

La fonction f est de forme $(f \circ u)$ avec f et u une fonction.
D'après la formule du fou, la dérivé de f sera donc de la forme $u' \times (g' \circ u)$ avec $g(x) = \frac{1}{x}$ et $u(x) = 2(e^x + e^{-x})^2$.

D'après les formules de dérivations, il vient que :

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

La fonction u est de forme $(f \circ u)$ avec f et u une fonction.
D'après la formule du fou, la dérivé de u sera donc de la forme $v' \times (h' \circ v)$ avec $h(x) = x^2$ et $v(x) = e^x + e^{-x}$
D'après les formules de dérivations, il vient que :

$$h'(x) = 2x, \quad v'(x) = e^x - e^{-x}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} u'(x) &= 2 \times v'(x) \times h'(v(x)) \\ \Leftrightarrow u'(x) &= 2 \times (e^x - e^{-x}) \times 2(e^x + e^{-x}) \\ \Leftrightarrow u'(x) &= 4(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x}) \end{aligned}$$

Alors :

$$\begin{aligned} f'(x) &= u' \times (g'(u(x))) \\ \Leftrightarrow f'(x) &= 4(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x}) \times \frac{-1}{(2(e^x + e^{-x})^2)^2} \\ \Leftrightarrow f'(x) &= -4(e^x - e^{-x}) \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{(2(e^x + e^{-x})^2)^2} \end{aligned}$$