

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

- CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \sin b$. B. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
 C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Lời giải

Chọn D

Công thức cộng: $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. B. $\tan(a-b) = \tan a - \tan b$.
 C. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$. D. $\tan(a+b) = \tan a + \tan b$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

Câu 3. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

- A. $\cos(x-y)$. B. $\cos(x+y)$. C. $\sin(x-y)$. D. $\sin(y-x)$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức cộng lượng giác ta có đáp án.

C.

Câu 4. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
 B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
 D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có công thức đúng là: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$. B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Lời giải

Chọn B

Câu A, D là công thức biến đổi đúng

Câu C là công thức cộng đúng

Câu B sai vì $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 6. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$.

B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.

C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$.

D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$ (Chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$)

$$= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$$

Câu 7. Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$, ta được:

A. $\sin 2a$.

B. $\cos 2a$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ) = \sin[(a-17^\circ) - (a+13^\circ)]$

$$= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\cos \frac{37\pi}{12} = \cos \left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

Câu 9. Đẳng thức nào sau đây là đúng.

A. $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$.

B. $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.

C. $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$.

D. $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Câu 10. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 11. Kết quả nào sau đây sai?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin 2x + \cos 2x &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x \right) \\ &= \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Câu 12. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$.

B. $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

C. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}.$$

Câu 13. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$.

B. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$.

C. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

D. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Công thức đúng là } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}.$$

Câu 14. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 15. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$. D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$. D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 17. Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$.

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$.

D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Lời giải

Chọn B

Có $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ nên đáp án B sai.

Câu 18. Chọn đáp án đúng.

A. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$. C. $\sin 2x = 2\cos x$. D. $\sin 2x = 2\sin x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

A. $\frac{24}{25}$.

B. $-\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0$.

Vậy $\sin 2x = 2\sin x \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$.

Câu 20. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$$

Câu 21. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

A. $T = -7$.

B. $T = 1$.

C. $T = 0$.

D. $T = 7$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = -\frac{3}{4}. \text{ Do đó } T = 3a + 4b = 0.$$

Câu 22. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$

Câu 23. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$.

D. $\cos a + \cos b = 2\cos(a+b) \cos(a-b)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos a + \cos b = 2\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

Câu 24. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = -2\sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin a - \sin b = 2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$$

Câu 25. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2\sin x + 1 \neq 0$) ta được:

A. $A = \cot 6x$.

B. $A = \cot 3x$.

C. $A = \cot 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{2 \cos 2x \sin x + \cos 2x}{2 \sin 2x \sin x + \sin 2x} = \frac{\cos 2x(1 + 2 \sin x)}{\sin 2x(1 + 2 \sin x)} = \cot 2x.$$

Câu 26. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{3}{2}\cos 2a$. B. $\frac{1}{2}\cos 2a$.
C. $-\frac{2}{3}\cos 2a$. D. $-\frac{1}{2}\cos 2a$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 2a\right] = -\frac{1}{2}\cos 2a.$$

Câu 27. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

- A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.
C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin \alpha - 1 = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

Câu 28. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

- A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. C. $P = \cot 3a$. D. $P = \tan 3a$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} P &= \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a} = \frac{2 \cos 3a \cos a + 2 \cos 3a}{2 \sin 3a \cos a + 2 \sin 3a} \\ &= \frac{2 \cos 3a (\cos a + 1)}{2 \sin 3a (\cos a + 1)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a. \end{aligned}$$

Câu 29. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } P = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 30. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $-\frac{1}{7}$.

C. $\frac{-2}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \cos x = -\frac{4}{5} \text{ do đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}.$$

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. $\frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$.

B. $\sqrt{6} - 3$.

C. $\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{6} - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ (vì } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos \alpha > 0).$$

$$\text{Ta có: } \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}.$$

Câu 32. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$.

B. $-\frac{18}{65}$.

C. $\frac{18}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

Chọn D

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right) \text{ nên } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}.$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right) \text{ nên } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}.$$

Câu 33. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Vậy: $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{21\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{21\pi}{4} = \frac{-4}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{3}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$.

Câu 34. Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 35. Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:

- A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ.$$

Câu 36. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a + b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 37. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Lời giải.

Chọn C.

Ta có:

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x + y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 38. Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$A = \cos^2 x + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right)^2 = \frac{3}{2}.$$

Câu 39. Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$ không phụ thuộc vào α và bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.**Chọn B.**

Ta có $\begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}$, thay vào biểu thức $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Câu 40. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Lời giải.**Chọn A.**

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 41. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

B. $-\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

C. $\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

D. $-\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

Lời giải.**Chọn A.**

Ta có :

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5}.$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

Câu 42. Biết $\cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $\sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0$; $\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5}$ và $\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0$. Giá trị $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{24\sqrt{3}-7}{50}$. B. $\frac{7-24\sqrt{3}}{50}$. C. $\frac{22\sqrt{3}-7}{50}$. D. $\frac{7-22\sqrt{3}}{50}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos\left(a - \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a - \frac{b}{2}\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2} - b\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{a}{2} - b\right)} = \frac{4}{5}.$$

$$\cos\frac{a+b}{2} = \cos\left(a - \frac{b}{2}\right)\cos\left(\frac{a}{2} - b\right) + \sin\left(a - \frac{b}{2}\right)\sin\left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3\sqrt{3}+4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2\cos^2\frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3}-7}{50}.$$

Câu 43. Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

- A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x = -\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \cos x = -2\cos x$$

Câu 44. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. B. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$. C. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right)$. D. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7} - \frac{9}{4}\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5}.$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right).$$

Câu 45. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.**Chọn C.**

Ta có :

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma = 3.$$

Câu 46. Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

A. $A = \frac{4}{3}$.B. $A = \frac{2}{3}$.C. $A = \frac{8}{3}$.D. $A = \frac{16}{3}$.**Lời giải****Chọn C**

$$A = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{3}.$$

Câu 47. Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

A. $-\frac{119}{144}$.B. $-\frac{115}{144}$.C. $-\frac{113}{144}$.D. $-\frac{117}{144}$.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Từ } \cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{9}$$

$$\cos b = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2b = 2 \cos^2 b - 1 = -\frac{7}{8}$$

$$\text{Ta có } \cos(a+b)\cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \frac{1}{2}\left(-\frac{7}{9} - \frac{7}{8}\right) = -\frac{119}{144}.$$

Câu 48. Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

A. $\frac{25}{128}$.B. $\frac{1}{16}$.C. $\frac{255}{128}$.D. $\frac{225}{128}$.**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha &= 2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1) \cos \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + 1) \cos \alpha \\ &= 4 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) (2 - 2 \sin^2 \alpha) = 8 (1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8 \left(1 - \frac{1}{16}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}. \end{aligned}$$

Câu 49. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A. $\frac{11}{113}$. B. $\frac{13}{113}$. C. $\frac{15}{113}$. D. $\frac{17}{113}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}.$$

Câu 50. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 51. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

- A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

Câu 52. Biểu thức $A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Chọn A.

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ = \frac{1 - 4 \sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1.$$

Câu 53. Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng:

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned}\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}.\end{aligned}$$

Câu 54. Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned}\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Câu 55. Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\begin{aligned}A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Câu 56. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 57. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A. $A = \tan 6x$. B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 58. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

A. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

B. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

C. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$.

D. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

Câu 59. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

A. $A = \frac{1}{3}$.

B. $A = -\frac{1}{3}$.

C. $A = 3$.

D. $A = -3$.

Lời giải

Chọn A

Vì góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

$$\text{Do } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Biểu thức } A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\tan \frac{\alpha}{2} + 1}.$$

$$\text{Do đó } \tan \frac{\alpha}{2} = 2.$$

$$\text{Vậy biểu thức } A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}.$$

Câu 60. Cho $\cos x = \frac{1}{3} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (vì } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \text{)}.$$

$$\Rightarrow \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-4\sqrt{2}}{-7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

Câu 61. Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = -1$. Sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tổng thành tích ta được:

$$A = \frac{1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} = 1 - \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 62. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{19}{13}$.

B. $P = \frac{25}{13}$.

C. $P = -\frac{25}{13}$.

D. $P = -\frac{19}{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{\tan \alpha} + 3 \tan \alpha}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{19}{13}$$

Câu 63. Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, ($k, l \in \mathbb{Z}$). Ta có

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$.

B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$.

D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin[(\alpha + \beta) + \alpha] = 3 \sin \beta \Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3 \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (\text{vì } \cos(\alpha + \beta) \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{3 \sin \beta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (*) \quad (\text{vì } \cos \alpha \neq 0)$$

$$\text{Mà } \frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha \quad (\text{từ giả thiết}), \text{ suy ra } (*) \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

$$\text{Vậy } \tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha.$$

Câu 64. Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức

$$P = a + b.$$

A. $P = 4$.

B. $P = 1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} &= \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} \\ &= \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{\cos^2 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{1 - \sin^2 2x} \\ &= \frac{\cos 2x}{1 - \sin^2 2x}. \text{ Vậy } a = 2, b = 1. \text{ Suy ra } P = a + b = 3. \end{aligned}$$

Câu 65. Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $P = \frac{7}{18}$.

B. $P = \frac{7}{9}$.

C. $P = \frac{5}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) = \frac{1}{2}(2 \cos^2 2\alpha + \cos 2\alpha - 1) = \frac{1}{2}\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} - 1\right] = \frac{5}{18}.$$

Câu 66. Cho $\tan x = 2$ ($\pi < x < \frac{3\pi}{2}$). Giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ suy ra } \sin x < 0, \cos x < 0.$$

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Do } \cos x < 0 \text{ nên nhận } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

Câu 67. Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng:

A. 4.

B. -4.

C. 8.

D. -8.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned}
 A &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ \\
 &= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ \\
 &= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ.
 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 \tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ &= \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ} \\
 &= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \\
 &= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4. \\
 \tan 15^\circ + \cot 15^\circ &= \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 8$.

Câu 68. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a+b)$ là:

A. $\frac{2\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$$\begin{aligned}
 \sin 2(a+b) &= 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b) \\
 &= \frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}.
 \end{aligned}$$

Câu 69. Biểu thức $A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:

A. $\frac{\cos(4\alpha+30^\circ)}{\cos(4\alpha-30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha-30^\circ)}{\cos(4\alpha+30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha+30^\circ)}{\sin(4\alpha-30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha-30^\circ)}{\sin(4\alpha+30^\circ)}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha}{\sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha+30^\circ)}{\sin(4\alpha-30^\circ)}.$$

Câu 70. Kết quả nào sau đây SAI?

A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
 C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2} \sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có : $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0 \text{ (đúng vì } \cos 36^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \text{)}. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 71. Nếu $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ thì:

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. **B.** $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$. **D.** $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos(\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta.$$

Câu 72. Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:

A. $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$.

B. $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.

C. $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.

D. $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2(a+b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2}$$

$$= \sin^2(a+b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2(a+b) + \cos(a+b) \cos(a-b)$$

$$= \cos(a+b) [\cos(a-b) - \cos(a+b)] = 2 \sin a \sin b \cos(a+b).$$

Câu 73. Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau:

A. $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.

B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.

D. $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}. \quad A$$

đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ B đúng.}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) &= \cos^2 x + \cos(a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos(a+x)] \\ &= \cos^2 x - \cos(a+x) \cos(a-x) \end{aligned}$$

$$= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ C đúng.}$$

$$\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \sin^2 x + \sin(a-x)(2 \sin x \cos a + \sin(a-x))$$

$$= \sin^2 x + \sin(a-x) \sin(a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a)$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ D sai.}$$

Câu 74. Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 75. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } M = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1.$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 76. Cho $M = 3 \sin x + 4 \cos x$. Chọn khẳng định đúng.

A. $-5 \leq M \leq 5$.

B. $M > 5$.

C. $M \geq 5$.

D. $M \leq 5$.

Lời giải

Chọn A

$$M = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x+a) \text{ với } \cos a = \frac{3}{5}; \sin a = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin(x+a) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin(x+a) \leq 5.$$

Câu 77. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

A. 2.

B. 3

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có.

$$\begin{aligned} M &= (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) \\ &= -\cos 2x(1 - \sin^2 x \cos^2 x) \\ &= -\cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x\right) \\ &= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x\right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad (\text{do } \cos 2x \leq 1). \end{aligned}$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 78. Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan^3 x}{(1 + \tan x)^3}$, $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

- A. $M \leq 1$. B. $M \geq \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$. D. $M < 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \tan x$, $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có: } M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1} \Rightarrow (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0. (*)$$

Với $M = 1$ thì (*) có nghiệm $t = 0$.

Với $M \neq 1$ để (*) có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M+1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M-3 \geq 0 \Leftrightarrow M \geq \frac{1}{4}.$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq 4.$$

Câu 79. Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

- A. 11. B. 1. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$M = 6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin^2 x = 6 - \sin^2 x$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Giá trị lớn nhất là 6.

Câu 80. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là

- A. -2. B. 5. C. 7. D. 16.

Lời giải

Chọn C

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x = 7 - 9 \sin^2 x$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -9 \sin^2 x \geq -9, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7 - 9 \sin^2 x \geq -2.$$

Giá trị lớn nhất là 7.

Câu 81. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

A. $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$.

B. $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$.

C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$.

D. $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) = 2 \sin(\pi - C) \cdot \cos(A-B)$

$= 2 \sin C \cdot \cos(A-B) \leq 2 \sin C$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\cos(A-B) = 1 \Leftrightarrow A = B$.

Câu 82. Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

A. Tam giác đó vuông. B. Tam giác đó đều.

C. Tam giác đó cân. D. Không có gì đặc biệt.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos^2 \frac{B}{2}}$.

$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{A}{2}\right) = \tan \frac{B}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{B}{2}\right) \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow A = B$.

Câu 83. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng :

A. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$. B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$

$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}$.

Mặt khác

$\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$

$= -\tan(C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \cdot \tan A \cdot \tan B$.

Nên $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$.

Câu 84. Cho A, B, C là ba là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng

A. $\frac{\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}$.

$$\text{Suy ra } \tan(A+B+C) = \tan\left[(A+B)+C\right] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 85. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$. **B.** $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$.

C. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$.

D. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin\frac{C}{2} = \cos\frac{A+B}{2}; \cos\frac{C}{2} = \sin\frac{A+B}{2}; \tan\frac{C}{2} = \cot\frac{A+B}{2}; \cot\frac{C}{2} = \tan\frac{A+B}{2}.$$

Câu 86. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

A. $\sin A = -\sin(2A+B+C)$.

B. $\sin A = -\cos\frac{3A+B+C}{2}$.

C. $\cos C = \sin\frac{A+B+3C}{2}$.

D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$.

Lời giải

Chọn D

$$\sin(A+B+2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C.$$

Câu 87. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. **B.** $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$.

C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$. **D.** $\tan A + \tan B + \tan C = \tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\tan A + \tan B + \tan C = (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C}$.

$$= \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cdot \cos B}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} \right) = \frac{\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$$

Câu 88. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$. **B.** $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$.

C. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\frac{C}{2}$. **D.** $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin\frac{C}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B)$.

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 89. Nếu $a = 2b$ và $a + b + c = \pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$.

B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$.

C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$.

D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$.

Lời giải**Chọn B**

$$a + b + c = \pi, a = 2b \Rightarrow b = \frac{a}{2}; c = \pi - \frac{3a}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin b(\sin b + \sin c) &= \sin^2 b + \sin b \cdot \sin c = \frac{1 - \cos 2b}{2} + \frac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2} \\ &= \frac{1 - \cos a - \cos(\pi - a) + \cos(2a - \pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a. \end{aligned}$$

Câu 90. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

A. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

D.

$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

Lời giải**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C &= (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C \\ &= 2 \sin(A+B) \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C = 2 \sin C \cdot \cos(A-B) + 2 \sin C \cdot \cos C \\ &= 2 \sin C \cdot (\cos(A-B) + \cos C) = 4 \sin C \cdot \cos(A-B-C) \cdot \cos(A-B+C) \\ &= 4 \sin C \cdot \cos \frac{A-B-C}{2} \cdot \cos \frac{A-B+C}{2} = 4 \sin C \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = 4 \sin C \cdot \sin A \cdot \sin B. \end{aligned}$$

Câu 91. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

A. $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan \frac{3A}{2}$.

B. $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$.

C. $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C$.

D. $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot \frac{5C}{2}$.

Lời giải**Chọn B**

$$\cos \frac{A-2B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - B - 2B}{2} = \cos\left(90^\circ - \frac{3B}{2}\right) = \sin \frac{3B}{2}.$$

Câu 92. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

A. $\cos C = \cos(A+B)$. B. $\tan C = \tan(A+B)$.

C. $\cot C = -\cot(A+B)$. D. $\sin C = -\sin(A+B)$.

Lời giải

Chọn C

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B)$.

Do đó $(A + B)$ và C là 2 góc bù nhau.

$$\sin C = \sin(A + B); \cos C = -\cos(A + B).$$

$$\tan C = -\tan(A + B); \cot C = \cot(A + B)$$

- Câu 93.** Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng
- A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. B. 1.
C. -1. D. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$.

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}.$$

Mặt khác : $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A + B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$.

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C.$$

$$= -\tan C(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \tan A \tan B.$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$

- Câu 94.** Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

- A. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$. B. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$.
C. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$. D. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} \right) + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}}.$$

$$= \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\sin \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}.$$

- Câu 95.** Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned}\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C \\ &= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B) \\ &= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C.\end{aligned}$$

Câu 96. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$. **B.** $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.

C. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{B}{2} = \cos \frac{A}{2}$. **D.**

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1.$$

Lời giải**Chọn C**

$$\begin{aligned}\cos(A+B) &= -\cos C \Rightarrow \cos A \cos B + \sin A \sin B = -\cos C \\ \Rightarrow \cos^2 A \cos^2 B + 2 \cos A \cos B \cos C + \cos^2 C &= \sin^2 A \sin^2 B = (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B) \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B + \cos^2 A \cos^2 B \\ \Rightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C &= 1\end{aligned}$$

Câu 97. Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Tam giác ABC vuông tại A . **B.** Tam giác ABC cân tại A .
C. Tam giác ABC đều. **D.** Tam giác ABC là tam giác tù.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 \quad (\cos \frac{A}{2} \neq 0 \text{ vì } 0^\circ < A < 180^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos A = 0 \Rightarrow A = 90^\circ \text{ suy ra tam giác } ABC \text{ vuông tại } A.$$

Câu 98. Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

- A.** $B + C = 120^\circ$. **B.** $B + C = 130^\circ$. **C.** $A + B = 120^\circ$. **D.** $A + C = 140^\circ$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } 2 \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 - 4 \sin^2 B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} + 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 \leq \frac{3}{4} \quad (*)$$

$$\text{AD BĐT Cauchy thì } \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64\cos^4 A} \geq \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } 4\sin^2 B - 4\sin B + 1 = (2\sin B - 1)^2 \geq 0 \quad (2)$$

Từ (*), (1) và (2) suy ra bất thỏa mãn khi và chỉ khi dấu bằng ở (1) và (2) xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \frac{1}{64\cos^4 A} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 60^\circ \\ \widehat{B} = 30^\circ \\ \widehat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

Nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$ Chọn A.

Câu 99. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{5}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\tan(A + B + C) = \frac{\tan(A + B) + \tan C}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A + B + C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 100. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$. B. $\cos(A + B - C) = -\cos 2C$.
C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$. D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có:

$$A + B + C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A + B - C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A + B - C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

Câu 101. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$. B. $\cos(A + B + 2C) = -\cos C$.
C. $\sin(A + C) = -\sin B$. D. $\cos(A + B) = -\cos C$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A + B + 2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A + B + 2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A + C = \pi - B \Rightarrow \sin(A + C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A + B = \pi - C \Rightarrow \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

Câu 102. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây SAI?

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$

C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C.$

D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B + C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B + C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>