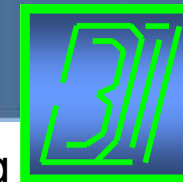




TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI



Nguyễn Công Phương

Lý thuyết trường điện từ

Luật Coulomb & cường độ điện trường

Nội dung

- I. Giới thiệu
- II. Giải tích véctơ
- III. Luật Coulomb & cường độ điện trường**
- IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & divergence
- V. Năng lượng & điện thế
- VI. Dòng điện & vật dẫn
- VII. Điện môi & điện dung
- VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
- IX. Từ trường dừng
- X. Lực từ & điện cảm
- XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
- XII. Sóng phẳng
- XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
- XIV. Dẫn sóng & bức xạ

Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
4. Điện trường của một điện tích đường
5. Điện trường của một điện tích mặt
6. Đường sức
7. Ứng dụng

Luật Coulomb (1)

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$$

- Trong chân không
- Giữa 2 vật rất nhỏ (so với khoảng cách R giữa chúng)
- Q_1 & Q_2 là điện tích của 2 vật đó

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

- ϵ_0 : hằng số điện môi của chân không:

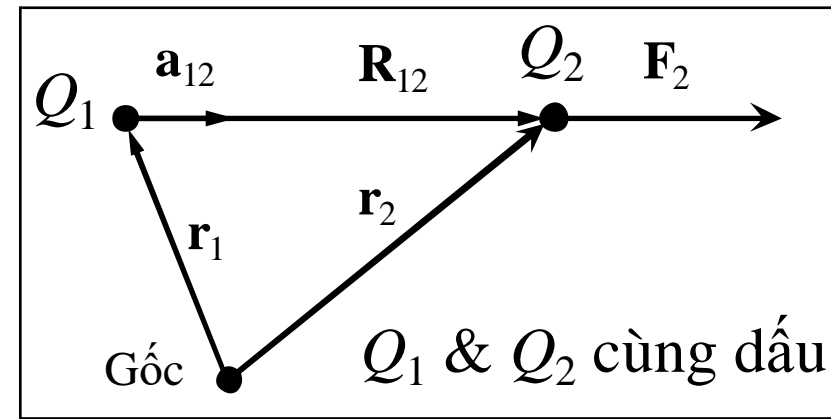
$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F/m}$$



<https://www.teylersmuseum.nl/nl/collectie/instrumenten/fk-0556-electrometer-coulomb-balance>

Luật Coulomb (2)

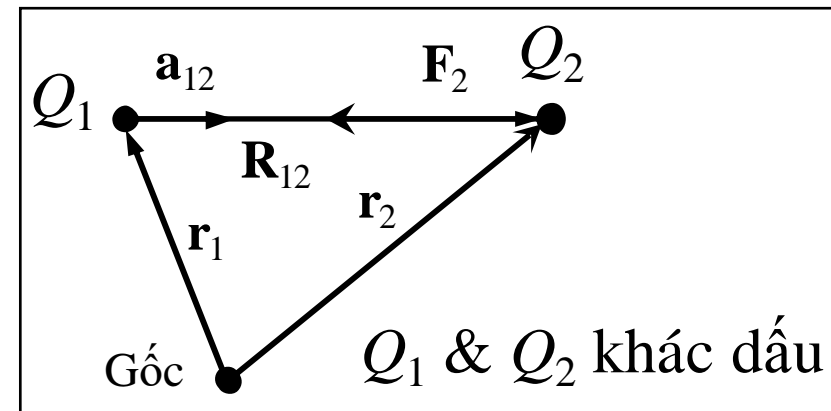
$$\left. \begin{aligned} F &= k \frac{Q_1 Q_2}{R^2} \\ k &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \end{aligned} \right\} \rightarrow F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$



$$\mathbf{F}_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}^2} \mathbf{a}_{12}$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{a}_{12} = \frac{\mathbf{R}_{12}}{|\mathbf{R}_{12}|} = \frac{\mathbf{R}_{12}}{R_{12}} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}$$



Ví dụ 1**Luật Coulomb (3)**

Cho $Q_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ C ở $A(3, 2, 1)$ & $Q_2 = -3 \cdot 10^{-4}$ C ở $B(1, 0, 2)$ trong chân không.
Tính lực của Q_1 tác dụng lên Q_2 .

$$\mathbf{F}_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}^2} \mathbf{a}_{12}$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (1-3)\mathbf{a}_x + (0-2)\mathbf{a}_y + (2-1)\mathbf{a}_z = -2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$$

$$\rightarrow \begin{cases} R_{12} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3 \\ \mathbf{a}_{12} = \frac{\mathbf{R}_{12}}{R_{12}} = \frac{-2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z}{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_2 = \frac{4 \cdot 10^{-4} (-3 \cdot 10^{-4})}{4\pi \frac{1}{36\pi} 10^{-9} 3^2} \cdot \frac{-2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z}{3} = 80\mathbf{a}_x + 80\mathbf{a}_y - 40\mathbf{a}_z \text{ N}$$

Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
- 2. Cường độ điện trường**
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
4. Điện trường của một điện tích đường
5. Điện trường của một điện tích mặt
6. Đường sức
7. Ứng dụng

Cường độ điện trường (1)

- Xét 1 điện tích cố định Q_1 & 1 điện tích thử Q_t

$$\mathbf{F}_t = \frac{Q_1 Q_t}{4\pi\epsilon_0 R_{1t}^2} \mathbf{a}_{1t} \rightarrow \frac{\mathbf{F}_t}{Q_t} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{1t}^2} \mathbf{a}_{1t}$$

- Cường độ điện trường*: véctor lực tác dụng lên một điện tích 1C
- Đơn vị V/m
- Véctor cường độ điện trường do một điện tích điểm Q tạo ra trong chân không:

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

- \mathbf{R} : véctor hướng từ điện tích Q tới điểm đang xét
- \mathbf{a}_R : véctor đơn vị của \mathbf{R}

Cường độ điện trường (2)

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

- Nếu Q ở tâm của hệ tọa độ cầu, tại một điểm trên mặt cầu bán kính r :

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r$$

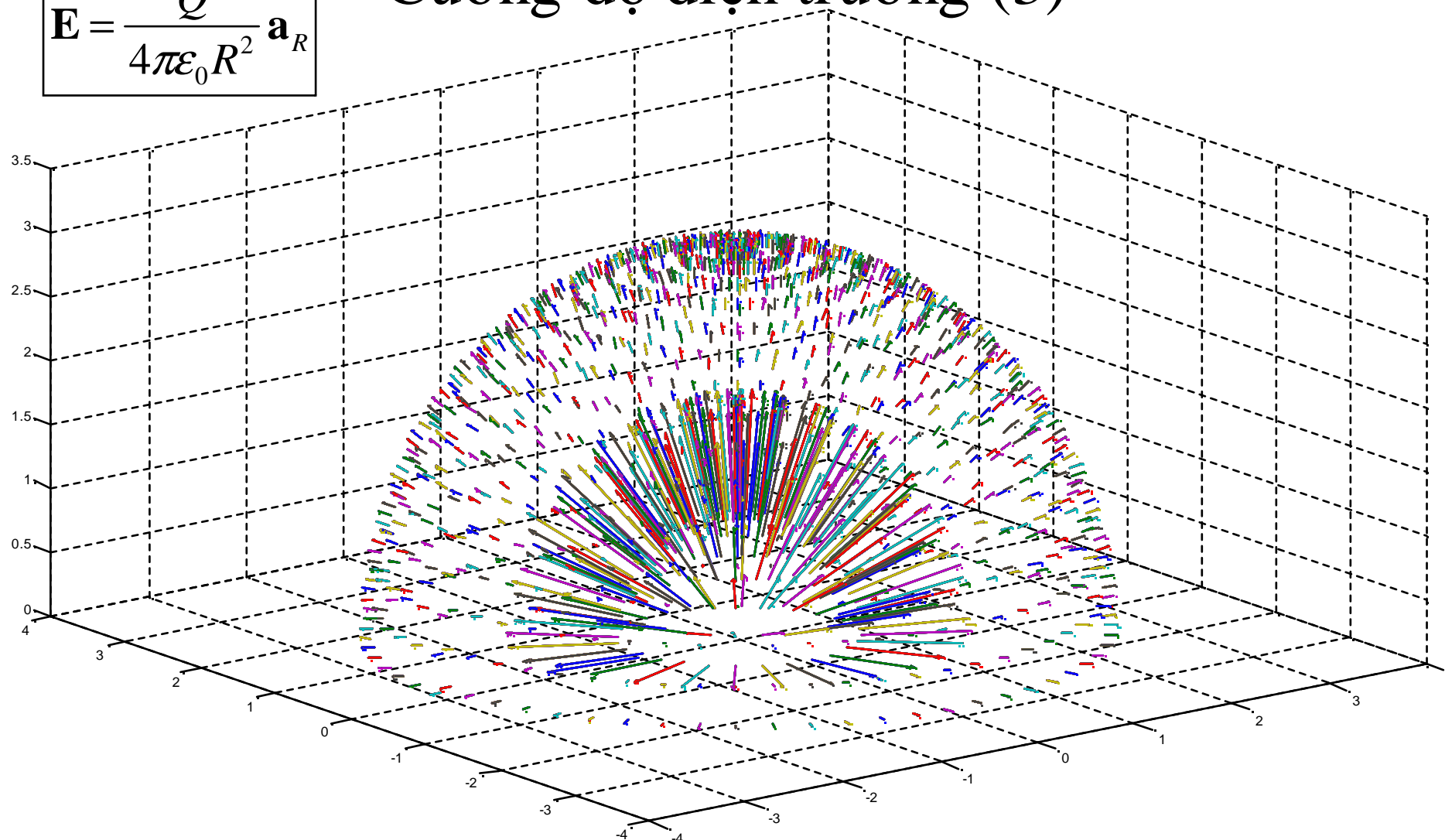
– \mathbf{a}_r : véctor đơn vị của tọa độ r

- Nếu Q ở tâm của hệ tọa độ Descartes, tại một điểm có tọa độ (x, y, z) :

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + z^2)} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \mathbf{a}_x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \mathbf{a}_y + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \mathbf{a}_z \right)$$

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

Cường độ điện trường (3)

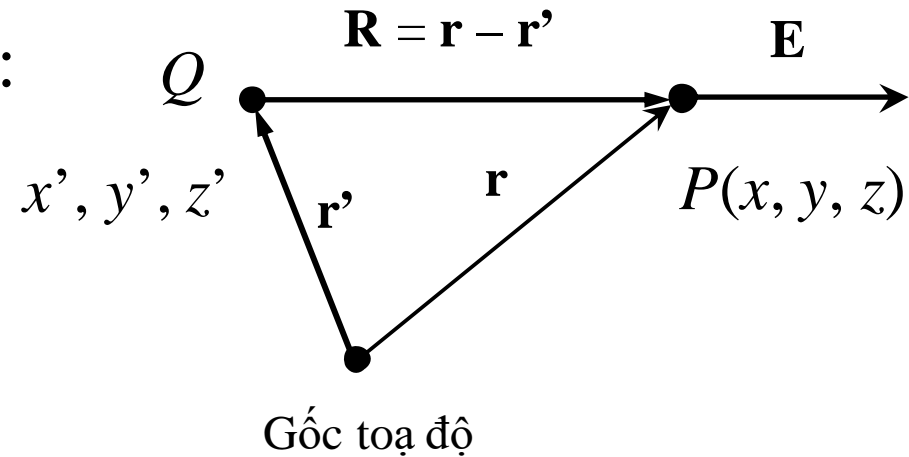


Cường độ điện trường (4)

- Nếu Q không ở gốc tọa độ:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \\ \mathbf{a}_R = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \end{array} \right\}$$



$$\rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{Q(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

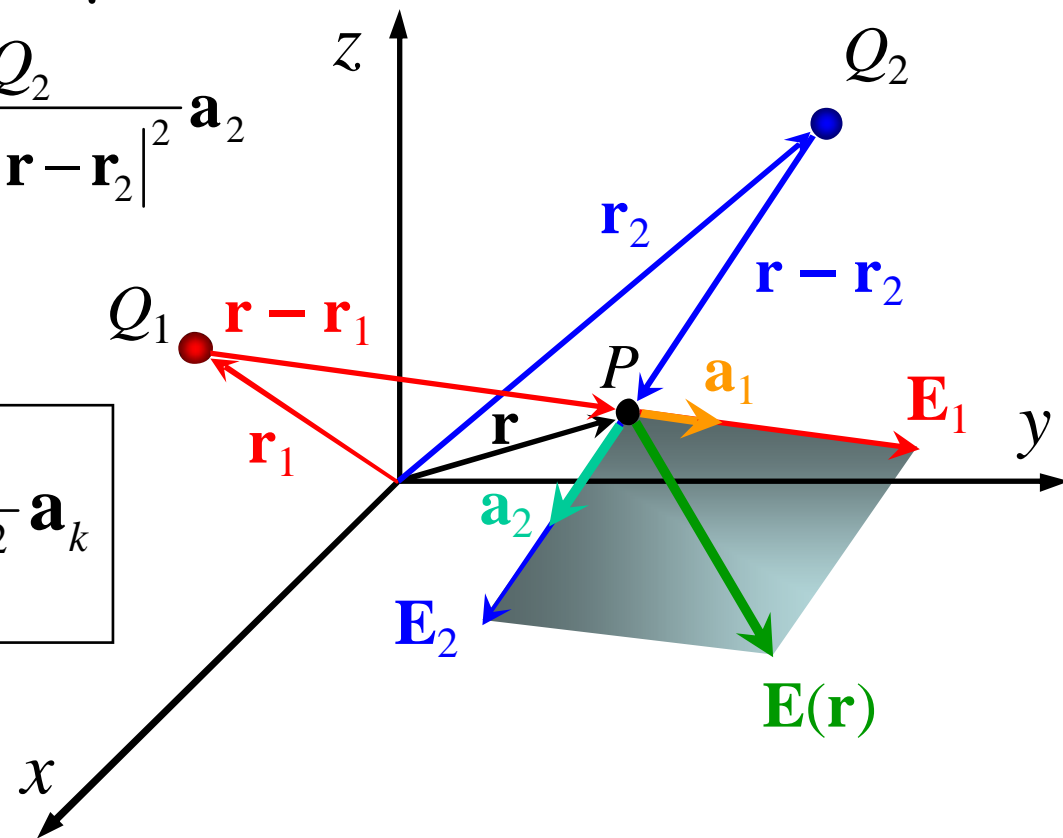
$$= \frac{Q[(x - x')\mathbf{a}_x + (y - y')\mathbf{a}_y + (z - z')\mathbf{a}_z]}{4\pi\epsilon_0 [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{3/2}}$$

Cường độ điện trường (5)

- Lực Coulomb có tính tuyến tính \rightarrow \mathbf{E} do 2 điện tích tạo ra bằng tổng của \mathbf{E} do từng điện tích tạo ra:

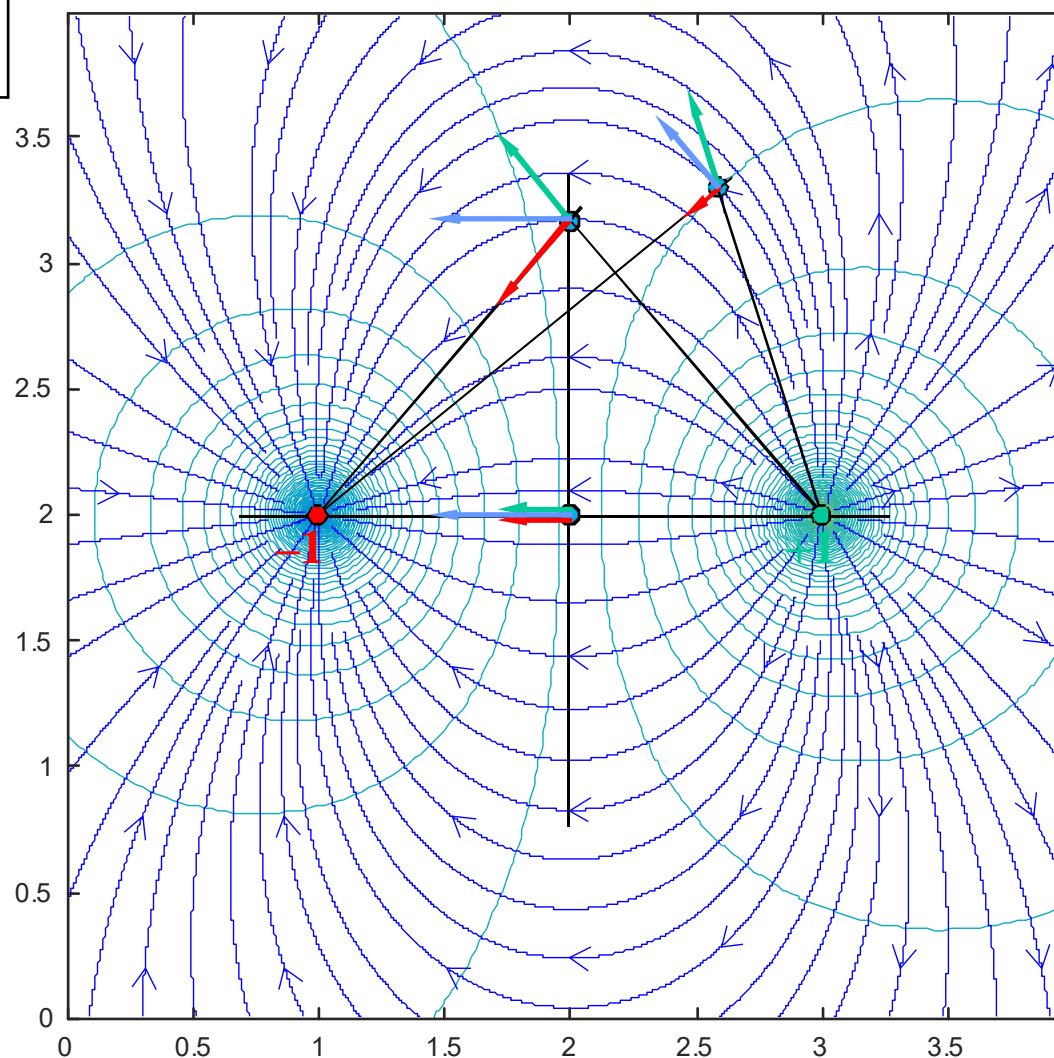
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^2} \mathbf{a}_1 + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^2} \mathbf{a}_2$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^2} \mathbf{a}_k$$



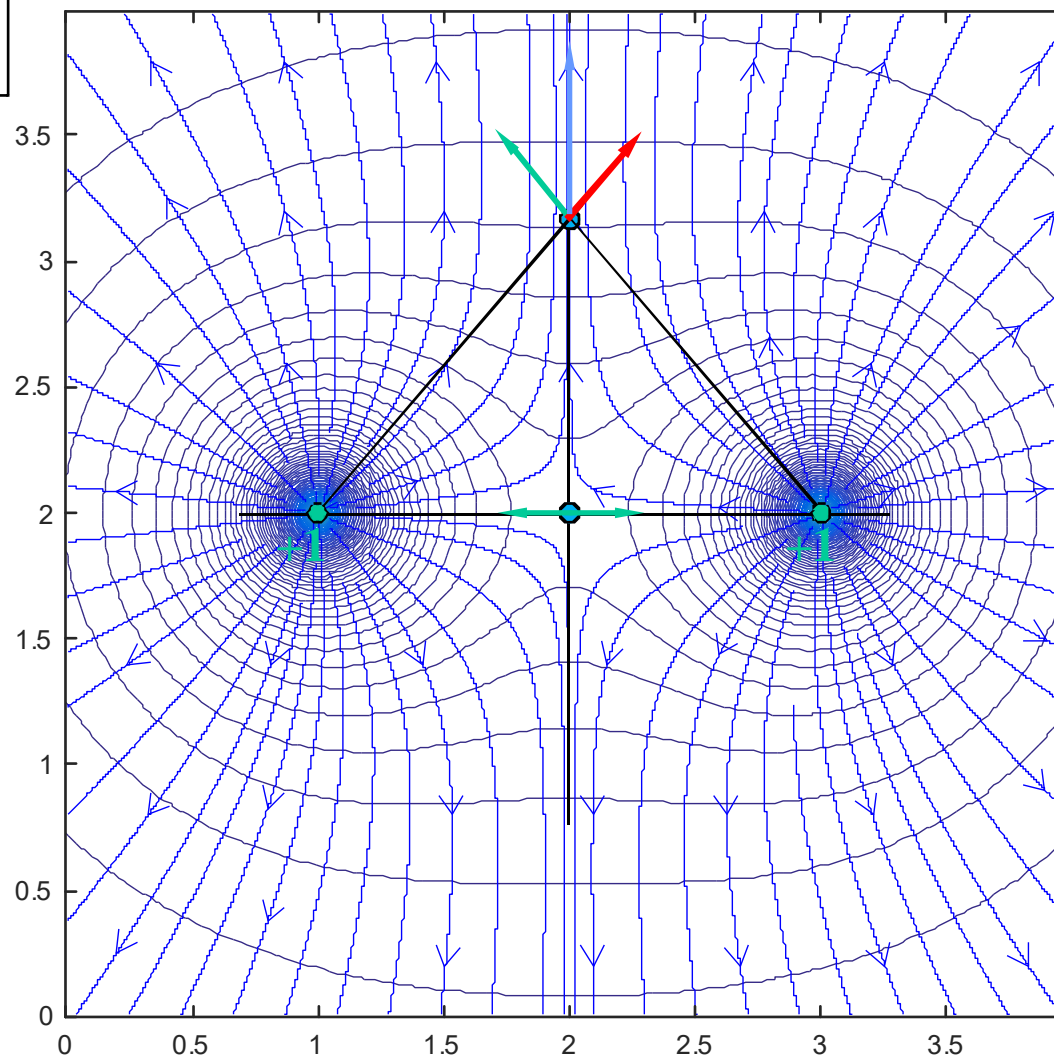
$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

Cường độ điện trường (6)



$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

Cường độ điện trường (7)

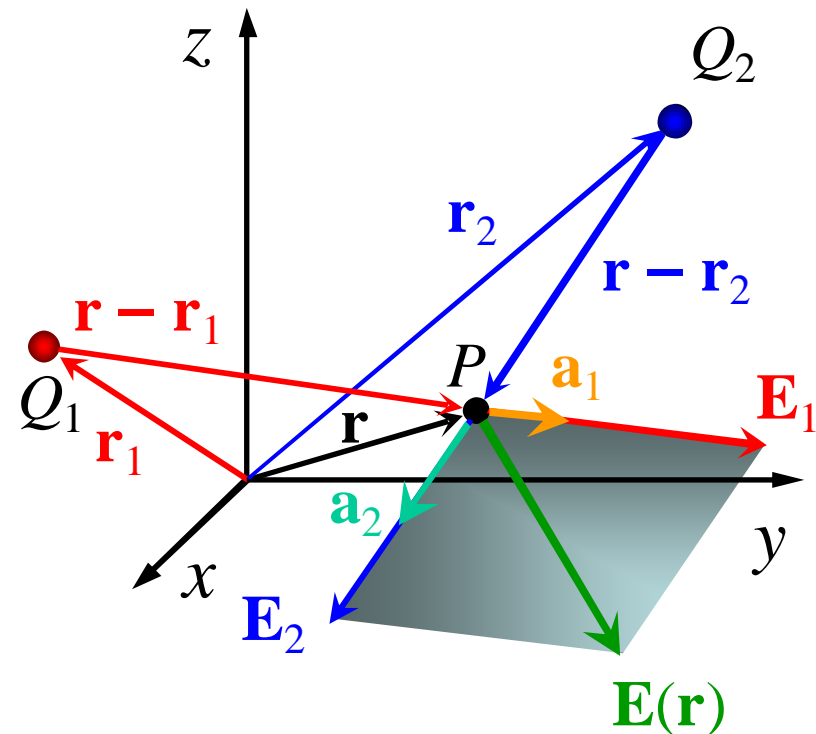


Ví dụ 1

Cường độ điện trường (8)

Cho $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_1(3, -2, 1)$, $Q_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_2(1, 0, -2)$, $Q_3 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_3(0, 2, 2)$, $Q_4 = -10^{-9} \text{ C}$ ở $P_4(-1, 0, 2)$. Tính cường độ điện trường tại $P(1, 1, 1)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^2} \mathbf{a}_k \\ &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^2} \mathbf{a}_1 + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^2} \mathbf{a}_2 + \\ &\quad + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_3|^2} \mathbf{a}_3 + \frac{Q_4}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_4|^2} \mathbf{a}_4 \\ \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 &= (x - x_1)\mathbf{a}_x + (y - y_1)\mathbf{a}_y + (z - z_1)\mathbf{a}_z \\ &= (1 - 3)\mathbf{a}_x + (1 - (-2))\mathbf{a}_y + (1 - 1)\mathbf{a}_z \\ &= -2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y \end{aligned}$$



Ví dụ 1

Cường độ điện trường (9)

Cho $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_1(3, -2, 1)$, $Q_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_2(1, 0, -2)$, $Q_3 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ở $P_3(0, 2, 2)$, $Q_4 = -10^{-9} \text{ C}$ ở $P_4(-1, 0, 2)$. Tính cường độ điện trường tại $P(1, 1, 1)$.

$$\mathbf{E} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^2} \mathbf{a}_1 + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^2} \mathbf{a}_2 + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_3|^2} \mathbf{a}_3 + \frac{Q_4}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_4|^2} \mathbf{a}_4$$

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_1 = -2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y \rightarrow \begin{cases} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = 3,32 \\ \mathbf{a}_1 = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} = \frac{-2}{3,32} \mathbf{a}_x + \frac{3}{3,32} \mathbf{a}_y = -0,60\mathbf{a}_x + 0,91\mathbf{a}_y \end{cases}$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2| = 3,16 \quad \mathbf{a}_2 = 0,32\mathbf{a}_y + 0,95\mathbf{a}_z$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_3| = 1,73 \quad \mathbf{a}_3 = 0,58\mathbf{a}_x - 0,58\mathbf{a}_y - 0,58\mathbf{a}_z$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_4| = 2,45 \quad \mathbf{a}_4 = 0,82\mathbf{a}_x + 0,41\mathbf{a}_y - 0,41\mathbf{a}_z$$

Ví dụ 1**Cường độ điện trường (10)**

Cho $Q_1 = 4.10^{-9} \text{ C}$ ở $P_1(3, -2, 1)$, $Q_2 = -3.10^{-9} \text{ C}$ ở $P_2(1, 0, -2)$, $Q_3 = 2.10^{-9} \text{ C}$ ở $P_3(0, 2, 2)$, $Q_4 = -10^{-9} \text{ C}$ ở $P_4(-1, 0, 2)$. Tính cường độ điện trường tại $P(1, 1, 1)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{4.10^{-4}}{4\pi\epsilon_0.3,32^2} (-0,60\mathbf{a}_x + 0,91\mathbf{a}_y) \\ &+ \frac{-3.10^{-4}}{4\pi\epsilon_0.3,16^2} (0,32\mathbf{a}_y + 0,95\mathbf{a}_z) + \\ &+ \frac{2.10^{-4}}{4\pi\epsilon_0.1,73^2} (0,58\mathbf{a}_x - 0,58\mathbf{a}_y - 0,58\mathbf{a}_z) + \\ &+ \frac{-10^{-4}}{4\pi\epsilon_0.2,45^2} (0,82\mathbf{a}_x + 0,41\mathbf{a}_y - 0,41\mathbf{a}_z) \\ &= \boxed{24,66\mathbf{a}_x + 9,99\mathbf{a}_y - 32,40\mathbf{a}_z \text{ V/m}} \end{aligned}$$

Luật Coulomb & cường độ điện trường

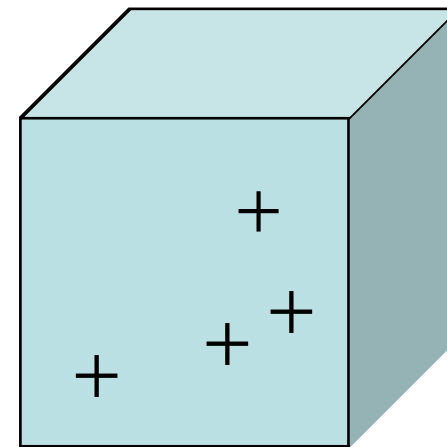
1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
- 3. Điện trường của một điện tích khối liên tục**
4. Điện trường của một điện tích đường
5. Điện trường của một điện tích mặt
6. Đường sức
7. Ứng dụng

Điện tích khối (1)

- Xét một vùng không gian được lấp đầy bằng một lượng lớn hạt mang điện
- Một cách gần đúng, coi phân bố điện tích trong vùng đó là liên tục
- Có thể mô tả vùng đó bằng *mật độ điện tích khối* (đơn vị C/m³):

$$\rho_v = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v}$$

$$Q = \int_V \rho_v dv$$



Điện tích khối (2)

- Điện trường tại \mathbf{r} do một điện tích khối gây ra?
- Điện trường tại \mathbf{r} do một ΔQ tại \mathbf{r}' gây ra:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rightarrow \Delta\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\Delta Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \\ &\quad \Delta Q = \rho_v \Delta v \end{aligned} \right\}$$
$$\rightarrow \Delta\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\rho_v \Delta v}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

- \rightarrow điện trường tại \mathbf{r} do một điện tích khối gây ra:

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\mathbf{r}') dv'}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}$$

Điện tích khối (3)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\mathbf{r}') dv'}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

- \mathbf{r} : véctor định vị \mathbf{E}
- \mathbf{r}' : véctor định vị nguồn điện tích $\rho(\mathbf{r}') dv'$
- Biến của tích phân này là x', y', z' trong hệ tọa độ Descartes

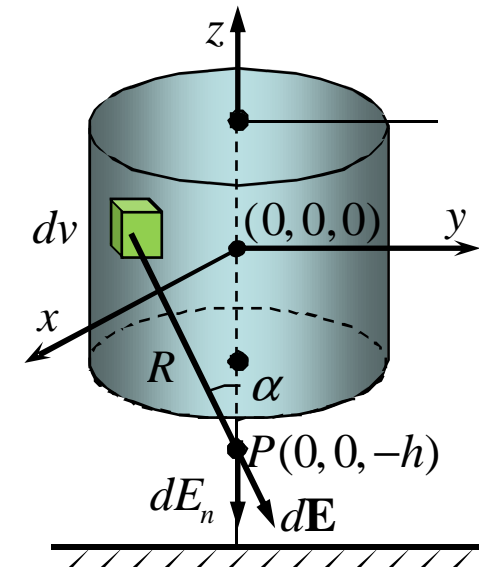
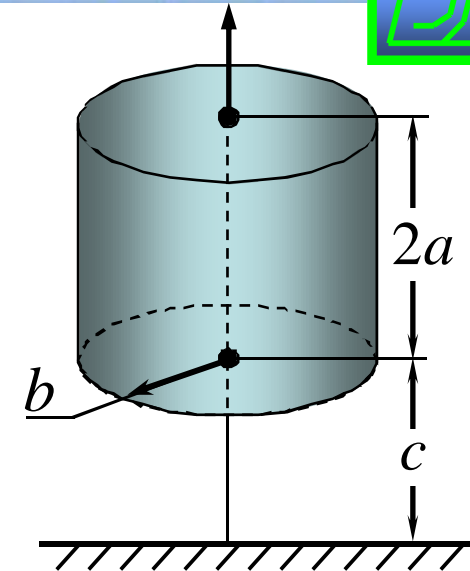
VD

Điện tích khối (4)

Một đám mây có dạng hình trụ với bán kính $b = 1000$ m, chiều cao $2a = 4000$ m, đáy cách mặt đất $c = 1000$ m. Đám mây có mật độ điện tích $\rho_v = 10^{-9}$ C/m³ phân bố đều bên trong. Tìm \mathbf{E} :

a) Ở trên mặt đất & nằm dưới tâm của đám mây?

b) Ở đáy đám mây & nằm trên trục của đám mây?



$$dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$dQ = \rho_v dv$$

$$dv = \rho d\rho d\phi dz$$

$$R = \sqrt{\rho^2 + (h+z)^2}$$

$$\rightarrow dE = \frac{\rho_v \rho d\rho d\phi dz}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (h+z)^2]}$$

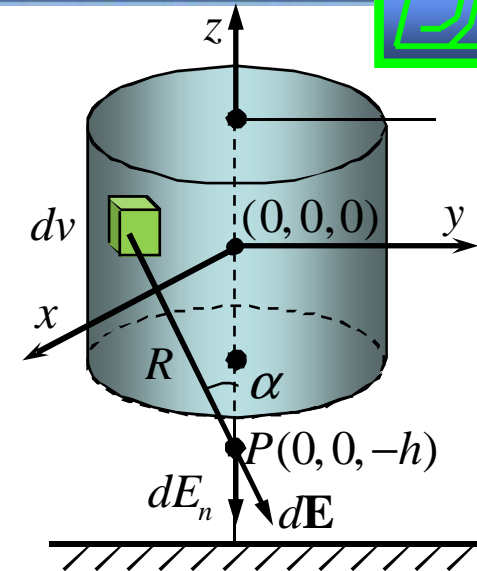
VD

Điện tích khối (5)

Một đám mây có dạng hình trụ với bán kính $b = 1000$ m, chiều cao $2a = 4000$ m, đáy cách mặt đất $c = 1000$ m. Đám mây có mật độ điện tích $\rho_v = 10^{-9}$ C/m³ phân bố đều bên trong. Tìm \mathbf{E} :

a) Ở trên mặt đất & nằm dưới tâm của đám mây?

b) Ở đáy đám mây & nằm trên trục của đám mây?



$$dE = \frac{\rho_v \rho d\rho d\phi dz}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (h+z)^2]}$$

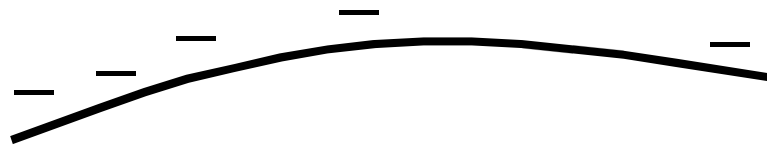
$$dE_n = dE \cos \alpha = \frac{\rho_v \rho d\rho d\phi dz}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (h+z)^2]} \frac{h+z}{R} = \frac{\rho_v \rho (h+z) d\rho d\phi dz}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (h+z)^2]^{3/2}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\mathbf{a}_z \int_V dE_n = -\mathbf{a}_z \int_{\rho=0}^b \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z=-a}^a \frac{\rho_v \rho (h+z) d\rho d\phi dz}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (h+z)^2]^{3/2}} \\ &= -\mathbf{a}_z \frac{\rho_v}{2\epsilon_0} \left[2a + \sqrt{b^2 + (h-a)^2} - \sqrt{b^2 + (h+a)^2} \right] \text{ V/m} \end{aligned}$$

Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
- 4. Điện trường của một điện tích đường**
5. Điện trường của một điện tích mặt
6. Đường sức
7. Ứng dụng

Điện tích đường (1)

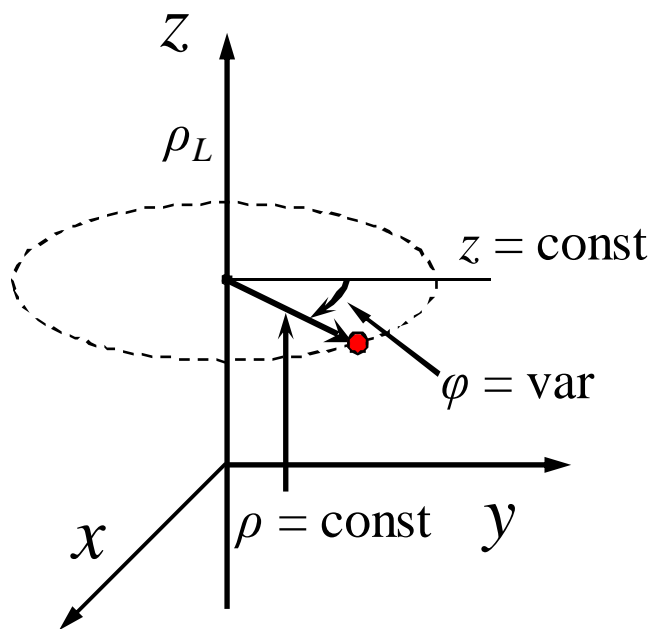


- Xét một tia điện tử (trong ống phóng tia catốt) hoặc một dây dẫn tích điện có bán kính rất nhỏ
- Nếu
 - Các điện tử chuyển động đều, &
 - Bỏ qua từ trường sinh ra
- Thì coi tia điện tử/dây dẫn tích điện có một *mật độ điện tích đường* ρ_L (đơn vị C/m)
- Thường xét trong hệ tọa độ trụ tròn
- Nếu dây dài vô hạn thì E của điện tích đường chỉ phụ thuộc vào ρ

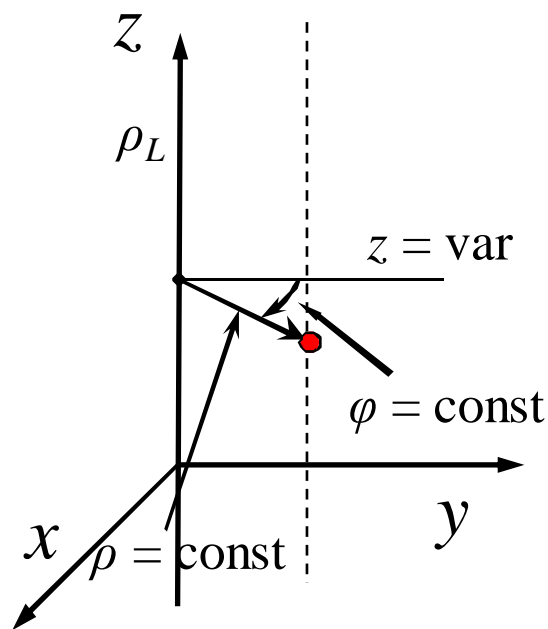
$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R$$

Điện tích đường (2)

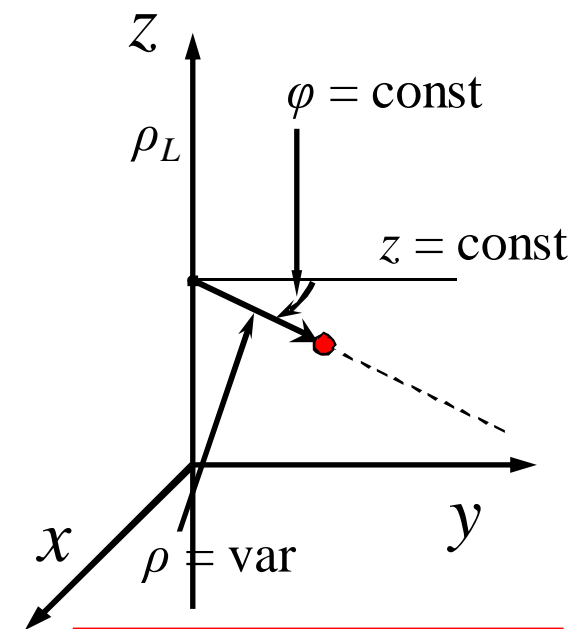
Nếu dây dài vô hạn thì E của điện tích đường chỉ phụ thuộc vào ρ



$$\left. \begin{array}{l} \rho = \text{const} \\ \phi = \text{var} \\ z = \text{const} \end{array} \right\} \rightarrow E = \text{const}$$



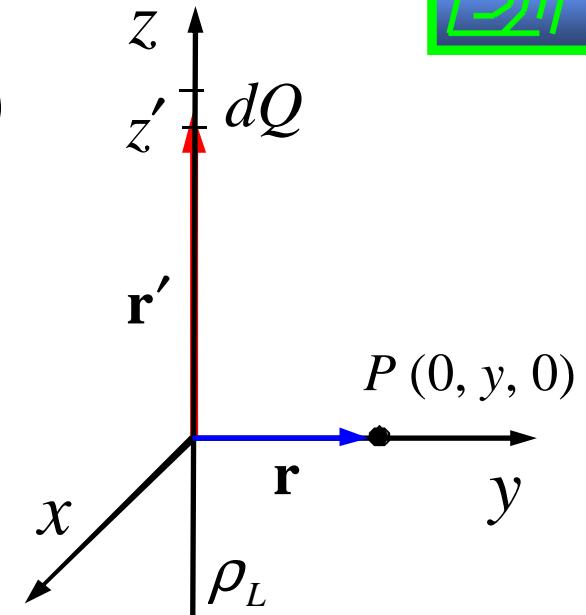
$$\left. \begin{array}{l} \rho = \text{const} \\ \phi = \text{const} \\ z = \text{var} \end{array} \right\} \rightarrow E = \text{const}$$



$$\left. \begin{array}{l} \rho = \text{var} \\ \phi = \text{const} \\ z = \text{const} \end{array} \right\} \rightarrow E = \text{var}$$

Điện tích đường (3)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{Q(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rightarrow d\mathbf{E} = \frac{dQ(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \\ \rho_L &= \frac{dQ}{dz'} \rightarrow dQ = \rho_L dz' \end{aligned} \right\}$$



$$\begin{aligned} &\rightarrow d\mathbf{E} = \frac{\rho_L dz'(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \\ \left. \begin{aligned} \mathbf{r} &= y\mathbf{a}_y = \rho\mathbf{a}_\rho \\ \mathbf{r}' &= z'\mathbf{a}_z \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \mathbf{r} - \mathbf{r}' &= \rho\mathbf{a}_\rho - z'\mathbf{a}_z \\ |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| &= \sqrt{\rho^2 + (z')^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow d\mathbf{E} = \frac{\rho_L dz'(\rho\mathbf{a}_\rho - z'\mathbf{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (z')^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

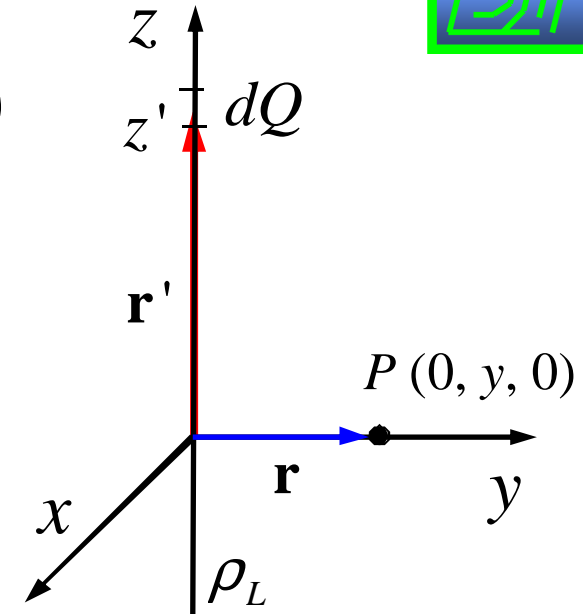
Điện tích đường (4)

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho_L dz' (\rho \mathbf{a}_\rho - z' \mathbf{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (z')^2]^{3/2}} = dE_\rho \mathbf{a}_\rho + dE_z \mathbf{a}_z \left\{ \begin{array}{l} E \text{ không phụ thuộc vào } z \rightarrow dE_z = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow dE = dE_\rho = \frac{\rho_L \rho dz'}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (z')^2]^{3/2}}$$

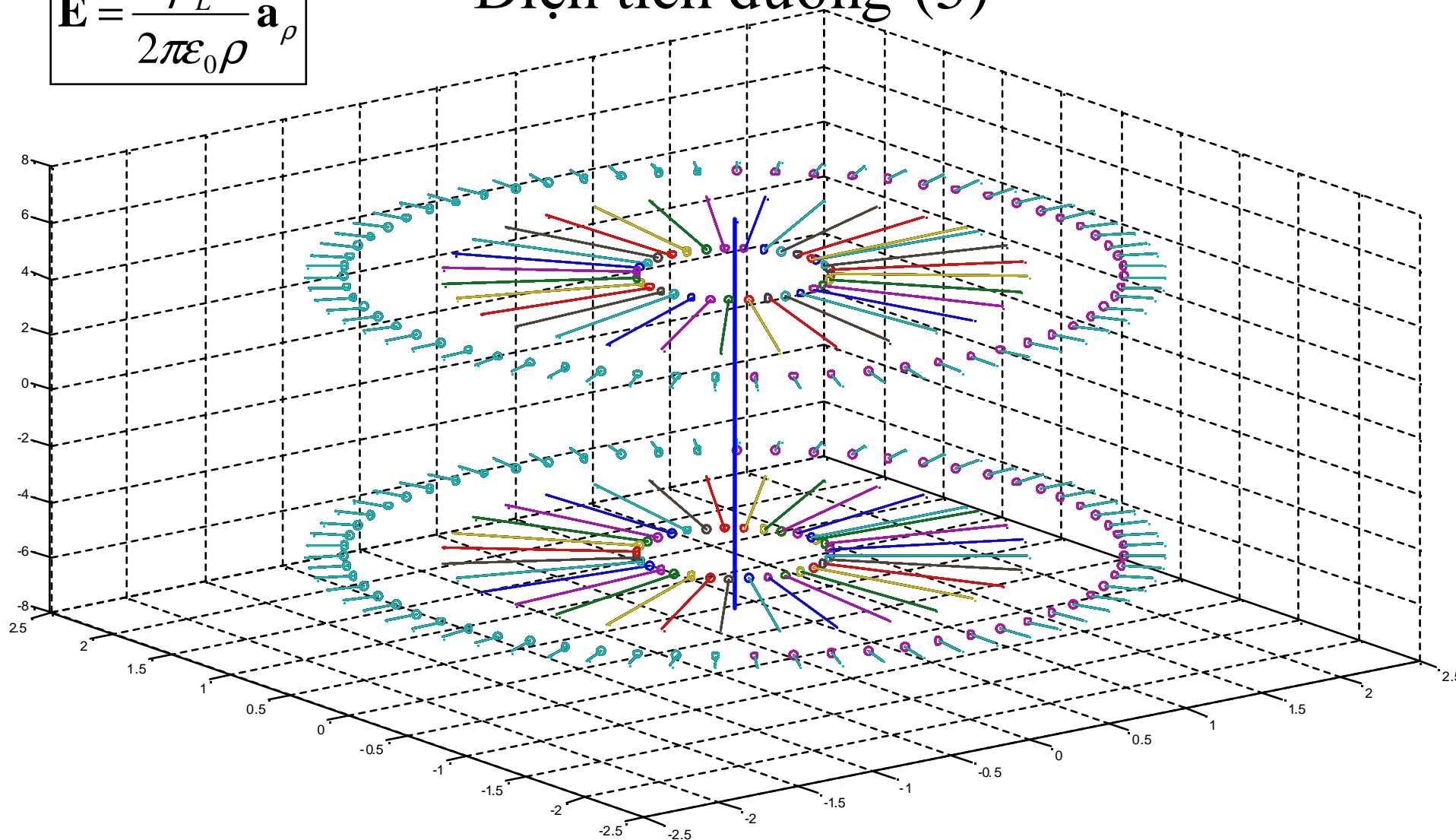
$$\rightarrow E_\rho = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_L \rho dz'}{4\pi\epsilon_0 [\rho^2 + (z')^2]^{3/2}} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 \rho}$$

$$\rightarrow \boxed{\mathbf{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho}$$



$$\mathbf{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} \mathbf{a}_\rho$$

Điện tích đường (5)



Ví dụ 1 Điện tích đường (6)

Mật độ điện tích đường của trục x & y là 5 nC/m , đặt trong chân không. Tính cường độ điện trường tại $(0, 0, 3)$.

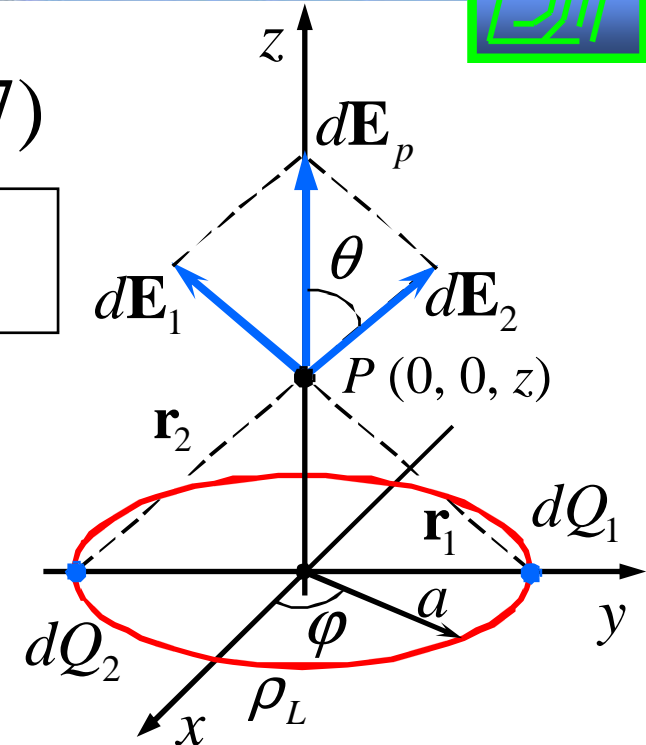
Ví dụ 2

Điện tích đường (7)

Xét một vòng tròn bán kính a với phân bố điện tích đường đều ρ_L . Tìm cường độ điện trường ở P ?

$$\left. \begin{aligned} dE_1 &= \frac{dQ_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \\ dQ_1 &= \rho_L dL = \rho_L a d\varphi \\ r_1 &= \sqrt{a^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow dE_1 = \frac{\rho_L a d\varphi}{4\pi\epsilon_0 (a^2 + z^2)}$$

$$\left. \begin{aligned} dE_{Pz} &= 2dE_{1z} = 2dE_1 \cos\theta \\ \cos\theta &= \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \end{aligned} \right\}$$



$$\rightarrow dE_{Pz} = \frac{\rho_L a z d\varphi}{2\pi\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} \rightarrow E_{Pz} = \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{\rho_L a z d\varphi}{2\pi\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\rho_L a z}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\rightarrow \mathbf{E}_P = \frac{\rho_L a z}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z$$

Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
4. Điện trường của một điện tích đường
- 5. Điện trường của một điện tích mặt**
6. Đường sức
7. Ứng dụng

Điện tích mặt (1)



- Điện tích phân bố đều trên *bề mặt* của một tấm phẳng (ví dụ bản tụ điện)
- Đặc trưng bằng *mật độ điện tích mặt* ρ_s (đơn vị C/m²)

$$\rho_s = \frac{dQ}{dS}$$

Điện tích mặt (2)

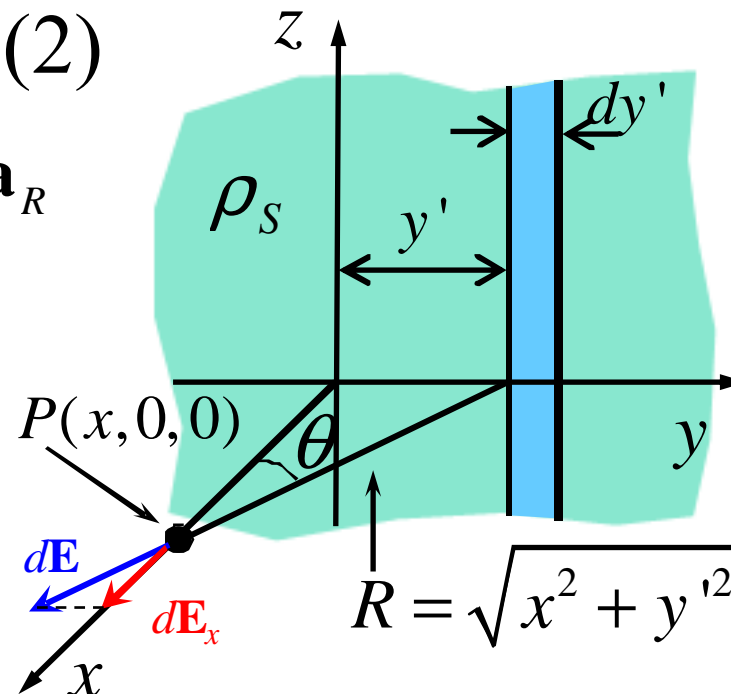
$$\mathbf{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} \mathbf{a}_R \rightarrow d\mathbf{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\sqrt{x^2 + y'^2}} \mathbf{a}_R$$

$$dQ = \rho_S dS = \rho_S L dy'$$

$$L \rightarrow \infty$$

$$\rightarrow \rho_L = \frac{dQ}{L} = \frac{\rho_S L dy'}{L} = \rho_S dy'$$

$$\rightarrow d\mathbf{E} = \frac{\rho_S dy' \mathbf{a}_R}{2\pi\epsilon_0\sqrt{x^2 + y'^2}} \left. \begin{array}{l} \\ dE_x = dE \cos\theta \end{array} \right\} \rightarrow dE_x = \frac{\rho_S dy' \cos\theta}{2\pi\epsilon_0\sqrt{x^2 + y'^2}}$$

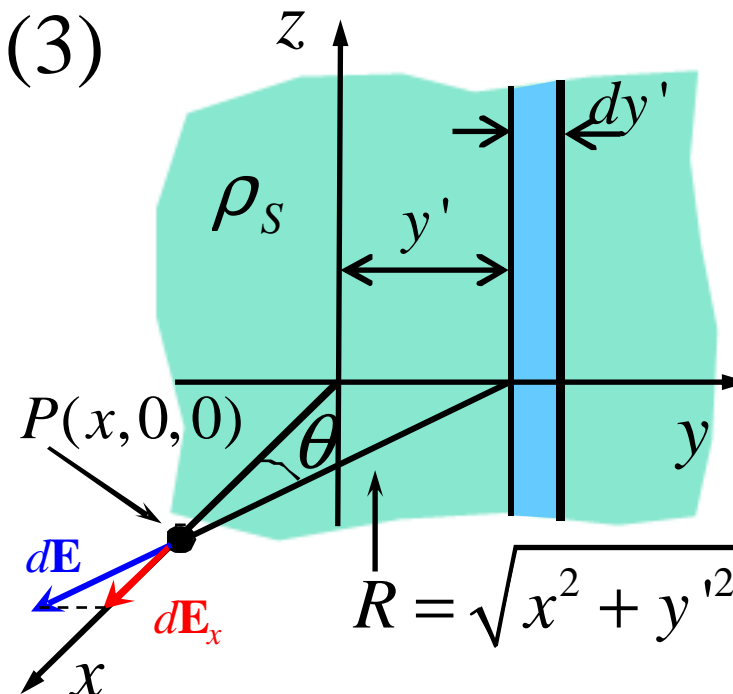


Điện tích mặt (3)

$$\left. \begin{aligned} dE_x &= \frac{\rho_s dy' \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y'^2}} \\ \cos \theta &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y'^2}} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow dE_x = \frac{\rho_s}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x dy'}{x^2 + y'^2}$$

$$\rightarrow E_x = \frac{\rho_s}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dy'}{x^2 + y'^2} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

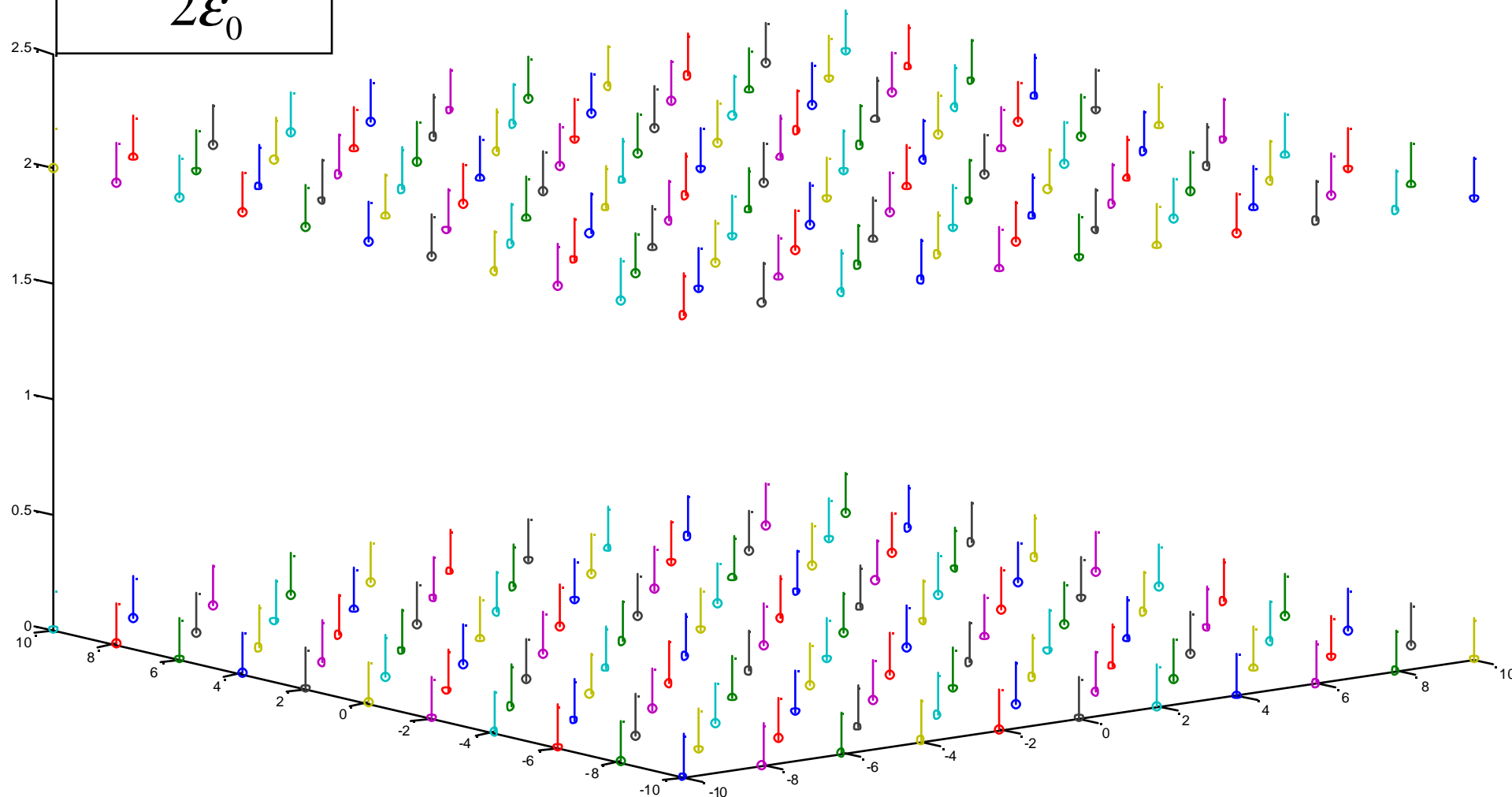


$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_N}$$

(\mathbf{a}_N : vectơ vuông góc với mặt phẳng tích điện)

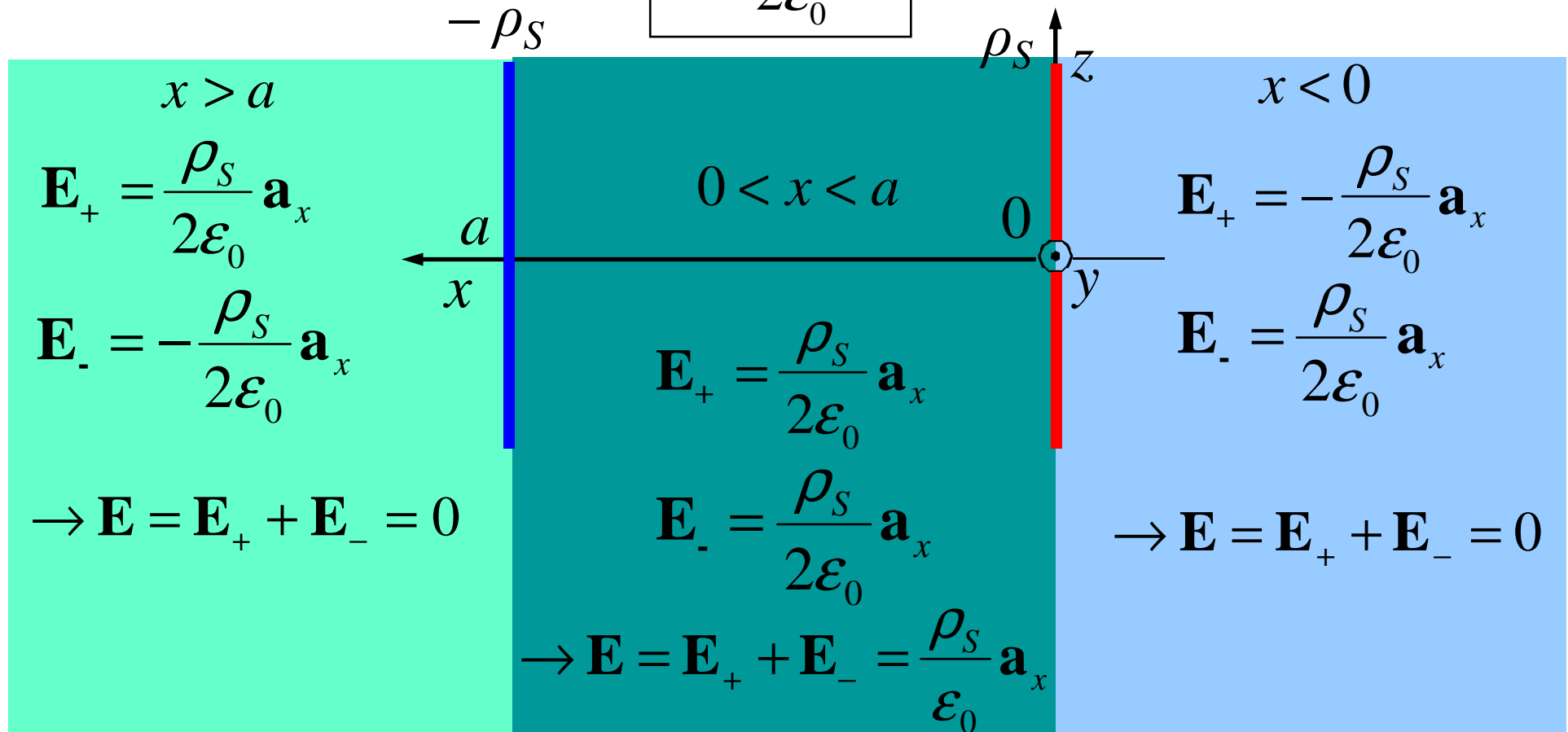
$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_N$$

Điện tích mặt (4)



Điện tích mặt (5)

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_N$$



VD1

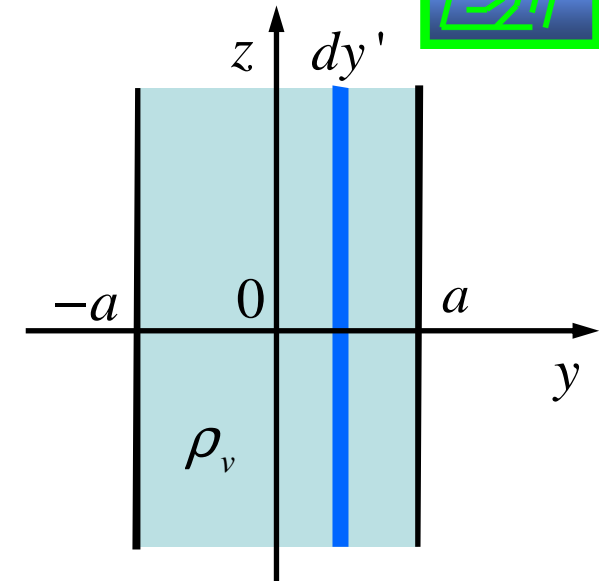
Điện tích mặt (5)

Cho ba mặt phẳng vô hạn (song song với xOy) tại $z = -3$, $z = 2$ & $z = 3$. Chúng có mật độ điện tích mặt lần lượt là 4 nC/m^2 , 6 nC/m^2 & -9 nC/m^2 . Tính cường độ điện trường tại $P(5, 5, 5)$.

VD2

Điện tích mặt (6)

Một vùng không gian nằm giữa hai mặt phẳng rộng vô hạn và song song với nhau, trong vùng này có điện tích phân bố đều với mật độ ρ_v . Tìm \mathbf{E} ?



$$\rho_s = \rho_v dy'$$

$$y \leq -a: \quad dE_y = -\frac{\rho_s}{2\epsilon_0} = -\frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} \rightarrow E_y = -\int_{-a}^a \frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} = -\frac{a\rho_v}{\epsilon_0}$$

$$y \geq a: \quad dE_y = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} = \frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} \rightarrow E_y = \int_{-a}^a \frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} = \frac{a\rho_v}{\epsilon_0}$$

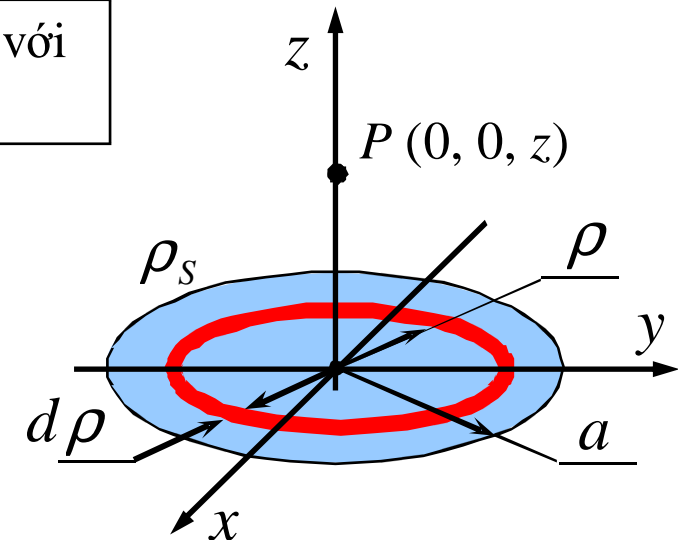
$$-a \leq y \leq a: \quad \rightarrow E_y = \int_{-a}^y \frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} - \int_y^a \frac{\rho_v dy'}{2\epsilon_0} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0} y$$

VD3

Điện tích mặt (7)

Một đĩa phẳng có bán kính a & có điện tích phân bố đều với mật độ ρ_s . Tìm \mathbf{E} ở P ?

$$\left. \begin{aligned} \rho_L &= \rho_s d\rho \\ dE_{Pz} &= \frac{\rho_L \rho z}{2\epsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\}$$

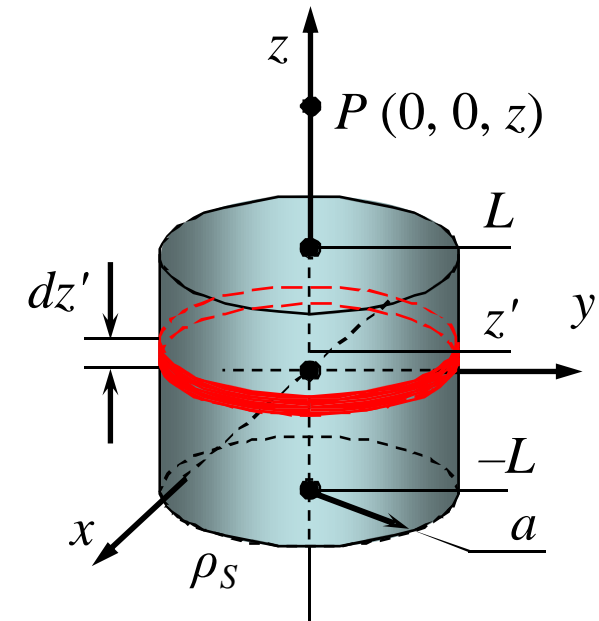


$$\rightarrow dE_{Pz} = \frac{(\rho_s d\rho) \rho z}{2\epsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{3/2}} \rightarrow E_{Pz} = \int_0^a \frac{(\rho_s d\rho) \rho z}{2\epsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{3/2}} = -\frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{z}{|z|} \right)$$

VD4

Điện tích mặt (8)

Một hình trụ rỗng với bán kính a , chiều dài $2L$, mặt bên có điện tích phân bố đều với mật độ ρ_S . Tính \mathbf{E} ở P ?



$$\left. \begin{aligned} \rho_L &= \rho_S dz' \\ dE_{Pz} &= \frac{\rho_L a z}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\}$$

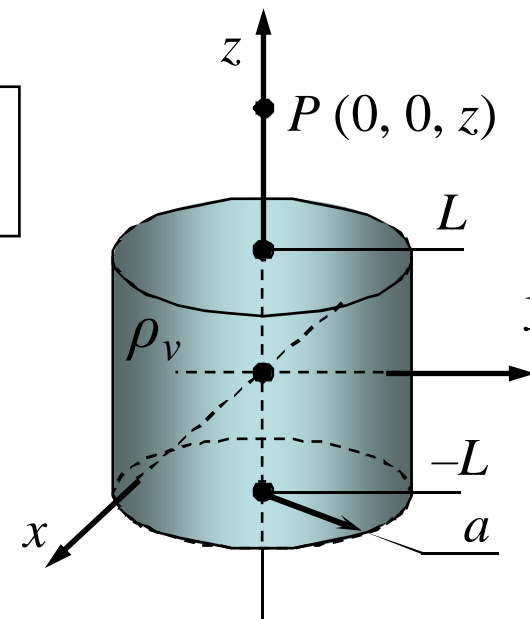
$$\rightarrow dE_{Pz} = \frac{(\rho_S dz') a (z - z')}{2\epsilon_0 [a^2 + (z - z')^2]^{3/2}} \rightarrow E_{Pz} = \int_{-L}^L \frac{(\rho_S dz') a (z - z')}{2\epsilon_0 [a^2 + (z - z')^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{\rho_S a}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + (z - L)^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (z + L)^2}} \right]$$

VD5

Điện tích mặt (9)

Một hình trụ đặc (bán kính a & chiều dài $2L$) có điện tích phân bố đều với mật độ ρ_v . Tìm \mathbf{E} ở P ?



Các dạng phân bố điện tích

Điện tích điểm

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

Điện tích đường

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho$$

Điện tích mặt

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_N$$

Điện tích khối

$$\mathbf{E} = \int_V \frac{\rho_v(\mathbf{r}') dV'}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

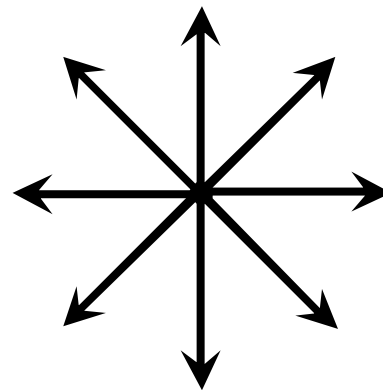
Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
4. Điện trường của một điện tích đường
5. Điện trường của một điện tích mặt
- 6. Đường sức**
7. Ứng dụng



Đường sức

- Minh họa trực quan một điện trường
- Tập hợp các vectơ chỉ hướng của điện trường
- Một điện tích tự do nhỏ dương được đặt trên một đường sức sẽ tăng tốc theo hướng của đường sức đó

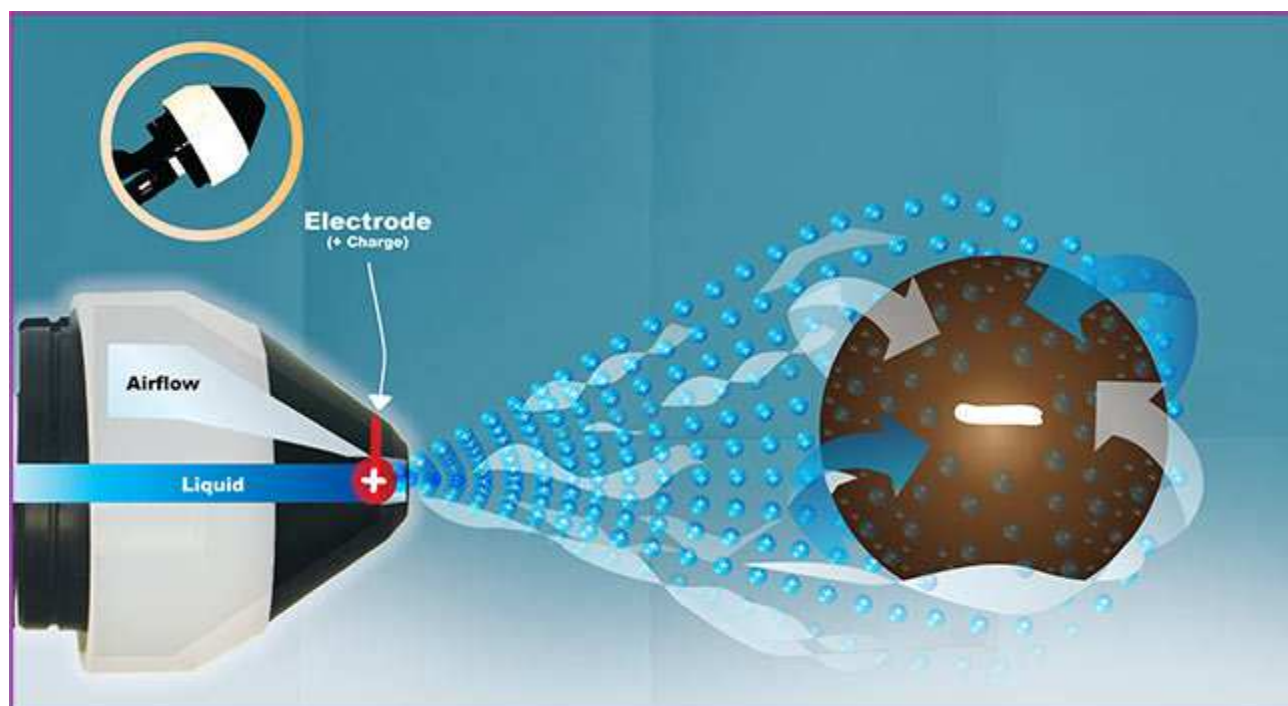


Luật Coulomb & cường độ điện trường

1. Luật Coulomb
2. Cường độ điện trường
3. Điện trường của một điện tích khối liên tục
4. Điện trường của một điện tích đường
5. Điện trường của một điện tích mặt
6. Đường sức
- 7. Ứng dụng**

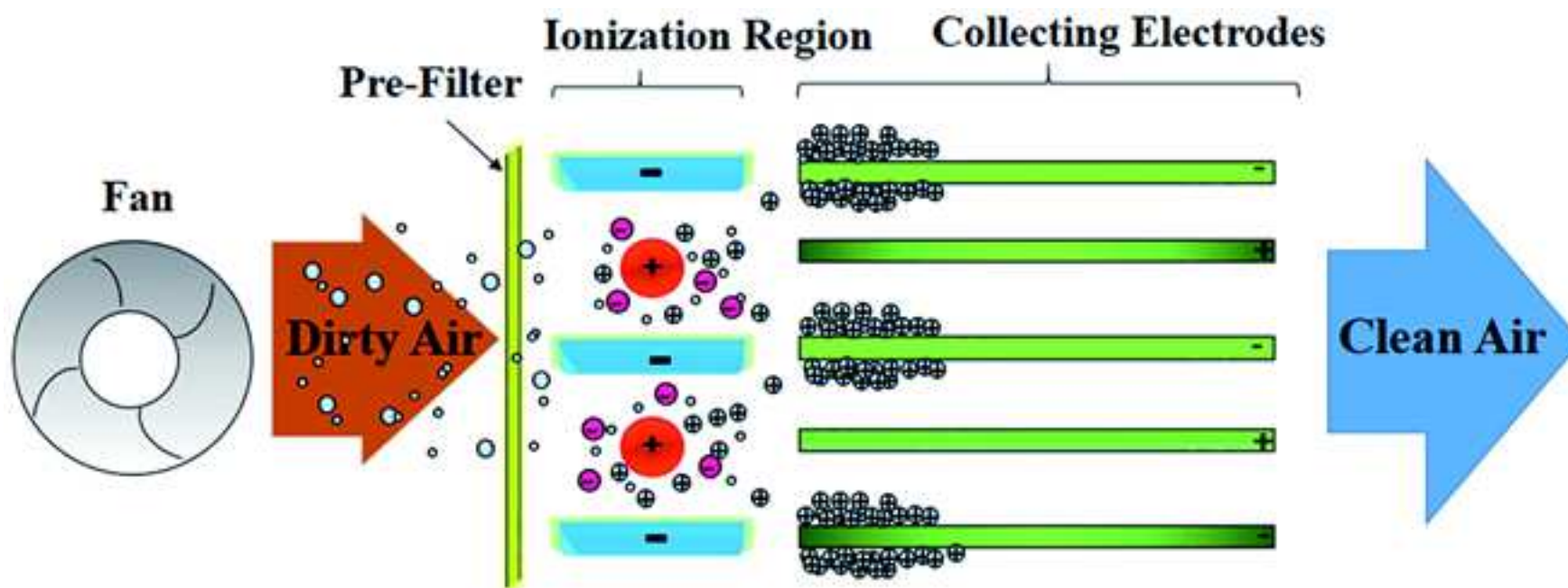


Ứng dụng (1) Sơn tĩnh điện



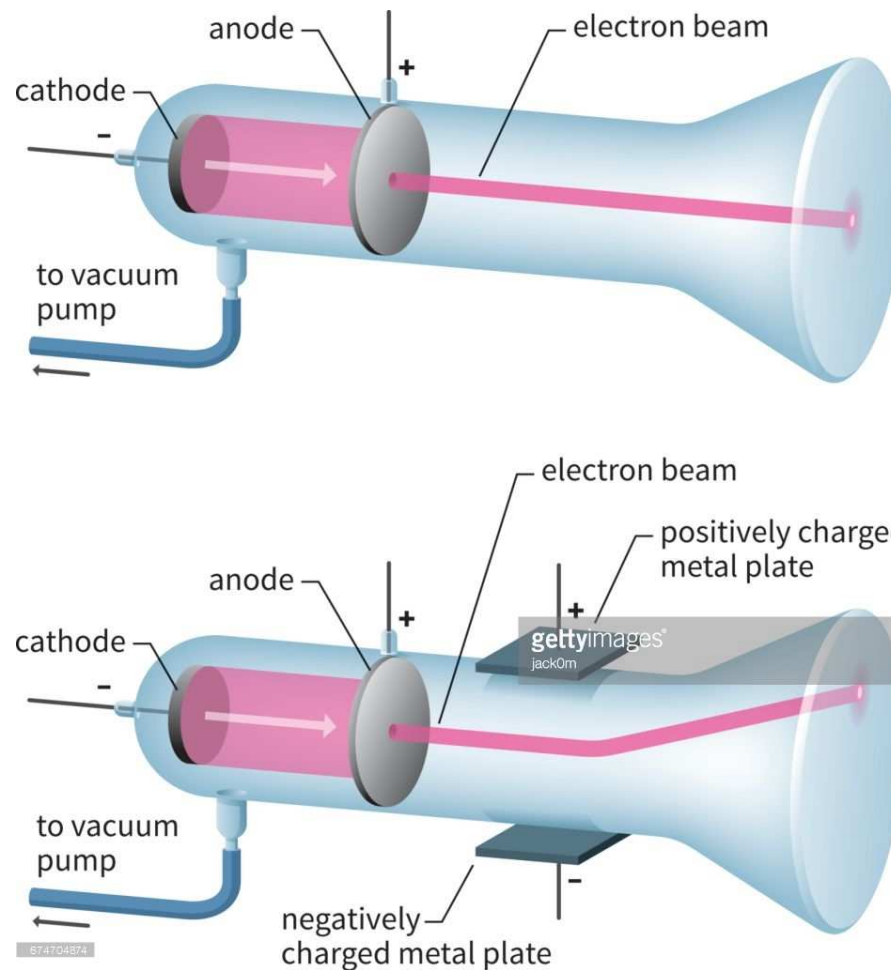
<http://haisolutionsllc.com/index.php/resources/78-germ-buster-cart>

Ứng dụng (2) – Lọc tĩnh điện



<http://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2016/ra/c6ra13542k/unauth#!divAbstract>

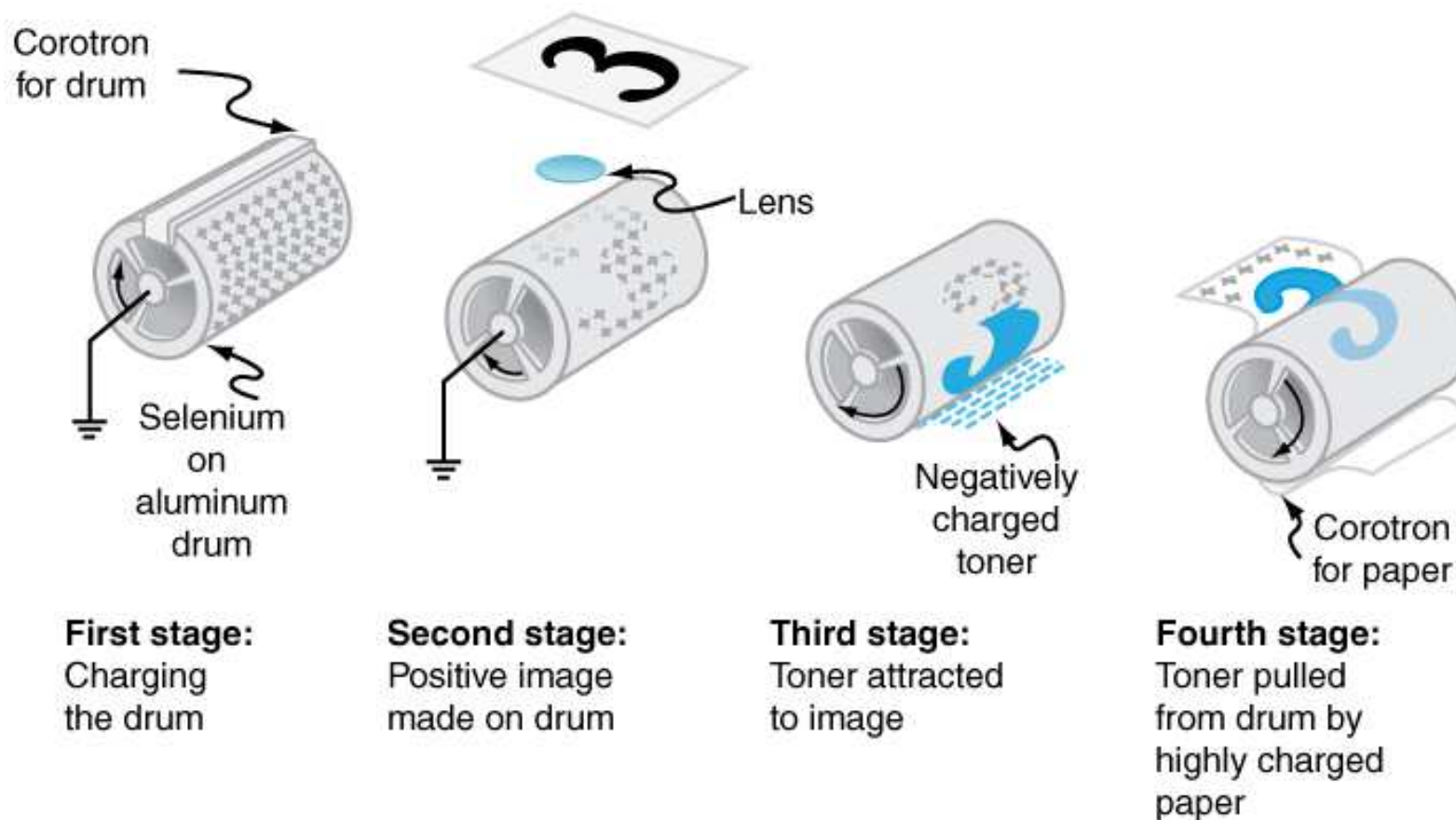
Ứng dụng (3) Màn hình CRT



<http://www.gettyimages.com/detail/illustration/cathode-ray-tube-royalty-free-illustration/674704874>

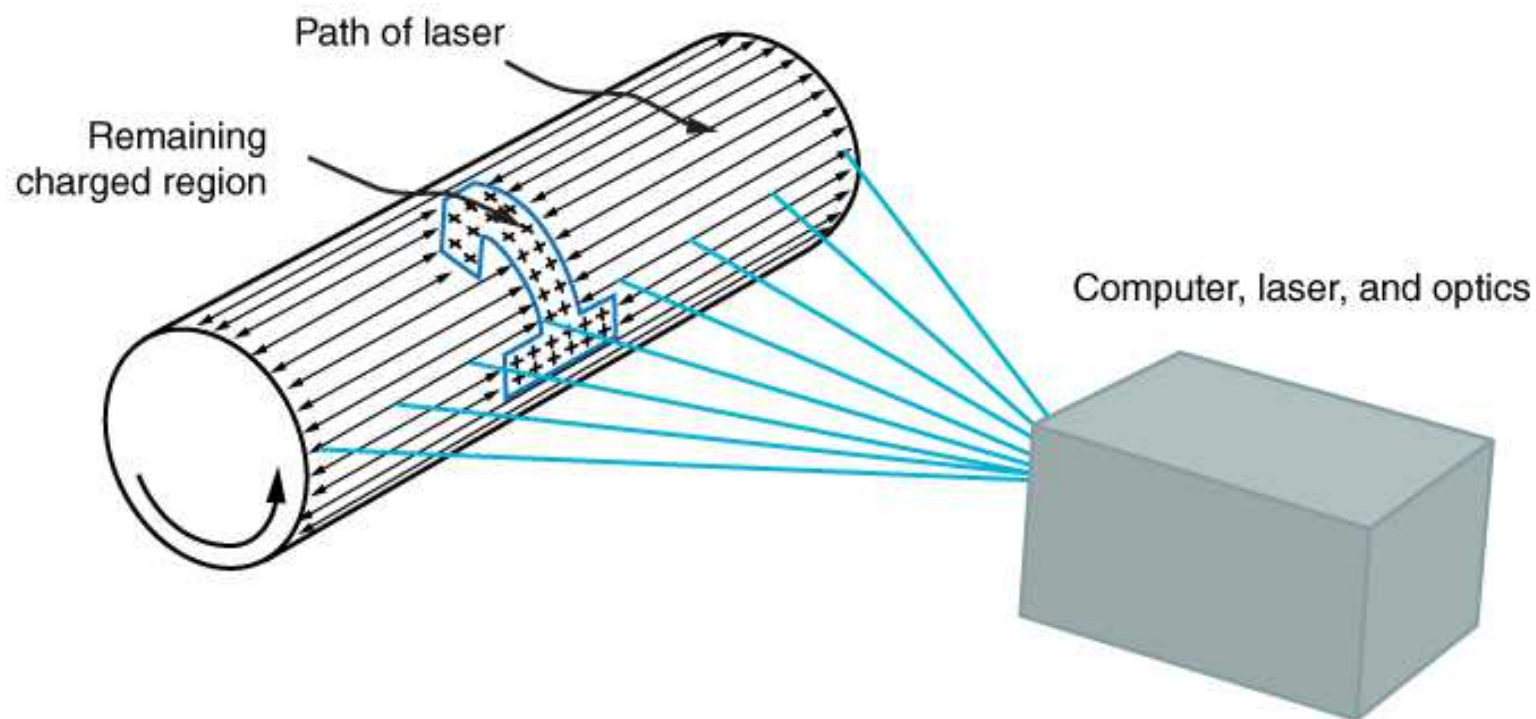
Luật Coulomb & cường độ điện trường - sites.google.com/site/ncpdhbkhn

Ứng dụng (4) Máy photocopy



<http://archive.cnx.org/contents/b76ece9b-3fb0-4701-bb7a-b92b7941e4c5@1/18-9-applications-of-electrostatics>

Ứng dụng (4) Máy in laser



<http://archive.cnx.org/contents/b76ece9b-3fb0-4701-bb7a-b92b7941e4c5@1/18-9-applications-of-electrostatics>

Luật Coulomb & cường độ điện trường - sites.google.com/site/ncpdhbkhn