

SIMULATIONS EN OPTIQUE (OPTIQUE NUMÉRIQUE)

PARTIE I : FORMALISME UNIDIMENSIONNEL DES MATRICES DE TRANSFERT (AVEC SOURCE)

Eloise Van Hooijdonk
eloise.vanhooijdonk@unamur.be

année académique 2014 – 2015

Sommaire

1. Problématique de la simulation d'une émission fluorescente
2. Théories utiles à la simulation d'un tel problème
 - 2.1 Evaluation des longueurs d'onde dominantes
 - 2.2 Méthode unidimensionnelle des matrices de transfert pour le calcul de la réflectance, transmittance et absorbance
 - 2.3 Structure de bandes photoniques
 - 2.4 Méthode unidimensionnelle des matrices de transfert pour le calcul de l'émission
3. Consignes de travail
4. Exemples de résultats à obtenir
5. Autres résultats pouvant aider à l'interprétation
6. Bibliographie

1 Problématique de la simulation d'une émission fluorescente

Posons-nous le problème suivant : soit la présence de fluorophores insérés au sein d'une structure photonique. La question que nous nous posons est la suivante : « quelle est l'influence de la géométrie sur le phénomène de fluorescence ? ». Avant toute chose, il y a lieu de distinguer les trois étapes successives constituant ce phénomène [Fig. 1] : i. l'absorption d'un flux incident par les fluorophores, ii. la conversion en un rayonnement de plus faible énergie et iii. la propagation de ce flux vers le milieu extérieur.

Soit une interaction entre un flux lumineux de longueur d'onde λ_{exc} et un matériau. Une fraction de cette lumière incidente est réfléchiée, une autre est transmise et une troisième est absorbée. En fonction de la géométrie et des contrastes d'indices de réfraction rencontrés, il existe un certain profil d'absorption à travers le matériau. Les fluorophores qui y sont enchevêtrés sont excités et deviennent des sources émettant une radiation de longueur d'onde λ_{emi} . En fonction de

leurs positions dans le système structuré, de leurs capacités d'absorption et de leurs propriétés intrinsèques de conversion d'un signal incident en un signal émis, l'émission présente une certaine intensité. Ce rayonnement se propage à travers le matériau vers le milieu extérieur. Selon la longueur d'onde d'émission, la densité de courant et la géométrie, cette propagation est plus ou moins influencée, tant d'un point de vue spatial que d'un point de vue spectral. Dans le cadre de ce travail, nous nous proposons de nous limiter à la première étape et à la dernière étape du phénomène de fluorescence. Plus précisément, nous cherchons à déterminer l'impact d'une structure photonique sur l'absorption d'un rayonnement incident de longueur d'onde λ_{exc} et sur l'émission d'un rayonnement de longueur d'onde λ_{emi} .

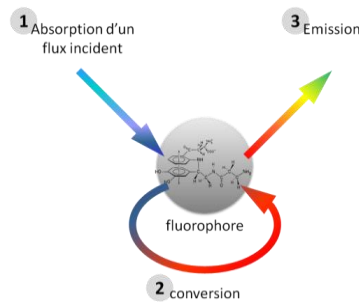


Fig. 1 : Représentation simplifiée du processus de fluorescence. Trois étapes sont à distinguer : l'absorption d'un flux lumineux incident, la conversion en une lumière d'énergie plus faible et l'émission de ce flux.

L'hoplie bleue (*Hoplia coerulea*) est un coléoptère présentant une coloration bleue métallique, se décalant vers le violet en fonction de l'angle d'observation. Il s'est avéré qu'une multicouche présente dans sa structure tégumentaire est à l'origine de la coloration vive de l'insecte ¹. En outre, elle présente un caractère hygrochrome, à savoir que sa coloration se décale du bleu au vert en fonction du taux d'humidité de son environnement ². Finalement, l'hoplie bleue est fluorescente. Elle présente une coloration bleue turquoise sous illumination ultraviolette.

Nous nous proposons d'étudier ce problème à l'aide de simulations numériques basées sur le formalisme unidimensionnel des matrices de transfert. Pour l'ensemble de nos réalisations, l'indice de réfraction de la chitine est évalué à 1,56 ³. Cette valeur est supposée constante sur la gamme spectrale de l'ultraviolet – visible. En effet, les variations sont suffisamment faibles que pour considérer négligeable leur impact sur les spectres calculés. Cette considération sur l'indice de réfraction de la chitine est largement acceptée par la communauté scientifique et implémentée avec succès dans des simulations numériques antérieures.

2 Théories utiles à la simulation numérique d'un tel problème

2.1 Evaluation des longueurs d'onde dominantes

Une multicouche est une structure formée d'un empilement périodique de deux couches de constantes diélectriques différentes [Fig. 2a]. Une formule simple permet de prédire les longueurs d'onde dominantes réfléchies par un tel système. Le détail mathématique peut être trouvé à la référence ⁴.

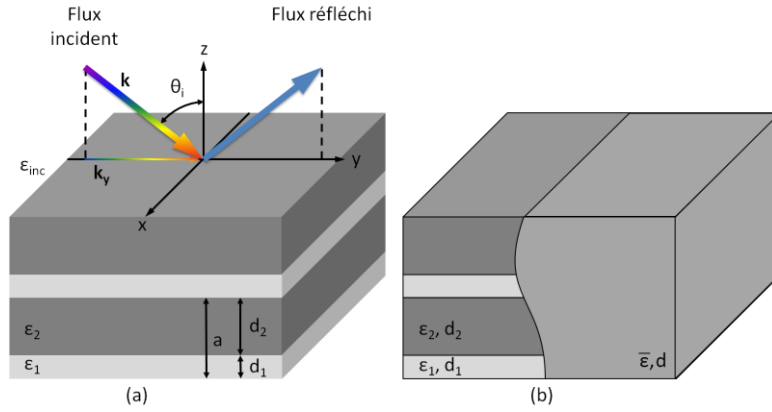


Fig. 2 : (a) Représentation schématique d'une multicouche composée d'un empilement périodique de deux couches. La première (deuxième) couche présente une épaisseur d_1 (d_2) et une constante diélectrique ϵ_1 (ϵ_2). Le milieu incident est caractérisé par une constante diélectrique ϵ_{inc} . (b) La multicouche est assimilée à un matériau homogène d'épaisseur d et de constante diélectrique effective $\bar{\epsilon}$.

Soit une multicouche de période $a = d_1 + d_2$, d_l étant l'épaisseur de la couche numérotée l ($l = 1$ ou 2). Une couche l est repérée sur l'axe z par la coordonnée z_l , présente une constante diélectrique ϵ_l et un indice de réfraction $n_l = \sqrt{\epsilon_l}$. Soit une onde lumineuse dans le plan yz interceptant la surface de la multicouche avec un angle d'incidence θ_i , angle entre la direction de propagation du faisceau et la normale à la surface de la structure. Soit $n_{inc} = \sqrt{\epsilon_{inc}}$ l'indice de réfraction du milieu incident. Les longueurs d'onde dominantes réfléchies sont données par la relation :

$$\lambda = \frac{2a\sqrt{\bar{n}^2 - n_{inc}^2 \sin^2 \theta_i}}{m}$$

avec m un nombre entier et $\bar{n} = \sqrt{\bar{\epsilon}}$ un indice de réfraction moyen à la multicouche [Fig. 2b]. La méthodologie à appliquer pour calculer cet indice de réfraction moyen est donnée à la référence ⁴. Veuillez noter que cette approche n'est valide que pour un contraste d'indices faible et des longueurs d'onde grandes vis-à-vis de la période de la multicouche, conditions généralement rencontrées dans nos échantillons naturels.

2.2 Méthode unidimensionnelle des matrices de transfert pour le calcul de la réflectance, transmittance et absorbance

La méthode des matrices de transfert est couramment utilisée afin de prédire théoriquement les spectres de réflectance, de transmittance et d'absorbance d'une structure pour la polarisation transverse électrique et la polarisation transverse magnétique. Son développement mathématique n'est pas explicité dans ce tapuscrit mais peut être trouvé à la référence ⁴. Nous nous limitons à présenter les rudiments nécessaires à sa bonne compréhension, et ce uniquement dans un cas unidimensionnel.

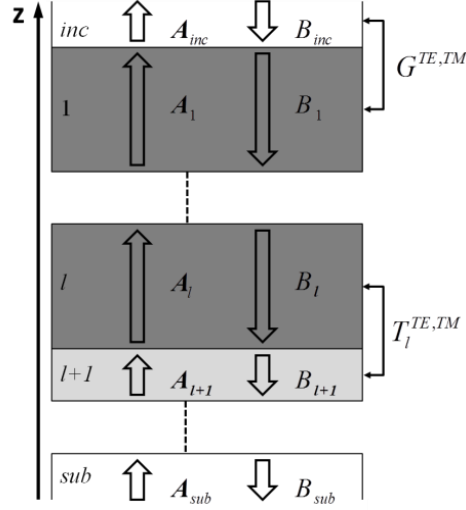


Fig. 3 : Représentation schématique des ondes progressives se propageant dans le sens de l'axe z ou dans le sens opposé dans les différentes couches. **inc** est le milieu incident et **sub** est le substrat. Les matrices de transfert permettant de passer d'une couche à la suivante sont indiquées.

Considérons la multicouche illustrée à la Fig. 2a. La méthode des matrices de transfert consiste à résoudre les équations de Maxwell pour chacune des couches l . La solution est la somme de deux ondes progressives, l'une d'amplitude A_l se propageant dans le sens de l'axe z et l'autre d'amplitude B_l se propageant dans le sens opposé [Fig. 3]. Voici un exemple pour la composante x du champ électrique :

$$E_{x(z)} = A_l e^{ik_l(z-z_l)} + B_l e^{-ik_l(z-z_l)}$$

Dans cette expression,

$$k_l = \sqrt{\varepsilon_l \frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2} \quad \text{avec} \quad k_y = \sqrt{\varepsilon_{inc}} \frac{\omega}{c} \sin \theta_i.$$

Sur base des conditions de raccord des champs électromagnétiques à chaque interface, il est possible d'exprimer les amplitudes des champs d'une couche avec les amplitudes des champs de la couche suivante. Le lien est une matrice nommée matrice de transfert. Le mode transverse électrique (TE) et le mode transverse magnétique (TM) sont à distinguer.

mode TE :

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_l + k_{l+1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} & \frac{k_l - k_{l+1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} \\ \frac{k_l - k_{l+1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} & \frac{k_l + k_{l+1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = T_l^{TE} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}$$

mode TM :

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{l+1} k_l + \varepsilon_l k_{l+1}}{2\varepsilon_{l+1} k_l} e^{-ik_l d_l} & \frac{\varepsilon_{l+1} k_l - \varepsilon_l k_{l+1}}{2\varepsilon_{l+1} k_l} e^{-ik_l d_l} \\ \frac{\varepsilon_{l+1} k_l - \varepsilon_l k_{l+1}}{2\varepsilon_{l+1} k_l} e^{ik_l d_l} & \frac{\varepsilon_{l+1} k_l + \varepsilon_l k_{l+1}}{2\varepsilon_{l+1} k_l} e^{ik_l d_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = T_l^{TM} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}$$

Cette matrice est légèrement différente lors du passage de la lumière du milieu incident vers la première couche :

mode TE :

$$\begin{pmatrix} A_{inc} \\ B_{inc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{k_1}{2k_{inc}} & \frac{1}{2} - \frac{k_1}{2k_{inc}} \\ \frac{1}{2} - \frac{k_1}{2k_{inc}} & \frac{1}{2} + \frac{k_1}{2k_{inc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = G^{TE} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

mode TM :

$$\begin{pmatrix} A_{inc} \\ B_{inc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_{inc} k_1}{2\varepsilon_1 k_{inc}} & \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_{inc} k_1}{2\varepsilon_1 k_{inc}} \\ \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_{inc} k_1}{2\varepsilon_1 k_{inc}} & \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_{inc} k_1}{2\varepsilon_1 k_{inc}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = G^{TM} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

En procédant de manière itérative, il est possible de déterminer la matrice de transfert totale reliant les amplitudes des champs du milieu incident aux amplitudes des champs du substrat.

$$\begin{pmatrix} A_{inc} \\ B_{inc} \end{pmatrix} = G^{TE,TM} T_1^{TE,TM} T_2^{TE,TM} \dots T_{N-1}^{TE,TM} \begin{pmatrix} A_{sub} \\ B_{sub} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{sub} \\ B_{sub} \end{pmatrix}$$

La réflectance (R), la transmittance (T) et l'absorbance (A) s'expriment alors aisément à l'aide des composantes de la matrice de transfert totale. Une distinction est à faire au niveau de la transmittance pour les polarisations TE et TM.

$$R = \left| \frac{T_{21}}{T_{11}} \right|^2, \quad T_{TE} = \frac{k_{sub}}{k_{inc}} \left| \frac{1}{T_{11}} \right|^2, \quad T_{TM} = \frac{\varepsilon_{inc} k_{sub}}{\varepsilon_{sub} k_{inc}} \left| \frac{1}{T_{11}} \right|^2, \quad A = 1 - R - T$$

Dans ces expressions, $k_{inc} = \sqrt{\varepsilon_{inc} \frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2}$ et $k_{sub} = \sqrt{\varepsilon_{sub} \frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2}$ sont liés respectivement au milieu incident et au substrat entourant la multicouche.

2.3 Structure de bandes photoniques

La structure de bandes photoniques d'un système multicouche unidimensionnel peut être aisément calculée. Encore une fois, le détail mathématique ne sera pas fait ici et nous renvoyons le lecteur à la référence ⁵. Dans les bandes permises, les relations de dispersion sont données par l'expression :

$$k_{z(\omega, k_y)} = \frac{1}{a} \arccos \left[\cos(k_1 d_1) \cos(k_2 d_2) - f \sin(k_1 d_1) \sin(k_2 d_2) \right]$$

où f varie selon la polarisation :

$$f^{TE} = \frac{\varepsilon_2^2 k_1^2 + \varepsilon_1^2 k_2^2}{2\varepsilon_1 k_1 \varepsilon_2 k_2}$$

$$f^{TM} = \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2}$$

2.4 Méthode unidimensionnelle des matrices de transfert pour le calcul de l'émission

Jusque maintenant, aucune source n'était présente dans le problème. Considérons à présent que la couche indiquée ls soit une source plane émettrice de lumière. Quelles sont les modifications à apporter au niveau de la méthode unidimensionnelle des matrices de transfert ? Soient les équations de Maxwell (avec source) :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \epsilon_0 \epsilon_{(r,z)} \mathbf{E}_{(r,z,t)} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H}_{(r,z,t)} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H}_{(r,z,t)} &= \mathbf{J} + \epsilon_0 \epsilon_{(r,z)} \frac{\partial \mathbf{E}_{(r,z,t)}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E}_{(r,z,t)} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{(r,z,t)}}{\partial t}\end{aligned}$$

Par soucis de facilité, nous supposons que les composantes du vecteur densité de courant \mathbf{J} dans la couche émettrice sont nulles selon les directions y et z . Nous supposons un milieu de perméabilité magnétique relative unitaire ($\mu = 1$). Finalement, nous supposons une dépendance $e^{iky}e^{-i\omega t}$ pour les champs électriques et magnétiques. Les équations de Maxwell deviennent :

$$\begin{aligned}ik_y E_y + \frac{dE_z}{dz} &= 0 \\ ik_y H_y + \frac{dH_z}{dz} &= 0 \\ \left[\begin{aligned} ik_y E_z - \frac{dE_y}{dz} &= i\omega\mu_0 H_x \\ \frac{dE_x}{dz} &= i\omega\mu_0 H_y \\ -k_y E_x &= \omega\mu_0 H_z \end{aligned} \right. \\ \left[\begin{aligned} ik_y H_z - \frac{dH_y}{dz} &= J_x - i\epsilon\epsilon_0\omega E_x \\ \frac{dH_x}{dz} &= -i\epsilon\epsilon_0\omega E_y \\ k_y H_x &= i\epsilon\epsilon_0\omega E_z \end{aligned} \right.\end{aligned}$$

L'examen de ces huit équations fait apparaître une séparation possible des composantes des champs. Le premier groupe, correspondant à une polarisation transverse électrique, ne contient que les composantes E_x , H_y et H_z ($H_x = E_y = E_z = 0$). Le deuxième, correspondant à une polarisation transverse magnétique, ne contient que les composantes H_x , E_y et E_z ($E_x = H_y = H_z = 0$). Toutefois, le groupe TM n'est pas à considérer. En effet, les équations obtenues pour le groupe TM lorsqu'une source est insérée dans le système sont identiques à celles obtenues pour le groupe TM lorsqu'aucune source n'est insérée. En d'autres termes, la polarisation TM n'est excitée que s'il existe

une illumination extérieure. Concentrons nous dès lors sur les équations du groupe TE. En les combinant entre elles, nous obtenons une équation du second degré :

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \left(\varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2 \right) E_x + i \mu_0 \omega J_x = 0$$

dont la solution est :

$$E_{x(z)} = A_{ls} e^{ik_{ls}(z-z_{ls})} + B_{ls} e^{-ik_{ls}(z-z_{ls})} + C$$

avec

$$C = -i \frac{\mu_0 \omega J_x c^2}{\varepsilon_{ls} \omega^2 - k_y^2 c^2} \quad \text{et} \quad k_{ls} = \sqrt{\varepsilon_{ls} \frac{\omega^2}{c^2}}$$

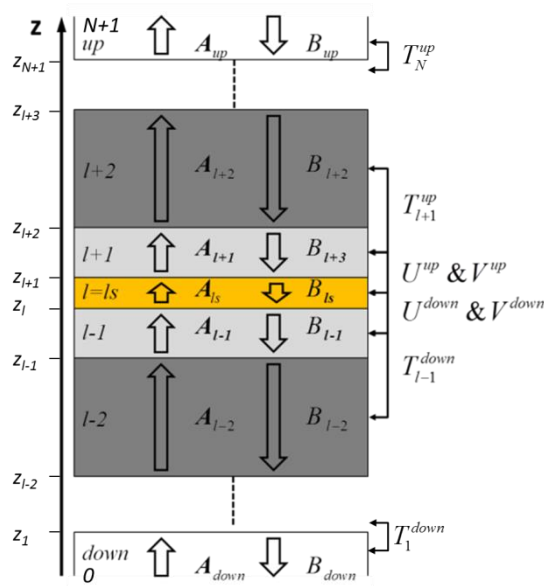


Fig. 4 : Représentation schématique des ondes progressives se propageant dans le sens de l'axe z ou dans le sens opposé dans les différentes couches lorsqu'une source est imbriquée dans le système. **up** est le milieu supérieur et **down** est le milieu inférieur. Les matrices de transfert permettant de passer d'une couche à la suivante sont indiquées.

Sur base des conditions de raccord des champs électriques et magnétiques à chaque interface, il est possible d'exprimer les amplitudes des champs d'une couche avec les amplitudes des champs de la couche suivante. La lumière émise par la source peut se propager vers le haut (émission *up*) ou vers

le bas (émission *down*). Dans ces expressions, $k_l = \sqrt{\varepsilon_l \frac{\omega^2}{c^2}}$.

$$\text{up :} \quad \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_l + k_{l+1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} & \frac{k_l - k_{l+1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} \\ \frac{k_l - k_{l+1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} & \frac{k_l + k_{l+1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = T_l^{up} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}$$

$$\text{down : } \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_l + k_{l-1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} & \frac{k_l - k_{l-1}}{2k_l} e^{ik_l d_l} \\ \frac{k_l - k_{l-1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} & \frac{k_l + k_{l-1}}{2k_l} e^{-ik_l d_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{l-1} \\ B_{l-1} \end{pmatrix} = T_l^{\text{down}} \begin{pmatrix} A_{l-1} \\ B_{l-1} \end{pmatrix}$$

Bien évidemment, au niveau des interfaces proches de la source, la matrice de transfert est quelque peu différente :

$$\text{up : } \begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_{ls} + k_{ls+1}}{2k_{ls}} e^{-ik_{ls} d_{ls}} & \frac{k_{ls} - k_{ls+1}}{2k_{ls}} e^{-ik_{ls} d_{ls}} \\ \frac{k_{ls} - k_{ls+1}}{2k_{ls}} e^{ik_{ls} d_{ls}} & \frac{k_{ls} + k_{ls+1}}{2k_{ls}} e^{ik_{ls} d_{ls}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{ls+1} \\ B_{ls+1} \end{pmatrix} - \frac{C}{2} \begin{pmatrix} e^{-ik_{ls} d_{ls}} \\ e^{ik_{ls} d_{ls}} \end{pmatrix} = U^{\text{up}} \begin{pmatrix} A_{ls+1} \\ B_{ls+1} \end{pmatrix} + V^{\text{up}}$$

$$\text{down : } \begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_{ls} + k_{ls-1}}{2k_{ls}} & \frac{k_{ls} - k_{ls-1}}{2k_{ls}} \\ \frac{k_{ls} - k_{ls-1}}{2k_{ls}} & \frac{k_{ls} + k_{ls-1}}{2k_{ls}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{ls-1} \\ B_{ls-1} \end{pmatrix} - \frac{C}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = U^{\text{down}} \begin{pmatrix} A_{ls-1} \\ B_{ls-1} \end{pmatrix} + V^{\text{down}}$$

En procédant de manière itérative, il est possible de déterminer la matrice de transfert totale reliant les amplitudes des champs du milieu source aux amplitudes des champs des deux milieux extérieurs.

$$\text{up : } \begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = U^{\text{up}} T_{ls+1}^{\text{up}} T_{ls+2}^{\text{up}} \dots T_N^{\text{up}} \begin{pmatrix} A_{up} \\ B_{up} \end{pmatrix} + V^{\text{up}} = W^{\text{up}} \begin{pmatrix} A_{up} \\ B_{up} \end{pmatrix} + V^{\text{up}}$$

$$\begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}^{\text{up}} & W_{12}^{\text{up}} \\ W_{21}^{\text{up}} & W_{22}^{\text{up}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{up} \\ B_{up} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1^{\text{up}} \\ V_2^{\text{up}} \end{pmatrix}$$

$$\text{down : } \begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = U^{\text{down}} T_{ls-1}^{\text{down}} T_{ls-2}^{\text{down}} \dots T_1^{\text{down}} \begin{pmatrix} A_{down} \\ B_{down} \end{pmatrix} + V^{\text{down}} = W^{\text{down}} \begin{pmatrix} A_{down} \\ B_{down} \end{pmatrix} + V^{\text{down}}$$

$$\begin{pmatrix} A_{ls} \\ B_{ls} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}^{\text{down}} & W_{12}^{\text{down}} \\ W_{21}^{\text{down}} & W_{22}^{\text{down}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{down} \\ B_{down} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1^{\text{down}} \\ V_2^{\text{down}} \end{pmatrix}$$

Etant donné qu'il ne peut y avoir d'ondes entrantes des milieux extérieurs vers la structure, nous savons que A_{down} et B_{up} sont nuls. En développant ces relations, il est possible de trouver une expression pour A_{ls} , B_{ls} et ensuite pour A_{up} , B_{down} .

$$\begin{aligned} A_{ls} &= W_{12}^{\text{down}} B_{down} + V_1^{\text{down}} \\ B_{ls} &= W_{22}^{\text{down}} B_{down} + V_2^{\text{down}} \\ A_{up} &= \frac{W_{22}^{\text{down}} V_1^{\text{down}} - W_{12}^{\text{down}} V_2^{\text{down}} + W_{12}^{\text{down}} V_2^{\text{up}} - W_{22}^{\text{down}} V_1^{\text{up}}}{W_{22}^{\text{down}} W_{11}^{\text{up}} - W_{12}^{\text{down}} W_{21}^{\text{up}}} \\ B_{down} &= \frac{W_{21}^{\text{up}} V_1^{\text{up}} - W_{11}^{\text{up}} V_2^{\text{up}} - W_{21}^{\text{up}} V_1^{\text{down}} + W_{11}^{\text{up}} V_2^{\text{down}}}{W_{21}^{\text{up}} W_{12}^{\text{down}} - W_{11}^{\text{up}} W_{22}^{\text{down}}} \end{aligned}$$

Le calcul du vecteur de Poynting nous permet alors d'accéder au flux d'énergie électromagnétique émis dans les milieux extérieurs. Le détail ne sera pas fait ici, mais il est aisé de montrer que :

$$J_{up} = \frac{k_{up} |A_{up}|^2}{2\mu_0\omega}$$

$$J_{down} = \frac{k_{down} |B_{down}|^2}{2\mu_0\omega}$$

Dans ces expressions, $k_{up} = \sqrt{\epsilon_{up} \frac{\omega^2}{c^2}}$ et $k_{down} = \sqrt{\epsilon_{down} \frac{\omega^2}{c^2}}$ sont liés respectivement au milieu extérieur supérieur et au milieu extérieur inférieur de la multicouche.

3 Consignes de travail

1. Réaliser le développement mathématique du formalisme unidimensionnel des matrices de transfert dans le cas de l'émission.
2. Sur base des articles consacrés à l'hoplie bleue, développer un modèle optique de l'élytre. Il s'agit d'une structure unidimensionnelle formée d'un empilement de couches. Déterminer le nombre de couches, la périodicité, leur épaisseur, l'indice de réfraction de chacune, etc.
3. Déterminer à l'aide de simulations numériques les propriétés d'émission d'une telle structure (en supposant qu'une des couches soit une couche « source »). Interpréter les résultats obtenus.

4 Exemples de résultats à obtenir

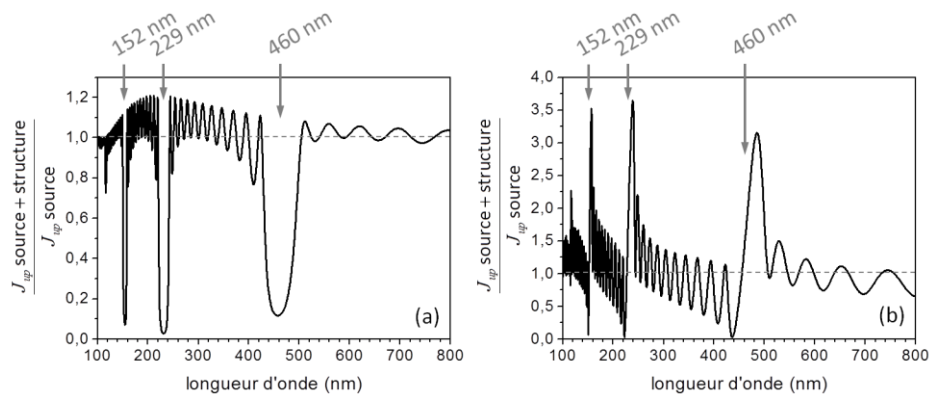


Fig. 5 : Représentations spectrales du rapport entre le flux d'énergie électromagnétique émis par une couche émettrice imbriquée dans un système multicouche représentatif de la structure d'une écaille du mâle *Hoplia coerulea* et le flux d'énergie électromagnétique émis par la couche émettrice non contrainte. La couche émettrice est numérotée (a) 24 et (b) 2. Les calculs sont effectués à l'aide de la méthode unidimensionnelle des matrices de transfert.

5 Autres résultats pouvant aider à l'interprétation

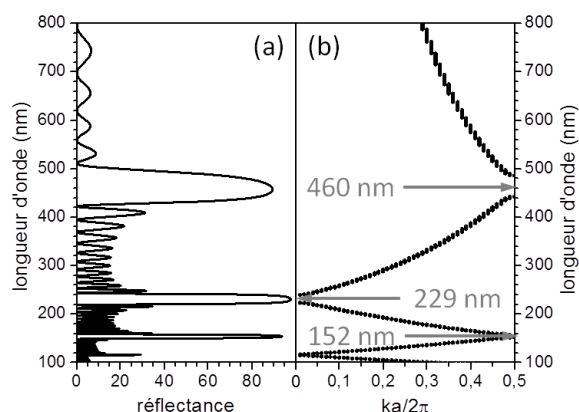


Fig. 6 : (a) Spectre de réflectance à incidence normale du mâle *Hoplia coerulea* simulé à l'aide de la méthode unidimensionnelle des matrices de transfert. (b) Structure de bandes photoniques associée.

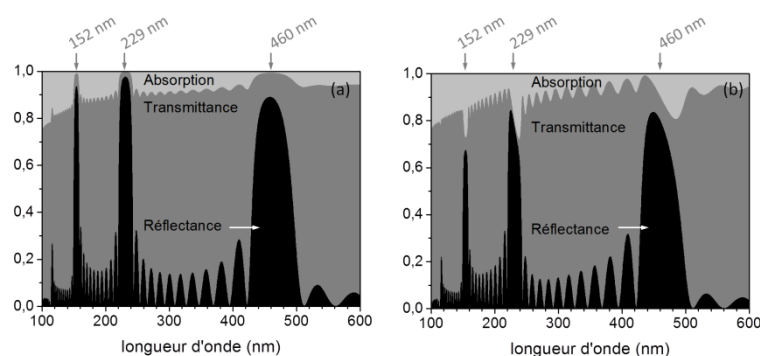


Fig. 7 : Spectres de réflectance, transmittance et absorption à incidence normale de l'*Hoplia coerulea* simulés à l'aide de la méthode unidimensionnelle des matrices de transfert. La couche absorbante est indiquée (a) 24 et (b) 2.

6 Bibliographie

- [1] J. P. Vigneron, J. F. Colomer, N. Vigneron and V. Lousse, "Natural layer-by-layer photonic structure in the squamae of *Hoplia coerulea* (Coleoptera)," *Physical Review E* **72**, 061904 (2005).
- [2] M. Rassart, P. Simonis, A. Bay, O. Deparis and J. P. Vigneron, "Scale coloration change following water absorption in the beetle *Hoplia coerulea* (Coleoptera)," *Physical review E* **80**(3), 031910 (2009).
- [3] I. Sollas, "On the identification of chitin by its physical constants," *Proc. R. Soc. London B* **79**, 474 (1907).
- [4] M. Rassart, "Etude de matériaux hydrochromes d'origine naturelle et de structures colorantes multi-échelles," Ph.D. thesis, Laboratoire de Physique du Solide, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgium (2010).
- [5] C. Vandembem, "Etude théorique des modes électromagnétiques de surface à partir d'une description effective des multicouches diélectriques," Ph.D. thesis, Laboratoire de Physique du Solide, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgium (2005).