos 3t \cdot \vec{i} + 5\sin 3t \cdot \vec{j}$ (SI).

- a) Xác định quỹ đạo của chất điểm.
- b) Tìm độ lớn của vectơ vận tốc.
- c) Tìm độ lớn của vectơ gia tốc.

- Phân tích bài toán:

- + Đây là dạng bài chuyển động tổng quát, chưa biết thuộc loại chuyển động thẳng hay chuyển động tròn hay chuyển động bất kì
- + Tìm quỹ đạo là tìm phương trình liên hệ giữa x và y, từ đó nhận biết dạng của phương trình là đường gì
- + Vận tốc sẽ tìm bằng cách đạo hàm li độ
- + Gia tốc sẽ tìm bằng cách đạo hàm vận tốc

- Hướng dẫn giải:

- a) Từ phương trình vecto bán kính \vec{r} ta có:

$$\begin{cases} x = 5\cos 3t \\ y = 5\sin 3t \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (5\cos 3t)^2 + (5\sin 3t)^2 = 25(\cos^2 3t + \sin^2 3t) = 25$$

Đây thuộc dạng phương trình đường tròn:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Vậy quỹ đạo của chất điểm là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ và bán kính $R = 5$ m.

- b) Tính toán từng thành phần vận tốc:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(5\cos 3t)}{dt} = -15\sin 3t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(5\sin 3t)}{dt} = 15\cos 3t$$

Độ lớn của vectơ vận tốc:

$$\begin{aligned} |\vec{v}| &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-15\sin 3t)^2 + (15\cos 3t)^2} = \sqrt{225\sin^2 3t + 225\cos^2 3t} \\ &= \sqrt{225(\sin^2 3t + \cos^2 3t)} = \sqrt{225} = 15 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- c) Tính toán từng thành phần gia tốc:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(-15\sin 3t)}{dt} = -45\cos 3t$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d(15\cos 3t)}{dt} = -45\sin 3t$$

Độ lớn của vectơ gia tốc:

$$\begin{aligned} |\vec{a}| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-45\cos 3t)^2 + (-45\sin 3t)^2} = \sqrt{2025\cos^2 3t + 2025\sin^2 3t} \\ &= \sqrt{2025(\cos^2 3t + \sin^2 3t)} = \sqrt{2025} = 45 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

VÍ DỤ 2: Một khí cầu đang bay lên theo phương thẳng đứng với vận tốc v_1 không đổi và khi nó ở độ cao 100 m thì một gói đồ bị rơi. Sau 5 s thì gói đồ đó rơi chạm đất.

a) Tìm v_1 .

b) Tại thời điểm gói đồ bị rơi, từ mặt đất một hòn đá được bắn thẳng đứng hướng lên khí cầu với vận tốc $v_2 = 29,5 \text{ m/s}$. Hỏi sau bao lâu hòn đá và gói đồ gặp nhau và tại độ cao bao nhiêu?

- Phân tích bài toán:

+ Khi gói đồ rơi ra khỏi khí cầu, nó sẽ mang vận tốc và li độ ban đầu chính bằng vận tốc và li độ của khí cầu lúc đó: v_1 và 100 m.

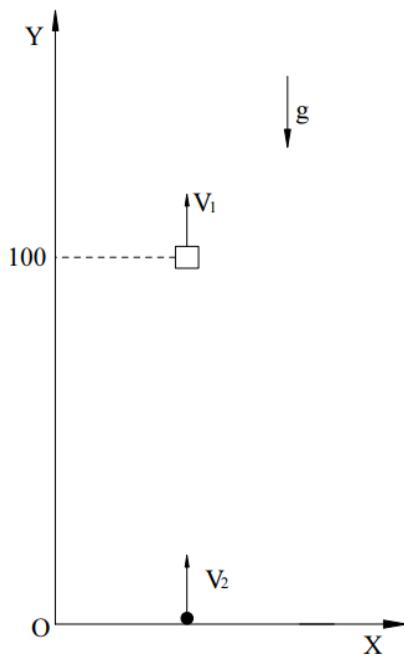
Đây là một dữ kiện hay sử dụng khi một vật rời khỏi một vật khác.

+ Chuyển động của gói đồ là chuyển động thẳng biến đổi đều theo phương thẳng đứng Oy với gia tốc là \vec{g} .

+ Chuyển động của hòn đá cũng là chuyển động thẳng biến đổi đều theo phương thẳng đứng Oy với gia tốc là \vec{g} . Chỉ khác li độ và vận tốc ban đầu.

- Hướng dẫn giải:

- Chọn trục Oy hướng lên, gốc O tại vị trí mặt đất. Gốc thời gian là lúc gói đồ rơi.



a) Tại thời điểm gói đồ rơi, nó đang có tọa độ ban đầu bằng $y_{10} = 100$ m, vận tốc ban đầu v_1 hướng lên và gia tốc $a = g$ hướng xuống.

- Phương trình chuyển động của gói đồ là:

$$y_1 = 100 + v_1 t - \frac{1}{2} g t^2$$

- Khi gói đồ rơi chạm đất, tọa độ của nó:

$$\begin{aligned} y_1 &= 0 \text{ m} \\ \Rightarrow 0 &= 100 + v_1 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 5^2 \\ \Rightarrow v_1 &= \frac{22,5}{5} = 4,5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b) Tại thời điểm ném hòn đá, nó đang có tọa độ ban đầu $y_{20} = 0$ m, vận tốc ban đầu v_2 hướng lên và gia tốc g hướng xuống.

- Phương trình chuyển động của hòn đá:

$$y_2 = 0 + v_2 t - \frac{1}{2} g t^2$$

- Khi hòn đá và gói đồ gặp nhau, tọa độ của chúng bằng nhau:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ \Rightarrow 100 + v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 &= v_2 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ \Rightarrow 100 + v_1 t &= v_2 t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t = \frac{100}{v_2 - v_1} = \frac{100}{29,5 - 4,5} = \frac{100}{25} = 4 \text{ s}$$

- Tọa độ vị trí hai vật gặp nhau:

$$y_1 = 100 + v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 = 100 + 4,5 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 4^2 = 39,6 \text{ m}$$

Vậy hai vật gặp nhau tại độ cao $h = 39,6 \text{ m}$, sau 4 giây chuyển động.

VÍ DỤ 3: Một chất điểm chuyển động trên trục Ox theo chiều dương với vận tốc $v = \sqrt{x}$ (m/s) và bắt đầu từ gốc tọa độ O với vận tốc đầu bằng không. Tìm vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$.

- Phân tích bài toán:

+ Mục tiêu là tìm vận tốc tại thời điểm t

\Rightarrow Phải xây dựng được hàm vận tốc theo thời gian t .

+ Đây là dạng bài chuyển động tổng quát, sử dụng các công thức liên hệ dạng đạo hàm, tích phân để giải.

+ Li độ và vận tốc ban đầu đã có, dùng làm cận trong quá trình tích phân.

- Hướng dẫn giải:

- Ta có:

$$v = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = dt$$

- Lấy tích phân 2 vế phương trình trên:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_0^t dt$$

(vì tại thời điểm ban đầu $t = 0$ thì li độ $x = 0$, còn tại thời điểm t tổng quát thì li độ x tổng quát nên ta viết được cận tích phân như vậy)

$$\Rightarrow 2 \cdot \sqrt{x} \Big|_0^x = t \Big|_0^t \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{x} = t \Rightarrow x = \frac{t^2}{4}$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left(\frac{t^2}{4}\right)}{dt} = \frac{t}{2}$$

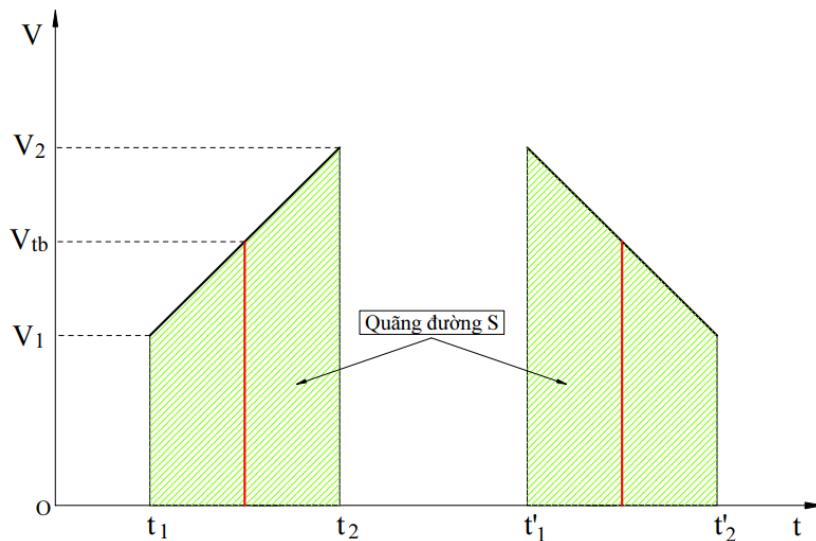
Tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$, $v = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}$.

VÍ DỤ 4: Một ôtô chuyển động thẳng chậm dần đều, lần lượt đi qua A và B với vận tốc $v_A = 9 \text{ m/s}$, $v_B = 1 \text{ m/s}$. Tìm tốc độ trung bình của ôtô trên quãng đường AB.

- Phân tích bài toán:

- + Theo cách thông thường, tốc độ trung bình bằng $\frac{\text{quãng đường}}{\text{thời gian}}$ chia cho thời gian.
- + Tuy nhiên ở bài toán này dữ kiện về quãng đường và thời gian lại không có, để bài lại cho 2 vận tốc đầu và cuối quá trình.
- + Ta sử dụng phương pháp khác là đồ thị.

- Hướng dẫn giải:



- Đối với chuyển động thẳng biến đổi đều, đồ thị vận tốc V theo thời gian t sẽ là dạng đường thẳng như hình trên.

- Về mặt hình học ta thấy:

- + Quãng đường $s = \int v \cdot dt$ chính là diện tích của hình thang màu xanh lá.
 - + Vận tốc trung bình chính là đường màu đỏ nằm giữa hình thang.
- \Rightarrow Tốc độ trung bình trên một đoạn đường là trung bình cộng của tốc độ đầu và cuối:

$$v_{TB} = \frac{v_A + v_B}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}$$

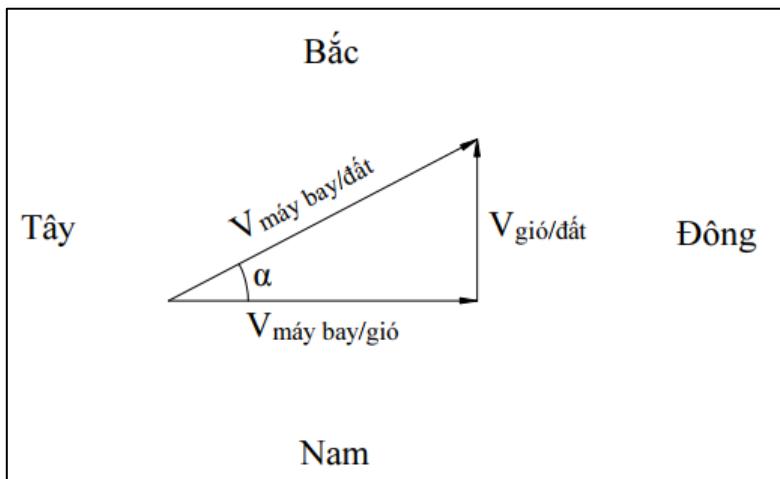
VÍ DỤ 5: Một máy bay bay về hướng Đông với vận tốc $v = 400 \text{ km/h}$ đối với gió. Gió thổi về hướng Bắc với vận tốc $u = 75 \text{ km/h}$ đối với mặt đất. Xác định độ lớn và hướng của vận tốc máy bay đối với mặt đất.

- Phân tích bài toán:

- + Đây không phải là dạng toán khảo sát tính chất chuyển động của 1 vật.
- + Dạng toán này có nhiều đối tượng khảo sát trong bài toán, và ta dùng phương trình riêng để liên hệ vận tốc của các đối tượng đó.

+ Ở đây ta học thêm phương trình cộng vận tốc.

- Hướng dẫn giải:



- Theo quy tắc cộng vận tốc ta có:

$$\vec{v}_{máy bay/đất} = \vec{v}_{máy bay/gió} + \vec{v}_{gió/đất}$$

- Theo đề bài ta có:

$$|\vec{v}_{máy bay/gió}| = v = 400 \text{ km/h}$$

$$|\vec{v}_{gió/đất}| = u = 75 \text{ km/h}$$

- Do $\vec{v}_{máy bay/gió}$ hướng Đông và $\vec{v}_{gió/đất}$ hướng Bắc, hai vectơ này vuông góc với nhau.

Theo quy tắc cộng vecto: $\vec{v}_{máy bay/đất}$ là cạnh huyền của tam giác vuông.

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\vec{v}_{máy bay/đất}| &= \sqrt{|\vec{v}_{máy bay/gió}|^2 + |\vec{v}_{gió/đất}|^2} = \sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{400^2 + 75^2} \\ &= \sqrt{160000 + 5625} = \sqrt{165625} \approx 407 \text{ km/h} \end{aligned}$$

- Hướng bay được xác định bởi góc α so với hướng Đông:

$$\tan \alpha = \frac{|\vec{v}_{gió/đất}|}{|\vec{v}_{máy bay/gió}|} = \frac{u}{v} = \frac{75}{400} = 0,1875$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan(0,1875) \approx 10,6^\circ$$

Vậy máy bay có vận tốc đối với mặt đất là 407 km/h và hướng theo hướng Đông Bắc, lệch so với hướng Đông một góc $\alpha = 10,6^\circ$.

VÍ DỤ 6: Từ một đỉnh tháp cao $H = 25$ m người ta ném một vật theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 15$ m/s. Bỏ qua sức cản của không khí. Xác định:

- a) Thời gian chuyển động của vật.
- b) Khoảng cách từ chân tháp đến vị trí rơi của vật.
- c) Hướng và độ lớn vận tốc của vật khi chạm đất.

- Phân tích bài toán:

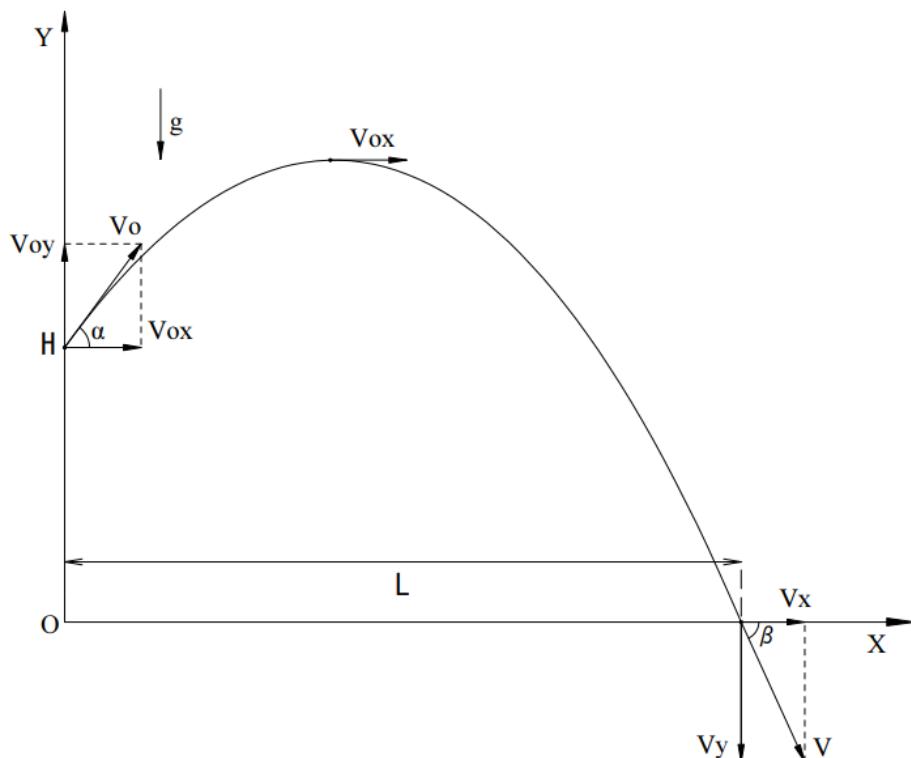
+ Đây là dạng ném xiên lên, ta sử dụng các phương trình vận tốc và li độ v_x , v_y , x , y theo thời gian t để giải.

+ Thời gian chuyển động được tính bằng thời điểm t lúc vật chạm đất.

+ Khoảng cách từ chân tháp đến vị trí rơi là tầm xa cực đại L .

+ Muốn tìm hướng và độ lớn của vận tốc thì đi tìm các vận tốc thành phần v_x và v_y .

- Hướng dẫn giải:



- Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gốc tọa độ O tại chân tháp. Gốc thời gian $t = 0$ là lúc bắt đầu ném vật. Trục Ox nằm ngang, trục Oy thẳng đứng hướng lên.

- Các phương trình vận tốc và li độ của vật:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 15 \cdot \cos 30^\circ = 12,99 \text{ m/s} \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t = v_0 \sin \alpha - g \cdot t = 15 \cdot \sin 30^\circ - 9,8 \cdot t = 7,5 - 9,8 \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t = 12,99 \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 25 + 15 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = 25 + 7,5 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$$

a) Khi vật rơi chạm đất, tọa độ của vật theo phương đứng $y = 0$:

$$\Rightarrow 0 = 25 + 7,5 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

Giải phương trình bậc hai trên ta lấy nghiệm dương $t \approx 3,15$ (s) là thời gian chuyển động của vật.

b) Ta đã tìm được thời điểm t lúc vật chạm đất, thế vào phương trình li độ x để tính L:

$$x = 12,99 \cdot t = 12,99 \cdot 3,15 \approx 40,9 \text{ m}$$

Vậy vật rơi cách chân tháp 40,9 m.

c) Tìm các thành phần vận tốc của vật:

- Vận tốc của vật theo phương ngang luôn không đổi:

$$v_x = 12,99 \text{ m/s}$$

- Vận tốc của vật theo phương đứng khi chạm đất ($t = 3,15 \text{ s}$):

$$v_y = 7,5 - 9,8 \cdot t = 7,5 - 9,8 \cdot 3,15 = -23,37 \text{ m/s}$$

Với dấu trừ có nghĩa là v_y hướng xuống.

- Vận tốc của vật khi chạm đất:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{12,99^2 + (-23,37)^2} = 26,7 \text{ m/s}$$

- Vận tốc của vật khi chạm đất hợp với phương ngang một góc β :

$$\tan \beta = \frac{|v_y|}{|v_x|} = \frac{23,37}{12,99} \approx 1,8$$

$$\Rightarrow \beta = \arctan(1,8) \approx 61^\circ$$

VÍ DỤ 7: Một vật được ném ngang từ độ cao $H = 4,9 \text{ m}$ với vận tốc đầu $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Bỏ qua sức cản của không khí.

a) Tìm biểu thức vận tốc của vật tại thời điểm t.

b) Tìm biểu thức gia tốc pháp tuyến và gia tốc tiếp tuyến của vật tại thời điểm t.

c) So sánh bán kính cong quỹ đạo tại vị trí chạm đất với vị trí ném.

- Phân tích bài toán:

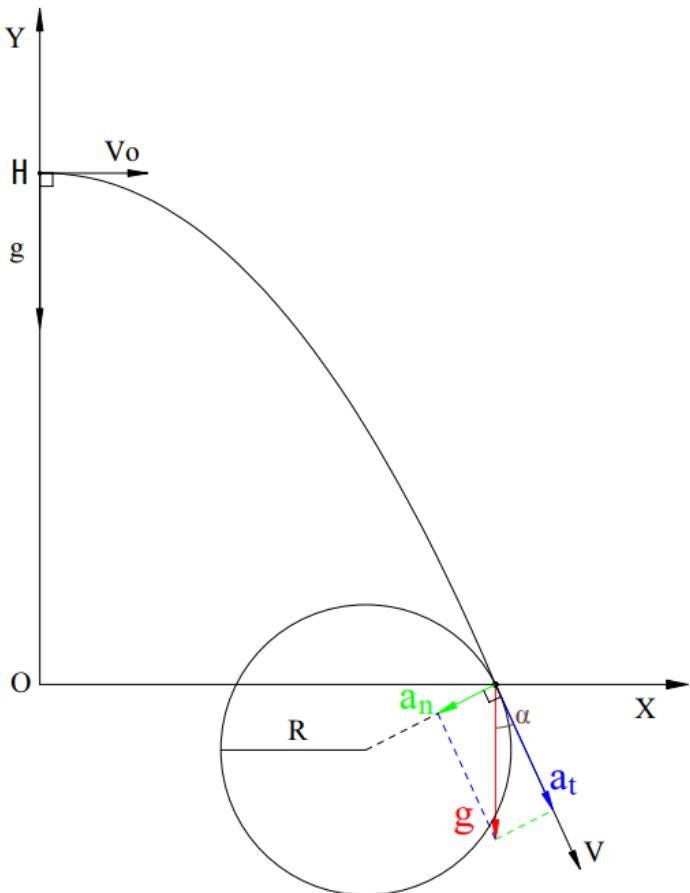
+ Đây là dạng bài chuyên động ném ngang, cách làm tương tự ví dụ 6 ở trên.

+ Gia tốc tiếp tuyến tìm bằng cách đạo hàm vận tốc theo thời gian $a_t = \frac{dv}{dt}$

+ Gia tốc pháp tuyến tính theo công thức $a_n = \sqrt{g^2 - a_t^2}$ (vì vecto gia tốc toàn phần trong bài toán ném xiên là \vec{g}).

+ Bán kính quỹ đạo được tính theo công thức $R = \frac{v^2}{a_n}$

- Hướng dẫn giải:



- Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gốc tọa độ O tại mặt đất. Gốc thời gian $t = 0$ là lúc bắt đầu ném vật. Trục Ox nằm ngang, trục Oy thẳng đứng hướng lên.

- Các phương trình vận tốc và lì độ của vật:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 = 10 \text{ m/s} \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t = 0 - g \cdot t = -9,8 \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot t = 10 \cdot t \\ y = y_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 4,9 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = 4,9 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$$

a) Vận tốc tại thời điểm t được tính như sau:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + (-9,8 \cdot t)^2} = \sqrt{100 + 96 \cdot t^2}$$

b) Gia tốc tiếp tuyén:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\sqrt{100 + 96 \cdot t^2})}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{100 + 96 \cdot t^2}} \cdot \frac{d(100 + 96 \cdot t^2)}{dt} = \frac{96 \cdot t}{\sqrt{100 + 96 \cdot t^2}}$$

Gia tốc pháp tuyén:

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_t^2} = \sqrt{96 - \left(\frac{96 \cdot t}{\sqrt{100 + 96 \cdot t^2}}\right)^2} = \sqrt{96 - \frac{(96 \cdot t)^2}{100 + 96 \cdot t^2}}$$

c) Tại vị trí ném:

- Vận tốc toàn phần là v_0 .
- Gia tốc pháp tuyến cũng chính là gia tốc trọng trường $\vec{a}_n = \vec{g}$.
- Bán kính quỹ đạo lúc này:

$$R_0 = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{10^2}{9,8} = 10,2 \text{ m}$$

Tại vị trí chạm đất:

- Ta đã có hàm gia tốc pháp tuyến a_n theo thời gian t .
- Tuy nhiên ta chưa có thời điểm t mà vật chạm đất, vậy đi tìm t trước.
- Lúc vật chạm đất:

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \Rightarrow 4,9 - 4,9 \cdot t^2 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình và lấy nghiệm dương ta được $t = 1$ (s).

- Bán kính quỹ đạo tại điểm chạm đất:

$$R_t = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(\sqrt{100 + 96 \cdot t^2})^2}{\sqrt{96 - \frac{(96 \cdot t)^2}{100 + 96 \cdot t^2}}} = \frac{(\sqrt{100 + 96 \cdot 1^2})^2}{\sqrt{96 - \frac{(96 \cdot 1)^2}{100 + 96 \cdot 1^2}}} = 28 \text{ m}$$

- Tỉ số bán kính quỹ đạo lúc chạm đất và lúc ném:

$$\frac{R_t}{R_0} = \frac{28}{10,2} = 2,74$$

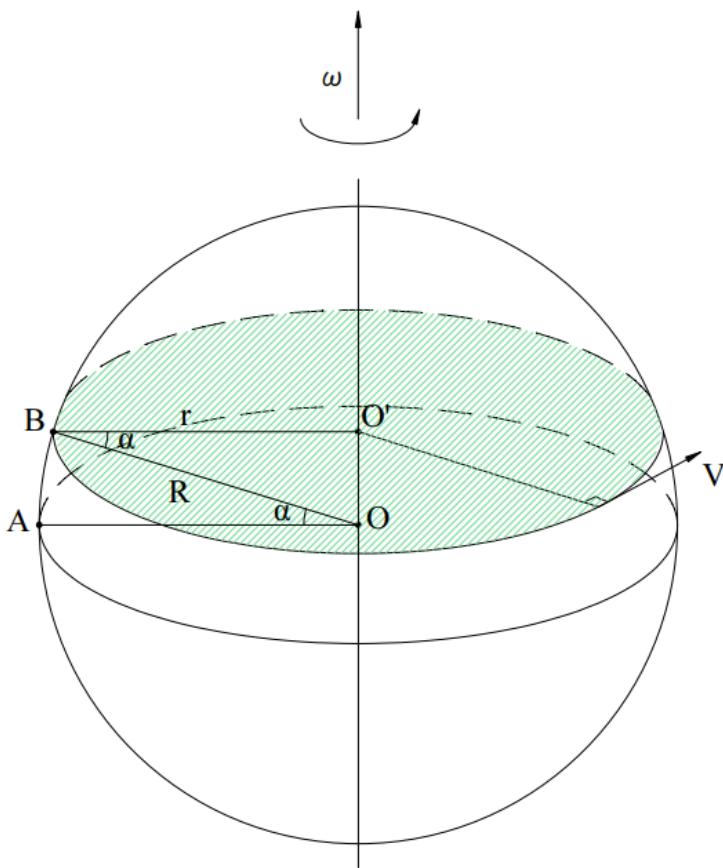
VÍ DỤ 8: Tìm vận tốc dài của chuyển động quay của một điểm trên mặt đất tại Thành phố Hồ Chí Minh. Biết vĩ độ của Thành phố Hồ Chí Minh là $\alpha \approx 10^\circ$, Trái Đất có bán kính khoảng 6400 km và quay một vòng quanh trục của nó mất 24 giờ.

- Phân tích bài toán:

- + Đây là dạng bài liên quan đến chuyển động tròn.
- + Tuy nhiên dạng bài này cần hình dung mô hình chuyển động hơi trừu tượng.

+ Hiểu ý nghĩa của các đại lượng liên quan trong dạng này vì cũng hay gặp.

- Hướng dẫn giải:



- Trong hình vẽ ở trên, ta có một số đại lượng:

+ Trái Đất đang quay đều quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω .

+ Bán kính Trái Đất là $R = OA = OB$.

+ Vĩ độ $\alpha \approx 10^\circ$ chính là góc α trên hình vẽ.

+ Mặt phẳng hình tròn màu xanh chính là mặt phẳng quỹ đạo của chất điểm chuyển động ở vĩ độ α .

+ Bán kính của quỹ đạo ở vĩ độ α là r .

- Vận tốc góc của Trái Đất trong chuyển động tự quay của nó là:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

- Bán kính quỹ đạo của một điểm trên mặt đất tại Thành phố Hồ Chí Minh:

$$r = R \cos \alpha = 6400 \cdot 10^3 \cdot \cos 10^\circ = 6303 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- Vận tốc dài của một điểm trên mặt đất tại Thành phố Hồ Chí Minh là:

$$v = \omega r = 458 \text{ m/s}$$

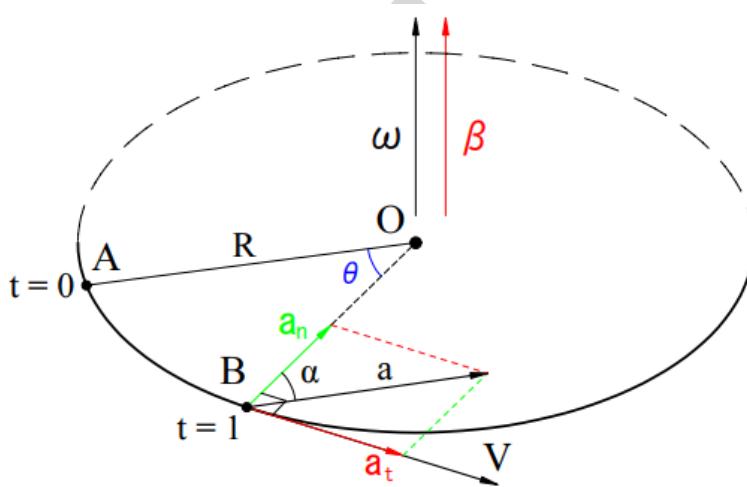
VÍ DỤ 9: Một chất điểm bắt đầu quay theo quỹ đạo tròn với bán kính quỹ đạo $R = 10 \text{ cm}$ và gia tốc góc $\beta = 3,14 \text{ rad/s}^2$. Sau giây đầu tiên tìm:

- a) Vận tốc góc, vận tốc dài và góc quay.
- b) Gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến và gia tốc toàn phần.
- c) Góc giữa gia tốc toàn phần và gia tốc pháp tuyến.

- Phân tích bài toán:

- + Đây là dạng bài toán chuyển động tròn diễn hình, thuộc loại tròn biến đổi đều, cụ thể là nhanh dần đều.
- + Các đại lượng đề bài hỏi đều đã có sẵn phương trình liên hệ theo thời gian t và phương trình liên hệ giữa các đại lượng với nhau, sử dụng chúng để làm bài
- + Điều kiện bắt đầu quay mà không nói gì thêm có nghĩa là vận tốc góc tại thời điểm ban đầu $\omega_0 = 0$.

- Hướng dẫn giải:



a) Vận tốc góc:

$$\omega = \omega_0 + \beta t = 0 + 3,14 \cdot 1 = 3,14 \text{ rad/s}$$

- Vận tốc dài:

$$v = \omega R = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ m/s}$$

- Góc quay:

$$\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \beta t^2 = 0 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 1^2 = 1,57 \text{ rad}$$

b) Gia tốc tiếp tuyến:

$$a_t = \beta R = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ m/s}^2$$

- Gia tốc pháp tuyến:

$$a_n = \omega^2 R = 3,14^2 \cdot 0,1 = 0,986 \text{ m/s}^2$$

- Gia tốc toàn phần:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0,314^2 + 0,986^2} = 1,03 \text{ m/s}^2$$

c) Góc giữa gia tốc toàn phần và gia tốc pháp tuyến:

$$\cos\alpha = \frac{a_n}{a} = \frac{0,986}{1,03} = 0,957$$

$$\Rightarrow \alpha = 16,86^\circ$$