

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ "ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ"

1 курс, 2 семестр, факультеты ИУ, РЛ, БМТ

ИиДУ, модуль 2, ДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

## Вариант 1.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $yy'' - (y')^2 = y^2y'$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 4$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $xy'' = y' \left( 2 \ln \frac{y'}{x} + 1 \right)$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 4y'' + 4y = x \cos 2x + \sin \sqrt{2}x + 1 - xe^{-x} + x^3 - \sin 2x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 5y' + 6y = -2xe^{2x} - 6$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 7$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3y' \operatorname{ctg} x + y(1 + 3 \operatorname{ctg}^2 x) = \sin^2 x; \quad y_1 = \sin x. \quad (2 балла)$$

ИиДУ, модуль 2, ДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

## Вариант 2.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y'y'' = 2(2y + 1)^2$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 3$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $2(y'' - y' \operatorname{ctg} x) = \sin 2x$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - y' = 2 + e^x - x + e^{-x} \sin 2x + \cos x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 6y' + 8y = 4 - 16x - 2e^{2x}$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (2 - x)y' - y = e^x; \quad y_1 = \frac{1}{x}. \quad (2 балла)$$

ИиДУ, модуль 2, ДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

## Вариант 3.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $xy'' = 2x \operatorname{tg} \frac{y'}{x} + y'$ ;  $y \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi}{24}$ ;  $y' \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi\sqrt{2}}{12}$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' = y' \sqrt{1 - (y')^2}$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + y'' = e^{-x} + 1 + xe^{-x} - x^2 + e^{-x} \sin 3x + x \cos x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 3y' + 2y = e^{2x} + 2x - 5$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$2xy'' - (1 + 4x)y' + (1 + 2x)y = 3\sqrt{x}e^x; \quad y_1 = e^x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 4.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y''(y^2 + 1) = 2(y')^2(y - y')$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = \frac{5}{4}$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' = 2\sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arcsin \frac{y'}{x} + \frac{y'}{x}$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = xe^x - 1 - e^x \sin x + x^3 + x^2 \cos 2x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $2y'' - 5y' + 2y = 3e^{2x} + 4x - 4$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x^2 - 1)^2 y'' - 2x(x^2 - 1)y' + 2(x^2 + 1)y = 2(x^2 - 1); \quad y_1 = x^2 - 1. \quad (2 балла)$$

**Вариант 5.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $(y')^3 y'' = 2y(y^2 + 2)^4$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y''x^2 \ln x - y'x + \ln^2 x = 0$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - y'' = 1 + x^2 e^x - x + e^{-x} \sin x + x \cos 2x - \sin 2x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' + 8y' + 16y = 4e^{-4x} - 16x + 8$ ;  $y(0) = -1$ ;  $y'(0) = 8$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - (1 + 2 \operatorname{tg} x)y' + (\operatorname{tg} x - 1)y = 2e^{2x} \sec x; \quad y = \sec x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 6.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $x \left( y'' + 2 \operatorname{ctg} \frac{y'}{x} \right) = y'$ ;  $y \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi}{12}$ ;  $y' \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y''(y^2 + 1) = 2y(y')^2$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' + 6y'' + 11y' + 6y = e^{-3x} \sin 2x + e^{-x} + \cos 3x + x - x^2 e^{-x}. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 7y' + 12y = 26 - 24x - 5e^{3x}$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + 3 \operatorname{tg} x \cdot y' + (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)y = \cos^2 x; \quad y_1 = \cos x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 7.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $yy'' - 2(y')^2 = y^3y'; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 8.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' + 2\sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arccos \frac{y'}{x} = \frac{y'}{x}.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + 2y'' = 1 + xe^{-x} \sin x - x^3 + x^2 \cos x + e^{-4x}. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 4y' + 3y = 5 - 6x - 10e^x; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x+1)y'' + (3x+2)y' + y = \frac{2}{x+1}; \quad y_1 = \frac{1}{x}. \quad (2 балла)$$

**Вариант 8.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $(y^2 - 1)y'' = 2y(y')^2; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 3.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $xy'' - y' = x^2e^x.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = (3 \cos x + 2x \sin x)e^x + e^{-4x} + x^3e^x + x^2 - e^x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 8y' + 16y = 16 \cos 4x - 1, \quad \text{при } x = 0; \quad y = -1/16; \quad y' = 0.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 8x^3e^x; \quad y_1 = e^x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 9.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $xy'' = x \sin \frac{2y'}{x} + y'; \quad y(1) = \frac{\pi}{8}; \quad y'(1) = \frac{\pi}{4}.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y''(y^2 + 1) = y(y')^2.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 2y'' + y' = e^x \cos 2x + e^{-x} + x \sin x + e^x - xe^{-x}. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 2y' - 8y = -12e^{-2x} - 8x - 10; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 3.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$4x^2y'' + 4x(x-1)y' + (3-2x)y = 4x^2\sqrt{x}e^{-x}; \quad y_1 = \sqrt{x}. \quad (2 балла)$$

**Вариант 10.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $(y + 1)y'' - (y')^2 = (y + 1)^2 y'$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = -1$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $x^2 y'' = 2(x^2 + (y')^2) \operatorname{arctg} \frac{y'}{x} + xy'$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + y' + 5y = e^{2x} \sin x + x^2 e^{-x} - e^x x \cos x + 6 + 2e^x \sin x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' + 6y' + 9y = 4e^{-3x} + 9x - 3$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = -7$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - y' \operatorname{tg} x - y \sec^2 x = 2 \cos x; \quad y_1 = \sec x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 11.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y' y'' + y \sqrt{2 - y^2} = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' + y' \operatorname{ctg} x + 1 = 0$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 6y'' + 10y' = \cos x e^{3x} - x^3 + x e^x - 3x \sin x e^{3x} + 4 + x^2 \cos 3x e^{-4x}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $2y'' - 7y' - 4y = -36e^{-(x/2)} - 4x - 3$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' \sin^2 2x - 6y' \sin 2x + 4y(3 - 2 \sin^2 x) = \operatorname{tg}^3 x \cdot \sin^2 2x; \quad y_1 = \operatorname{tg} x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 12.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y'' = \operatorname{sh} \frac{y'}{x} + \frac{y'}{x}$ ;  $y = \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ ;  $y' \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \ln 3$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' + (y')^2 \operatorname{tg} y = 0$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 4y'' - y' + 4y = (3 \cos x) e^{4x} + x^3 e^x \cos 2x + x^2 - 5x \sin x e^{4x} - e^x \sin 2x - e^{-x} - 4. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 7y' + 10y = -3e^{2x} - 10x + 17$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = 0$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x^2 - 1)y'' + (3x - 1)y' + y = \frac{2}{x - 1}; \quad y_1 = \frac{1}{1 + x}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 13.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y'' + (y')^2 \operatorname{tg} y = y' \sec y; \quad y(0) = \frac{\pi}{3}; \quad y'(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $x^2 y'' + 2(x^2 + (y')^2) \operatorname{arctg} \frac{y'}{x} = xy'.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 4y''' + 5y'' = (\cos x)e^{-2x} + e^{4x}x^2 + x^2 - x \sin x e^{-2x} + \cos 2x + 5. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 6y' + 5y = 11 - 5x - 8e^x; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 1.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + (\operatorname{tg} x - 2)y' + (1 - \operatorname{tg} x)y = 2e^x \cos^2 x; \quad y_1 = e^x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 14.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y''(1 + \cos^2 y) + y'(y' + 1) \sin 2y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $(1 + x)^2(2xy'' + y') + 2\sqrt{x} = 0.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = xe^x + x^2 + \cos 2x + e^x + e^x \sin x - 4. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 8y' + 15y = -2e^{3x} - 15x - 7; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x^2 y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = x^3 e^x; \quad y_1 = x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 15.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $xy'' = 2x(1 - e^{-(y'/x)}) + y'; \quad y(1) = -\frac{1}{2}; \quad y'(1) = \ln 3.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' \cos^2 y + (y')^2 \sin 2y = 0.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 5y'' + 9y' - 5y = xe^{2x} + x + x^2 \sin x - e^{2x} \sin x - 6. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 8y' + 16y = 2e^{4x} + 16x + 8; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 12.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 4y' \operatorname{tg} x + (2 \operatorname{tg}^2 x - 1)y = 5 \sec^5 x; \quad y_1 = \sec x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 16.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $yy'' + (y')^2 = 1; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \sqrt{2}. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 2.**  $x^2y'' = (y')^2 - 3xy' + 3x^2. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^V + y''' = x + 2e^{-x} + x \cos 2x + \sin x - 5 \sin 2x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' + y' - 6y = -(7 + 10x)e^{2x} - 12; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 4. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' \sin^2 2x + 6y' \sin 2x + 4y(3 - 2 \cos^2 x) = \operatorname{ctg}^3 x \cdot \sin^2 2x; \quad y_1 = \operatorname{ctg} x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 17.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y'' \sin 2y = 2(y')^2; \quad y(0) = \frac{\pi}{4}; \quad y'(0) = 1. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 2.**  $2xy'' + y' + \sin \sqrt{x} = 0. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 8y'' + 16y = xe^{2x} + x \sin x + x^2 + e^x \sin 2x - 3 + 5 \cos x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 4y' - 5y = 2 - 10x - 18e^{-x}; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 5. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x^2 + 1)y'' + (3x^2 + 2)y' + xy = 2; \quad y_1 = \frac{1}{x}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 18.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $x((y')^2 + x^2)y'' = 2(y')^3; \quad y(1) = \frac{1}{3}; \quad y'(1) = 1 + \sqrt{2}. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 2.**  $yy'' = 2y'(y' + 1). \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^V + y''' = xe^x - 1 - x^2 \cos x e^{2x} + \sin x - x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' + 2y' - 8y = -18e^{-4x} - 8x - 14; \quad y(0) = 6; \quad y'(0) = -6. \quad (1 \text{ балл})$

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 2(\operatorname{tg} x + 1)y' + (2 \operatorname{tg} x + 1)y = 2e^x \sec^4 x; \quad y_1 = e^x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 19.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $2yy'' - (y')^2 = yy'$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' = \frac{y'}{x} - \sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arccos \frac{y'}{x}$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - y'' + 2y' = 4x + x^2 e^{x/2} - 2 \sin \frac{\sqrt{7}}{2} x + 1 - 5x e^x \sin 2x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 2y' - 15y = 16e^{5x} - 15x - 17$ ;  $y(0) = 9$ ;  $y'(0) = 3$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x-1)y'' - (x-3)y' - y = 2e^{2x}; \quad y_1 = \frac{1}{x-1}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 20.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y''(\sin^2 y + \sin y) + y'(1 + y') \cos y = 0$ ;  $y(0) = \frac{\pi}{2}$ ;  $y'(0) = 1$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $xy'' + y' = 4x\sqrt{xy'}$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 4y''' - 5y'' = x^2 + xe^{-x} + x \sin 5x + 2 \cos 5x + 1 + e^{-x} \sin 5x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x} + 9x + 12$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = 8$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + 2(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x)y' - 3y = 2 \csc^4 x \cdot \sec x; \quad y_1 = \sec x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 21.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $x^2 y'' = (y')^2 - 2xy' + 2x^2$ ;  $y(1) = y'(1) = 0$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y''y(y^2 + 1) + 2(y')^2 = 0$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 8y''' + 25y'' = x + 2e^{4x} + e^{4x} \sin 3x - 2 + e^{4x} x \cos 3x + \sin 3x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - y' - 2y = -9e^{-x} - 4x - 4$ ;  $y(0) = 7$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3 \operatorname{th} x \cdot y' + (3 \operatorname{th}^2 x - 1)y = \operatorname{ch}^3 x; \quad y_1 = \operatorname{ch} x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 22.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $2y'' \cos y - 2(y')^2 \sin y = 1; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $xy'' = y' \left( \ln \frac{y'}{x} + 1 \right).$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = 3x^3 + xe^x + x \sin x + 4 \cos x + 1 - e^x \sin 2x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 3y' - 4y = -10e^{-x} - 12x - 1; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 5.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (2 - x \operatorname{cth} x)y' - y \operatorname{cth} x = 2 \operatorname{sh}^2 x; \quad y_1 = \frac{1}{x}. \quad (2 балла)$$

**Вариант 23.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y''(y + y^3) + 2y'(y' + 1) = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 1.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' - y' \operatorname{th} x = (y')^2.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + y'' = x^3 + 2xe^{-x} + xe^{-x} \cos x - 2 + e^{-x} \sin x + \sin 5x. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - y' - 6y = 3 - 18x - 5e^{-2x}; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -3.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x-1)y'' + (3x-1)y' + y = \frac{2}{x}; \quad y_1 = \frac{1}{x-1}. \quad (2 балла)$$

**Вариант 24.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $x^2y'' = (y')^2 + xy' - x^2; \quad y(1) = -\frac{1}{2}; \quad y'(1) = -3.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y''(e^y - 1) = (y')^2.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 2y''' + 2y' - y = x^2e^x + \sin x + x^2 - xe^{-x} \cos x + 1. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' + y' - 12y = 24x - 14 - 7e^{-4x}; \quad y(0) = 6; \quad y'(0) = 0.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x^2(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = \frac{2x^3}{1 + x^2}; \quad y_1 = x. \quad (2 балла)$$



**Вариант 25.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y^3 y'' + (yy')^2 + y' = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 1.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $y'' = \sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arcsin \frac{y'}{x} + \frac{y'}{x}.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 16y = 1 - (x^2 + 1)e^{-2x} + e^{2x} \sin 2x + x \cos 2x - 5x^3. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} - 4x + 8; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' - (2x \operatorname{tg} x + 1)y' + (\operatorname{tg} x - x)y = 8x^3 \sec x; \quad y_1 = \sec x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 26.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $3y^3 y'' e^{y'} + 2y' e^{\frac{1}{3y^2}} = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \frac{1}{3}.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $2(y' - y'') = (y')^3 e^{-x}.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 3y''' + 3y'' + y' = x^2 + xe^{-x} \sin x + 2x^3 e^{-x} - \cos x + 1. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 2y' - 3y = 6x + 7 - 12e^{-x}; \quad y(0) = y'(0) = 2.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3 \operatorname{cth} x \cdot y' + (3 \operatorname{cth}^2 x - 1)y = \operatorname{sh}^3 x; \quad y_1 = \operatorname{sh} x. \quad (2 балла)$$

**Вариант 27.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $xy'' = \sqrt{x^2 + (y')^2} + y'; \quad y(1) = 1; \quad y'(1) = 0.$  (1 балл)

**Задача 2.**  $3yy'y'' = (y')^3 - 1.$  (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 64y' = -4 + x^2 e^{2x} \sin 2\sqrt{3}x + \cos 2\sqrt{3}x - xe^{-4x} + 5x^3. \quad (2 балла)$$

**Задача 4.**  $y'' - 3y' - 10y = -7e^{-2x} - 20x - 6; \quad y(0) = 7; \quad y'(0) = 3.$  (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (x \operatorname{tg} x + 2)y' + y \operatorname{tg} x = 2 \cos^2 x; \quad y_1 = \frac{1}{x}. \quad (2 балла)$$

**Вариант 28.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $\sqrt{y+1}(yy'' - (y')^2) = yy'\sqrt{yy'}$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 2$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $(xy' - x^2)y'' = (2y' - 3x)y'$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 27y' = \frac{3\sqrt{3}}{2} + e^{\frac{3\sqrt{3}}{2x}} \sin \frac{3x}{2} - \frac{3x^2}{2} + e^{-\frac{3x}{2}} \cos \frac{3\sqrt{3}}{2}x + xe^{\frac{3x}{2}}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $2y'' - 9y' + 4y = 7e^{4x} + 4x - 13$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 7$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x-1)y'' + 2xy' + 2y = 2e^{-4x}; \quad y_1 = \frac{1}{x-1}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 29.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $y''(y^2 + 2) = 2y(y' + 1)y'$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(1) = 1$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $xy'y'' - (y')^2 = x^4$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = 1 - \sin x + x^2 \cos x - x^3 + 3xe^{-x} + e^{-x} \cos x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' - 5y' + 4y = -6e^x + 4x - 9$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 3$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x+1)y'' + (4x+2)y' + 2y = \frac{2}{x^3}; \quad y_1 = \frac{1}{x+1}. \quad (2 \text{ балла})$$

**Вариант 30.**

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

**Задача 1.**  $xy'' = 4\sqrt{xy' + x^2} + y'$ ;  $y(1) = 1$ ;  $y'(1) = 0$ . (1 балл)

**Задача 2.**  $y''(e^y + 1) = (y')^2 e^y$ . (1 балл)

**Задача 3.** Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - y''' - 3y'' + y' + 2y = e^x \cos 2x + (x^3 - 1)e^{-x} + 4xe^{2x} + \sin x - x \cos x. \quad (2 \text{ балла})$$

**Задача 4.**  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x} + 8x + 12$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = -1$ . (1 балл)

**Задача 5.** Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению  $y_1$  соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + y' \operatorname{ctg} x - y \operatorname{csc}^2 x = 2 \sin x; \quad y_1 = \operatorname{csc} x. \quad (2 \text{ балла})$$