



TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI



Nguyễn Công Phương

Lý thuyết trường điện từ

Điện môi & điện dung

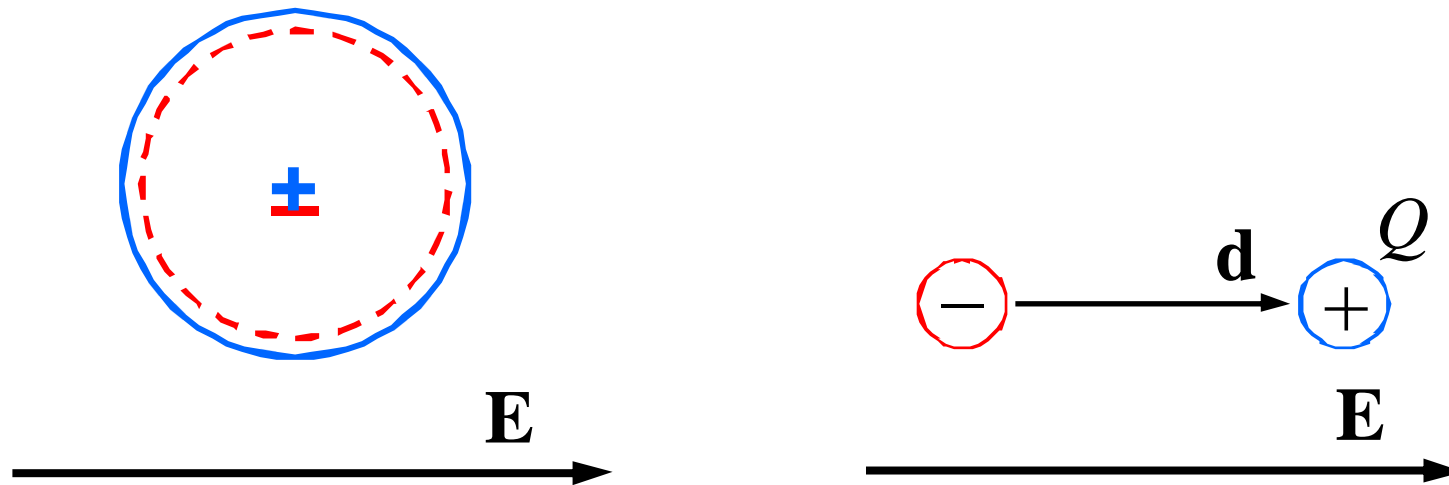
Nội dung

- I. Giới thiệu
- II. Giải tích véctor
- III. Luật Coulomb & cường độ điện trường
- IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & divergence
- V. Năng lượng & điện thế
- VI. Dòng điện & vật dẫn
- VII. Điện môi & điện dung**
- VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
- IX. Từ trường dừng
- X. Lực từ & điện cảm
- XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
- XII. Sóng phẳng
- XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
- XIV. Dẫn sóng & bức xạ

Điện môi & điện dung

1. Điện môi
2. Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng
3. Điện dung
4. Phương pháp đường sức – đẳng thế
5. Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện

Điện môi (1)



- Mô men lưỡng cực: $\mathbf{p} = Q\mathbf{d}$
- Q : điện tích dương của lưỡng cực
- \mathbf{d} : véctơ hướng từ điện tích âm đến điện tích dương

Điện môi (2)

- Mô men lưỡng cực: $\mathbf{p} = Q\mathbf{d}$
- Nếu có n lưỡng cực trong một đơn vị thể tích thì trong Δv có:

$$\mathbf{p}_{tổng} = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i$$

- Δv đủ lớn để chứa nhiều phân tử, đủ nhỏ để coi là sai phân
- Nếu các lưỡng cực thẳng hàng, $\mathbf{p}_{tổng}$ có thể tương đối lớn
- Nếu chúng sắp xếp ngẫu nhiên, $\mathbf{p}_{tổng}$ có thể bằng không

Điện môi (3)

- Lượng cực tổng của một thể tích Δv :

$$\mathbf{p}_{tổng} = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i$$

- Định nghĩa vectơ phân cực:

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i$$

- Đơn vị C/m^2

Điện môi (4)

Mật độ: n phân tử/m³

$$\left. \begin{aligned} \Delta v &= d \cos \theta \Delta S \\ \Delta Q_b &= nQ \Delta v \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \Delta Q_b = nQd \cos \theta \Delta S$$

$$= nQ \mathbf{d} \cdot \Delta \mathbf{S}$$

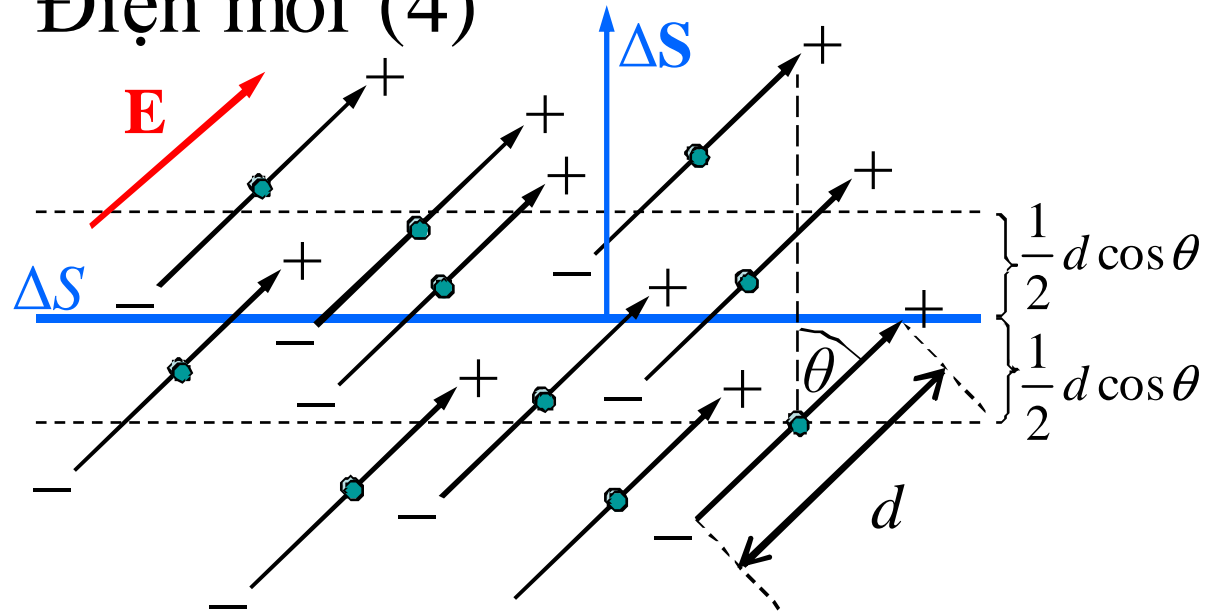
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{p} &= Q \mathbf{d} \rightarrow \mathbf{P} = nQ \mathbf{d} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta Q_b = \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{S}$$

$$\rightarrow Q_b = -\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\text{Luật Gauss: } Q_{\text{tổng}} = \oint_S \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{\text{tổng}} &= Q_b + Q \rightarrow Q = Q_{\text{tổng}} - Q_b \end{aligned} \right\} \rightarrow Q = \oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S}$$

(Q : tổng điện tích tự do)



Điện môi (5)

$$\left. \begin{array}{l} Q = \oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} \\ \text{Luật Gauss: } Q = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Định lý divergence: } \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dv \\ Q = \int_V \rho_v dv \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v}$$

Điện môi (6)

- $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$
- Trong vật liệu đẳng hướng, \mathbf{E} & \mathbf{P} luôn song song với nhau, không phụ thuộc vào hướng của trường
- $\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$
- χ_e : hệ số phân cực điện của điện môi, ký hiệu khác: k_p
- $\rightarrow \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} = (\chi_e + 1) \varepsilon_0 \mathbf{E}$
- $\varepsilon_r = \chi_e + 1$: hằng số điện môi tương đối của vật liệu
- $\rightarrow \boxed{\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}}$
- $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: hằng số điện môi

Điện môi (7)

Material	ϵ_r	Material	ϵ_r	Material	ϵ_r
Quartz	3.8–5	Paper	3.0	Silica	3.8
GaAs [*]	13	Bakelite	5.0	Quartz	3.8
Nylon	3.1	Glass	6.0 (4–7)	Snow	3.8
Paraffin	3.2	Mica	6.0	Soil (dry)	2.8
Perspex	2.6	Water (distilled)	81	Wood (dry)	1.5–4
Polystyrene foam	1.05	Polyethylene	2.2	Silicon	11.8
Teflon	2.0	Polyvinyl chloride	6.1	Ethyl alcohol	25
BaTiO ₃ ^{**}	10,000	Germanium	16	Amber	2.7
Air	1.0006	Glycerin	50	Plexiglas	3.4
Rubber	3.0	Nylon	3.5	Aluminum oxide	8.8

^{*}Gallium Arsenide, ^{**}Barium Titanium Oxide

(Nathan Ida, *Engineering Electromagnetics*, Springer, 2015)

Điện môi & điện dung

1. Điện môi
- 2. Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng**
3. Điện dung
4. Phương pháp đường sức – đẳng thế
5. Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện

Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (1)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$

$$\rightarrow E_{tt1} \Delta w - E_{tt2} \Delta w = 0$$

$$\rightarrow \boxed{E_{tt1} = E_{tt2}}$$

$$\rightarrow \frac{D_{tt1}}{\epsilon_1} = E_{tt1} = E_{tt2} = \frac{D_{tt2}}{\epsilon_2} \rightarrow \boxed{\frac{D_{tt1}}{D_{tt2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}$$

$$\Delta Q = \rho_s \Delta S$$

$$\Delta Q = D_{N1} \Delta S - D_{N2} \Delta S$$

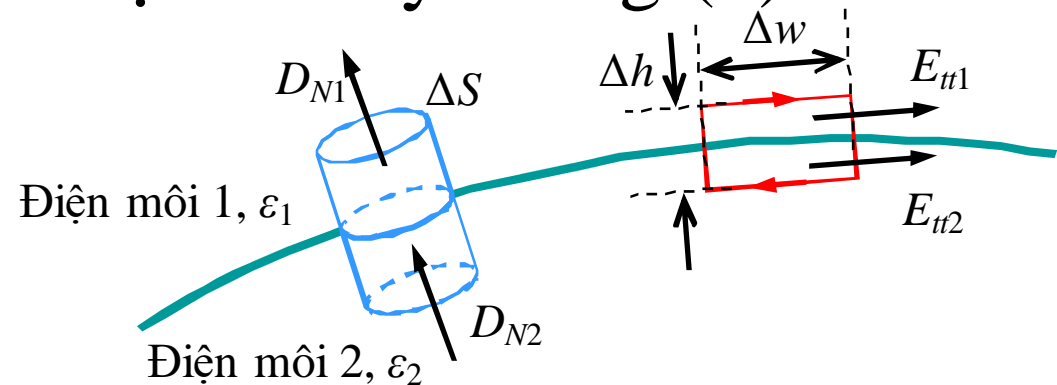
$$\rightarrow \boxed{D_{N1} - D_{N2} = \rho_s}$$

$$\rightarrow \boxed{D_{N1} = D_{N2}}$$

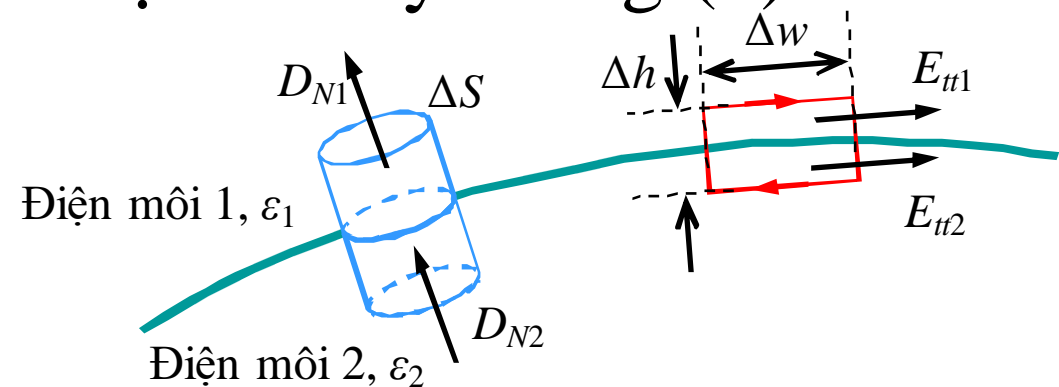
Không có điện tích tự do trên bề mặt $\rightarrow \rho_s = 0$

$$\rightarrow \epsilon_1 E_{N1} = \epsilon_2 E_{N2}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{E_{N1}}{E_{N2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$



Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (2)



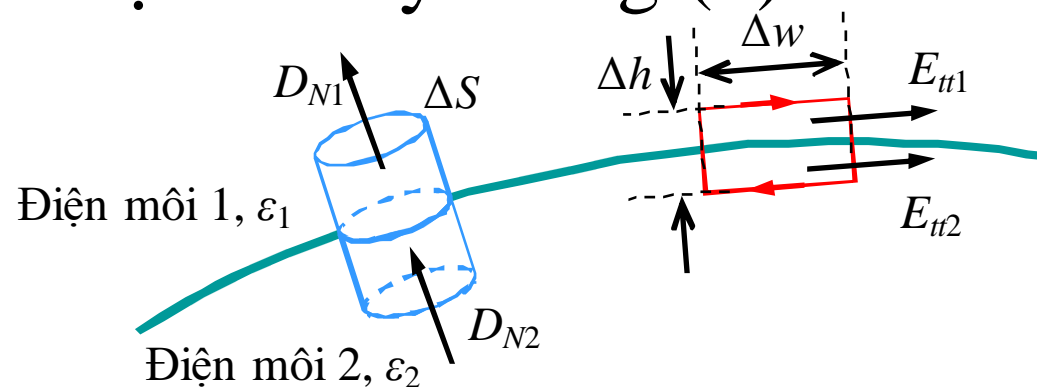
$E_{tt1} = E_{tt2}$: cường độ điện trường tiếp tuyến liên tục

$\frac{D_{tt1}}{D_{tt2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$: dịch chuyển điện tiếp tuyến rời rạc

$D_{N1} = D_{N2}$: dịch chuyển điện pháp tuyến liên tục

$\frac{E_{N1}}{E_{N2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$: cường độ điện trường pháp tuyến rời rạc

Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (3)



$$E_{tt1} = E_{tt2}$$

$$\frac{D_{tt1}}{\epsilon_1} = \frac{D_{tt2}}{\epsilon_2}$$

$$D_{N1} = D_{N2}$$

$$\frac{E_{N1}}{\epsilon_2} = \frac{E_{N2}}{\epsilon_1}$$

$$E_{N1} = E_{N2}$$

Nếu biết trường của một bên (VD \mathbf{E}_1 hoặc \mathbf{D}_1),
có thể suy ra trường của bên kia (\mathbf{E}_2 & \mathbf{D}_2)

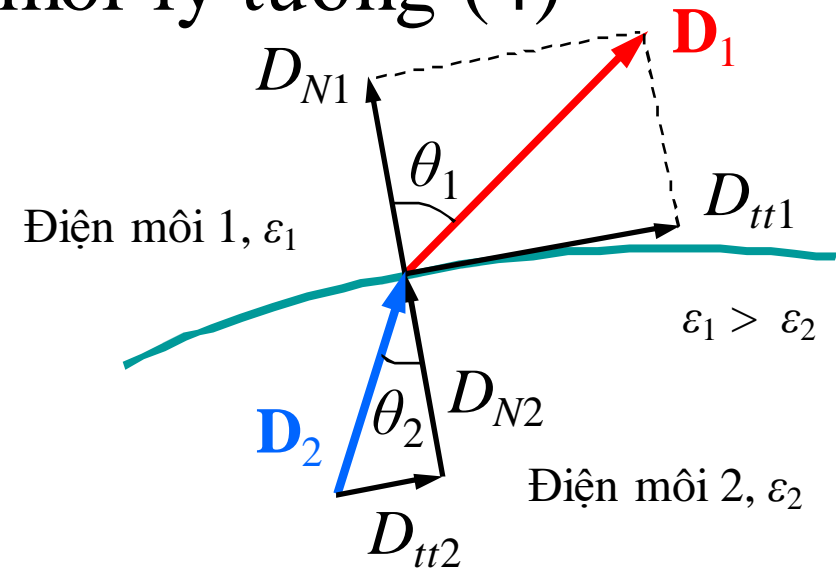
Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (4)

$$\left. \begin{aligned} D_{N1} &= D_{N2} \\ D_{N1} &= D_1 \cos \theta_1 \\ D_{N2} &= D_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow D_1 \cos \theta_1 = D_2 \cos \theta_2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{D_{tt1}}{D_{tt2}} &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \\ D_{tt1} &= D_1 \sin \theta_1 \\ D_{tt2} &= D_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \epsilon_2 D_1 \sin \theta_1 = \epsilon_1 D_2 \sin \theta_2$$



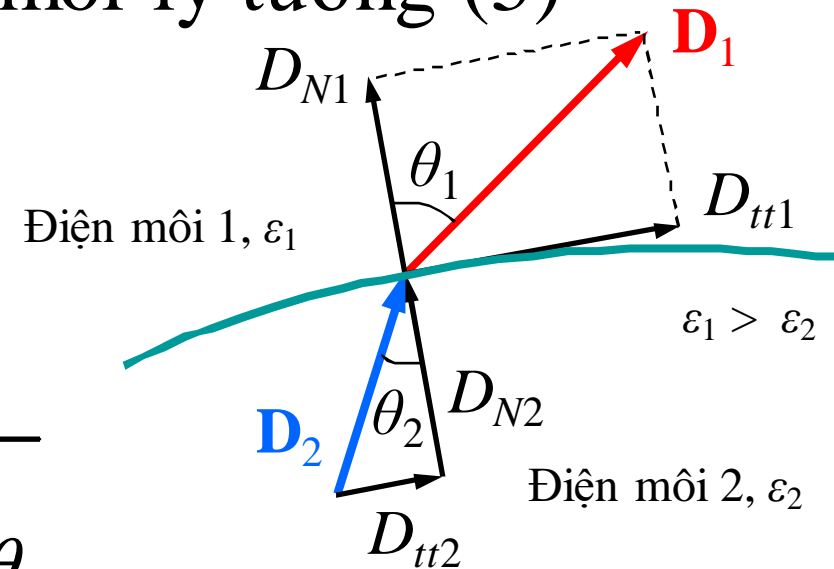
$$\left. \begin{aligned} \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \rightarrow \theta_2 \\ D_1 \cos \theta_1 &= D_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow D_2$$

Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (5)

$$\theta_2 = \arctg \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \operatorname{tg} \theta_1 \right)$$

$$D_2 = D_1 \sqrt{\cos^2 \theta_1 + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)^2 \sin^2 \theta_1}$$

$$E_2 = E_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 \cos^2 \theta_1}$$



Ví dụ Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (6)

Cho vùng $z < 0$ chứa chất điện môi có $\varepsilon_{r1} = 3,2$; $\mathbf{D}_1 = -30\mathbf{a}_x + 50\mathbf{a}_y + 70\mathbf{a}_z$ nC/m².
Vùng $z > 0$ có $\varepsilon_{r2} = 2$. Tính D_{N1} , \mathbf{D}_{tt1} , D_{tt1} , θ_1 , \mathbf{D}_{N2} , \mathbf{D}_{tt2} , \mathbf{D}_2 , θ_2 ?

$$D_{N1} = D_{1z} = 70 \text{ nC/m}^2$$

$$\mathbf{D}_{tt1} = -30\mathbf{a}_x + 50\mathbf{a}_y \text{ nC/m}^2$$

$$D_{tt1} = |\mathbf{D}_{tt1}| = \sqrt{(-30)^2 + 50^2} = 58,3 \text{ nC/m}^2$$

$$D_1 = |\mathbf{D}_1| = \sqrt{(-30)^2 + 50^2 + 70^2} = 91,1 \text{ nC/m}^2$$

$$\theta_1 = \arctg \frac{D_{tt1}}{D_{N1}} = \arctg \frac{58,3}{70} = 39,8^\circ$$

Ví dụ Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng (7)

Cho vùng $z < 0$ chứa chất điện môi có $\varepsilon_{r1} = 3,2$; $\mathbf{D}_1 = -30\mathbf{a}_x + 50\mathbf{a}_y + 70\mathbf{a}_z$ nC/m².
Vùng $z > 0$ có $\varepsilon_{r2} = 2$. Tính D_{N1} , \mathbf{D}_{tt1} , D_{tt1} , θ_1 , \mathbf{D}_{N2} , \mathbf{D}_{tt2} , \mathbf{D}_2 , θ_2 ?

$$D_{N2} = D_{N1} = 70 \text{ nC/m}^2 \rightarrow \mathbf{D}_{N2} = 70\mathbf{a}_z \text{ nC/m}^2$$

$$\begin{aligned} \frac{D_{tt1}}{D_{tt2}} &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \rightarrow \frac{\mathbf{D}_{tt1}}{\mathbf{D}_{tt2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \rightarrow \mathbf{D}_{tt2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \mathbf{D}_{tt1} = \frac{2}{3,2} (-30\mathbf{a}_x + 50\mathbf{a}_y) \\ &= -18,75\mathbf{a}_x + 31,25\mathbf{a}_y \text{ nC/m}^2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{D}_2 = \mathbf{D}_{tt2} + \mathbf{D}_{N2} = -18,75\mathbf{a}_x + 31,25\mathbf{a}_y + 70\mathbf{a}_z \text{ nC/m}^2$$

$$\theta_2 = \arctg\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tg \theta_1\right) = \arctg\left(\frac{2}{3,2} \tg 39,8^\circ\right) = 27,5^\circ$$

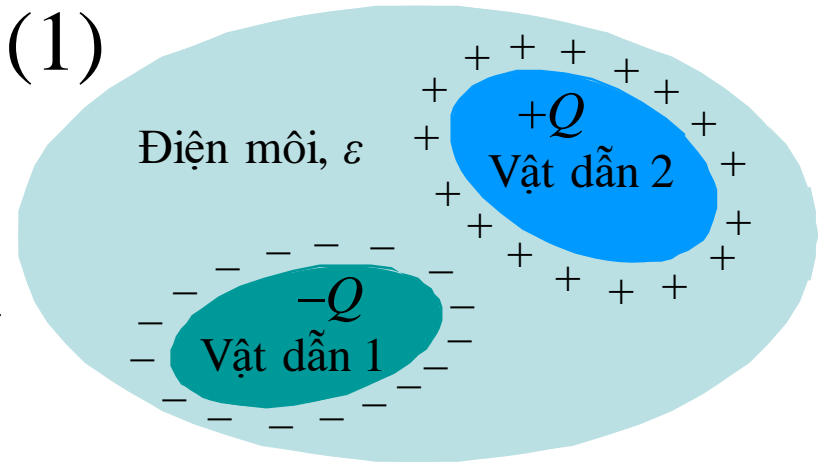
Điện môi & điện dung

1. Điện môi
2. Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng
- 3. Điện dung**
4. Phương pháp đường sức – đẳng thế
5. Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện

Điện dung (1)

Điện dung: $C = \frac{Q}{V_0}$

$$\left. \begin{aligned} Q &= \oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \\ V_0 &= -\int_-^+ \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \end{aligned} \right\} \rightarrow C = \frac{\oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}{-\int_-^+ \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}}$$

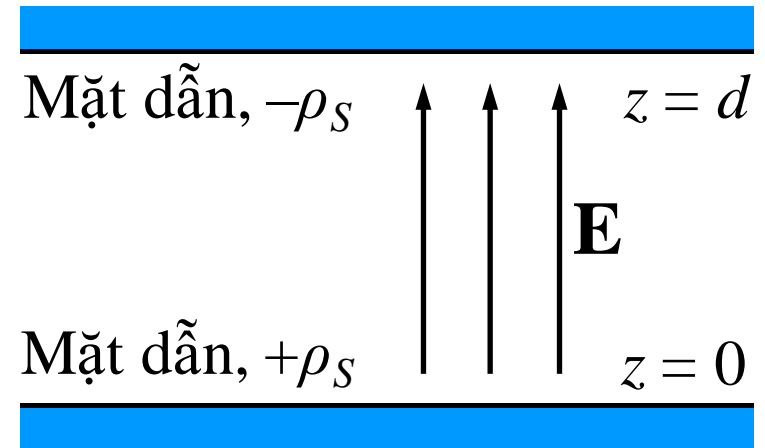


- V_0 : công dịch chuyển một điện tích dương 1C từ vật dẫn 1 đến vật dẫn 2
- C phụ thuộc kích thước vật lý của hệ vật dẫn & phụ thuộc hằng số điện môi của chất điện môi
- Đơn vị: F (farad), C/V, thường dùng μF , nF, pF

Điện dung (2)

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_S}{\epsilon} \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{D} = \rho_S \mathbf{a}_z$$



$$V_0 = - \int_{\text{trên}}^{\text{dưới}} E \cdot dL = - \int_d^0 \frac{\rho_S}{\epsilon} dz = \frac{\rho_S}{\epsilon} d$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho_S S \\ C &= \frac{Q}{V_0} \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{C = \frac{\epsilon S}{d}}$$

Điện dung (3)

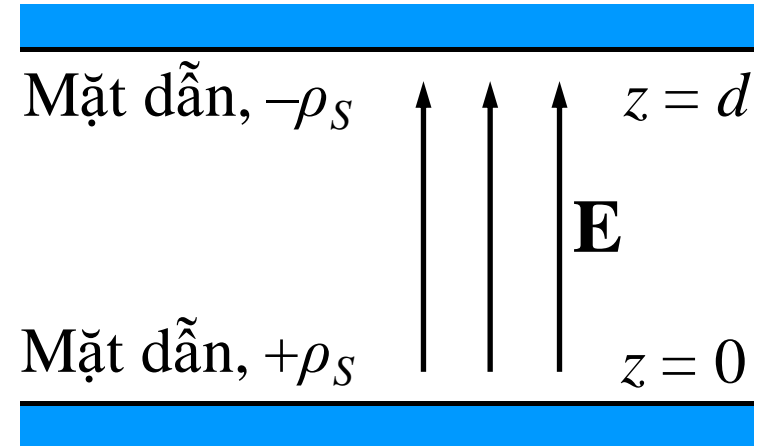
$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_0 E^2 dv \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{\rho_S}{\epsilon} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow W_E = \frac{1}{2} \int_0^S \int_0^d \frac{\epsilon \rho_S^2}{\epsilon^2} dz dS$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\rho_S^2}{\epsilon} S d = \frac{1}{2} \frac{\epsilon S}{d} \frac{\rho_S^2 d^2}{\epsilon^2}$$

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

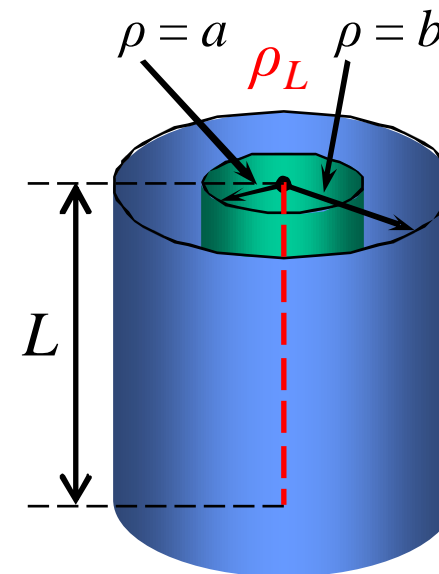
$$V_0 = \frac{\rho_S}{\epsilon} d$$



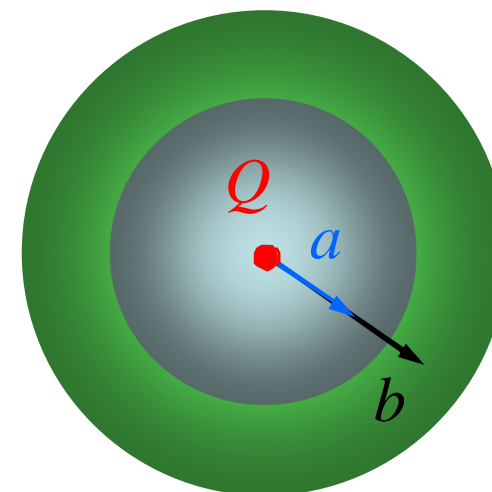
$$W_E = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} Q V_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Điện dung (4)

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a} \\ Q &= \rho_L L \\ C &= \frac{Q}{V_{ab}} \end{aligned} \right\} \rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \frac{b}{a}}$$



$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ C &= \frac{Q}{V_{ab}} \end{aligned} \right\} \rightarrow C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$



Điện dung (5)

$$V_0 = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

$$D_{N1} = D_{N2} \rightarrow \epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$$

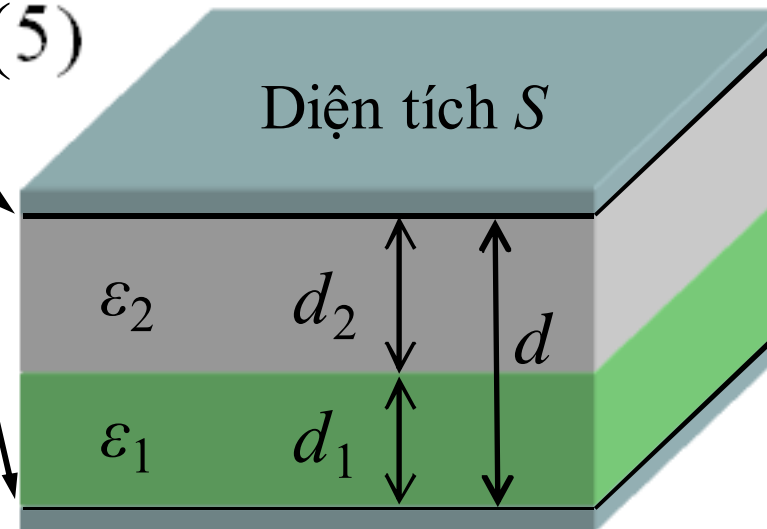
$$\rightarrow E_1 = \frac{V_0}{d_1 + d_2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}$$

$$\rightarrow \rho_{S1} = D_1 = \epsilon_1 E_1 = \frac{V_0}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2}}$$

$$Q = \rho_S S = \rho_{S1} S$$

$$C = \frac{Q}{V_0}$$

Mặt dẫn

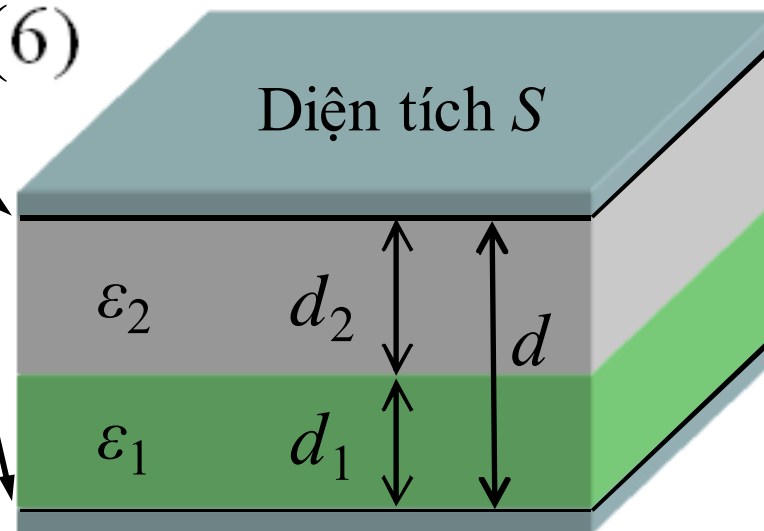


$$C = \frac{1}{\frac{d_1}{\epsilon_1 S} + \frac{d_2}{\epsilon_2 S}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Điện dung (6)

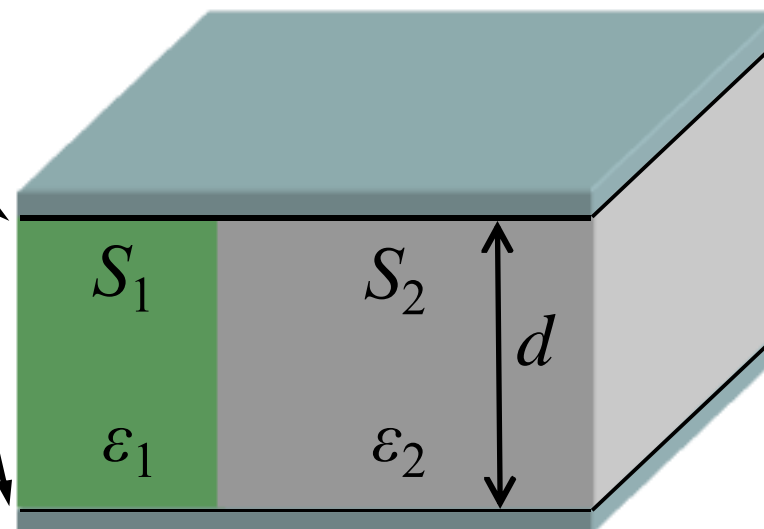
$$C = \frac{1}{\frac{d_1}{\epsilon_1 S} + \frac{d_2}{\epsilon_2 S}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Mặt dẫn



$$C = \frac{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}{d} = C_1 + C_2$$

Mặt dẫn



Điện dung (7)

$$Q = \oint_S \mathbf{D}(r) \cdot d\mathbf{S} = D(r) \cdot 4\pi r^2$$

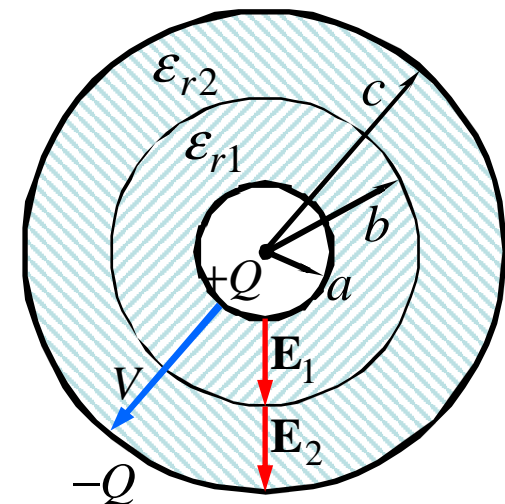
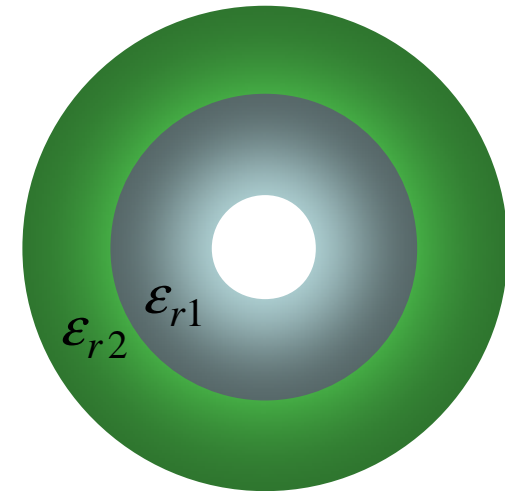
$$\rightarrow D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$V = \int_{r=a}^b \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{L} + \int_{r=b}^c \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{L}$$

$$= \int_a^b \frac{Q}{4\pi\epsilon_1 r^2} dr + \int_b^c \frac{Q}{4\pi\epsilon_2 r^2} dr$$

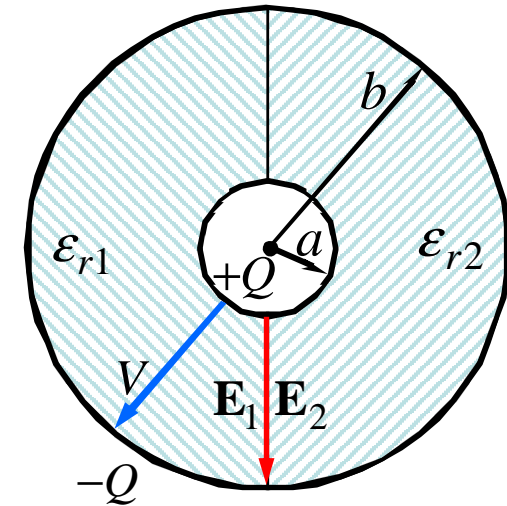
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_{r1}a} - \frac{1}{\epsilon_{r1}b} + \frac{1}{\epsilon_{r2}b} - \frac{1}{\epsilon_{r2}c} \right)$$

$$\rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_{r1}a} - \frac{1}{\epsilon_{r1}b} + \frac{1}{\epsilon_{r2}b} - \frac{1}{\epsilon_{r2}c}}$$



Điện dung (8)

$$\begin{aligned}
 Q &= \oint_S \mathbf{D}(r) \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{S_1} \mathbf{D}_1(r) \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \mathbf{D}_2(r) \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{S_1} \epsilon_{r1} \epsilon_0 \mathbf{E}_1(r) \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \epsilon_{r2} \epsilon_0 \mathbf{E}_2(r) \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{S_1} \epsilon_{r1} \epsilon_0 \mathbf{E}(r) \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \epsilon_{r2} \epsilon_0 \mathbf{E}(r) \cdot d\mathbf{S}
 \end{aligned}$$



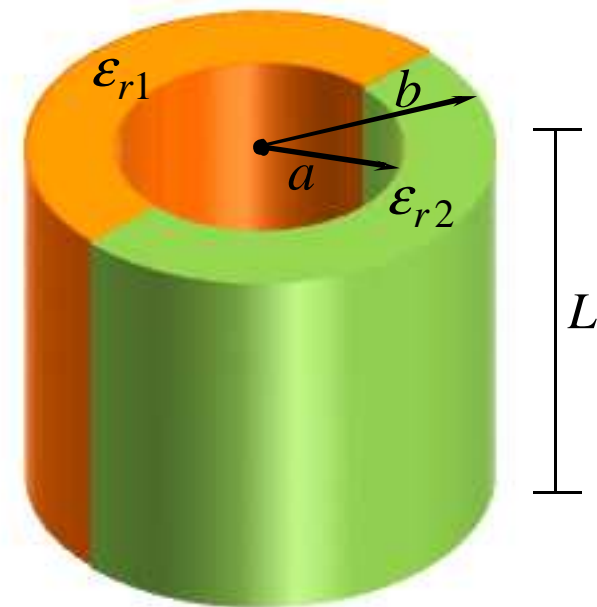
$$= \epsilon_0 E(r) \left(\epsilon_{r1} \frac{4\pi r^2}{2} + \epsilon_{r2} \frac{4\pi r^2}{2} \right) \rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})\pi r^2}$$

$$V = \int_{r=a}^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_a^b \frac{Q}{2\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})\pi r^2} dr = \frac{Q}{2\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\rightarrow C = \frac{Q}{V} = \boxed{\frac{2\pi\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})ab}{b-a}}$$

Điện dung (9)

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{2\pi\epsilon L}{\ln(b/a)} \\
 &= C_1 + C_2 = C = \frac{\pi\epsilon_{r1}\epsilon_0 L}{\ln(b/a)} + \frac{\pi\epsilon_{r2}\epsilon_0 L}{\ln(b/a)} \\
 &= \frac{2\pi\epsilon_{r,tb}\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}, \quad \epsilon_{r,tb} = \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2}
 \end{aligned}$$



Điện dung (10)

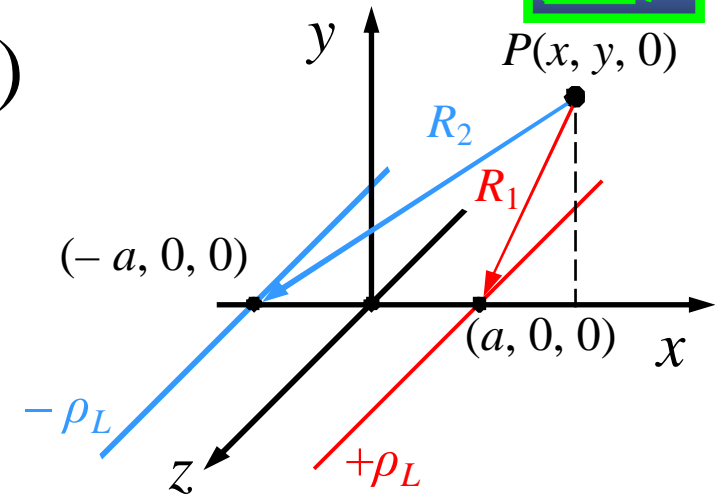
$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_{01}}{R_1} \\ V_2 &= \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_{02}}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{R_{01}}{R_1} - \ln \frac{R_{02}}{R_2} \right)$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_{01}R_2}{R_{02}R_1}$$

$$\left. \begin{aligned} R_{01} &= R_{02} \\ R_1 &= \sqrt{(x-a)^2 + y^2} \\ R_2 &= \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{\frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$$



Điện dung (11)

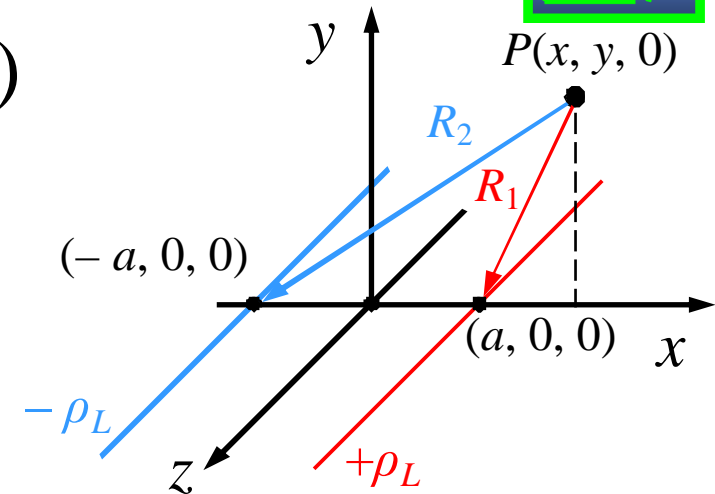
$$V = \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$$

Giả sử V_1 là một mặt đẳng thế, đặt:

$$K_1 = e^{4\pi\epsilon V_1 / \rho_L}$$

$$\rightarrow K_1 = \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2} \rightarrow x^2 - 2ax \frac{K_1 + 1}{K_1 - 1} + y^2 + a^2 = 0$$

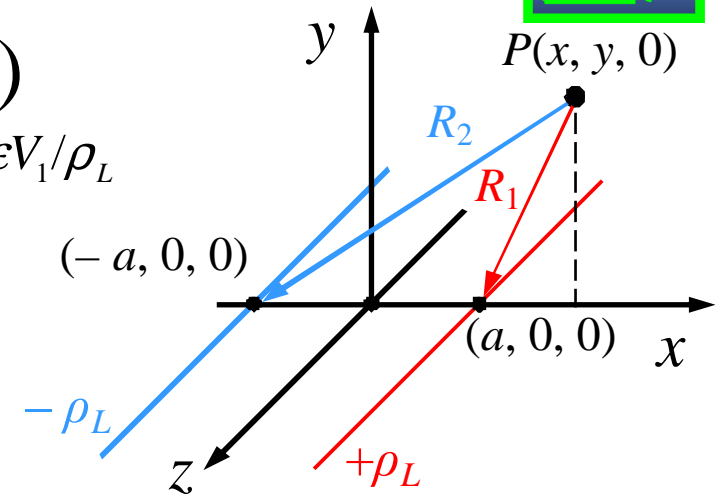
$$\rightarrow \left(x - a \frac{K_1 + 1}{K_1 - 1} \right)^2 + y^2 = \left(\frac{2a\sqrt{K_1}}{K_1 - 1} \right)^2$$



Điện dung (12)

Giả sử V_1 là một mặt đẳng thế, đặt $K_1 = e^{4\pi\epsilon V_1/\rho_L}$

$$\rightarrow \left(x - a \frac{K_1 + 1}{K_1 - 1} \right)^2 + y^2 = \left(\frac{2a\sqrt{K_1}}{K_1 - 1} \right)^2$$



- Mặt đẳng thế $V = V_1$ không phụ thuộc $z \rightarrow$ mặt V là mặt trụ
- Tương giao của mặt này với mặt xy là một đường tròn có bán kính

$$b = \frac{2a\sqrt{K_1}}{K_1 - 1}$$

và tâm tại $(x = h, y = 0)$ với $h = a \frac{K_1 + 1}{K_1 - 1}$

Điện dung (13)

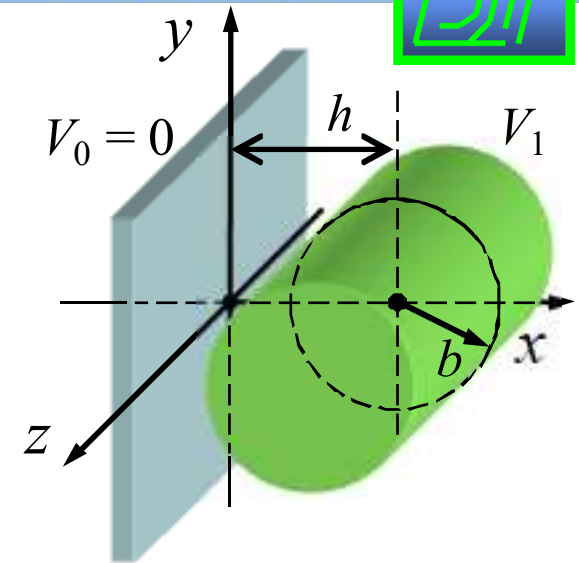
Tương giao của mặt đẳng thế V_1 với mặt xy là một đường tròn có bán kính

$$b = \frac{2a\sqrt{K_1}}{K_1 - 1}$$

và tâm tại $(x = h, y = 0)$ với $h = a \frac{K_1 + 1}{K_1 - 1}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \sqrt{h^2 - b^2} \\ \sqrt{K_1} = \frac{h + \sqrt{h^2 - b^2}}{b} \end{array} \right\} \rightarrow \rho_L = \frac{4\pi\epsilon V_1}{\ln K_1}$$

$$K_1 = e^{4\pi\epsilon V_1 / \rho_L}$$



Biết h, b & V_1

xác định được a, ρ_L & K_1

$$\rightarrow C_{\text{mặt phẳng, trụ}} = \frac{\rho_L L}{V_1} = \frac{4\pi\epsilon L}{\ln K_1} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln[(h + \sqrt{h^2 - b^2})/b]} = \frac{2\pi\epsilon L}{\cosh^{-1}(h/b)}$$

Điện dung (14)

Ví dụ

Tìm vị trí & độ lớn của điện tích đường tương đương, vị trí mặt đẳng thế $V_2 = 50V$.

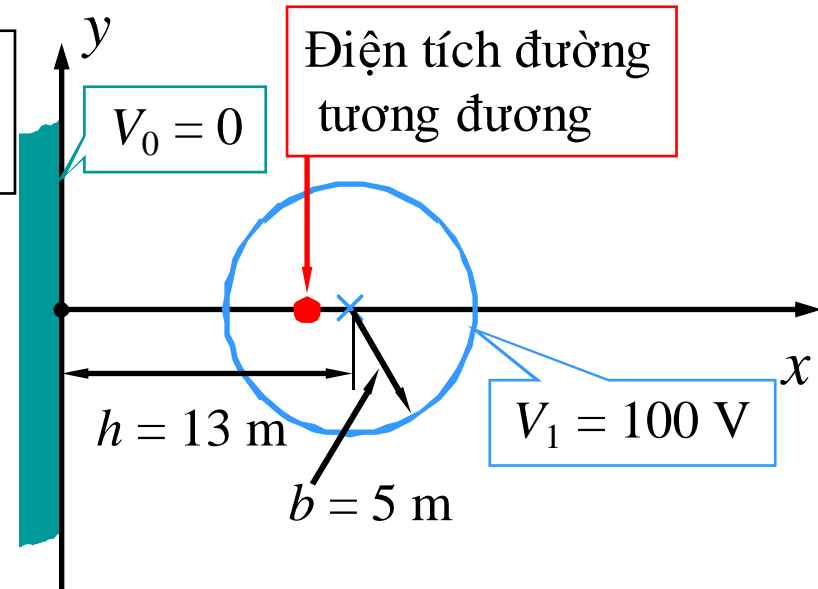
$$a = \sqrt{h^2 - b^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ m}$$

$$\sqrt{K_1} = \frac{h + \sqrt{h^2 - b^2}}{b} = \frac{13 + 12}{5} = 5$$

$$\rightarrow K_1 = 25$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_L &= \frac{4\pi\epsilon V_1}{\ln K_1} \end{aligned} \right\} \rightarrow \rho_L = \frac{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 100}{\ln 25} = 3,46 \text{ nC/m}$$

$$C_{\text{mặt phẳng, trụ}} = \frac{2\pi\epsilon}{\cosh^{-1}(h/b)} = \frac{2\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}}{\cosh^{-1}(13/5)} = 34,6 \text{ pF/m}$$



Điện dung (15)

Ví dụ

Tìm vị trí & độ lớn của điện tích đường tương đương, vị trí mặt đẳng thế $V_2 = 50V$.

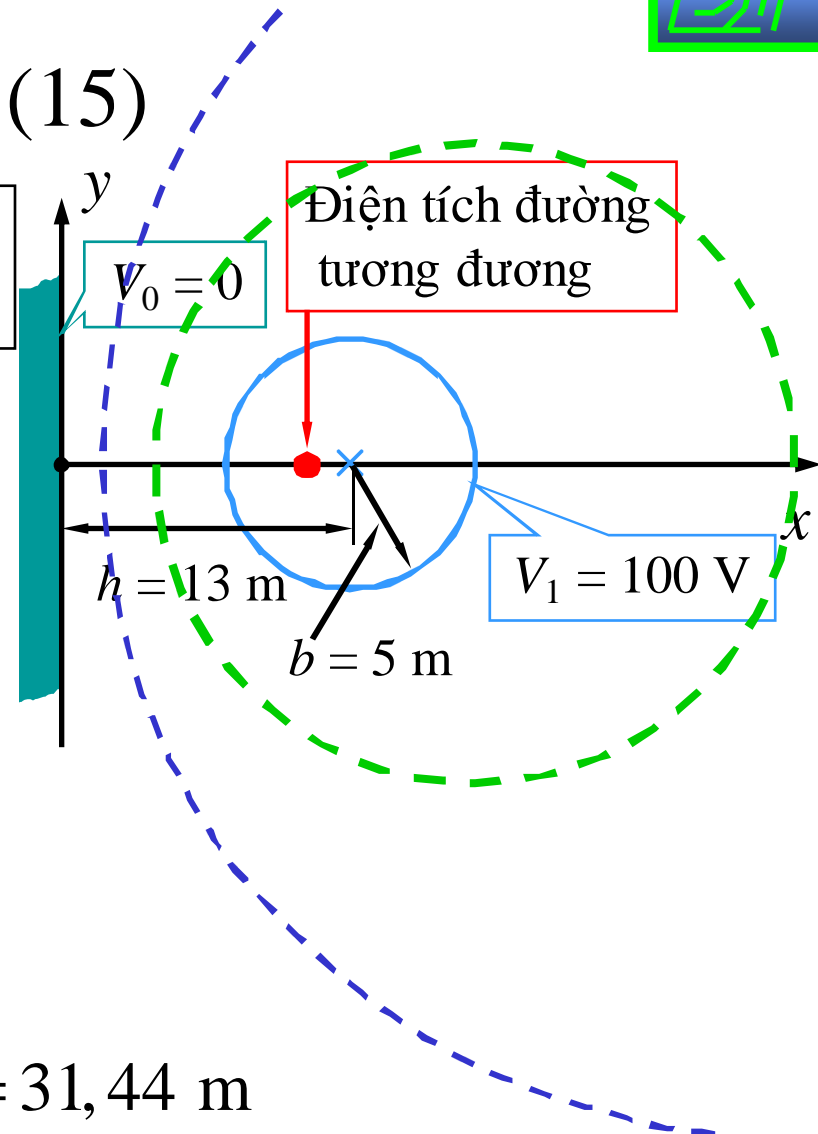
$$K_2 = e^{4\pi\epsilon V_2 / \rho_L}$$

$$= e^{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 50 / 3,46 \cdot 10^{-9}} = 5,00$$

$$\rightarrow b_2 = \frac{2a\sqrt{K_2}}{K_2 - 1} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{5}}{5 - 1} = 13,42 \text{ m}$$

$$h_2 = a \frac{K_2 + 1}{K_2 - 1} = 12 \frac{5 + 1}{5 - 1} = 18 \text{ m}$$

$$V_3 = 25 \text{ V} \rightarrow b_3 = 29,06 \text{ m}, h_3 = 31,44 \text{ m}$$

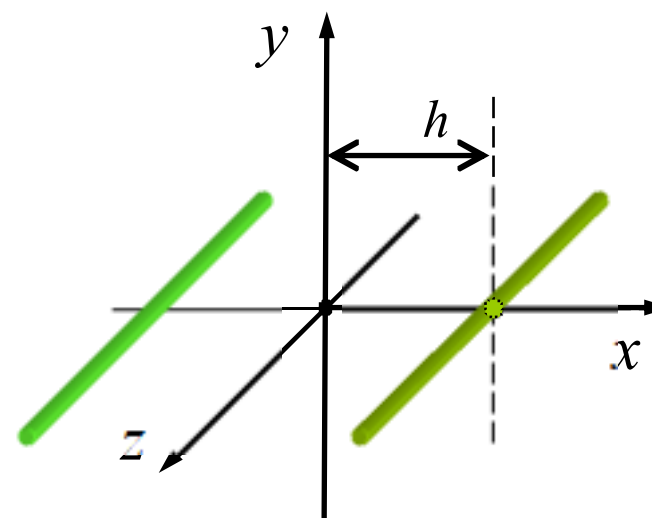
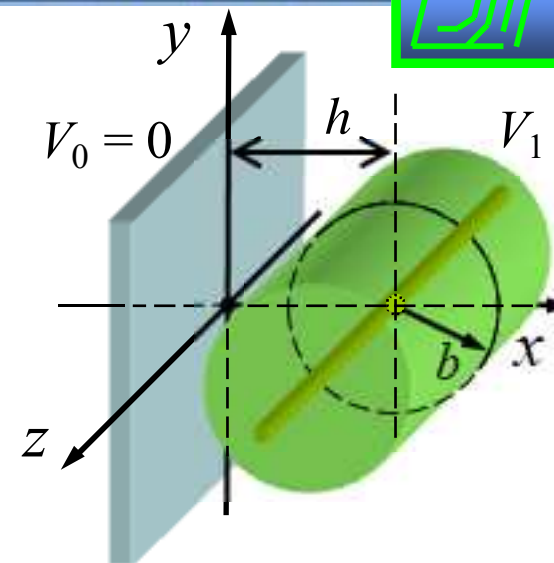


Điện dung (16)

$$C_{\text{mặt phẳng, trụ}} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln[(h + \sqrt{h^2 - b^2}) / b]} \quad \left. \vphantom{\frac{2\pi\epsilon L}{\ln[(h + \sqrt{h^2 - b^2}) / b]}} \right\} b \ll h$$

$$\rightarrow C_{\text{mặt phẳng, trụ}} = C_{\text{mặt phẳng, dây}} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \frac{2h}{b}}$$

$$\rightarrow C_{\text{dây, dây}} = \frac{\pi\epsilon L}{\ln \frac{2h}{b}}$$



Điện môi & điện dung

1. Điện môi
2. Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng
3. Điện dung
- 4. Phương pháp đường sức – đẳng thế**
5. Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện



Phương pháp đường sức – đẳng thế (1)

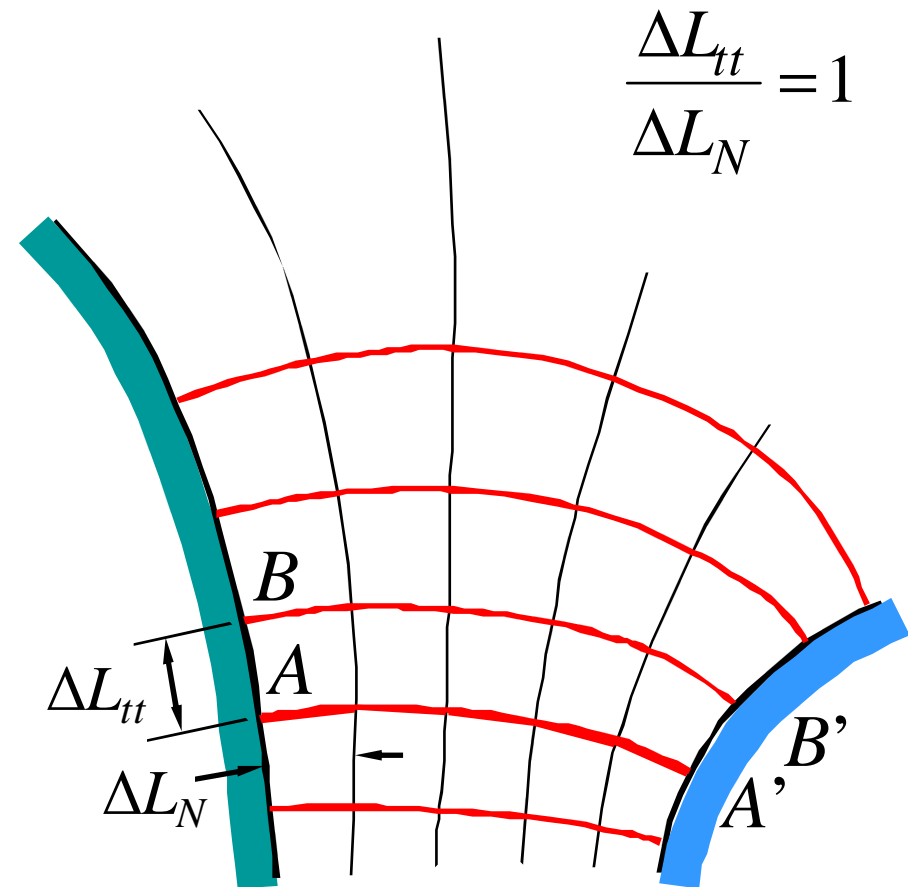
- Mặt dẫn biên giới là một mặt đẳng thế
- Cường độ điện trường \mathbf{E} & dòng điện dịch \mathbf{D} luôn vuông góc với các mặt đẳng thế
- \mathbf{E} & \mathbf{D} vuông góc với các mặt dẫn biên giới & có các thành phần tiếp tuyến bằng zero
- Các đường biểu diễn dòng điện dịch (đường sức) bắt đầu & kết thúc trên điện tích, do đó trong chất điện môi đồng chất & không có điện tích tự do, các đường này bắt đầu & kết thúc trên các mặt dẫn biên giới

Phương pháp đường sức – đẳng thế (2)

Cường độ điện trường \mathbf{E} & dòng điện dịch \mathbf{D} luôn vuông góc với các mặt đẳng thế

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta\psi}{\Delta L_{tt}} \\ E &= \frac{\Delta V}{\Delta L_N} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta\psi}{\Delta L_{tt}} = \frac{\Delta V}{\Delta L_N}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta L_{tt}}{\Delta L_N} = \text{const} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta\psi}{\Delta V}$$

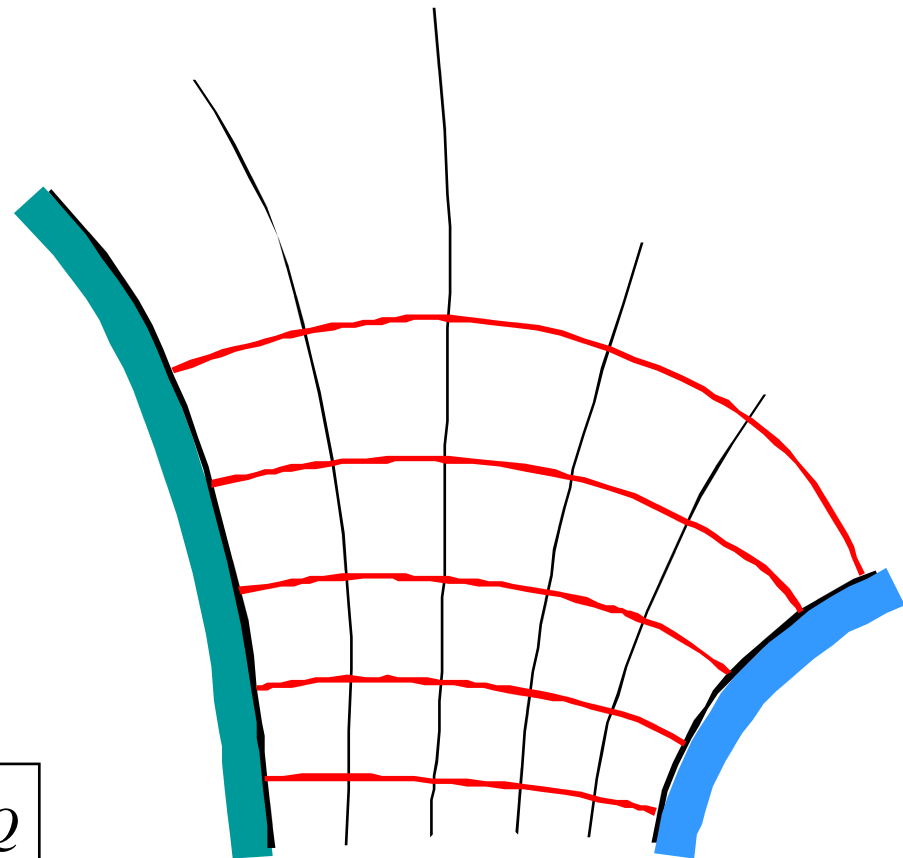


Phương pháp đường sức – đẳng thế (3)

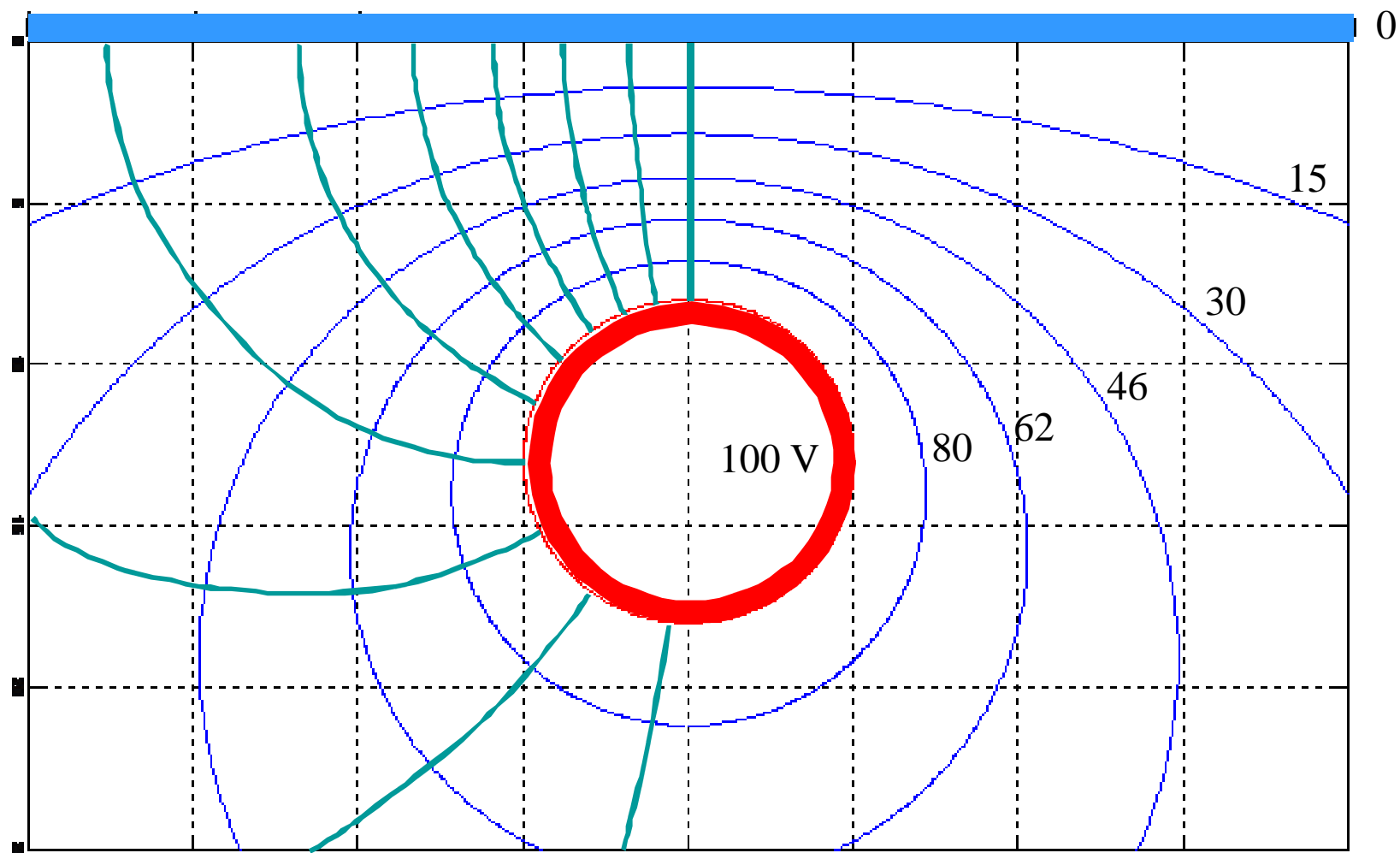
$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{Q}{V_0} \\ Q &= N_Q \Delta Q = N_Q \Delta \psi \\ V_0 &= N_V \Delta V \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow C &= \frac{N_Q \Delta \psi}{N_V \Delta V} \\ \frac{\Delta L_{tt}}{\Delta L_N} &= \text{const} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta \psi}{\Delta V} = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow C = \frac{N_Q}{N_V} \epsilon \frac{\Delta L_{tt}}{\Delta L_N} = \boxed{\epsilon \frac{N_Q}{N_V}}$$



Phương pháp đường sức – đẳng thế (4)



Điện môi & điện dung

1. Điện môi
2. Điều kiện bờ của điện môi lý tưởng
3. Điện dung
4. Phương pháp đường sức – đẳng thế
- 5. Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện**



Mật độ dòng điện & dịch chuyển điện

$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}_\sigma$	$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}_\varepsilon$
$E_\sigma = -\nabla V_\sigma$	$E_\varepsilon = -\nabla V_\varepsilon$

$$\left. \begin{aligned} I &= \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \sigma \oint_S \mathbf{E}_\sigma \cdot d\mathbf{S} \\ V_{\sigma 0} &= -\int \mathbf{E}_\sigma \cdot d\mathbf{L} \\ Q &= \varepsilon \oint_S \mathbf{E}_\varepsilon \cdot d\mathbf{S} \\ V_{\varepsilon 0} &= -\int \mathbf{E}_\varepsilon \cdot d\mathbf{L} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} R &= \frac{V_{\sigma 0}}{I} = \frac{-\int \mathbf{E}_\sigma \cdot d\mathbf{L}}{\sigma \oint_S \mathbf{E}_\sigma \cdot d\mathbf{S}} \\ C &= \frac{Q}{V_{\varepsilon 0}} = \frac{\varepsilon \oint_S \mathbf{E}_\varepsilon \cdot d\mathbf{S}}{-\int \mathbf{E}_\varepsilon \cdot d\mathbf{L}} \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow \boxed{RC = \frac{\varepsilon}{\sigma}}$$