980, PK2; AM MY (Kpowe HY-9), PM, DWT; 2014-2016 ym, rog

#### Билет 11

#### MINTER A

виобеодимо отметить коги бы на 2 вопроса и решить не менее 2 задачт. опення 20 базлок

#### Teopus

- Лать определение условного экстремум ФНП.
- 2. Записать формулы для вычисления частных производных сложной  $\Phi$ vincinia nuan z = f(u(x,y), v(x,y)).
- 3. Сформулировать эеорему о веянной функции.

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и пормали к поверхнооти  $\sqrt{x+y-z} = e^{x-2y+z}$  в точке (2,3,4).
- 5. Искледовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 15xy$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z = \frac{x^2}{2} + y^2$  при условов

2y = 2.

#### Часть Б

засчетывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

# Теория

7. Вывести уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной уравиением F(x, y, z) = 0.

#### Залача

8. На кривой

$$3x^2 + 4xy + 3z^2 = 15$$

найти точки, наиболее удалённые от оси ОХ.

6605, 582; gam NV (apone NV-9), 93, EMT, 2514-2615 ye. com

## BUJET 12

#### Часть А

пеоблокимо ответить доти бы на 2 вопряжа и решеть не менее 2 задач. ODDESCO 20 CALLED

#### Teopus

- 1. Дать определение функции Лагранжа и множителей Лагранжа задачи на условный экспремум ФИП.
- 2. Записать формулу для вычисления проживодиля сложной функции max u = f(x(t), y(t), z(t)).
- 3. Сформулировать теорему Тейлора для функции двух переменных.

#### Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхноети  $2^{x/s} + 2^{y/s} = 8$  в точке (2.2.1).
- 5. Исследовать ва экстремум функцию  $z = 2x^3 + y^3 6xy$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z=x^2+y^2-5$  при условия

xy = 1.

## Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

## Теория

7. Сформулировать теорему о веявной функции. Вывести формулы для частных производных неявной функции.

#### Задача

8. Найти те нормали к поверхности  $x^2 + y^2 = 5z$ , которые проходят через точку (3, 9, -3).

## BHART I

#### Tacra A

необходимо ответить доги бы на 2 вопроса и решить не меже 2 меже. оциния 20 бажнов

#### Teopus

- 1. Дать определение открытой окрестности и открытого множества в
- 2. Записать формулы для вычасления частных производных незимой функции z(x,y), заданной уравнением F(x,y,z) = 0.
- 3. Сформулировать необходимые условия экстремума ФНП.

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и пормали к поверхности  $x^3 + y^3 + x^3 = 5xyz$  в точке (2, 1, 1).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = 4y^3 + 2xy + x^2 + 3$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию z = 1/x + 1/y при условии

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}.$$

## Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

## Теория

7. Доказать теорему о необходимых условиях дифференцируемости ФИП.

## Задача

8. На гиперболическом параболовде xy + x + y - 2z - 5 = 0 найти точку. ваименее удалённую от точки O(0,0,0).

985, PK2; ARR HV tapone HV-9), PA, EST, 2014-2015 yo. ros

## BUJET 2

#### Gacra A

пообъедимо очентить доти бы из 2 вопроси и решить не менее 2 подме: оприня 20 бодом

Teopasi

- 1. Лать определение предельной точки, граничной точки множества, и замкнутого множества в В"
- Записать формулу для вычисления производной ФИП по направле-
- 3. Сформулировать достаточные условия экстремума ФНП.

#### Banasu

- 4. Составить уравнетови касательной плоскости и вормали к поверхности  $z = y + \ln \frac{y}{x}$  в точее (1, 1, 1).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = -11x^2 + 16xy 6y^2 + 66x -$ -444:
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z = 4x^2 + 9y^2 10$  при условии

$$xy = \frac{3}{2}$$

## Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу, оценка 4-12 баллов

## Теория

7. Доказать теорему о достаточных условиях дифферевцируемости **WHIL** 

## Задача

8. Среди касательных илоскостей к эллипсоиду

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{27} = 1$$

найти ту, которая отсекает от положительного октанта  $x>0,\,y>0,$ 2 > 0 тетраздр наименьшего объёма.

Old. Real are in Tapone My 9), PJ, EMF, 2014-2015 ye. roz

## Билет 7

#### Часть А

необходимо ответить хоти бы на 2 попроса и репость не менее 2 задач; опения 20 балого

Teopus

- 1. Дать определение (полного) первого дифференцияла ФИП.
- 2. Записать формулы для вычисления частных произвединах нежиной функции z(x,y), веданной уракиением F(x,y,z)=0
- 3. Сформулировать теорему о достаточных условиях дифференцируемости ФИП

BIS/ERVER

- 4. Составить уравнения касительной плоскости и пормали к поверхно $cm \ x = x^4 + 2x^2y - xy + x \ n \ rouse \ (1,0,2)$
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = xy + \frac{30}{x} + \frac{30}{y}, x > 0, y > 0.$
- 6. Исследовать на экстренум функцию  $z=2y-x^2$  при условии

$$y^2 = 2x - 1$$
.

## Macra B

застатъвниется, тогано если выполнена часть А. весбоодимо решить задачу; оценка 4-12 баллов.

Тоория

7. Деказать теорему о незаписименти смещанных частных производтак от порилога двифференцирования (для вторых превсподовых функши двух переменных).

30/0040

8. На уклиномире

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{8} = 1$$

найти точку, павболее удаленную от течки (1, -1,0).

4HD, РК2: для ИУ (кроне ИУ-9), РЯ, ВИТ: 2014-2016 ус. год

# BUJET 8

Tacro A

несбольные ответить жеги бы на 2 вепросв и решеть ин менее 2 падач. OBERGER 25) GARROSS

- 1. Дать определение атпрого дифференциала ФИП и метрицы Гессе.
- 2. Записать формулу для вычисления производной ФИП по направле-
- 3. Сформулировать теорему о достаточных условких лифференцируе-MOUTH PHIL

Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и пормали к поверхноети  $3x^4 - 4y^3z + 4xyz^2 - 4xz^3 + 1 = 0$  в тение (1, 1, 1).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z=x^2+xy+y^2-3x-6y$
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z=z^2+y^2$  при условия

$$2x^2 + y^2 = 4$$
.

## Backs B

постигнавается, только если наполнени чисть А менбасциям решить зальчу, спечка 4-12 былоск

Теория

7. Вывести фермулу для дифференцирования сложной ФИП (вижно ограничиться случаем функции вида z = f(x(t), y(t)))

Bannan

8. Среди высктельных пококостей и поверхности

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{5}{z} = 1$$
,  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $z > 0$ ,

найти ту, которая отоскает от положительного октанта x>0, y>0,г > 0 теграздр наименьшего объема.

# BUJET 3

#### Часть А

вробиздимо ответить хоти бы на 2 попроса и решить не менее 2 задачощения 20 баллов

Teopies

- 1. Лать определение ограниченного и связного множества в R<sup>n</sup>.
- 2. Перечислить основные спойства градиента ФНП.
- 3. Сформулировать необходимые условии условного экстремума ФНП.

- 4. Составить уравшения касительной плоскости и нормали к поверхно-CTR  $xy + e^{xx} = 0$  is to the (5, -1/5, 0).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 + xy + 2$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z = e^x y$  при условии

$$y - x = 5$$
.

#### Часть Б

засчитывается, телько если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

Teopus

7. Доказать теорему о независимости смещанных частных производных от порядка дифференцирования (для вторых производных функдин двух переменных).

## Задача

8. В каких точках поверхности xy + 2yz + 3zx + 6 = 0 касательная плоскость параллельна одной из координатных плоскостей?

## Билет 4

Часть А

везболдино ответить мога бы на 3 вопроса и решить не менее 2 морга, описков 20 баллов

Teopus

- 1. Лать определение предела ФНП по множеству и непрерывной ФНП.
- 2. Записать уравнения касательной и пормали к поверхности

$$F(x,y,z)=0$$

в точке (хо. уо. ≥о).

3. Сформулировать достаточные условия условного экстремума ФНП.

Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и пормала к поверхноern  $z^3 + yz - xy^2 - x^3 = 0$  n roske (1, 0, 1).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = 3 \ln x + 4 \ln y xy x y$
- 6. Исследовать на экстремум функцию z = xy при условии

$$x^2 + y^2 = 6$$
.

## Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

Теория

7. Вывести формулу для дифференцирования сложной ФНП (можноограничиться случаем функции вида z = f(x(t), y(t))).

## Задача

8. Среди эллинсоидов

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

проходящих через точку  $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$  найти тот, который имеет наименьший объём.

#### Часть А

необходимо отпетить хотя бы на 2 вопроса и решить не менее 2 задач; оценка 20 баллов

Теория

- 1. Дать определение градиента ФНП и производной ФНП во ваправ-
- 2. Записать уравнения касательной и пормали к поверхности

$$F(x,y,z)=0$$

B TORKE (20, 30, 20).

3. Сформулировать теорему о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования.

Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xy + yz - 2xz + 16 = 0$  в точке (1, 2, 3).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + 3y^2 2x^2 4y$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию z = x + 2y при условии

$$x^2 + 3y^2 = 21.$$

# Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

Теория

7. Доказать теорему о необходимых условиях дифференцируемости-ФHII.

Задача

8. Найти такие а, b, c, чтобы эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

касался в вескости 7x + 3y + z = 21 в точке (2, 2, 1).

# Билет 10

Часть А

необходимо ответить хотя бы на 2 вопроса и решить не менее 2 задач: оценка 28 баллов

Теория

- 1. Дать определение (обычного) экстремума (локального максимума и минимума) ФНП.
- 2. Перечислить основные свойства градиента ФНП.
- 3. Сформулировать теорему о необходимых и достаточных условиях того, чтобы выражение  $P(x,y)\,dx+Q(x,y)\,dy$  было полиым дифференциалом.

Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и вормали к поверхности  $(z^2 - x^2)xyz - y^5 = 5$  в точке (1, 1, 2).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + 8y^3 6xy + 1$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z=e^{x-y}$  при условии

$$x^2 + y^2 = 2$$

# Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; необходимо решить задачу; опеика 4-12 баллов

Теория

7. Доказать теорему о достаточных условиях дифференцируемости ФИП.

Задача

8. Среди эллипсоидов

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

проходящих через точку ( $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{3}$ ) найти тот, который имеет наименьший объем.

260, PGZ; RES BY (Appens MY-30), PJL BNT, 2014-2015 ye. YOM

## BURET 5

#### Sacra A

леобходимо ответить хоти бы нь 2 попросо и решить по меню 2 задач, оценка 20 бажлов

#### Teopun

- 1. Дать определение частной производной ФИП в точке.
- 2. Записать формулы для вычисления частных производных сложной функции вида x = f(u(x,y),v(x,y)).
- 3. Сформулировать теорему о связи непрерываюсти и дофференцирусмости ФИП.

#### Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и вормаля к поверхности  $e^x x + xy = 3$  в точке (2,1,0).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = y\sqrt{x} x y^2 + 6y$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z = 2x + \sqrt{3}y + 2$  при условии

$$x^2 - y^2 = 1$$
.

#### Часть Б

засчитывается, только если выполнена часть А; веобходимо решить залачу; оценка 4-12 баллов

## Теория

 Сформулировать творему о неявной функции. Вывести формулы для частных производных неявной функции.

#### Задача

8. На кривой

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 7y + 19 = 0$$

вайти точки, взименее удалённые от оси OX

WHEN, PKS; ANN MY Expose MY 9), PH, EMT; 2014-2015 ye. FOR

## BHAET 6

#### Macra A

необходимо ответить коги бы на 2 конкроса и решить не анже 2 залич, оцинка 20 балича

#### Teopus

- 1. Дать определение дафференцируемой ФИП в точке.
- 2. Записать формулу для вычисления производной сложной функции вида и = f(z(t), y(t), z(t))
- Сформулировать теорему о необходимых условиях дифференцируемости ФИП.

#### Задачи

- 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2yz + 2x^2z 3xyz + 2 = 0$  в точке (1,0,-1).
- 5. Исследовать на экстремум функцию  $z = 2x^2 12xy + 17y^2 2y$ .
- 6. Исследовать на экстремум функцию  $z = 4 x^2 \frac{y^2}{4}$  при условия

$$xy = -2$$

## Часть В

засчитывается, только если выполнева часть А; необходимо решить задачу; оценка 4-12 баллов

## Теория

7. Вывести уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной уравнением F(x,y,z)=0.

#### Задача

8. Найти те нормали к поверхности  $z^2=x+y+10$ , которые проходит через точку O(0,0,0).

of color

Theopeina o ebigu nempepor busenus u guap-enus PHII oua unpeparena 6 mioù norre. In a moorogunoir you guip-moenin PHT. m. Mo(x10, X20, X no), mo oua uenpepoiblea b onioù morke y meen b veir racmiae proezoguere no es beele uesable nepemennous. Morrielle (f.(X10, X20, Xno) = A, a f. (X10, Xno) = B arang) bee 2000 ai & Afa) = a, Ax1+ a, Ax2+ + anAxn+ 0(P) patur quaremen & event. reasurer upump. & m. x: ai= fx:(x), i=1,n If a geomaniounion yen quep-ence 947.

Eur p-your G= f(x, x, x, xn) uneem raonure por prouzegaquiore no becese apriqueumaniz & nekomopor oxpedulivences m. M. (x, x2, xn), npureice bee mus racmure maigh mempeporbuor 6 lamois m. Mo, то указашай ф-угия диор-ша в т. Мо. Meploui guop-u PHD: aug- nour du 1-20 nopugna grynne fr u = f(x, x2, ... xn) naz-vone blipanceue. du = 04 dx, + 04 dx2 + + 0xn dxn In Brugnei gusp-u PUN! Dug- wan I m 2- no nopugka de q-yun 4-f(x, x, x, naz-ce grop-u om et grup-ua 1-20 nopregra,
phecuralipubarmorro tax prime hepernentes,
x1, x2, . Xn you quico zuoz. ax, dx2. dx

0=P(P, Po)=N(x, -a, 12...+(xn-an) = 8 enegyen: 1 f(x, x2, -, xn) A/2 & A = long(P) = long f(X1, X2, Xh)

D-> B

X, ->a,

X, ->a,

X, ->a, Xn man Agence (x, Xx, Xx) - npoensocionare aprine. U= f(x - xn). morka uz ariaenus onpegeneina p-yun njugatas quor 10 repercueuoi xx(k=1,2,...h) njupainjerter DXx, paccier npeger. Im f(xn., xn+Axx, xn)-f(xn,.,xx, xn)

Axx =>0

Axx prises no reperieduois xx & moral (x, xm) orgum. Oxx wer fy (x1... Xn). 6. Aug-man GHN 6 morke. P-yer 4=f(P) maz-ers grup-moise (x, x2) xn) eeuer beway & weron orp-enus истем доть предатавиемо в виде. AU= A, AX, + A2AX2+ ... + ANAX~ + O(P) nge P= NAX2+. + AXn, A, An- reccua, ne zabercon

Уга принзводная вин по направише: P-your 2-f(4) Beamon & (many-useri) de = (grad 2, lo), nge to = tel de la graqueuma: not-ence ypolew (une & mun yp-me) 2. paqueim namp. & amopony bogg op-nu 3. Magyur sp. = naudououien npouzoogurois 22 th of your cycy-a caram. nu-ence x not come, gag-is you em F(x, y, z)=0: 2 - f(x1, x2, xm) & m. M(x°, x°, x°) weodxogueo y
goen guop-woenen op-your f(x1,...xn) & m. M.

Banucamus op-nor gun torucu "mpango"

== f(4(x,y), v(x,y)): 37 - 25 ON + 25 ON OX 07 07 04 + 02 000 04 on 04 Bance p-uy que toruer npough enomunis

g-yeur: 2= f(x/t), y(t), 7(t) dy oy ox + oy of + oy of 16. The o merebuode op-year. 17. Banus. 9-400 gres former. racour proust. westween p-year 2(x,y), zag. yr-ever F(x,y,Z)=0.  $2x = -\frac{F_{x}}{F_{y}^{2}}$  "  $2y = -\frac{F_{y}}{F_{y}^{2}}$ равит частичи производити по соотв. aprijueumaun ; 4= f(x, y, 2) gradu = 04; + 04 k