



TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI



Nguyễn Công Phương

Lý thuyết trường điện từ

Dòng điện & vật dẫn

Nội dung

- I. Giới thiệu
- II. Giải tích véctor
- III. Luật Coulomb & cường độ điện trường
- IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & divergence
- V. Năng lượng & điện thế
- VI. Dòng điện & vật dẫn**
- VII. Điện môi & điện dung
- VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
- IX. Từ trường dừng
- X. Lực từ & điện cảm
- XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
- XII. Sóng phẳng
- XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
- XIV. Dẫn sóng & bức xạ

Dòng điện & vật dẫn

1. Dòng điện & mật độ dòng điện
2. Vật dẫn kim loại
3. Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ
4. Phương pháp soi gương
5. Bán dẫn

Dòng điện & mật độ dòng điện (1)

- Các hạt điện tích chuyển động tạo thành dòng điện

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- Đơn vị A (ampère)
- Dòng điện là dòng chuyển động của các hạt mang điện tích dương

Dòng điện & mật độ dòng điện (2)

- Dòng điện: biến thiên điện tích (theo thời gian) qua một mặt, đơn vị A
- Mật độ dòng điện: \mathbf{J} (A/m²)
- Gia số của dòng điện qua một vi phân mặt vuông góc với mật độ dòng điện:

$$\Delta I = J_N \Delta S$$

- Nếu mật độ dòng điện không vuông góc với mặt:

$$\Delta I = \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{S}$$

- Dòng tổng:

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

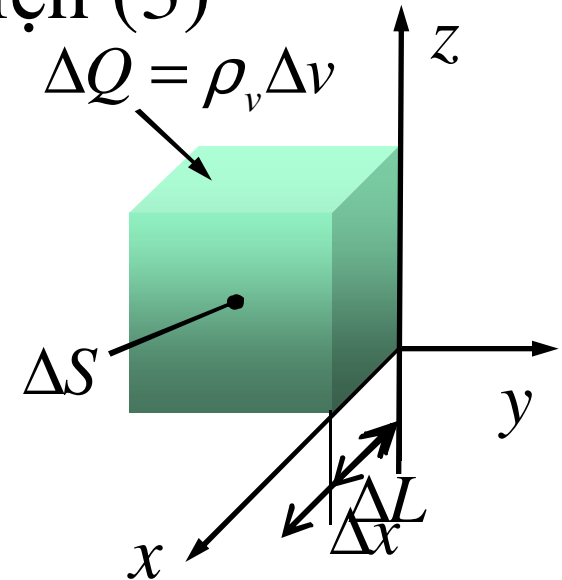
Dòng điện & mật độ dòng điện (3)

$$\Delta Q = \rho_v \Delta v = \rho_v \Delta S \Delta L$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Q = \rho_v \Delta S \Delta x \\ \Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta I = \rho_v \Delta S \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{array}{l} = \rho_v \Delta S v_x \\ \Delta I = J_x \Delta S \end{array} \right\} \rightarrow J_x = \rho_v v_x$$

$$\rightarrow \boxed{\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}}$$



Ví dụ 1 Dòng điện & mật độ dòng điện (4)

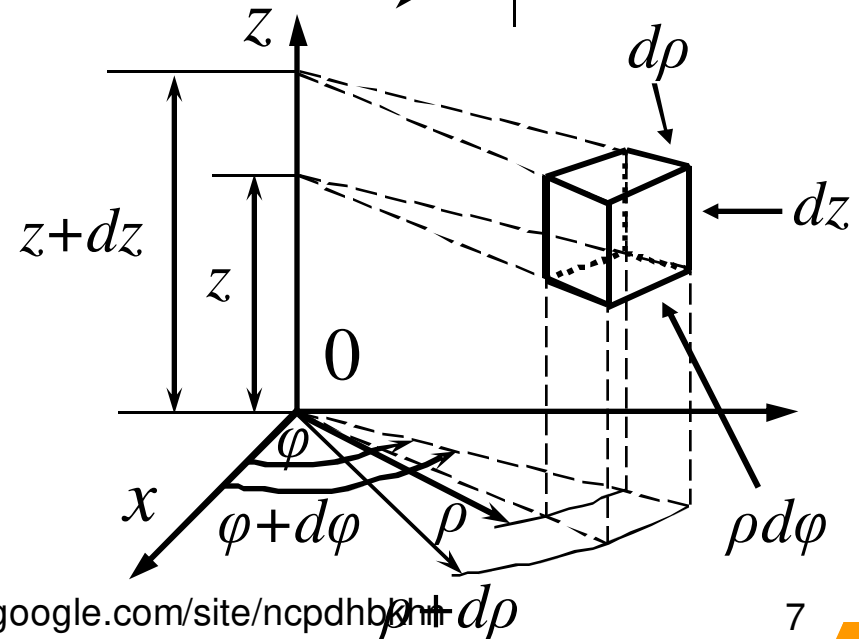
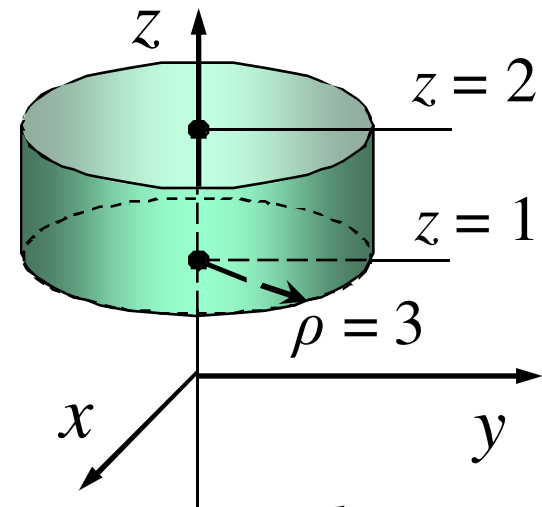
Cho $\mathbf{J} = 10\rho^2 z \mathbf{a}_\rho - 4\rho \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi$ mA/m². Tính dòng điện tổng chảy ra khỏi mặt đứng của hình trụ.

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{J}|_{\rho=3} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{J}|_{\rho=3} = 10 \cdot 3^2 z \mathbf{a}_\rho - 4 \cdot 3 \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi$$

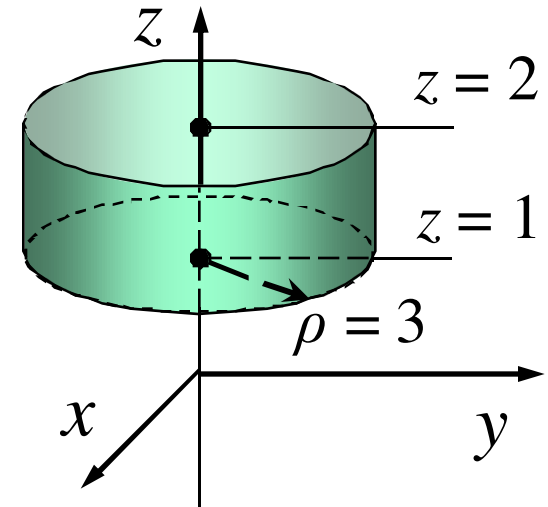
$$= 90z \mathbf{a}_\rho - 12 \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi$$

$$d\mathbf{S} = \rho d\varphi dz \mathbf{a}_\rho = 3 d\varphi dz \mathbf{a}_\rho$$



Ví dụ 1 Dòng điện & mật độ dòng điện (4)

Cho $\mathbf{J} = 10\rho^2 z \mathbf{a}_\rho - 4\rho \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi$ mA/m². Tính dòng điện tổng chảy ra khỏi mặt đứng của hình trụ.



$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{J}|_{\rho=3} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{J}|_{\rho=3} = 10 \cdot 3^2 z \mathbf{a}_\rho - 4 \cdot 3 \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi$$

$$\left. \begin{aligned} &= 90z \mathbf{a}_\rho - 12 \cos^2 \varphi \mathbf{a}_\varphi \\ d\mathbf{S} &= \rho d\varphi dz \mathbf{a}_\rho = 3 d\varphi dz \mathbf{a}_\rho \end{aligned} \right\} \rightarrow \mathbf{J}|_{\rho=3} \cdot d\mathbf{S} = 270z d\varphi dz$$

$$\rightarrow I = \int_{z=1}^{z=2} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} 270z d\varphi dz = \int_{z=1}^{z=2} 2\pi \cdot 270z dz = 2,54 \text{ A}$$



Dòng điện & mật độ dòng điện (5)

Dòng điện chảy ra khỏi một mặt kín: $I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$

Điện tích dương trong mặt kín: Q_i

Định luật bảo toàn điện tích

$$\rightarrow I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

- Trong lý thuyết mạch, $I = dQ/dt$ vì đó là dòng chảy vào
- Trong lý thuyết trường, $I = -dQ/dt$ vì đó là dòng chảy ra

Dòng điện & mật độ dòng điện (6)

$$\left. \begin{aligned} I &= \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dQ_i}{dt} \\ \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} &= \int_V (\nabla \cdot \mathbf{J}) dv \quad (\text{định lý divergence}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \int_V (\nabla \cdot \mathbf{J}) dv &= -\frac{dQ_i}{dt} \\ Q_i &= \int_V \rho_v dv \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \int_V (\nabla \cdot \mathbf{J}) dv = -\frac{d}{dt} \int_V \rho_v dv = \int_V -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} dv$$

$$\rightarrow (\nabla \cdot \mathbf{J}) \Delta v = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \Delta v \rightarrow \boxed{\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}}$$

Ví dụ 2 Dòng điện & mật độ dòng điện (7)

Khảo sát mật độ dòng điện $\mathbf{J} = \frac{e^{-t}}{r} \mathbf{a}_r$ A/m².

$$I = J_r S = \frac{e^{-t}}{r} (4\pi r^2) = 4\pi r e^{-t}$$

$$I|_{t=1 \text{ s}, r=5 \text{ m}} = 4\pi 5 e^{-1} = 23,1 \text{ A}$$

$$I|_{t=1 \text{ s}, r=6 \text{ m}} = 4\pi 6 e^{-1} = 27,7 \text{ A}$$

Ví dụ 2 Dòng điện & mật độ dòng điện (8)

Khảo sát mật độ dòng điện $\mathbf{J} = \frac{e^{-t}}{r} \mathbf{a}_r$ A/m².

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} &= \nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot \left(\frac{e^{-t}}{r} \mathbf{a}_r \right) \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{e^{-t}}{r} \right) = \frac{e^{-t}}{r^2} \rightarrow \rho_v = -\int \frac{e^{-t}}{r^2} dt + K(r) = \frac{e^{-t}}{r^2} + K(r)$$

Giả sử $\rho_v \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$, khi đó $K(r) = 0$

$$\rightarrow \rho_v = \frac{e^{-t}}{r^2} \text{ C/m}^3 \quad \rightarrow v_r = \frac{J_r}{\rho_v} = \left(\frac{e^{-t}}{r} \right) / \left(\frac{e^{-t}}{r^2} \right) = r \text{ m/s}$$

Dòng điện & vật dẫn

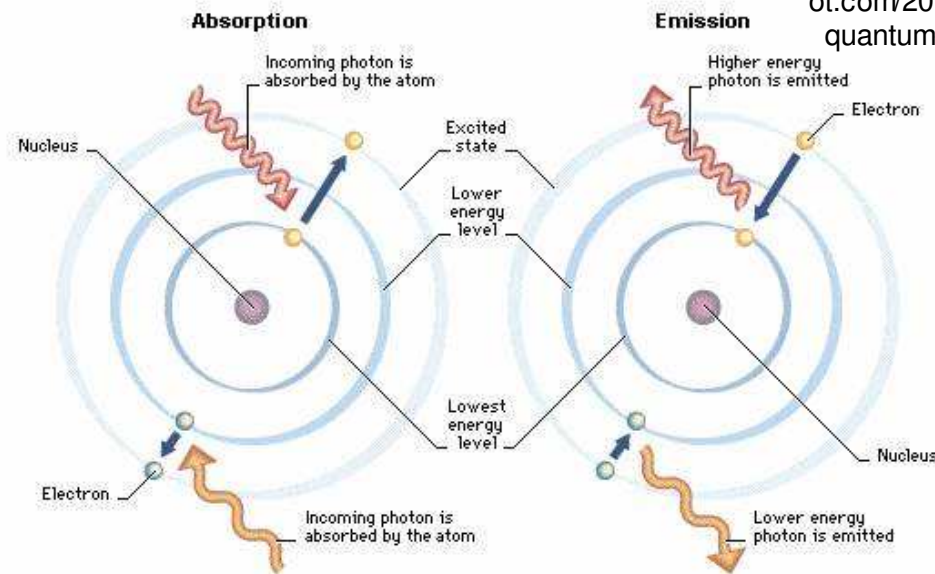
1. Dòng điện & mật độ dòng điện
- 2. Vật dẫn kim loại**
3. Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ
4. Phương pháp soi gương
5. Bán dẫn



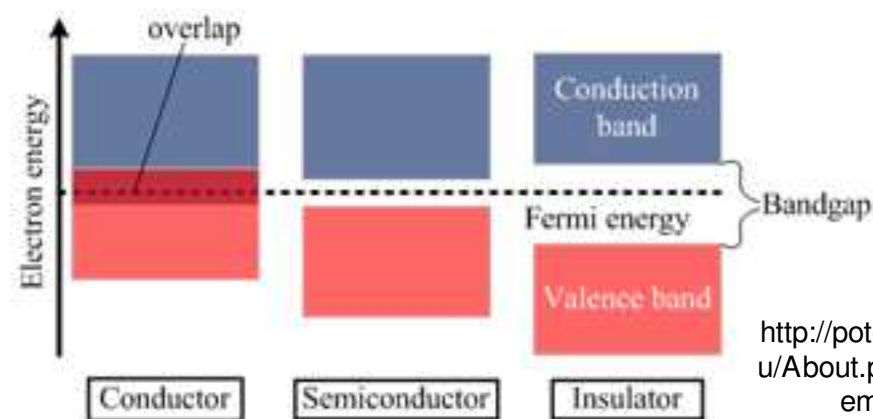
Vật dẫn kim loại (1)

- Thuyết lượng tử
- Dải hoá trị, dải dẫn, khe năng lượng
- Vật dẫn kim loại: dải hoá trị tiếp xúc với dải dẫn, trường bên ngoài có thể tạo thành một dòng điện tử
- Trong vật dẫn kim loại:

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$$



<http://samuelsolema.blogspot.com/2013/03/hw-10-quantum-theory.html>



<http://potential.eecs.utk.edu/About.php?topic=PowerSemiconductors>

Vật dẫn kim loại (2)

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$$

- Trong chân không, vận tốc của điện tử sẽ tăng liên tục
- Trong vật dẫn, vận tốc này sẽ tiến đến một giá trị trung bình hằng số:

$$\mathbf{v}_d = -\mu_e \mathbf{E}$$

- μ_e : độ cơ động của điện tử, đơn vị m^2/Vs , luôn dương
- VD: Al: 0,0012; Cu: 0,0032; Ag: 0,0056
- $\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}$
- $\rightarrow \boxed{\mathbf{J} = -\rho_e \mu_e \mathbf{E}}$

Vật dẫn kim loại (3)

$$\mathbf{J} = -\rho_e \mu_e \mathbf{E}$$

- ρ_e : mật độ điện tử tự do, có giá trị âm
- \mathbf{J} luôn cùng hướng với \mathbf{E}

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

- σ : độ dẫn điện/điện dẫn suất, (γ), đơn vị S/m
- VD: Al: $3,82 \cdot 10^7$; Cu: $5,80 \cdot 10^7$; Ag: $6,17 \cdot 10^7$

$$\sigma = -\rho_e \mu_e$$

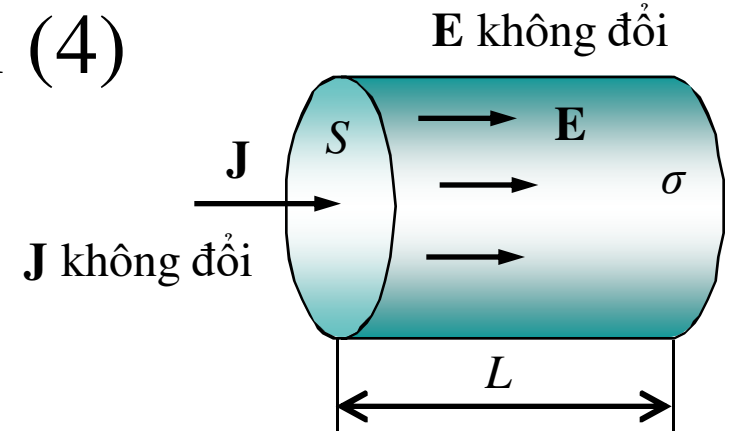
Vật dẫn kim loại (4)

$$\begin{aligned}
 I &= \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = JS \rightarrow J = \frac{I}{S} \\
 V_{ab} &= -\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \\
 &= -\mathbf{E} \cdot \int_b^a d\mathbf{L} \\
 &= -\mathbf{E} \cdot \mathbf{L}_{ba} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{L}_{ab} \\
 \rightarrow V &= EL \\
 J &= \sigma E \rightarrow J = \sigma \frac{V}{L}
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow \sigma \frac{V}{L} = \frac{I}{S} \rightarrow V = \frac{L}{\sigma S} I$$

$$R = \frac{L}{\sigma S}$$

$\rightarrow \boxed{V = RI}$
 (luật Ohm)

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{-\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}{\int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}$$



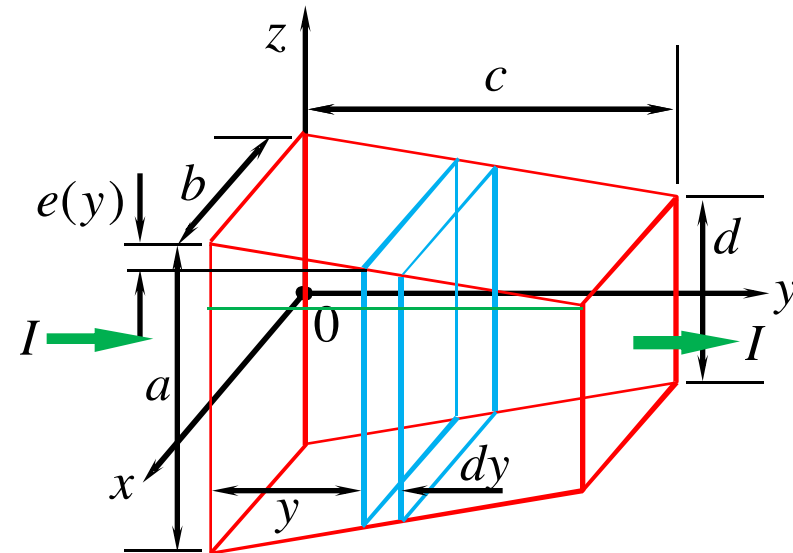
VD1

Vật dẫn kim loại (5)

$$dR = \frac{dy}{\sigma S(y)}$$

$$S(y) = b[a - 2e(y)]$$

$$\frac{e(y)}{y} = \frac{\frac{a-d}{2}}{c} \rightarrow e(y) = \frac{a-d}{2c} y$$



$$\rightarrow dR = \frac{dy}{\sigma b \left[a - 2 \frac{a-d}{2c} y \right]} = \frac{c}{\sigma b [ac - (a-d)y]} dy$$

$$\rightarrow R = \int_{y=0}^c \frac{c}{\sigma b [ac - (a-d)y]} dy$$

Vật dẫn kim loại (6)

VD2

$$R = \frac{V}{I} = \frac{-\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}{\int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}$$

$$\mathbf{E} = E(\rho) \mathbf{a}_\phi$$

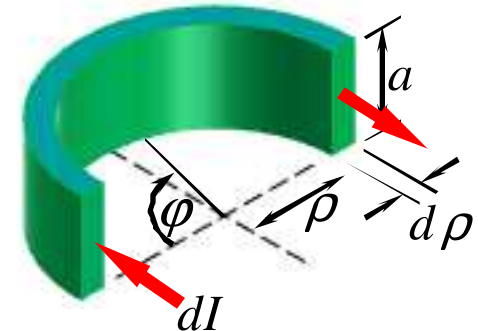
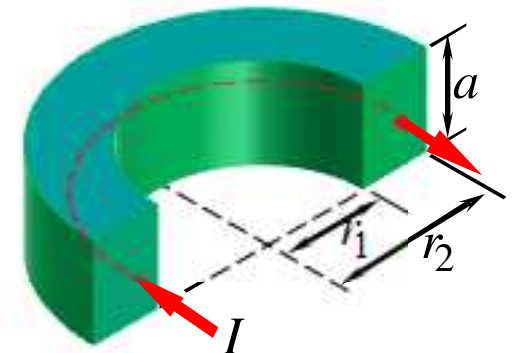
$$V = \int_{\phi=0}^{\pi} [E(\rho) \mathbf{a}_\phi] \cdot (\rho d\phi \mathbf{a}_\phi)$$

$$= \int_{\phi=0}^{\pi} E(\rho) \rho d\phi = E(\rho) \rho \int_0^{\pi} d\phi = E(\rho) \rho \pi \rightarrow E(\rho) = \frac{V}{\pi \rho}$$

$$I = \int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\rho=r_1}^{r_2} [\sigma E(\rho) \mathbf{a}_\phi] \cdot (a d\rho \mathbf{a}_\phi) = \int_{\rho=r_1}^{r_2} \sigma E(\rho) a d\rho$$

$$= \int_{\rho=r_1}^{r_2} \sigma \frac{V}{\pi \rho} a d\rho = \frac{\sigma V a}{\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{\pi}{\frac{\sigma V a}{\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\pi}{\sigma a \ln \frac{r_2}{r_1}}$$



Vật dẫn kim loại (7)

VD3

$$R = \frac{V}{I} = \frac{-\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}{\int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}$$

(Cách 1)

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v = 0 \rightarrow \nabla \cdot \epsilon \mathbf{E} = 0$$

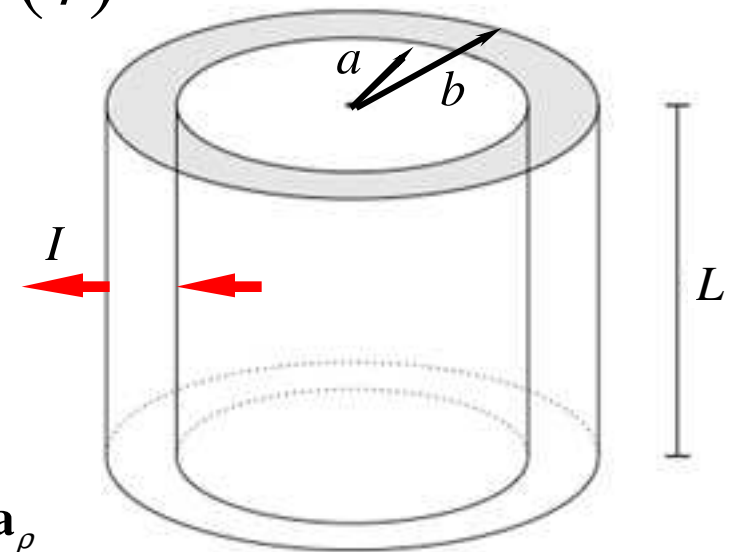
$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho D_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \mathbf{E} &= E_\rho \mathbf{a}_\rho \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \epsilon E_\rho) = 0$$

$$\rightarrow E_\rho = \frac{C}{\rho} \rightarrow \mathbf{E} = \frac{C}{\rho} \mathbf{a}_\rho$$

$$V = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_a^b \frac{C}{\rho} \mathbf{a}_\rho \cdot d\rho \mathbf{a}_\rho = C \ln \frac{b}{a} \rightarrow C = \frac{V}{\ln(b/a)} \rightarrow \mathbf{E} = \frac{V}{\rho \ln(b/a)} \mathbf{a}_\rho$$

$$I = \int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_{z=0}^L \int_{\phi=0}^{2\pi} \sigma \frac{V}{\rho \ln(b/a)} \mathbf{a}_\rho \cdot \rho d\phi dz \mathbf{a}_\rho = \frac{\sigma V 2\pi L}{\ln(b/a)}$$

$$\rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{V}{\frac{\sigma V 2\pi L}{\ln(b/a)}} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi\sigma L}$$



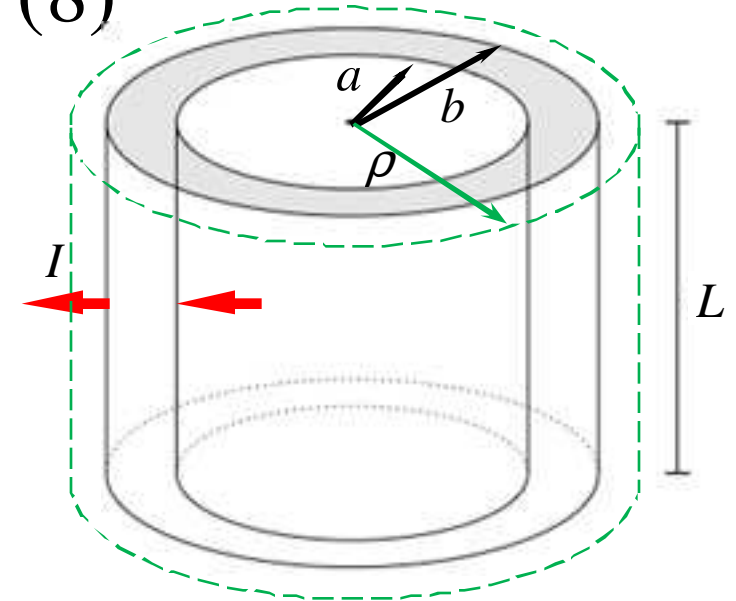
Vật dẫn kim loại (8)

VD3

$$R = \frac{V}{I} = \frac{-\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}{\int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}} \quad (\text{Cách 2})$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \\ \mathbf{E} &= E_\rho \mathbf{a}_\rho \end{aligned} \right\} \rightarrow Q = \oint_S \epsilon E_\rho \mathbf{a}_\rho \cdot d\mathbf{S} \\ = \epsilon E_\rho (2\pi\rho L) \\ \rightarrow \mathbf{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon\rho L} \mathbf{a}_\rho$$

$$\left. \begin{aligned} V &= \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_a^b \frac{Q}{2\pi\epsilon\rho L} \mathbf{a}_\rho \cdot d\rho \mathbf{a}_\rho = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln \frac{b}{a} \\ I &= \int_S \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_{z=0}^L \int_{\phi=0}^{2\pi} \sigma \frac{Q}{2\pi\epsilon\rho L} \mathbf{a}_\rho \cdot \rho d\phi dz \mathbf{a}_\rho = \frac{\sigma Q}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{\frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln \frac{b}{a}}{\frac{\sigma Q}{\epsilon}} = \boxed{\frac{\ln(b/a)}{2\pi\sigma L}}$$



Dòng điện & vật dẫn

1. Dòng điện & mật độ dòng điện
2. Vật dẫn kim loại
- 3. Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ**
4. Phương pháp soi gương
5. Bán dẫn

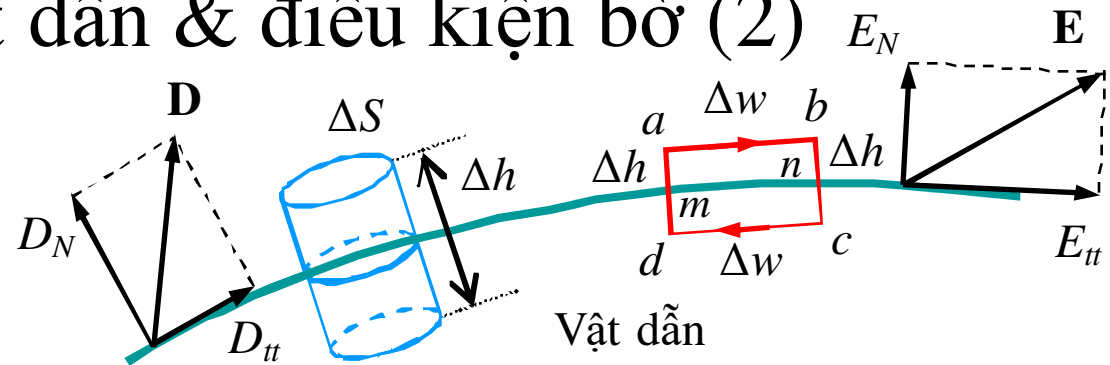


Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (1)

- Giả sử có một số điện tử xuất hiện bên trong vật dẫn
- Các điện tử sẽ tách xa ra khỏi nhau, cho đến khi chúng tới bề mặt của vật dẫn
- Tính chất 1: mật độ điện tích bên trong vật dẫn bằng zero, bề mặt vật dẫn có một điện tích mặt
- Bên trong vật dẫn không có điện tích \rightarrow không có dòng điện \rightarrow cường độ điện trường bằng zero (theo định luật Ohm)
- Tính chất 2: cường độ điện trường bên trong vật dẫn bằng zero

Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (2)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$



$$\rightarrow \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a = 0$$

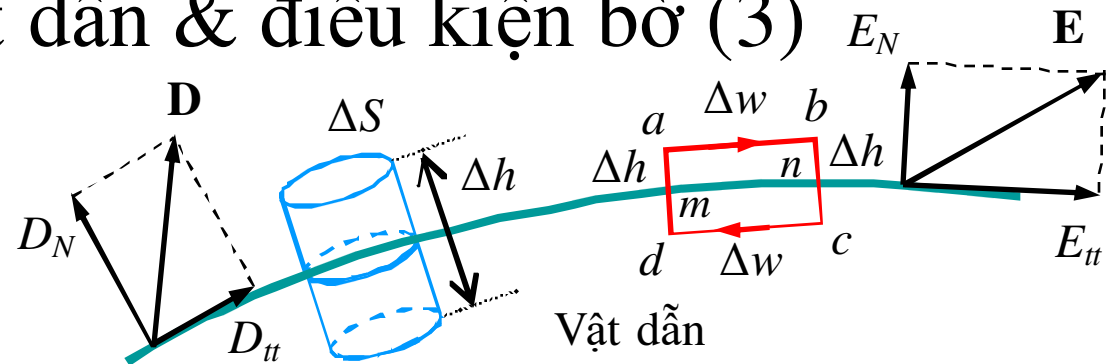
$$\left. \begin{array}{l} \int_a^b \mathbf{E}_{ab} \cdot d\mathbf{L}_{ab} \\ \mathbf{E}_{ab} = \mathbf{E}_N + \mathbf{E}_{tt} \end{array} \right\} \rightarrow \int_a^b \mathbf{E}_{ab} \cdot d\mathbf{L}_{ab} = \int_a^b (\mathbf{E}_N + \mathbf{E}_{tt}) \cdot d\mathbf{L}_{ab} = \int_a^b E_{tt} dL_{ab} \left. \begin{array}{l} \\ E_{tt} \approx \text{const} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \int_a^b \mathbf{E}_{ab} \cdot d\mathbf{L}_{ab} = E_{tt} \int_a^b dL_{ab} = E_{tt} \Delta w$$

$$\left. \begin{array}{l} \int_c^d \mathbf{E}_{cd} \cdot d\mathbf{L}_{cd} \\ \mathbf{E}_{\text{bên trong vật dẫn}} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{E}_{cd} = 0 \rightarrow \int_c^d \mathbf{E}_{cd} \cdot d\mathbf{L}_{cd} = 0$$

Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (3)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$



$$\rightarrow \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a = 0$$

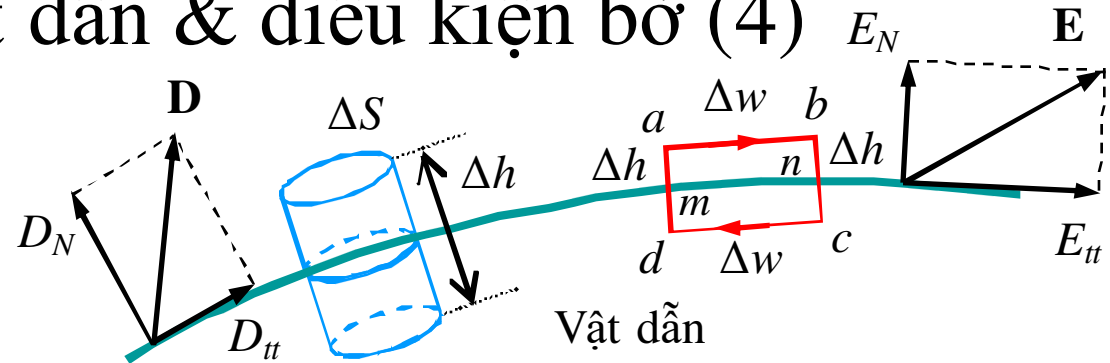
$$\left. \begin{aligned} \int_b^c \mathbf{E}_{bc} \cdot d\mathbf{L}_{bc} &= \int_b^n \mathbf{E}_{bn} \cdot d\mathbf{L}_{bn} + \int_n^c \mathbf{E}_{nc} \cdot d\mathbf{L}_{nc} \\ \mathbf{E}_{\text{bên trong vật dẫn}} &= 0 \rightarrow \mathbf{E}_{nc} = 0 \\ \mathbf{E}_{bn} &= \mathbf{E}_{N,b} + \mathbf{E}_{tt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \int_b^c \mathbf{E}_{bc} \cdot d\mathbf{L}_{bc} &= - \int_b^n E_{N,b} dL_{bn} \\ E_{N,b} &\approx \text{const} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \int_b^c \mathbf{E}_{bc} \cdot d\mathbf{L}_{bc} = -E_{N,b} \int_b^n dL_{bn} = -\frac{E_{N,b} \Delta h}{2}$$

$$\int_d^a \mathbf{E}_{da} \cdot d\mathbf{L}_{da} = \frac{E_{N,a} \Delta h}{2}$$

Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (4)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$

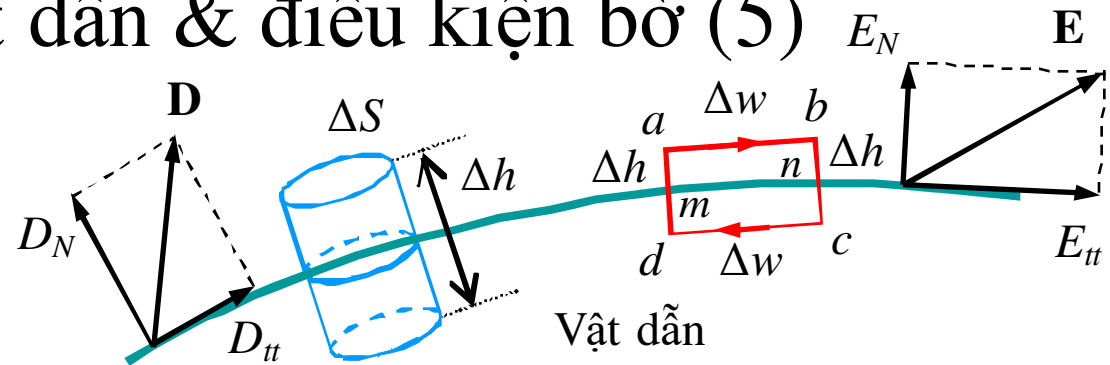


$$\begin{aligned} \rightarrow \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a &= 0 \\ \left. \begin{aligned} \int_a^b &= E_{tt} \Delta w \\ \int_b^c &= -\frac{E_{N,b} \Delta h}{2} \\ \int_c^d &= 0 \\ \int_d^a &= \frac{E_{N,a} \Delta h}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow E_{tt} \Delta w - \frac{E_{N,b} \Delta h}{2} + 0 + \frac{E_{N,a} \Delta h}{2} = 0 \\ &\quad \Delta h \rightarrow 0 \\ &\rightarrow E_{tt} \Delta w = 0 \rightarrow E_{tt} = 0 \\ &\rightarrow D_{tt} = \epsilon_0 E_{tt} = 0 \rightarrow \boxed{D_{tt} = E_{tt} = 0} \end{aligned}$$

Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (5)

$$E_{tt} = 0$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$



$$\begin{aligned} \rightarrow \int_{\text{trên}} + \int_{\text{dưới}} + \int_{\text{xung quanh}} &= \rho_S \Delta S \\ \int_{\text{trên}} &= \int_{\text{trên}} \mathbf{D}_N \cdot d\mathbf{S}_{\text{trên}} = \int_{\text{trên}} D_N dS_{\text{trên}} = D_N \Delta S \\ \int_{\text{dưới}} &= \int_{\text{dưới}} 0 \cdot d\mathbf{S}_{\text{dưới}} = 0 \\ \int_{\text{xung quanh}} &= \int_{\text{xq, trên}} \mathbf{D}_N \cdot d\mathbf{S}_{\text{xq, trên}} + \int_{\text{xq, dưới}} 0 \cdot d\mathbf{S}_{\text{xq, dưới}} = 0 \end{aligned}$$

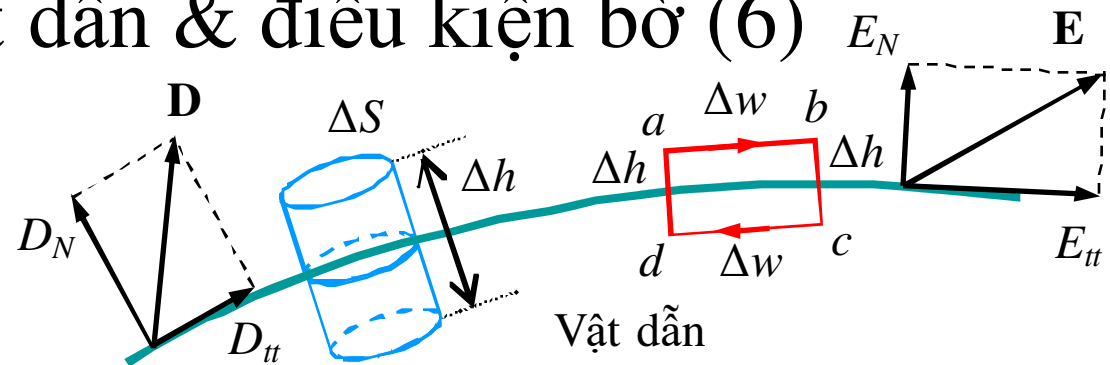
$$\rightarrow D_N \Delta S = \rho_S \Delta S \rightarrow \boxed{D_N = \rho_S = \epsilon_0 E_N}$$

Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (6)

$$D_{tt} = E_{tt} = 0$$

$$D_N = \epsilon_0 E_N = \rho_S$$

$$V_{xy} = -\int_y^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$



Tính chất của vật dẫn trong điện trường tĩnh:

1. Cường độ điện trường tĩnh trong vật dẫn bằng zero
2. Cường độ điện trường tĩnh tại bề mặt của vật dẫn vuông góc với bề mặt đó tại mọi điểm
3. Bề mặt của vật dẫn có tính đẳng thế

Ví dụ Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ (7)

Cho $V = 100(x^2 - y^2)$ V & $P(2, -1, 3)$ nằm trên biên giới vật dẫn – không khí. Tính V , \mathbf{E} , \mathbf{D} , ρ_S tại P ; lập phương trình của mặt dẫn.

$$V_P = 100[2^2 - (-1)^2] = 300 \text{ V} \rightarrow 300 = 100(x^2 - y^2) \rightarrow \boxed{3 = x^2 - y^2}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -100\nabla(x^2 - y^2) = -200x\mathbf{a}_x + 200y\mathbf{a}_y$$

$$\rightarrow \mathbf{E}_P = (-200x\mathbf{a}_x + 200y\mathbf{a}_y) \Big|_{x=2, y=-1, z=3} = -400\mathbf{a}_x - 200\mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

$$\mathbf{D}_P = \epsilon_0 \mathbf{E}_P = 8,854 \cdot 10^{-12} (-400\mathbf{a}_x - 200\mathbf{a}_y) = -3,54\mathbf{a}_x - 1,77\mathbf{a}_y \text{ nC/m}^2$$

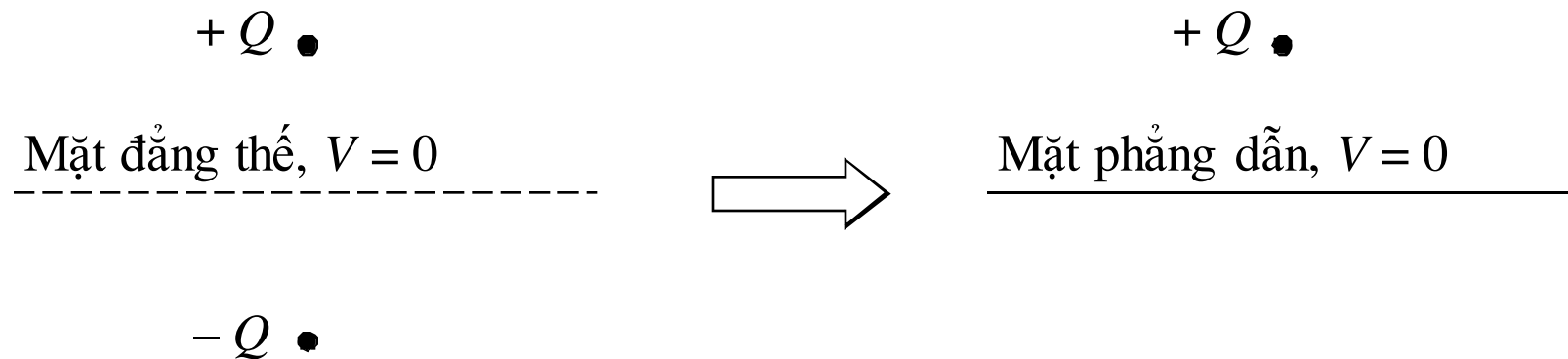
$$\left. \begin{aligned} \rho_{S,P} &= D_N \\ D_{N,P} &= |\mathbf{D}_P| = \sqrt{3,54^2 + 1,77^2} = 3,96 \text{ nC/m}^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \rho_{S,P} = 3,96 \text{ nC/m}^2$$

Dòng điện & vật dẫn

1. Dòng điện & mật độ dòng điện
2. Vật dẫn kim loại
3. Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ
- 4. Phương pháp soi gương**
5. Bán dẫn

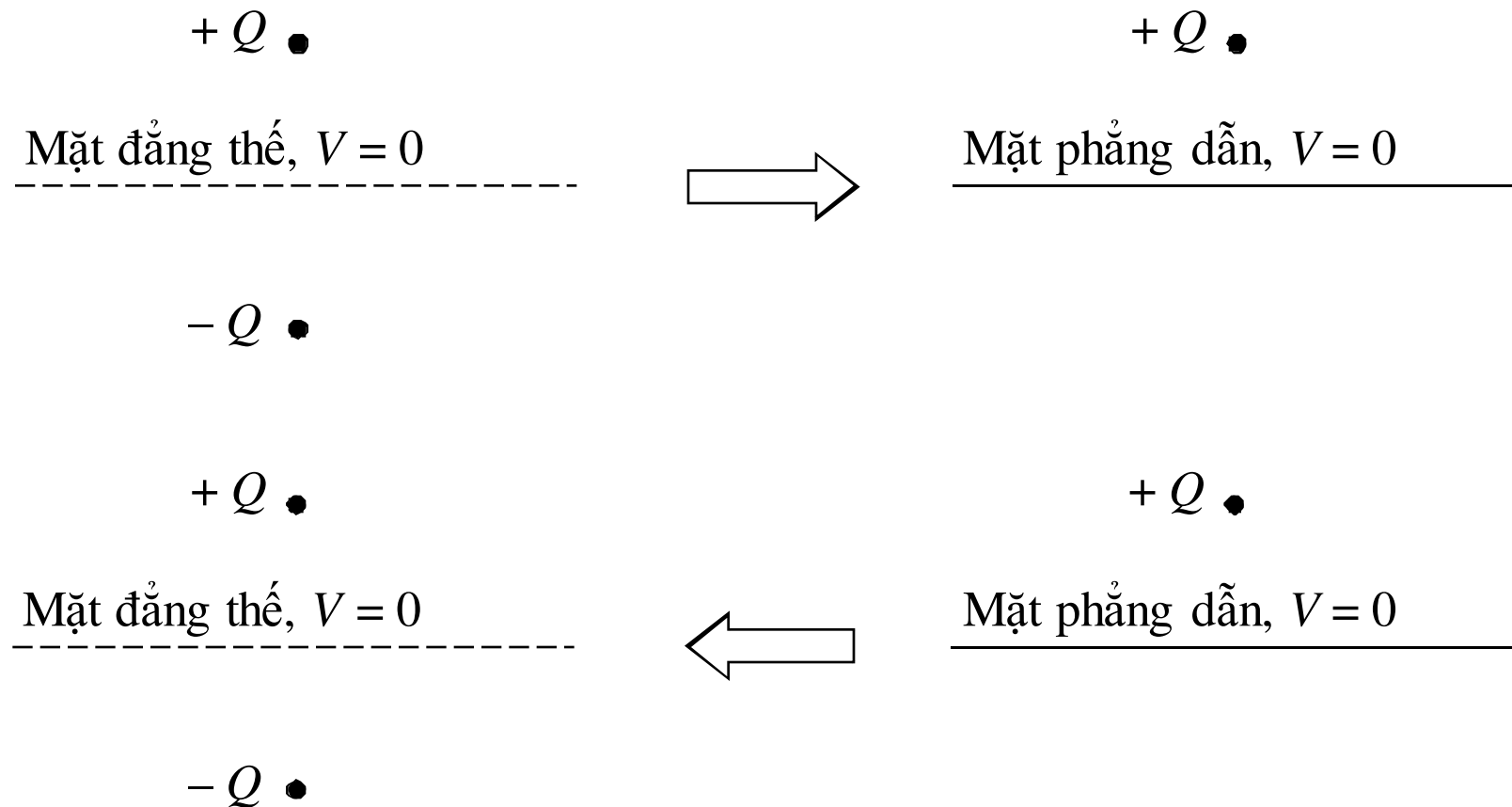


Phương pháp soi gương (1)



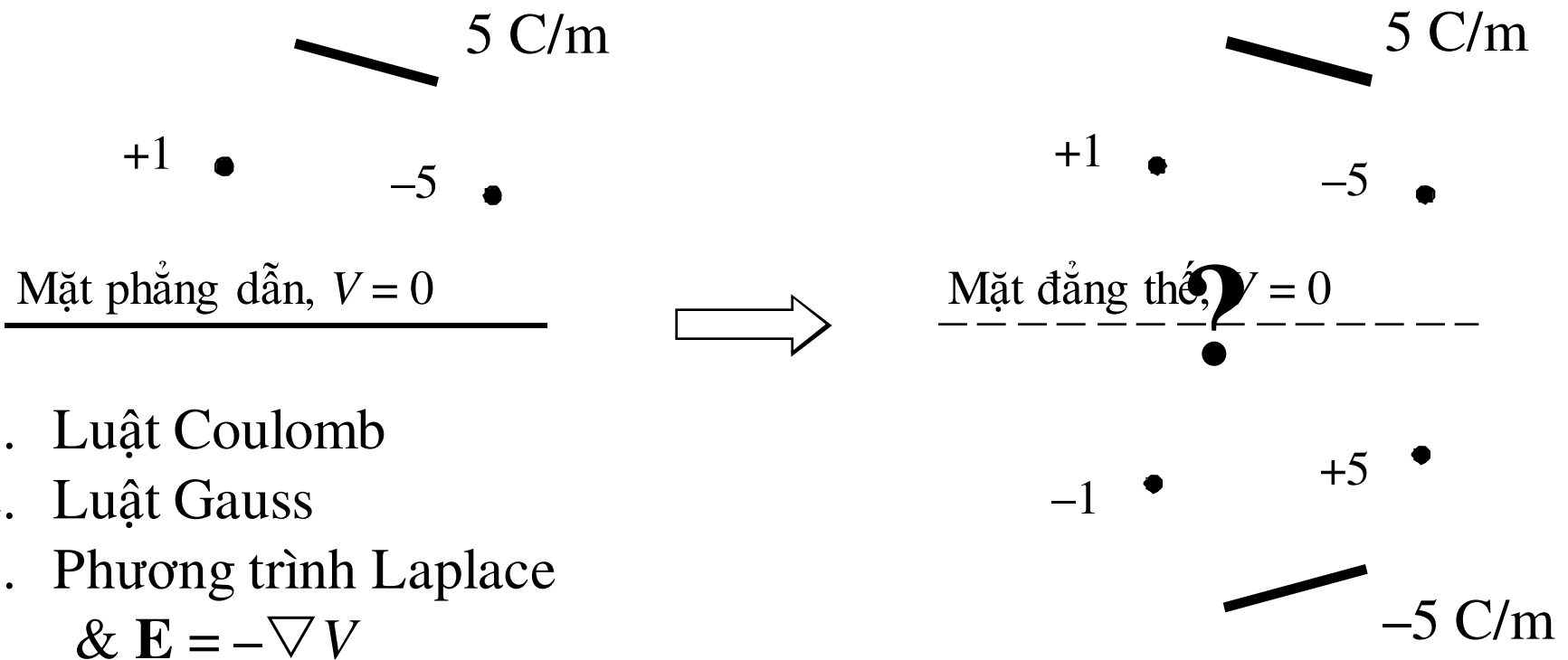
- Lưỡng cực: mặt phẳng ở giữa hai cực là mặt có điện thế bằng zero
- Mặt phẳng đó có thể biểu diễn bằng một mặt dẫn rất mỏng, rộng vô hạn
- \rightarrow có thể thay lưỡng cực bằng một điện tích & một mặt phẳng dẫn điện mà không làm thay đổi các trường phía trên mặt dẫn

Phương pháp soi gương (2)



Ví dụ 1

Phương pháp soi gương (3)



1. Luật Coulomb
2. Luật Gauss
3. Phương trình Laplace
& $\mathbf{E} = -\nabla V$

Việc tìm trường thế trong hệ bên phải có thể dễ hơn so với hệ bên trái

Ví dụ 2

Phương pháp soi gương (4)

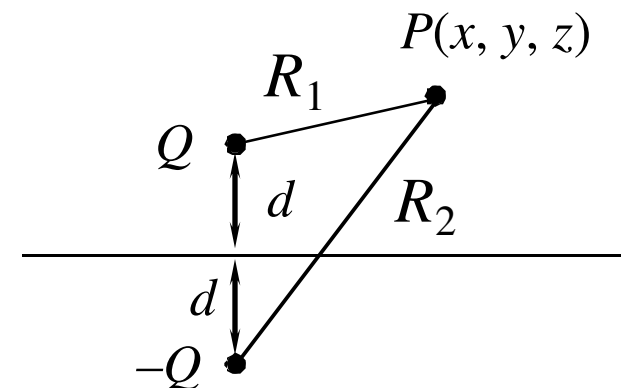
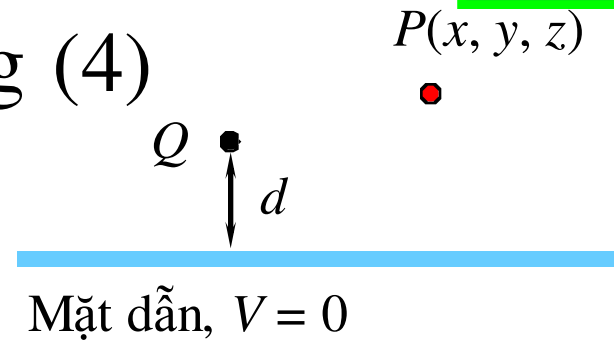
Xét Q at $(0, 0, d)$. Tính điện thế & điện trường ở P ?

$$V_{+Q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}}$$

$$V_{-Q} = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \right]$$

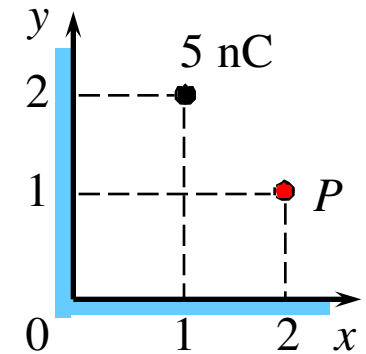
$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{x}{R_2^3} - \frac{x}{R_1^3} \right) \mathbf{a}_x + \left(\frac{y}{R_2^3} - \frac{y}{R_1^3} \right) \mathbf{a}_y + \left(\frac{z+d}{R_2^3} - \frac{z-d}{R_1^3} \right) \mathbf{a}_z \right]$$



Ví dụ 3

Phương pháp soi gương (5)

Tìm điện thế ở P ?



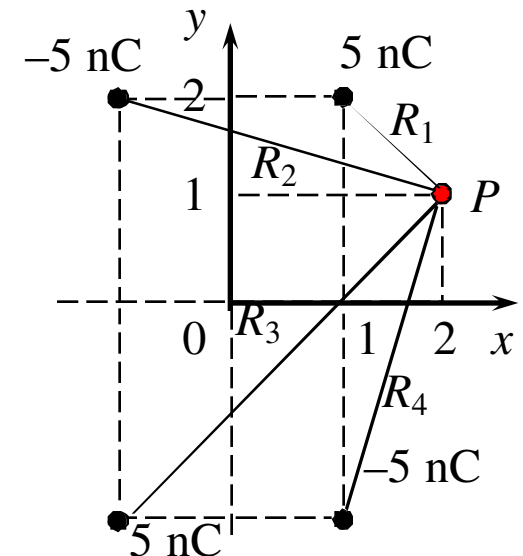
$$R_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41$$

$$R_2 = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3,16$$

$$R_3 = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4,24$$

$$R_4 = \sqrt{1^2 + 3^2} = 3,16$$

$$V_P = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right) = 14,03 \text{ V}$$



Ví dụ 4

Phương pháp soi gương (6)

Tìm mật độ điện tích mặt tại P ?

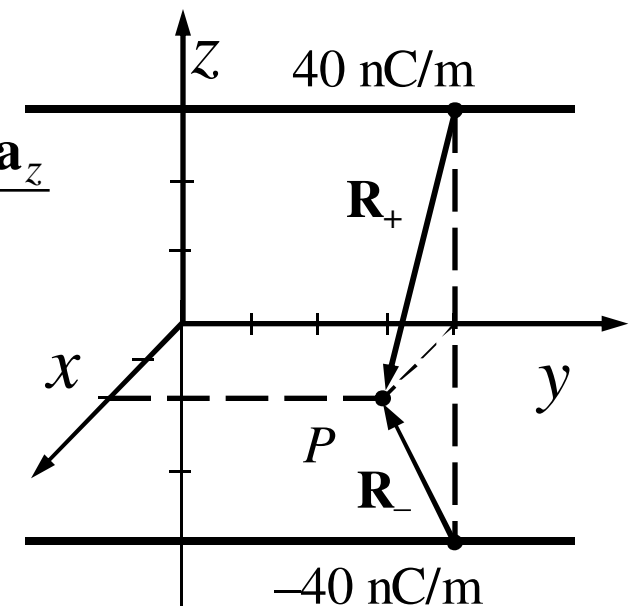
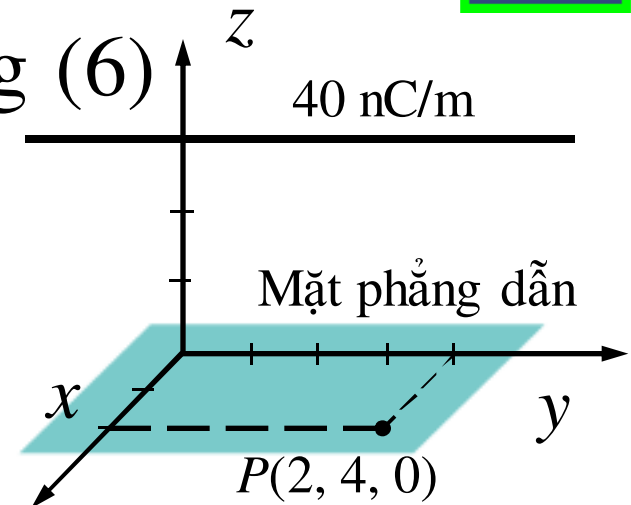
$$\mathbf{R}_+ = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_z \quad \mathbf{R}_- = 2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{E}_+ = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0 R_+} \mathbf{a}_{R_+} = \frac{40 \cdot 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{2^2 + 3^2}} \frac{2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_z}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$\mathbf{E}_- = \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon_0 R_-} \mathbf{a}_{R_-} = \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{2^2 + 3^2}} \frac{2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_z}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- &= \frac{40 \cdot 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{13}} \frac{2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_z}{\sqrt{13}} + \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{13}} \frac{2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_z}{\sqrt{13}} \\ &= \frac{-240 \cdot 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0 \cdot 13} \mathbf{a}_z = -332 \mathbf{a}_z \text{ V/m} \end{aligned}$$

$$\rho_S = \epsilon_0 E_N = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 332 = \boxed{2,938 \text{ nC/m}^2}$$



Ví dụ 5

Phương pháp soi gương (7)

Điện tích điểm Q cách tâm một mặt dẫn hình cầu bán kính a một khoảng là d . Soi gương Q qua mặt cầu?

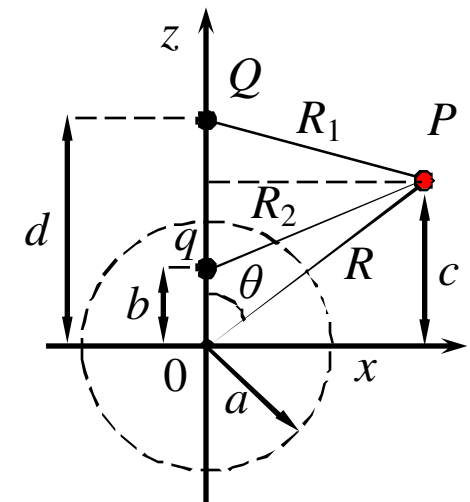
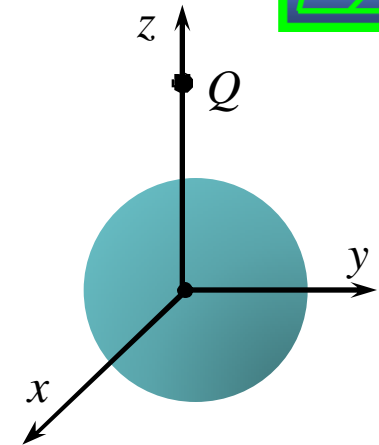
Bài toán: tìm q & b

$$R_1 = \sqrt{(d - R \cos \theta)^2 + (R \sin \theta)^2} = \sqrt{R^2 + d^2 - 2Rd \cos \theta}$$

$$R_2 = \sqrt{(R \cos \theta - b)^2 + (R \sin \theta)^2} = \sqrt{R^2 + b^2 - 2Rb \cos \theta}$$

$$V_P = \frac{Q}{4\pi\epsilon R_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R_1} - \frac{mQ}{4\pi\epsilon R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{m}{R_2} \right)$$

$$R = a \rightarrow V_P = 0 \rightarrow \frac{1}{R_1} - \frac{m}{R_2} = 0 \rightarrow \begin{cases} m = \frac{a}{d} \rightarrow q = -\frac{a}{d}Q \\ b = \frac{a^2}{d} \end{cases}$$



Dòng điện & vật dẫn

1. Dòng điện & mật độ dòng điện
2. Vật dẫn kim loại
3. Tính chất vật dẫn & điều kiện bờ
4. Phương pháp soi gương
- 5. Bán dẫn**



Bán dẫn

- Germani, silicon
- Điện dẫn suất của kim loại:

$$\sigma = -\rho_e \mu_e$$

- Điện dẫn suất của bán dẫn:

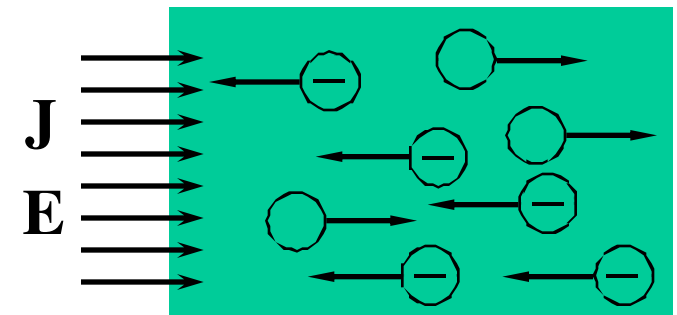
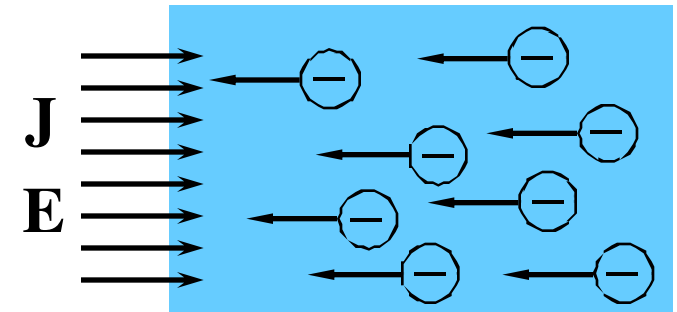
$$\sigma = -\rho_e \mu_e + \rho_h \mu_h$$

- h : lỗ trống

- Ở 300K:

– $\mu_{e, \text{Germani}}$: 0,36 m²/Vs; $\mu_{h, \text{Germani}}$: 0,17 m²/Vs

– $\mu_{e, \text{Silicon}}$: 0,12 m²/Vs; $\mu_{h, \text{Silicon}}$: 0,025 m²/Vs



$$\begin{array}{ccccccc}
 Q & \longrightarrow & \mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon R^2} \mathbf{a}_R & \longrightarrow & \mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2} \mathbf{a}_R & \longrightarrow & \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\
 \downarrow & & \downarrow & & & & \\
 & & W = -Q \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} & \longrightarrow & V = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} & \longrightarrow & C = \frac{Q}{V} \\
 \downarrow & & & & & & \\
 I = \frac{dQ}{dt} & \longrightarrow & R = \frac{V}{I} & & & &
 \end{array}$$