ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2017-2018
Ngày thi: 01/11/2018
Thời gian làm bài: **60** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(3 điểm)*

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a/ Đặt D = AB – BA. Tính det(D).
b/ Tìm ma trận vuông X thỏa $C^T X = B$.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + mx_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + mx_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + mx_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ mx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$, với m là tham số thực.

Câu 3. *(2 điểm)*

Trên $M_2(\mathbb{R})$ là không gian các ma trận vuông, thực, cấp 2, cho tập hợp

$$W = \left\{ A = \begin{pmatrix} 5a & -3b \\ 2b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

Hỏi W có phải là không gian véc tơ con của $M_2(\mathbb{R})$ hay không? Vì sao?

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $S = \{\alpha_1 = (1,1,1,1), \alpha_2 = (1,m,2,3), \alpha_3 = (2,1,0,m), \alpha_4 = (0,2,-1,-1)\}$.
Tìm điều kiện của m để S là độc lập tuyến tính.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2017-2018
Ngày thi: 03/11/2017
Thời gian làm bài: **60** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(3 điểm)*

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -6 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 0 & 9 \\ 2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$

a/ Tính $\det(AB - A^TC)$.
b/ Tìm ma trận vuông X thỏa AX = B.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_3 + 5x_2 = 0 \\ (m-26)x_3 - 5x_1 - (27-m)x_2 = 5 \\ 28x_2 + mx_1 + (m+28)x_3 = -5 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3. *(2 điểm)*

Trên R^4 cho tập hợp $W = \{X = (a,b,c,d) \mid a - 2b + c - 4d = 0\}$.
Hỏi W có phải là không gian véc tơ con của R^4 hay không? Vì sao?

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Trên R^3 cho tập hợp $S = \{\alpha_1 = (2,-1,3), \alpha_2 = (-1,0,-2), \alpha_3 = (3,2,m)\}$.
Tìm điều kiện của m để S là độc lập tuyến tính.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH TÌNH

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ III, năm học 2018-2019
Ngày thi: __/08/2019
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho các ma trận thực $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-1&2&1\\-2&3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1&0&3\\4&-2&-5\\6&1&7\end{pmatrix}$

a/ Tìm ma trận $A^T B-2I_3$, với I_3 là ma trận đơn vị thực, cấp 3.

b/ Tìm ma trận X thỏa $AX=B$.

Câu 2. *(3 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^6$ cho tập hợp $W=\left\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)\ \middle|\ \begin{array}{l}3x_4-5x_5+2x_2+x_6-x_1=0\\2x_5+x_1-3x_2-x_6+x_3=0\\x_4+2x_6-x_2+x_1-2x_3=0\end{array}\right\}$.

Hãy tìm tập sinh (hệ sinh), cơ sở và xác định số chiều cho W.

Câu 3. *(3 điểm)*

Cho ma trận thực $A=\begin{pmatrix}-1&4&-2\\-3&4&0\\-3&1&3\end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, với mọi m nguyên, $m\geq 0$.

Câu 4. *(2 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f:\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$,

và $\beta_0=\{e_1=(\ 1,\ 0,\ 0),\ e_2=(\ 0,\ 1,\ 0),\ e_3=(\ 0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ sao cho:

$\forall X\in\mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$, và $f(X,X)=2x_1^2-x_2^2+10x_3^2-4x_1x_2-8x_1x_3+14x_2x_3$.

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.

b/ Chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc này.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH TÌNH

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2018-2019
Ngày thi: 22/01/2019
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^6$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \;\middle|\; \begin{cases} 2x_5 + 3x_4 - x_3 + 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_2 - x_4 + x_6 - x_1 = 0 \\ 2x_3 - 4x_5 - 2x_6 - 4x_2 + 3x_1 = 0 \end{cases} \right\}$

a/ Hãy chứng minh rằng W là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^6$.
b/ Hãy tìm hệ sinh, cơ sở và xác định số chiều cho W.

Câu 2. *(3,0 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (1, -1, 2),\ \alpha_2 = (-1, 2, -3),\ \alpha_3 = (2, 1, 2)\}$ và tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (1, 2, 1),\ \beta_2 = (1, 3, 3),\ \beta_3 = (2, 2, -1)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
b/ Cho vector $\alpha = (-3, -12, 5) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.
c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1, 0, 0),\ e_2 = (0, 1, 0),\ e_3 = (0, 0, 1)\}$ là cơ sở chính tắc của R^3.
Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và}\ S = P_{a \to \beta}.$$

Câu 3. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, $\forall m$ nguyên, $m \geq 0$.

Câu 4. *(2,0 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,
và $\beta_0 = \{e_1 = (1, 0, 0),\ e_2 = (0, 1, 0),\ e_3 = (0, 0, 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$
sao cho: $\forall X \in \mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X, X) = 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 12x_2x_3$.

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.
b/ Hãy chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc tìm được ở câu a/.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2017-2018
Ngày thi: 16/01/2018
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbf{R}^5$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \;\middle|\; \begin{array}{l} 4x_5 - 3x_4 - 2x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 + 5x_4 - 3x_5 - x_3 + 2x_2 = 0 \\ x_3 - x_5 + 2x_1 + x_4 + 2x_2 = 0 \end{array} \right\}$

Hãy tìm cơ sở và xác định số chiều cho W.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Trên $\mathbf{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (1,\ 2,\ -3),\ \alpha_2 = (0,\ 1,\ -2),\ \alpha_3 = (2,\ 6,\ -11)\}$ và tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (-6,\ 16,\ -7),\ \beta_2 = (-2,\ 5,\ -2),\ \beta_3 = (1,\ -2,\ 1)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbf{R}^3$.

b/ Cho vector $\alpha = (-1,\ -10,\ 21) \in \mathbf{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.

c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbf{R}^3$.

Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và}\ S = P_{a \to \beta}.$$

Câu 3. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, với mọi m nguyên, $m \geq 0$.

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$,

và $\beta_0 = \{e_1 = (1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbf{R}^3$ sao cho:

$\forall X \in \mathbf{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X,X) = 2x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$.

Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐSTT
Học kỳ 3, năm học 2016-2017
Ngày thi: /08/2017
Thời gian làm bài: 90 phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2 điểm)* Tính định thức $D = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$.

Câu 2. *(2 điểm)* Tìm số chiều và một cơ sở của không gian nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}.$$

Câu 3. *(2 điểm)* Trong R^3 cho 2 hệ vector $\alpha = \{\alpha_1 = (1,0,1), \alpha_2 = (0,-1,1), \alpha_3 = (2,0,3)\}$, $\beta = \{\beta_1 = (1,1,1), \beta_2 = (2,-1,0), \beta_3 = (2,2,1)\}$.

a) Chứng minh rằng hệ α, β là các cơ sở của R^3.

b) Cho biết $[x]_{/\beta} = (1,2,-1)$. Hãy tìm $[x]_{/\alpha} = ?$.

Câu 4. *(2 điểm)* Tính $A^n \, (n \in N \setminus \{0\})$ với

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Câu 5. *(2 điểm)* Trong R^3 cho dạng toàn phương

$$f(x,x) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Hãy đưa dạng toàn phương trên về dạng chính tắc bằng phương pháp Lagrange.

--------------------Hết--------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Q.Trưởng BM Toán - Lý

Cao Thanh Tình

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TT

Học kỳ I, năm học 2015-2016
Ngày thi: __/01/2016
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(4 điểm)*

Trên không gian $\mathbf{R}^3$, cho các vector: $\alpha_1 = (1,-2,2), \alpha_2 = (2,0,1), \alpha_3 = (2,-3,3), \alpha_4 = (1,2,-3)$, $\alpha_5 = (0,1,-2), \alpha_6 = (2,6,-11)$, và $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}, \beta = \{\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$.

a/ Chứng minh rằng a và β là cơ sở của $\mathbf{R}^3$.

b/ Tìm ma trận chuyển cơ sở $P(a \to \beta)$.

c/ Cho vector $\alpha \in \mathbf{R}^3$ thỏa $[\alpha]_\beta = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}$, hãy tìm $[\alpha]_a$

Câu 2. *(3 điểm)*

Cho ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^n, với $n \geq 0$, n nguyên.

Câu 3. *(3 điểm)*

Cho dạng toàn phương: $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, với

$$f(X) = f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3$$

trong đó: $\forall X \in \mathbf{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và β_0 là cơ sở chính tắc của $\mathbf{R}^3$.

a/ Hãy đưa dạng toàn phương f về dạng chính tắc.

b/ Hãy tìm một cơ sở tương ứng với dạng chính tắc đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

TS. DƯƠNG TÔN ĐẢM

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN ĐẠI SỐ TT

Học kỳ I, năm học 2016-2017
Ngày thi: 27/12/2016
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(3 điểm)*

Trên không gian $\mathbb{R}^6$, cho tập hợp:

$$W = \left\{ X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \middle| \begin{array}{l} 3x_3 + x_6 + x_1 - 2x_2 = 0 \\ 3x_2 + x_5 + x_4 - 2x_1 - 5x_3 = 0 \\ 4x_6 - 8x_3 - 3x_1 + 4x_2 = 0 \end{array} \right\}$$

a/ Chứng minh rằng W là không gian vector con của $\mathbb{R}^6$.

b/ Hãy tìm cơ sở và số chiều cho W.

Câu 2. *(2.5 điểm)*

Trên không gian $\mathbb{R}^3$, cho các vector:

$$\alpha_1 = (1,2,4), \alpha_2 = (0,-1,1), \alpha_3 = (2,3,8), \beta_1 = (1,2,-7), \beta_2 = (3,1,1), \beta_3 = (7,2,4)$$

và tập hợp $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$

a/ Chứng minh rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

b/ Hãy tìm ma trận chuyển cơ sở $S = P(a \to \beta)$.

c/ Cho vector $\lambda \in \mathbb{R}^3$ thỏa $[\lambda]_\beta = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tìm $[\lambda]_a = ?$

Câu 3. *(3 điểm)*

Cho ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 11 & -5 \end{pmatrix}$

Hãy chéo hóa ma trận A, rồi sau đó tìm A^{2017}.

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, đồng thời β_0 là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ sao cho

$\forall X \in \mathbb{R}^3$ thỏa $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X) \equiv f(X,X) = 3x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 9x_2^2 + 6x_2x_3 + 5x_3^2$

a/ Hãy đưa dạng toàn phương f về dạng chính tắc.

b/ Hãy tìm một cơ sở β ứng với dạng chính tắc đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

TS. DƯƠNG TÔN ĐẢM