





Nguyễn Công Phương

## Lý thuyết trường điện từ

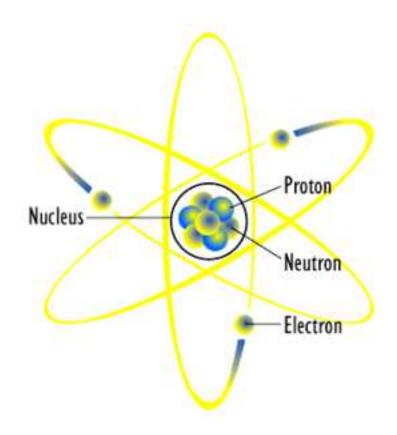








## Giới thiệu (1)



https://kimrendfeld.wordpress.com/2012/11/









## Giới thiệu (2)

Kỹ thuật y sinh Tương thích điện từ

Laser & quang điện tử

Ăngten

TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Máy điện

Liên lạc vô tuyến Cảm biến từ xa

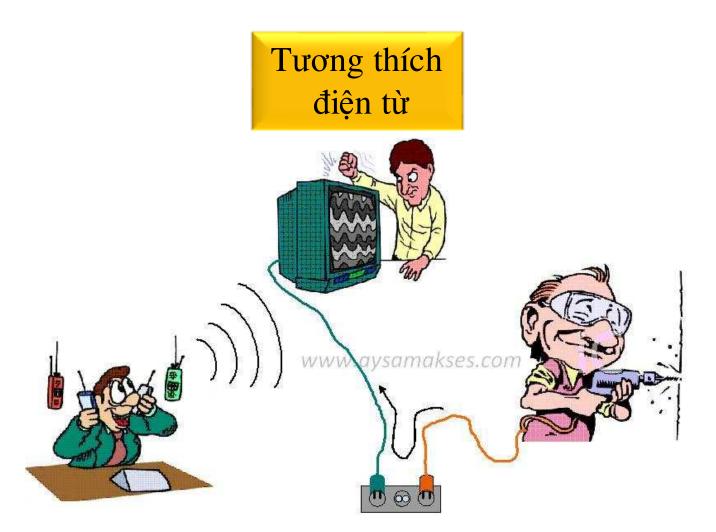
Quân sự quốc phòng







## Giới thiệu (3)



http://www.aysamakses.com/en/bilgi-bankasi/elektromanyetik-uyumluluk-emc/

Lý thuyết trường điện từ - sites.google.com/site/ncpdhbkhn







## Giới thiệu (4)

Kỹ thuật y sinh



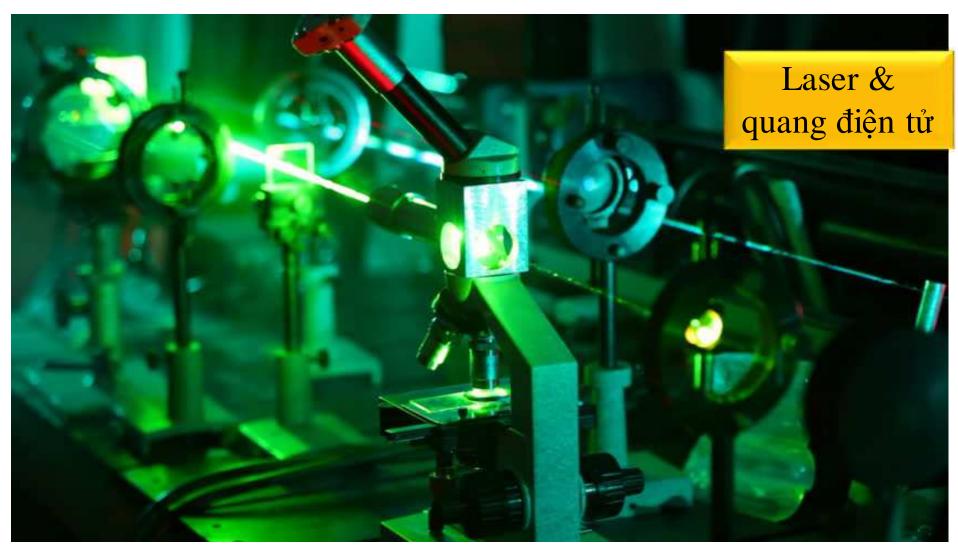
https://biomedical.njit.edu/mri/







## Giới thiệu (5)



https://www.shutterstock.com/video/clip-3748037-stock-footage-masked-ninjas-strike-various-dramatic-poses-at-the-bottom-of-the-screen-plenty-of-space-for.html

Lý thuyết trường điện từ - sites.google.com/site/ncpdhbkhn









## Giới thiệu (6)



Ăngten

http://www.intertronicsolutions.com/my-product/12m-antenna/







## Giới thiệu (7)



http://gibbonsgroup.blogspot.com/2014/05/3-problems-youll-face-if-your-electric.html









## Giới thiệu (8)



Liên lạc vô tuyến

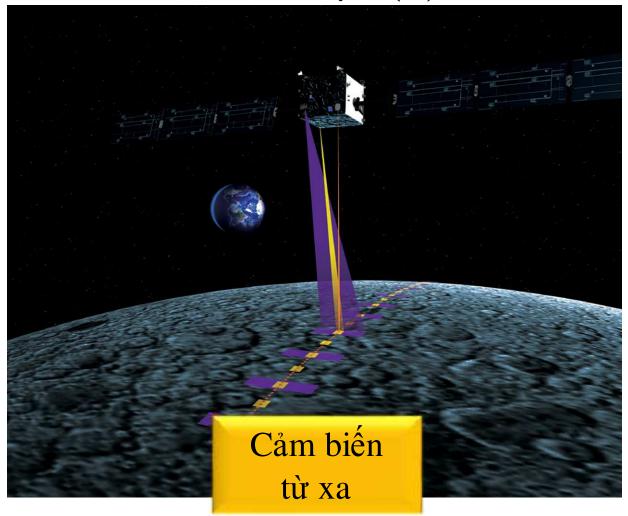
https://www.efxkits.us/project-kits-on-wireless-communication-for-electronics-professionals/







## Giới thiệu (9)



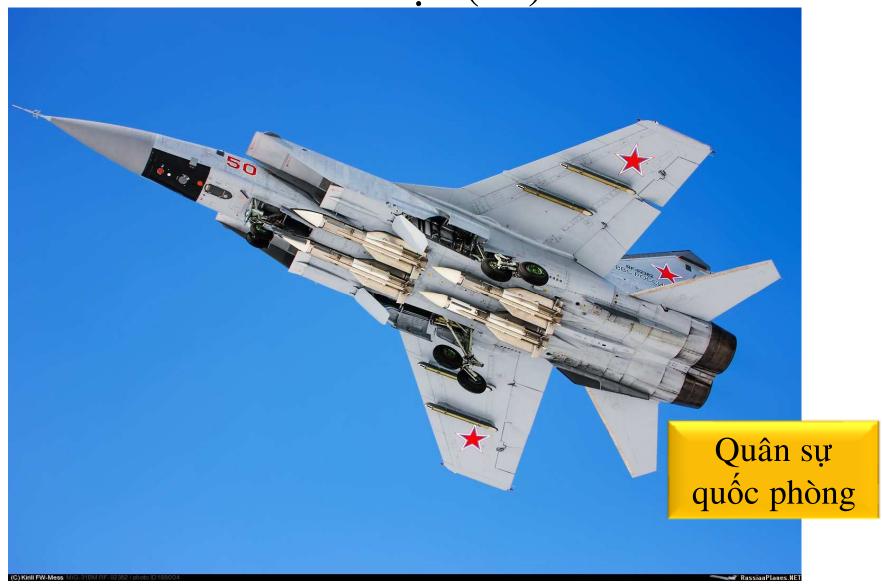
http://m.esa.int/spaceinimages/Images/2003/07/Remotesensing\_instruments\_on\_SMART-1\_scan\_the\_Moon\_s\_surface







## Giới thiệu (10)









## Giới thiệu (2)

Kỹ thuật y sinh Tương thích điện từ

Laser & quang điện tử

Ăngten

TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Máy điện

Liên lạc vô tuyến Cảm biến từ xa

Quân sự quốc phòng





## Giới thiệu (11)

## Trường điện từ



$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0$$

Từ trường tĩnh

$$\frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

Điện từ trường biến thiên

$$\frac{\partial I}{\partial t} \neq 0$$







## Giới thiệu (12)

- 1. W. H. Hayt, J. A. Buck. *Engineering Electromagnetics*. McGraw-Hill, 2007
- 2. E. J. Rothwell, M. J. Cloud. *Electromagnetics*. CRC Press, 2001
- 3. Nguyễn Bình Thành, Nguyễn Trần Quân, Lê Văn Bảng. *Cơ sở lý thuyết trường điện từ*. NXB Đại học & trung học chuyên nghiệp, 1970
- 4. Nguyễn Công Phương, Trần Hoài Linh. Phương pháp số trong trường điện từ – minh họa bằng Python, tập 1. NXB Khoa học & Kỹ thuật, 2021
- 5. https://sites.google.com/site/ncpdhbkhn/











## Nội dung

- I. Giới thiệu
- II. Giải tích véctơ
- III. Luật Coulomb & cường độ điện trường
- IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & đive
- V. Năng lượng & điện thế
- VI. Dòng điện & vật dẫn
- VII. Điện môi & điện dung
- VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
- IX. Từ trường dừng
- X. Lực từ & điện cảm
- XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
- XII. Sóng phẳng
- XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
- XIV. Dẫn sóng & bức xạ







### Giải tích véctơ

- 1. Vô hướng & véctơ
- 2. Hệ tọa độ Descartes
- 3. Tích vô hướng & tích hữu hướng
- 4. Hệ tọa độ trụ tròn
- 5. Hệ tọa độ cầu







## Vô hướng & véctơ

- Vô hướng: đại lượng được biểu diễn bằng một số thực (âm hoặc dương)
- Ví dụ về vô hướng: khoảng cách, thời gian, nhiệt độ, ...
- Vô hướng ký hiệu bằng chữ nghiêng, VD t, m, E,...
- Vécto: đại lượng được biểu diễn bằng độ lớn (luôn dương) & hướng trong không gian (2D, 3D, nD)
- Ví dụ về véctơ: lực, vận tốc, gia tốc, ...
- Véctơ ký hiệu bằng chữ thẳng, đậm, VD A
- Có thể thay ký hiệu A bằng Ā
- Viết  $\mathbf{E} = 5\mathbf{a}_x$  hoặc  $\overline{E} = 5\overline{a}_x$ : đúng
- Viết  $E = 5a_x$ : SAI







#### Giải tích véctơ

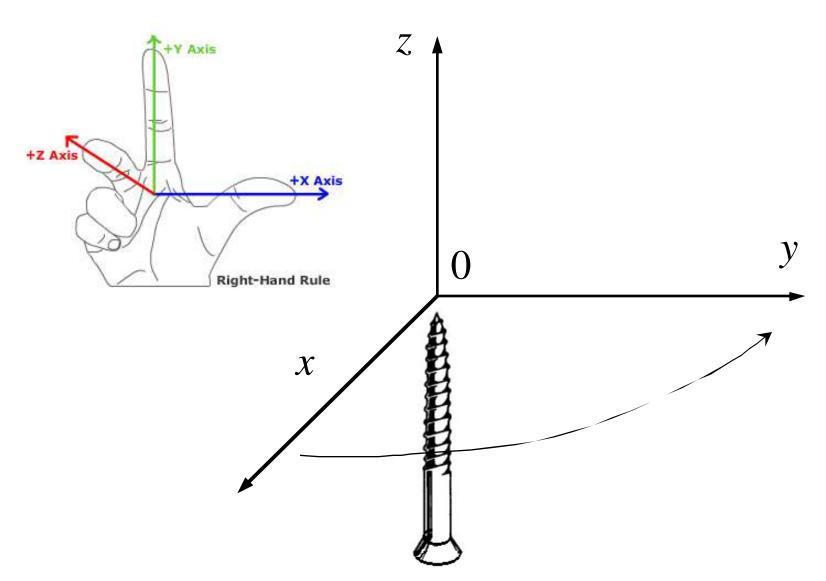
- 1. Vô hướng & véctơ
- 2. Hệ tọa độ Descartes
- 3. Tích vô hướng & tích hữu hướng
- 4. Hệ tọa độ trụ tròn
- 5. Hệ tọa độ cầu







## Hệ tọa độ Descartes (1)

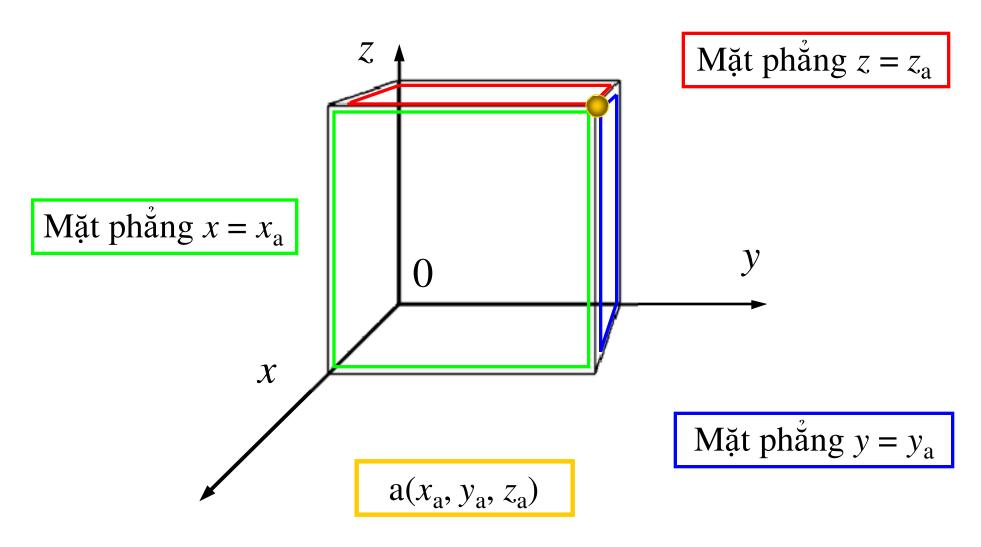








### Hệ tọa độ Descartes (2)

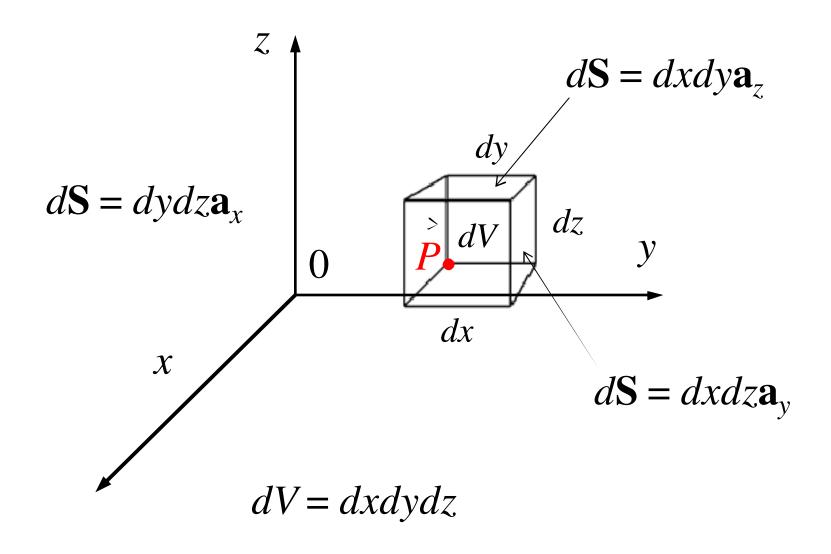








### Hệ tọa độ Descartes (3)









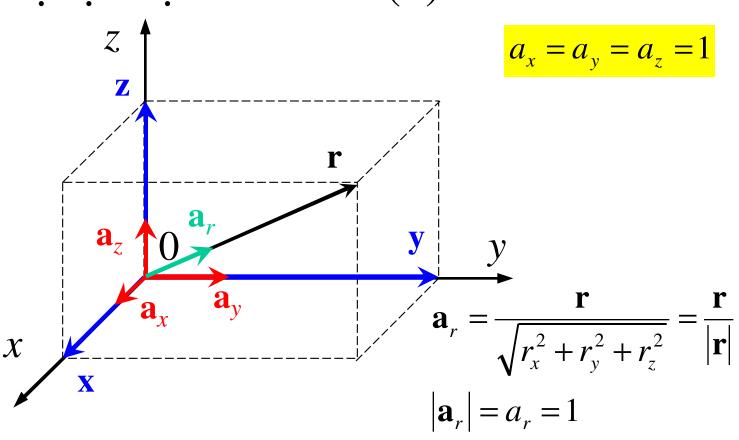
### Hệ tọa độ Descartes (4)

$$\left|\mathbf{a}_{x}\right| = \left|\mathbf{a}_{z}\right| = \left|\mathbf{a}_{z}\right| = 1$$

$$\begin{array}{c}
\mathbf{a}_{x}, \mathbf{a}_{y}, \mathbf{a}_{z} \\
\bar{a}_{x}, \bar{a}_{y}, \bar{a}_{y}
\end{array}$$

$$\vec{a}_{x}, \vec{a}_{y}, \vec{a}_{z} \\
\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$$

$$\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$$
 $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$ 
 $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$ 
 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 
...



$$\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}$$

$$\mathbf{x} = x\mathbf{a}_{x}; \ \mathbf{y} = y\mathbf{a}_{y}; \ \mathbf{z} = z\mathbf{a}_{z}$$

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{r_{x}^{2} + r_{y}^{2} + r_{z}^{2}}$$

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{r_{x}^{2} + r_{y}^{2} + r_{z}^{2}}$$

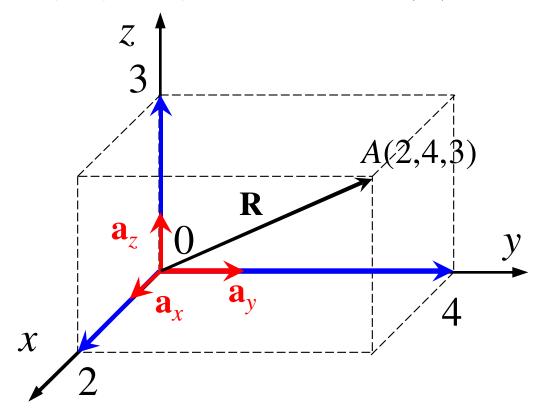






#### VD1

## Hệ tọa độ Descartes (5)



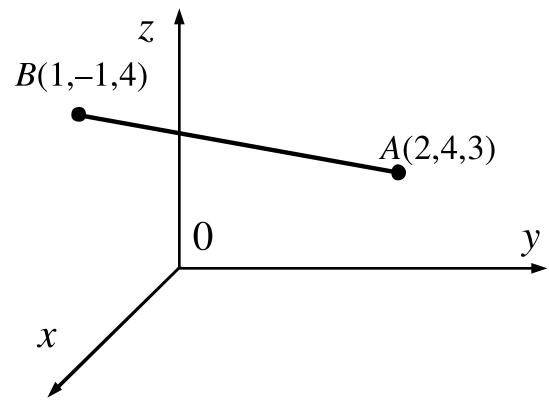
$$\mathbf{R} = \overline{R} = 2\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$$





#### VD2

### Hệ tọa độ Descartes (6)



$$\mathbf{R}_1 = \overline{BA} = (A_x - B_x)\mathbf{a}_x + (A_y - B_y)\mathbf{a}_y + (A_z - B_z)\mathbf{a}_z$$

$$= (2-1)\mathbf{a}_x + [4-(-1)]\mathbf{a}_y + (3-4)\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_x + 5\mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z$$

$$\begin{split} \mathbf{R}_2 &= AB = (B_x - A_x)\mathbf{a}_x + (B_y - A_y)\mathbf{a}_y + (B_z - \overline{A_z})\mathbf{a}_z \\ &= (1 - 2)\mathbf{a}_x + (-1 - 4)\mathbf{a}_y + (4 - 3)\mathbf{a}_z = \boxed{-\mathbf{a}_x - 5\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z} = -\mathbf{R}_1 \\ &\text{L\'y thuy\'et trường điện từ - sites.google.com/site/ncpdhbkhn} \end{split}$$

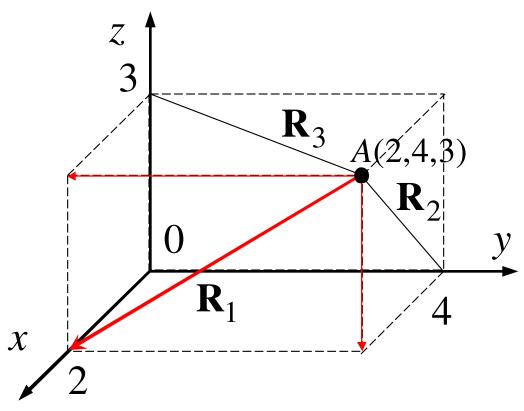






VD3

### Hệ tọa độ Descartes (7)



$$\mathbf{R}_1 = (2-2)\mathbf{a}_x + (0-4)\mathbf{a}_y + (0-3)\mathbf{a}_z = -4\mathbf{a}_y - 3\mathbf{a}_z$$

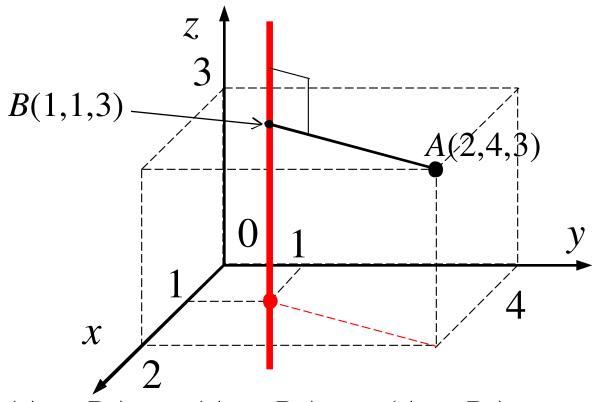






#### VD4

### Hệ tọa độ Descartes (8)



$$\mathbf{R}_1 = \overline{BA} = (A_x - B_x)\mathbf{a}_x + (A_y - B_y)\mathbf{a}_y + (A_z - B_z)\mathbf{a}_z$$
$$= (2-1)\mathbf{a}_x + (4-1)\mathbf{a}_y + (3-3)\mathbf{a}_z = \boxed{\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}$$

$$\mathbf{R}_2 = \overline{AB} = (B_x - A_x)\mathbf{a}_x + (B_y - A_y)\mathbf{a}_y + (B_z - A_z)\mathbf{a}_z$$

$$= (1 - 2)\mathbf{a}_x + (1 - 4)\mathbf{a}_y + (3 - 3)\mathbf{a}_z = \boxed{-\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y} = -\mathbf{R}_1$$

Lý thuyết trường điện từ - sites.google.com/site/ncpdhbkhn









## Tích vô hướng (1)

• 
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB}$$

- A: độ lớn của véctơ A
- $|\mathbf{B}|$ : độ lớn của véctơ  $\mathbf{B}$
- $-\theta_{AB}$ : góc nhỏ hơn giữa hai véctơ **A** & **B**

• 
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

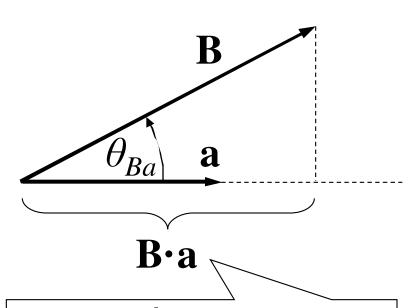
• 
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$





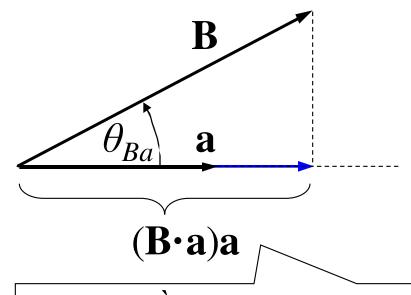


## Tích vô hướng (2)



Thành phần vô hướng của véctơ **B** theo hướng véctơ đơn vị **a** 

$$VD: B_x = \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_x$$



Thành phần hữu hướng của véctơ **B** theo hướng véctơ đơn vị **a** 

VD: 
$$B_x \mathbf{a}_x = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_x) \mathbf{a}_x$$







#### VD

## Tích vô hướng (3)

Xét một trường vécto  $\mathbf{G} = y\mathbf{a}_x - 2.5x\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$  và điểm Q(4, 5, 2). Tính:

- a) **G** tại *Q* ?
- b) thành phần vô hướng của **G** tại *Q* theo hướng của vécto  $\mathbf{a}_N = \frac{1}{3}(2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y 2\mathbf{a}_z)$ ?
- c) thành phần hữu hướng của G tại Q theo hướng của  $\mathbf{a}_N$ ?

a) 
$$G(\mathbf{r}_Q) = 5\mathbf{a}_x - 2, 5.4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z = 5\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$$

b) 
$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N = (5\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \cdot \frac{1}{3} (2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z) = \frac{1}{3} (10 - 10 - 6) = -2$$

c) 
$$(\mathbf{G} \cdot \mathbf{a}_N)\mathbf{a}_N = (-2)\frac{1}{3}(2\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z) = -1,333\mathbf{a}_x - 0,667\mathbf{a}_y + 1,333\mathbf{a}_z$$



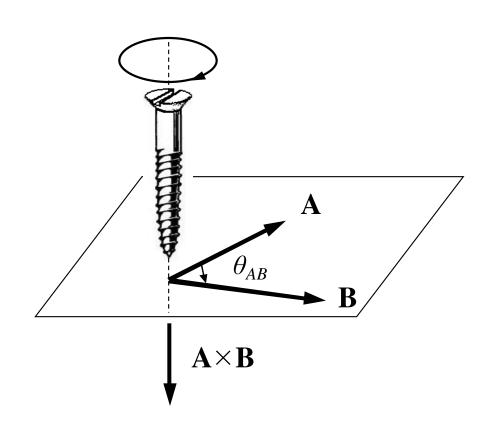




## Tích hữu hướng

- $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{a}_N |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta_{AB}$ 
  - $-\mathbf{a}_N$ : véctơ pháp tuyến
- $\mathbf{B} \times \mathbf{A} = -(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$



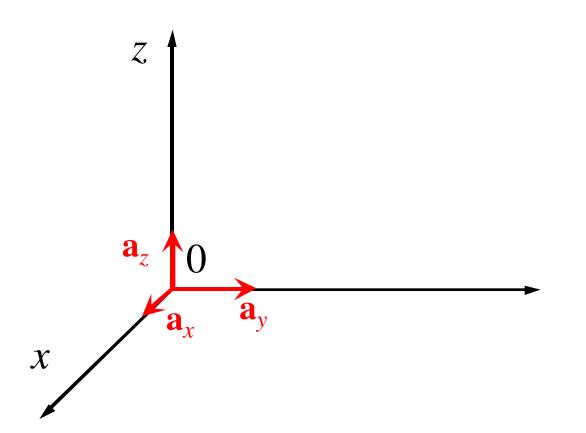
 $\mathbf{a}_{x}$ ,  $\mathbf{a}_{y}$ ,  $\mathbf{a}_{z}$ : vécto đơn vị của các trục x, y, z







### Hệ tọa độ Descartes (5)



$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$$
$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$$

$$\mathbf{a}_{x}.\mathbf{a}_{x} = 1$$

$$\mathbf{a}_{x} \times \mathbf{a}_{x} = 0$$

$$\mathbf{a}_{x} \times \mathbf{a}_{y} = \mathbf{a}_{z}$$







### Giải tích véctơ

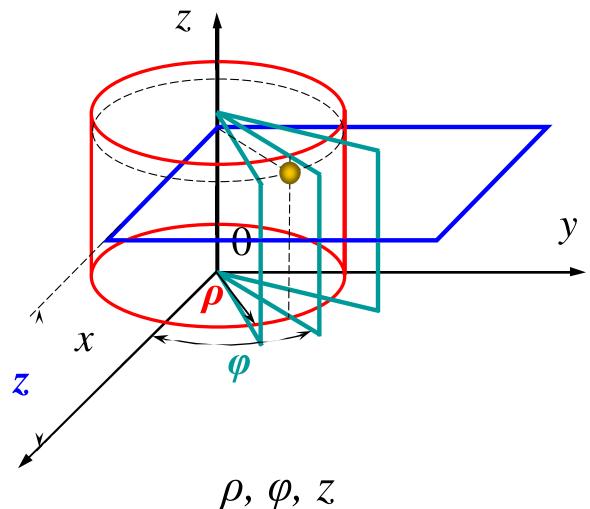
- 1. Vô hướng & véctơ
- 2. Hệ tọa độ Descartes
- 3. Tích vô hướng & tích hữu hướng
- 4. Hệ tọa độ trụ tròn
- 5. Hệ tọa độ cầu







## Hệ tọa độ trụ tròn (1)

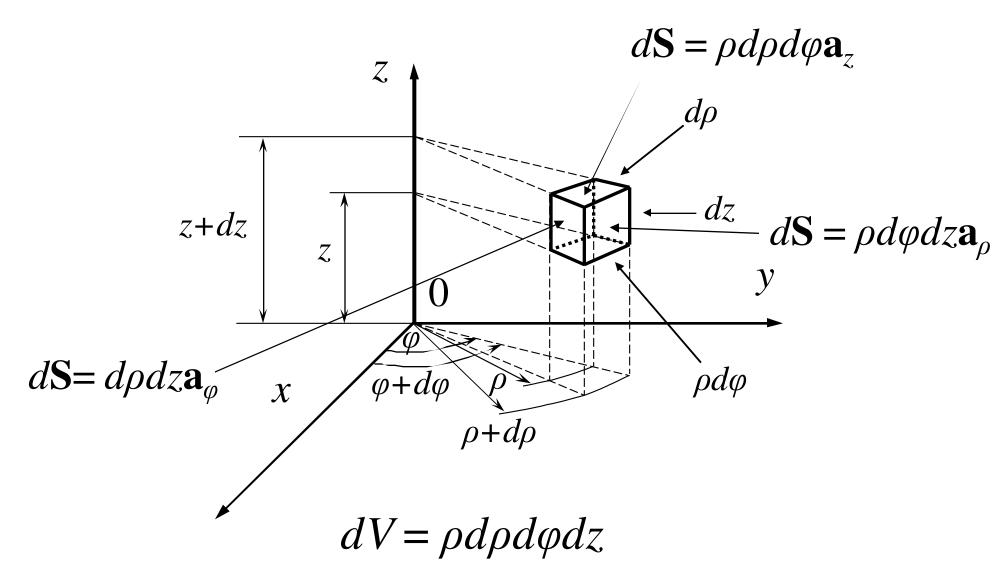








### Hệ tọa độ trụ tròn (2)

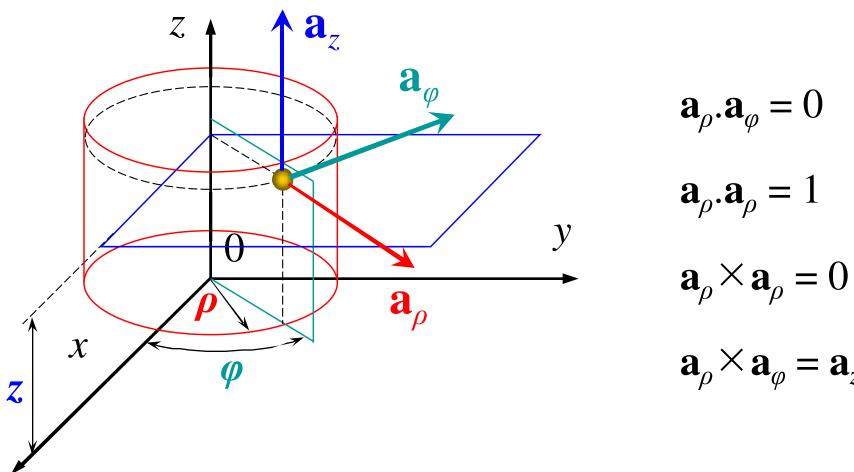








## Hệ tọa độ trụ tròn (3)



$$\mathbf{a}_{\rho}.\mathbf{a}_{\varphi}=0$$

$$\mathbf{a}_{\rho}.\mathbf{a}_{\rho}=1$$

$$\mathbf{a}_{\rho} \times \mathbf{a}_{\rho} = 0$$

$$\mathbf{a}_{\rho} \times \mathbf{a}_{\varphi} = \mathbf{a}_{z}$$







#### Giải tích véctơ

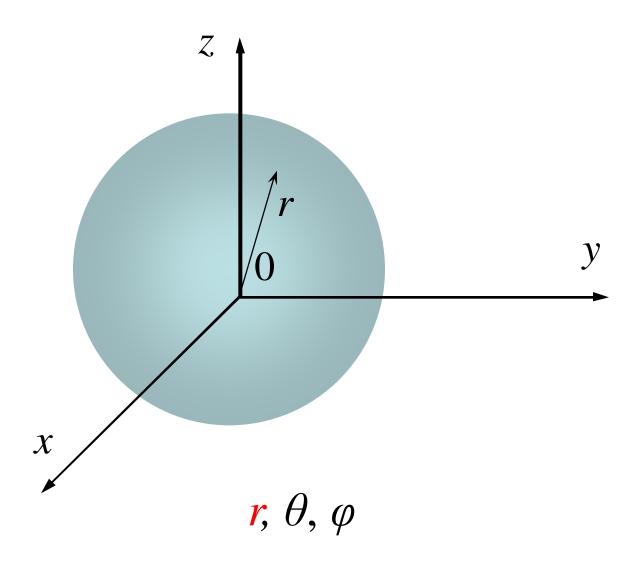
- 1. Vô hướng & véctơ
- 2. Hệ tọa độ Descartes
- 3. Tích vô hướng & tích hữu hướng
- 4. Hệ tọa độ trụ tròn
- 5. Hệ tọa độ cầu







## Hệ tọa độ cầu (1)

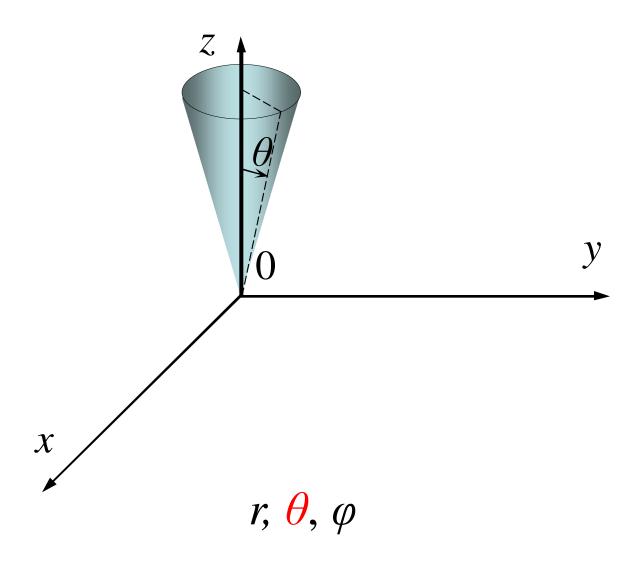








## Hệ tọa độ cầu (1)

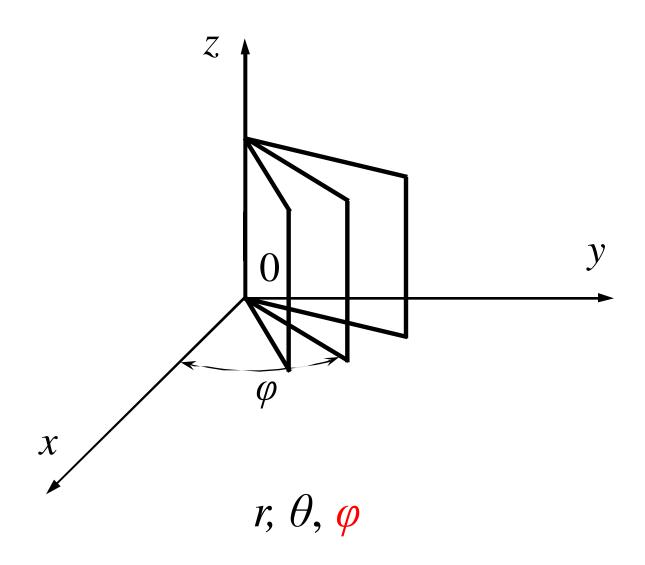








## Hệ tọa độ cầu (1)

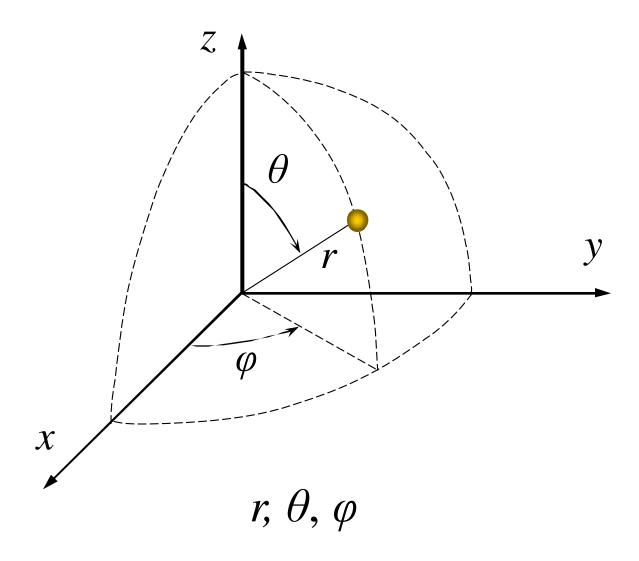








## Hệ tọa độ cầu (2)

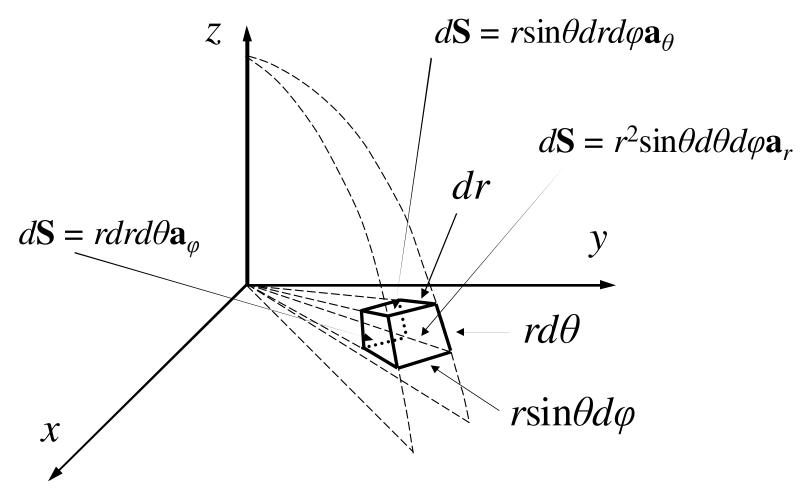








## Hệ tọa độ cầu (3)



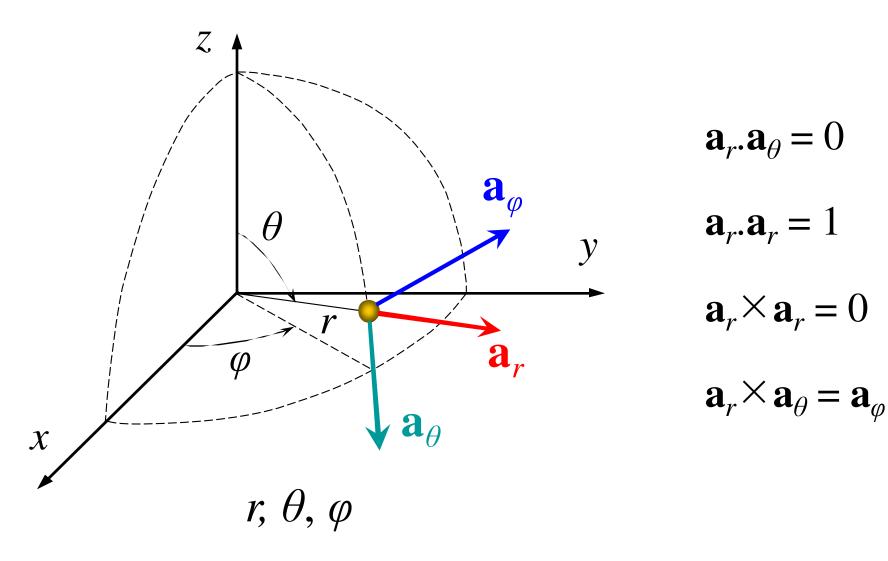
$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$$







## Hệ tọa độ cầu (4)









DESCARTES	TRỤ TRÒN	CÂU
$\mathcal{X}$	$ ho\cos\varphi$	$r\sin\theta\cos\varphi$
y	$ ho\sin\varphi$	$r\sin\theta\sin\varphi$
$\mathcal{Z}$	$\boldsymbol{z}$	$r\cos\theta$
TRŲ TRÒN	DESCARTES	CÀU
ρ	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$r\sin\theta$
$\varphi$	atan(y/x)	$\varphi$
z	Z	$r\cos\theta$
CÀU	DESCARTES	TRŲ TRÒN
r	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$\sqrt{\rho^2+z^2}$
$\theta$	$a\cos(z/\sqrt{x^2+y^2+z^2})$	$a\cos(z/\sqrt{\rho^2+z^2})$
$\varphi$	acot(x/y)	$\varphi$