





Nguyễn Công Phương

# Lý thuyết trường điện từ

Lực từ & điện cảm







### Nội dung

- I. Giới thiệu
- II. Giải tích véctơ
- III. Luật Coulomb & cường độ điện trường
- IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & đive
- V. Năng lượng & điện thế
- VI. Dòng điện & vật dẫn
- VII. Điện môi & điện dung
- VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
- IX. Từ trường dùng

#### X. Lực từ & điện cảm

- XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
- XII. Sóng phẳng
- XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
- XIV. Dẫn sóng & bức xạ





### Lực từ & điện cảm

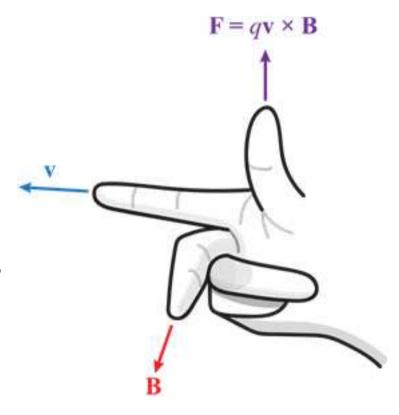
- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm





## Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (1)

- Trong điện trường:  $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$
- Lực (điện) này trùng với hướng của điện trường,
- Trong từ trường:  $\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$
- Lực (từ) này vuông góc với vận tốc **v** của điện tích & với cường độ từ cảm **B**,
- Trong điện từ trường:  $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$
- (lực Lorentz)



https://www.shmoop.com/electricitymagnetism/lorentz-force.html





# VD1 Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (2)

Một điện tích điểm Q = 18 nC có vận tốc  $5.10^6$  m/s theo hướng  $\mathbf{a}_v = 0.04\mathbf{a}_x - 0.05\mathbf{a}_y + 0.2\mathbf{a}_z$ . Tính độ lớn của lực tác dụng lên điện tích do các trường sau gây ra:

a) 
$$\mathbf{B} = -3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z \text{ mT}$$
; b)  $\mathbf{E} = -3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z \text{ kV/m}$ ; c) cả  $\mathbf{B}$  &  $\mathbf{E}$ .

$$\mathbf{F_B} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{v} = v \frac{\mathbf{a}_v}{|\mathbf{a}_v|} = 5.10^6 \frac{0.04\mathbf{a}_x - 0.05\mathbf{a}_y + 0.2\mathbf{a}_z}{\sqrt{0.04^2 + 0.05^2 + 0.2^2}}$$

$$= 5.10^6 (0.19\mathbf{a}_x - 0.24\mathbf{a}_y + 0.95\mathbf{a}_z) \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \mathbf{F_B} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = Q \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 18.10^{-9}.5.10^6 \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 0.19 & -0.24 & 0.95 \\ -3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$=-0.47\mathbf{a}_x - 0.36\mathbf{a}_y + 0.0036\mathbf{a}_z \text{ mN}$$

$$\rightarrow F_{\mathbf{B}} = \left| \mathbf{F_B} \right| = \sqrt{0.47^2 + 0.36^2 + 0.0036^2} = \boxed{0.5928 \text{ mN}}$$
 Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn





### VD1 Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (3)

Một điện tích điểm Q = 18 nC có vận tốc  $5.10^6$  m/s theo hướng  $\mathbf{a}_v = 0.04\mathbf{a}_x - 0.05\mathbf{a}_y + 0.2\mathbf{a}_z$ . Tính độ lớn của lực tác dụng lên điện tích do các trường sau gây ra:

a) 
$$\mathbf{B} = -3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z \text{ mT}$$
; b)  $\mathbf{E} = -3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z \text{ kV/m}$ ; c) cả  $\mathbf{B}$  &  $\mathbf{E}$ .

$$\mathbf{F_E} = Q\mathbf{E} = 18.10^{-9}(-3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z)$$

$$F_{\mathbf{E}} = |\mathbf{F_E}| = 18.10^{-9}\sqrt{3^2 + 4^2 + 6^2} = \boxed{0,1406 \text{ mN}}$$

$$\mathbf{F_{EB}} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F_E} + \mathbf{F_B}$$

$$= 18.10^{-6}(-3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 6\mathbf{a}_z) + (-0,47\mathbf{a}_x - 0,36\mathbf{a}_y + 0,0036\mathbf{a}_z).10^{-3}$$

$$= -0,53\mathbf{a}_x - 0,29\mathbf{a}_y + 0,11\mathbf{a}_z \text{ mN}$$

$$\rightarrow F_{\mathbf{EB}} = |\mathbf{F_{EB}}| = \sqrt{0,53^2 + 0,29^2 + 0,11^2} = \boxed{0,6141 \text{ mN}}$$





### VD2 Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (4)

Một điện tích điểm Q C chuyển động đều với vận tốc  $\mathbf{v} = \mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y$  m/s. Giả sử  $\mathbf{B} = \mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_z$  T, tìm  $\mathbf{E}$ .

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$= -(\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y) \times (\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_z)$$

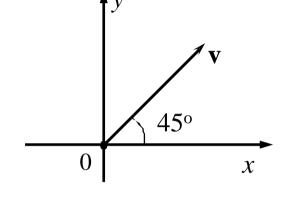
$$= 2\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z \text{ V/m}$$



# VD3 Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (5)

Cho từ cảm  $\mathbf{B} = 10^{-2} \, \mathbf{a}_x \, \mathrm{T}$ , tính lực tác dụng lên một điện tử chuyển động với vận tốc  $10^7 \, \mathrm{m/s}$ :

- a) Theo các hướng x, y, & z?
- b) Trong mặt phẳng x0y & nghiêng  $45^{\circ}$  so với trục x?



$$\mathbf{F}_{x} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = Q(10^{7} \,\mathbf{a}_{x} \times 10^{-2} \,\mathbf{a}_{x}) = 0$$

$$\mathbf{F}_y = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -1.6 \times 10^{-19} (10^7 \mathbf{a}_y \times 10^{-2} \mathbf{a}_x) = 1.6 \times 10^{-14} \mathbf{a}_z \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_z = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -1.6 \times 10^{-19} (10^7 \mathbf{a}_z \times 10^{-2} \mathbf{a}_x) = -1.6 \times 10^{-14} \mathbf{a}_y \text{ N}$$

$$\mathbf{v} = (\cos 45^{\circ} \mathbf{a}_{x} + \sin 45^{\circ} \mathbf{a}_{y})10^{7} \text{ m/s}$$

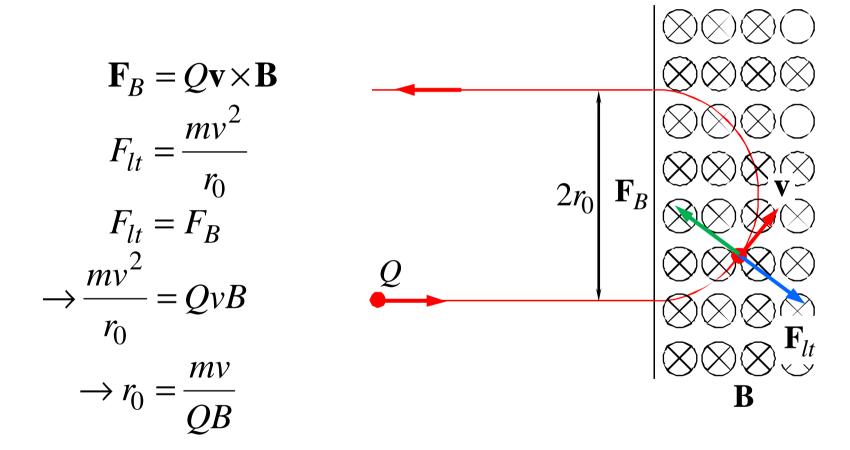
$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -1.6 \times 10^{-19} (\cos 45^{\circ} \mathbf{a}_x + \sin 45^{\circ} \mathbf{a}_y) 10^{7} \times 10^{-2} \mathbf{a}_x$$

$$=1.13\times10^{-14}a_z$$
 N





# VD4 Lực tác dụng lên điện tích chuyển động (6)









### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm



### Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (1)

• Lực tác dụng lên nguyên tố điện tích:

$$d\mathbf{F} = dQ\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Nếu xét một hạt điện tích chảy trong một vật dẫn, lực sẽ tác dụng lên vật dẫn
- Chỉ xét các lực tác dụng lên các vật dẫn có dòng điện
- Đã biết:  $dQ = \rho_v dv$  (chú ý dv là vi phân thể tích)

$$\rightarrow d\mathbf{F} = \rho_{v} dv \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Mặt khác:

$$\mathbf{J} = \rho_{v} \mathbf{v}$$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv$$







# Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (3)

$$d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv$$

$$\mathbf{J} dv = I d\mathbf{L}$$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = Id\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

$$\rightarrow \mathbf{F} = \int_{V} \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv = \oint I d\mathbf{L} \times \mathbf{B} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$$

Đối với một dây dẫn thẳng, đặt trong từ trường đều:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$
$$F = BIL \sin \theta$$





#### VD1

## Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (4)

Tính lực tác dụng lên dòng điện I đặt trong từ trường đều  $\mathbf{B}$ .

$$\mathbf{F}_{g} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

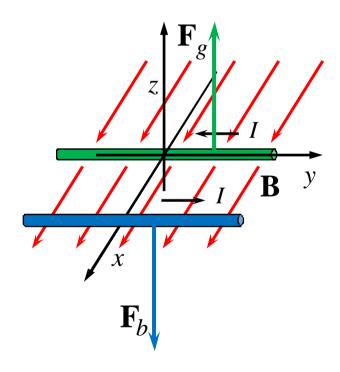
$$= I(-L\mathbf{a}_{y}) \times (B\mathbf{a}_{x})$$

$$= BIL\mathbf{a}_{z}$$

$$\mathbf{F}_b = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

$$= I(L\mathbf{a}_y) \times (B\mathbf{a}_x)$$

$$= -BIL\mathbf{a}_z$$







#### VD2

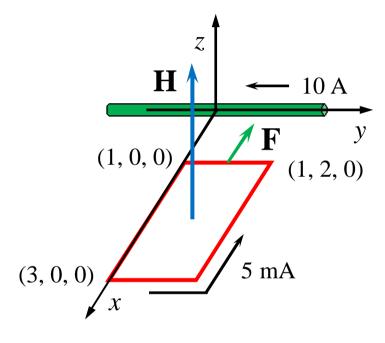
### Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (5)

Tính lực tác dụng lên vòng dây.

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi x} \mathbf{a}_z = \frac{10}{2\pi x} \mathbf{a}_z \text{ A/m}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = 4\pi.10^{-7} \frac{10}{2\pi x} \mathbf{a}_z = \frac{2.10^{-6}}{x} \mathbf{a}_z \text{ T}$$

$$\mathbf{F} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L} = -5.10^{-3} \oint \frac{2.10^{-6}}{x} \mathbf{a}_z \times d\mathbf{L} \quad (3, 0, 0)$$



$$=-10^{-8}\left[\int_{x=1}^{3} \frac{\mathbf{a}_{z}}{x} \times dx \mathbf{a}_{x} + \int_{y=0}^{2} \frac{\mathbf{a}_{z}}{3} \times dy \mathbf{a}_{y} + \int_{x=3}^{1} \frac{\mathbf{a}_{z}}{x} \times dx \mathbf{a}_{x} + \int_{y=2}^{0} \frac{\mathbf{a}_{z}}{1} \times dy \mathbf{a}_{y}\right]$$

$$= -10^{-8} \left[ \ln x \Big|_{1}^{3} \mathbf{a}_{y} + \frac{1}{3} y \Big|_{0}^{2} (-\mathbf{a}_{x}) + \ln x \Big|_{3}^{1} \mathbf{a}_{y} + y \Big|_{2}^{0} (-\mathbf{a}_{x}) \right] = \left[ -1,33.10^{-8} \mathbf{a}_{x} \text{ N} \right]$$





#### VD3

# Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (6)

Tính lực trên mỗi mét dài giữa hai sợi dây thẳng & dài vô tận, cách nhau một khoảng d, mang hai dòng điện bằng nhau và ngược chiều.

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{\varphi}$$

$$\mathbf{B}_{1} = \mu_{0} \mathbf{H}_{1} = \mu_{0} \frac{I_{1}}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{\varphi} \Big|_{\rho = d, \ \varphi = \pi/2} = -\mu_{0} \frac{I_{1}}{2\pi d} \mathbf{a}_{x} \mathbf{T}$$

$$d\mathbf{F}_2 = I_2 d\mathbf{L}_2 \times \mathbf{B}_1 = I_2 (-dz_2 \mathbf{a}_z) \times \left(-\mu_0 \frac{I_1}{2\pi d} \mathbf{a}_x\right) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dz_2 \mathbf{a}_y$$

$$\to \mathbf{F}_2 = \int_{z_2=0}^{1} \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dz_2 \mathbf{a}_y = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi d} \mathbf{a}_y \quad \text{N/m}$$







#### VD4

Lực tác dụng lên nguyên tố dòng (7)

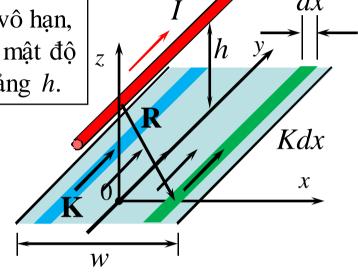
Tính lực trên mỗi mét dài giữa một dây thẳng & dài vô hạn, mang dòng điện I, & một dải kim loại dài vô hạn, có mật độ dòng điện mặt  $\mathbf{K}$ . Sợi dây cách dải kim loại một khoảng h.

$$\mathbf{F} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R} \mathbf{a}_R$$

$$d\mathbf{F}_g = \frac{\mu_0 I K dx}{2\pi \sqrt{x^2 + h^2}} \cdot \frac{-h \mathbf{a}_z + x \mathbf{a}_x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$d\mathbf{F}_b = \frac{\mu_0 I K dx}{2\pi \sqrt{x^2 + h^2}} \cdot \frac{-h \mathbf{a}_z - x \mathbf{a}_x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = d\mathbf{F}_g + d\mathbf{F}_b = \frac{-\mu_0 I K h dx}{\pi (x^2 + h^2)} \mathbf{a}_z$$



$$\rightarrow \mathbf{F} = \int_{0}^{w/2} \frac{-\mu_0 I K h dx}{\pi (x^2 + h^2)} \mathbf{a}_z = \boxed{-\frac{\mu_0 I K}{\pi} \arctan \frac{w}{2h} \mathbf{a}_z \text{ N/m}}$$





### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm







# Lực giữa các nguyên tố dòng (1)

$$d\mathbf{H}_{2} = \frac{I_{1}d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R12}}{4\pi R_{12}^{2}}$$

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{L} \times \mathbf{B} \rightarrow d(d\mathbf{F}_{2}) = I_{2}d\mathbf{L}_{2} \times d\mathbf{B}_{2}$$

$$d\mathbf{B}_{2} = \mu_{0}d\mathbf{H}_{2}$$

$$\rightarrow d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12})$$







#### Ví dụ 1

## Lực giữa các nguyên tố dòng (2)

Cho  $I_1 d\mathbf{L}_1 = -3\mathbf{a}_v$  Am;  $I_2 d\mathbf{L}_2 = -4\mathbf{a}_z$  Am. Tính vi phân lực tác dụng lên  $d\mathbf{L}_2$ .

$$d(d\mathbf{F}_{2}) = \mu_{0} \frac{I_{1}I_{2}}{4\pi R_{12}^{2}} d\mathbf{L}_{2} \times (d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi R_{12}^{2}} I_{2} d\mathbf{L}_{2} \times (I_{1} d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R12})$$

 $\mathbf{R}_{12} = (1-5)\mathbf{a}_x + (6-2)\mathbf{a}_v + (4-1)\mathbf{a}_z$ 

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi R_{12}^{2}} I_{2} d\mathbf{L}_{2} \times (I_{1} d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$= (1-5)\mathbf{a}_{x} + (6-2)\mathbf{a}_{y} + (4-1)\mathbf{a}_{z}$$

$$= -4\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{y} + 3\mathbf{a}_{z} \rightarrow \mathbf{a}_{R12} = \frac{-4\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{y} + 3\mathbf{a}_{z}}{\sqrt{4^{2} + 4^{2} + 3^{2}}}; \quad R_{12} = \sqrt{4^{2} + 4^{2} + 3^{2}}$$

$$\rightarrow d(d\mathbf{F}_2) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} (-4\mathbf{a}_z) \times \frac{\left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right]}{(4^2 + 4^2 + 3^2)^{3/2}}$$





#### Ví dụ 1

## Lực giữa các nguyên tố dòng (3)

Cho  $I_1 d\mathbf{L}_1 = -3\mathbf{a}_v$  Am;  $I_2 d\mathbf{L}_2 = -4\mathbf{a}_z$  Am. Tính vi phân lực tác dụng lên  $d\mathbf{L}_2$ .

$$d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} (-4\mathbf{a}_z) \times \frac{\left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right]}{(4^2 + 4^2 + 3^2)^{3/2}}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

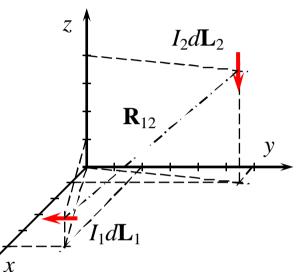
$$|\mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z|$$

$$|\mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z|$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ A_{x} & A_{y} & A_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{y} & \mathbf{z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\to (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 0 & -3 & 0 \\ -4 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -3(3\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_z)$$







#### Ví dụ 1

# Lực giữa các nguyên tố dòng (4)

Cho  $I_1 d\mathbf{L}_1 = -3\mathbf{a}_v$  Am;  $I_2 d\mathbf{L}_2 = -4\mathbf{a}_z$  Am. Tính vi phân lực tác dụng lên  $d\mathbf{L}_2$ .

$$d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} (-4\mathbf{a}_z) \times \frac{\left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right]}{(4^2 + 4^2 + 3^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} (-4\mathbf{a}_{z}) \times \frac{\left[ (-3\mathbf{a}_{y}) \times (-4\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{y} + 3\mathbf{a}_{z}) \right]}{(4^{2} + 4^{2} + 3^{2})^{3/2}} \int_{x}^{x} \frac{\mathbf{a}_{z}}{\mathbf{I}_{1} d\mathbf{L}_{1}}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ A_{x} & A_{y} & A_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{vmatrix} \qquad (-3\mathbf{a}_{y}) \times (-4\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{y} + 3\mathbf{a}_{z}) = -3(3\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{z})$$

$$\rightarrow (-4\mathbf{a}_{z}) \times \left[ (-3\mathbf{a}_{y}) \times (-4\mathbf{a}_{x} + 4\mathbf{a}_{y} + 3\mathbf{a}_{z}) \right] = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ 0 & 0 & -4 \\ -9 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 36\mathbf{a}_{y}$$

$$\rightarrow (-4\mathbf{a}_z) \times \left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right] = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 0 & 0 & -4 \\ -9 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 36\mathbf{a}_y$$





#### Ví dụ 1

# Lực giữa các nguyên tố dòng (5)

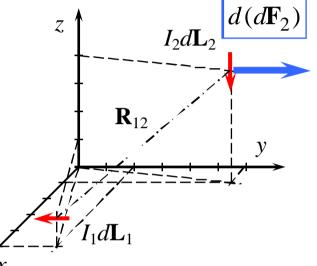
Cho  $I_1 d\mathbf{L}_1 = -3\mathbf{a}_y$  Am;  $I_2 d\mathbf{L}_2 = -4\mathbf{a}_z$  Am. Tính vi phân lực tác dụng lên  $d\mathbf{L}_2$ .

$$d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} (-4\mathbf{a}_z) \times \frac{\left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right]}{(4^2 + 4^2 + 3^2)^{3/2}} \sqrt{\frac{1}{10} I_1 d\mathbf{L}_1}$$

$$(-4\mathbf{a}_z) \times \left[ (-3\mathbf{a}_y) \times (-4\mathbf{a}_x + 4\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z) \right] = 36\mathbf{a}_y$$

$$\rightarrow d(d\mathbf{F}_2) = \frac{10^{-7}}{(4^2 + 4^2 + 3^2)^{3/2}} 36\mathbf{a}_y = \boxed{1,37.10^{-8} \mathbf{a}_y \text{ N}}$$







#### Ví dụ 2

## Lực giữa các nguyên tố dòng (6)

Cho 
$$I_1 d\mathbf{L}_1 = -3\mathbf{a}_y$$
 Am;  $I_2 d\mathbf{L}_2 = -4\mathbf{a}_z$  Am.  
Tính vi phân lực tác dụng lên  $d\mathbf{L}_1$ .

 $(\tilde{a} \text{ tính được } d(d\mathbf{F}_2) = 1,37.10^{-8} \, \mathbf{a}_y \, \text{N ở VD1})$ 

$$d(d\mathbf{F}_{2}) = \mu_{0} \frac{I_{1}I_{2}}{4\pi R_{12}^{2}} d\mathbf{L}_{2} \times (d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R12})$$

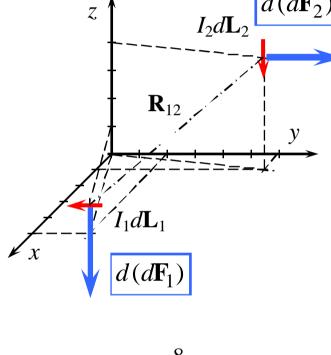
$$d(d\mathbf{F}_1) = \mu_0 \frac{I_2 I_1}{4\pi R_{21}^2} d\mathbf{L}_1 \times (d\mathbf{L}_2 \times \mathbf{a}_{R21})$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi R_{21}^{2}} I_{1} d\mathbf{L}_{1} \times (I_{2} d\mathbf{L}_{2} \times \mathbf{a}_{R21})$$

$$\mathbf{R}_{21} = (5-1)\mathbf{a}_{x} + (2-6)\mathbf{a}_{y} + (1-4)\mathbf{a}_{z}$$

$$\rightarrow d(d\mathbf{F}_{1}) = -1,83.10^{-8}\mathbf{a}_{z}$$

Tại sao 
$$d(d\mathbf{F}_2) \neq d(d\mathbf{F}_1)$$
?









# Lực giữa các nguyên tố dòng (7)

$$d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12})$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_2 = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint \left[ d\mathbf{L}_2 \times \oint \frac{d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12}}{R_{12}^2} \right]$$

$$= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint \left[ \oint \frac{d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12}}{R_{12}^2} \right] \times d\mathbf{L}_2$$





### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm





Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (1)

- Lực tác dụng lên một vòng dây kín:  $\mathbf{F} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$
- Nếu  $\mathbf{B} = \text{const} \to \mathbf{F} = -I\mathbf{B} \times \oint d\mathbf{L}$
- Trong một trường thế tĩnh điện thì  $\oint d\mathbf{L} = 0$
- → lực tác dụng lên một vòng dây kín trong một từ trường không đổi bằng zero
- *Tổng quát*: tổng lực tác dụng lên một mạch kín có dòng điện nằm trong một từ trường không đổi bằng zero





### VD1 Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (2)

 $I_0 = 5$ A,  $I_1 = 3$ A,  $I_2 = 4$ A. Tính tổng lực mà hai khung dây tác dụng lên sợi dây mang dòng  $I_0$ ?

$$\mathbf{B}_{+} = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{x}, \quad \mathbf{B}_{-} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{x}$$

$$\mathbf{F}_1 = \oint_{C1} I_1 d\mathbf{L} \times \mathbf{B}_+$$

$$= \int_{a}^{b} I_{1} d\mathbf{L}_{a} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{b}^{c} I_{1} d\mathbf{L}_{b} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{c}^{d} I_{1} d\mathbf{L}_{c} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{d}^{a} I_{1} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{+}$$

$$\mathbf{F}_2 = \oint_{C2} I_2 d\mathbf{L} \times \mathbf{B}_-$$

$$= \int_{e}^{f} I_{2} d\mathbf{L}_{e} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{f}^{g} I_{2} d\mathbf{L}_{f} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{g}^{h} I_{2} d\mathbf{L}_{g} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{h}^{e} I_{2} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{-}$$

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn



### VD1 Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (3)

 $I_0 = 5$ A,  $I_1 = 3$ A,  $I_2 = 4$ A. Tính tổng lực mà hai khung dây tác dụng lên sợi dây mang dòng  $I_0$ ?

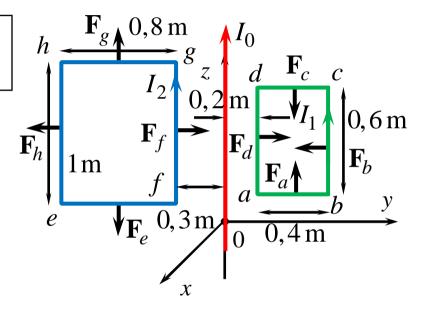
$$\mathbf{F}_{1} = \int_{a}^{b} I_{1} d\mathbf{L}_{a} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{b}^{c} I_{1} d\mathbf{L}_{b} \times \mathbf{B}_{+}$$

$$+ \int_{c}^{d} I_{1} d\mathbf{L}_{c} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{d}^{a} I_{1} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{+}$$

$$+ \mathbf{F}_{2} = \int_{e}^{f} I_{2} d\mathbf{L}_{e} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{f}^{g} I_{2} d\mathbf{L}_{f} \times \mathbf{B}_{-}$$

$$+ \int_{g}^{h} I_{2} d\mathbf{L}_{g} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{h}^{e} I_{2} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{-}$$

$$+ \mathbf{F}_{a} + \mathbf{F}_{c} = 0, \ \mathbf{F}_{e} + \mathbf{F}_{g} = 0$$



$$\rightarrow \mathbf{F}_t = \int_f^g I_2 d\mathbf{L}_f \times \mathbf{B}_- + \int_h^e I_2 d\mathbf{L}_d \times \mathbf{B}_- + \int_b^c I_1 d\mathbf{L}_b \times \mathbf{B}_+ + \int_d^a I_1 d\mathbf{L}_d \times \mathbf{B}_+$$

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn





### VD1 Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (4)

 $I_0 = 5$ A,  $I_1 = 3$ A,  $I_2 = 4$ A. Tính tổng lực mà hai khung dây tác dụng lên sợi dây mang dòng  $I_0$ ?

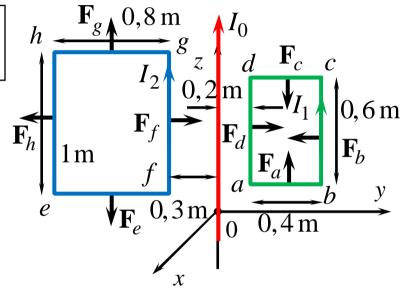
$$\mathbf{F}_{t} = \int_{f}^{g} I_{2} d\mathbf{L}_{f} \times \mathbf{B}_{-} + \int_{h}^{e} I_{2} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{-}$$

$$+ \int_{b}^{c} I_{1} d\mathbf{L}_{b} \times \mathbf{B}_{+} + \int_{d}^{a} I_{1} d\mathbf{L}_{d} \times \mathbf{B}_{+}$$

$$\mathbf{B}_{+} = -\frac{\mu_{0} I_{0}}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{x}, \quad \mathbf{B}_{-} = \frac{\mu_{0} I_{0}}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{x}$$

$$\int_{f}^{g} I_{2} d\mathbf{L}_{f} \times \mathbf{B}_{-} = \int_{z=0}^{1} I_{2} (dz \mathbf{a}_{z}) \times \left( \frac{\mu_{0} I_{0}}{2\pi \rho} \mathbf{a}_{x} \right) \Big|_{\rho=0,3} = \int_{z=0}^{1} \frac{\mu_{0} I_{0} I_{2} dz}{2\pi (0.3)} \mathbf{a}_{y}$$

$$= \left( \frac{\mu_{0} I_{0} I_{2} z}{2\pi (0,3)} \Big|_{0}^{1} \right) \mathbf{a}_{y} = \frac{\mu_{0} I_{0} I_{2}}{2\pi (0,3)} \mathbf{a}_{y}$$



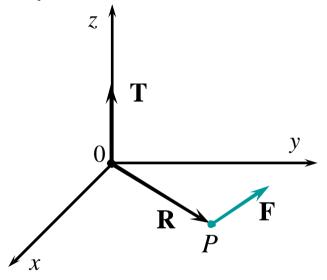
$$= \int_{z=0}^{1} \frac{\mu_0 I_0 I_2 dz}{2\pi (0.3)} \mathbf{a}_y$$

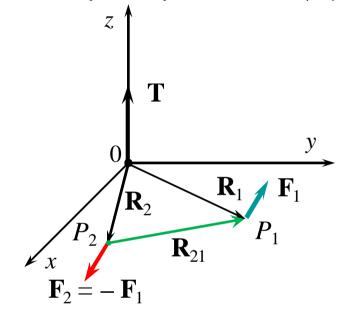






### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (5)





$$T = R \times F$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_2 \times \mathbf{F}_2$$
$$= (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \times \mathbf{F}_1$$
$$= \mathbf{R}_{21} \times \mathbf{F}_1$$







### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (6)

$$d\mathbf{T}_{1} = \mathbf{R}_{1} \times d\mathbf{F}_{1}$$

$$d\mathbf{F}_{1} = Idx\mathbf{a}_{x} \times \mathbf{B}_{0} = Idx(B_{0y}\mathbf{a}_{z} - B_{0z}\mathbf{a}_{y})$$

$$\mathbf{R}_{1} = -\frac{1}{2}dy\mathbf{a}_{y}$$

$$\rightarrow d\mathbf{T}_{1} = -\frac{1}{2}dy\mathbf{a}_{y} \times Idx(B_{0y}\mathbf{a}_{z} - B_{0z}\mathbf{a}_{y})$$

$$= -\frac{1}{2}dxdyIB_{0y}\mathbf{a}_{x}$$

$$= -\frac{1}{2}dxdyIB_{0y}\mathbf{a}_{x}$$

$$\Rightarrow d\mathbf{T}_{1} + d\mathbf{T}_{3} = -dxdyIB_{0y}\mathbf{a}_{x}$$

$$\Rightarrow d\mathbf{T}_{1} + d\mathbf{T}_{2} + d\mathbf{T}_{4} = dxdyIB_{0x}\mathbf{a}_{y}$$

$$\rightarrow d\mathbf{T} = dxdyI(B_{0x}\mathbf{a}_y - B_{0y}\mathbf{a}_x) = dxdyI\mathbf{a}_z \times \mathbf{B}_0 = Id\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$





### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (7)

Tính lực & mômen mà  $I_1$  tác dụng lên một đoạn của sợi dây có  $I_2$ ?

$$d\mathbf{F}_2 = I_2 d\mathbf{L}_2 \times \mathbf{B}_1$$

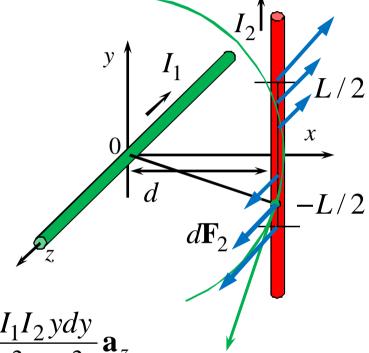
$$\mathbf{B}_{1} = \frac{\mu_{0}I_{1}}{2\pi\rho}\mathbf{a}_{\varphi} = \frac{\mu_{0}I_{1}}{2\pi\sqrt{d^{2} + y^{2}}} \cdot \frac{y\mathbf{a}_{x} - d\mathbf{a}_{y}}{\sqrt{d^{2} + y^{2}}}$$

$$d\mathbf{L}_{2} = dy\mathbf{a}_{y}$$

$$d\mathbf{L}_2 = dy\mathbf{a}_y$$

$$\to d\mathbf{F}_2 = I_2(dy\mathbf{a}_y) \times \frac{\mu_0 I_1(y\mathbf{a}_x - d\mathbf{a}_y)}{2\pi(d^2 + y^2)} = \frac{-\mu_0 I_1 I_2 y dy}{2\pi(d^2 + y^2)} \mathbf{a}_z$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_{2} = \int_{-L/2}^{L/2} d\mathbf{F}_{2} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-\mu_{0} I_{1} I_{2} y dy}{2\pi (d^{2} + y^{2})} \mathbf{a}_{z} = \boxed{0}$$





#### TRUÖNG BALHOC

### BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### VD1

### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (8)

Tính lực & mômen mà  $I_1$  tác dụng lên một đoạn của sợi dây có  $I_2$ ?

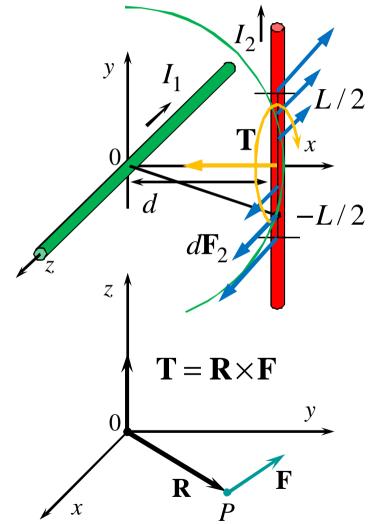
$$d\mathbf{F}_2 = \frac{-\mu_0 I_1 I_2 y dy}{2\pi (d^2 + y^2)} \mathbf{a}_z$$

$$d\mathbf{T}_2 = \mathbf{R}_2 \times d\mathbf{F}_2 = (y\mathbf{a}_y) \times \left[ \frac{-\mu_0 I_1 I_2 y dy}{2\pi (d^2 + y^2)} \mathbf{a}_z \right]$$

$$= \frac{-\mu_0 I_1 I_2 y^2 dy}{2\pi (d^2 + y^2)} \mathbf{a}_x$$

$$\rightarrow \mathbf{T}_{2} = \int_{-L/2}^{L/2} d\mathbf{T}_{2} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-\mu_{0} I_{1} I_{2} y^{2} dy}{2\pi (d^{2} + y^{2})} \mathbf{a}_{x}$$

$$\boxed{-\mu_{0} I_{1} I_{2} L^{3}}$$







### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (9)

- Định nghĩa mômen lưỡng cực từ:  $d\mathbf{m} = Id\mathbf{S}$
- Đơn vị Am<sup>2</sup>
- $\rightarrow d\mathbf{T} = d\mathbf{m} \times \mathbf{B}$
- Đúng đối với vi mạch kín có hình dạng bất kỳ
- Trong từ trường đều:  $\mathbf{T} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$





### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (10)

#### VD2

Tính mômen tác dụng lên mạch kín.

(Cách 1)

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

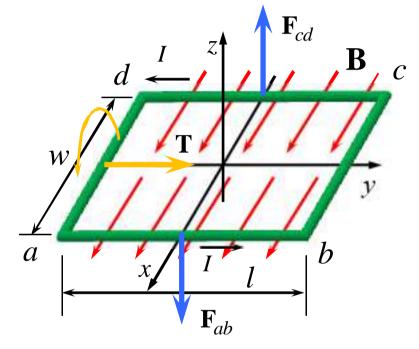
$$\mathbf{F}_{ab} = I\mathbf{L}_{ab} \times \mathbf{B} = I(l\mathbf{a}_y) \times (B\mathbf{a}_x) = -BIl\mathbf{a}_z$$

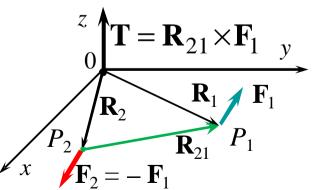
$$\mathbf{F}_{bc} = I\mathbf{L}_{bc} \times \mathbf{B} = I(-w\mathbf{a}_x) \times (B\mathbf{a}_x) = 0$$

$$\mathbf{F}_{cd} = I \mathbf{L}_{cd} \times \mathbf{B} = I(-l\mathbf{a}_y) \times (B\mathbf{a}_x) = BIl\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{F}_{da} = I \mathbf{L}_{da} \times \mathbf{B} = I(w \mathbf{a}_x) \times (B \mathbf{a}_x) = 0$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}_{da} \times \mathbf{F}_{ab} = (w\mathbf{a}_x) \times (-BIl\mathbf{a}_z) = BIlw\mathbf{a}_y$$











### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (11)

#### VD2

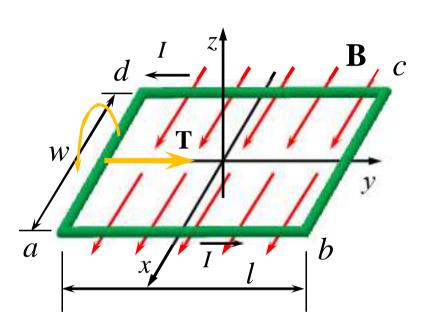
Tính mômen tác dụng lên mạch kín.

(Cách 2)

$$\mathbf{T} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$

$$= I(lw\mathbf{a}_z) \times (B\mathbf{a}_x)$$

$$= BIlw\mathbf{a}_y$$





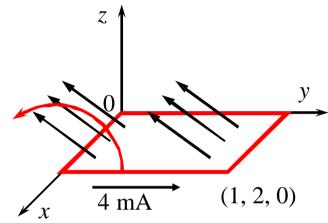
### Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (12)

#### VD3

Cho  $\mathbf{B}_0 = -0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z$  T. Tính mômen tác dụng lên mạch kín.

$$T = IS \times B$$

$$\rightarrow$$
 **T** = 4.10<sup>-3</sup>(1.2**a**<sub>z</sub>)×(-0,6**a**<sub>y</sub>+0,8**a**<sub>z</sub>)



$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ A_{x} & A_{y} & A_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{vmatrix} \to 1.2 \mathbf{a}_{z} \times (-0,6 \mathbf{a}_{y} + 0,8 \mathbf{a}_{z}) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -0,6 & 0,8 \end{vmatrix} = 1,2 \mathbf{a}_{x}$$

$$\rightarrow$$
 **T** = 4,8.10<sup>-3</sup>**a**<sub>x</sub> Nm





### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



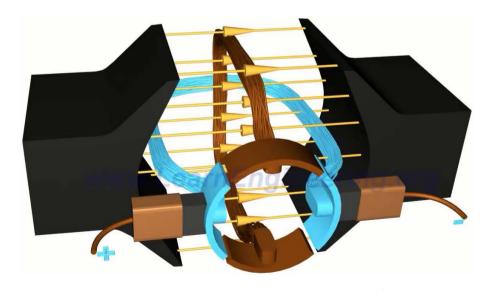
## Lực & mômen tác dụng lên một mạch kín (13)

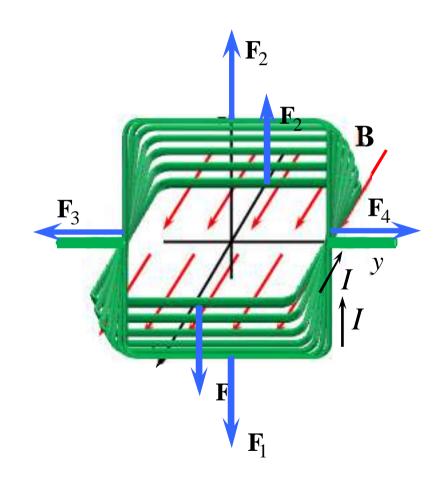
#### VD2

Tính mômen tác dụng lên mạch kín.

$$\mathbf{T} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$
$$= I(lw\mathbf{a}_x) \times (B\mathbf{a}_x)$$

=0







### TRƯỚNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm



### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



## Cường độ phân cực từ & từ thẩm (1)

- Cường độ phân cực từ được định nghĩa dựa trên mômen lưỡng cực từ m
- $\mathbf{m} = I_b d\mathbf{S}$  (đơn vị Am<sup>2</sup>)
- $I_b$ : dòng điện chảy theo một đường kín bao quanh vi diện tích  $d\mathbf{S}$
- Xét  $\Delta v$ , mômen lưỡng cực từ tổng cộng:  $\mathbf{m}_{tổng} = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{m}_{i}$
- n: số lượng lưỡng cực trong một đơn vị thể tích
- Định nghĩa cường độ phân cực từ:  $\mathbf{M} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{m}_i$
- M: (tổng) mômen lưỡng cực trên một đơn vị thể tích





## Cường độ phân cực từ & từ thẩm (2)

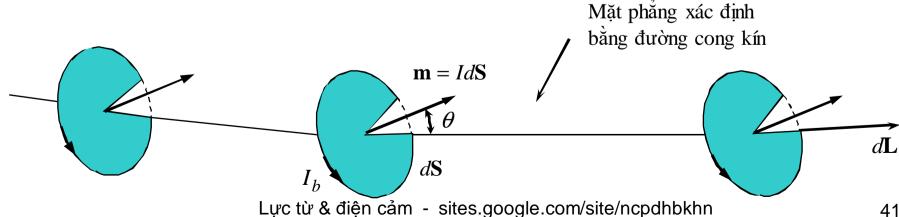
$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{m}_i : (\text{tổng}) \text{ mômen lưỡng cực trên một đơn vị thể tích}$$

$$d\mathbf{S}.d\mathbf{L}$$

$$\mathbf{m} = I_b d\mathbf{S}$$

$$\rightarrow dI_b = n\mathbf{m}.d\mathbf{L}$$

$$\rightarrow dI_b = \mathbf{M}.d\mathbf{L} \rightarrow I_b = \oint \mathbf{M}.d\mathbf{L}$$









## Cường độ phân cực từ & từ thẩm (3)

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_{T}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_{0}}$$

$$I_{T} = I_{b} + I$$

$$I_{b} = \oint \mathbf{M}.d\mathbf{L}$$

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_{T}$$

$$\Rightarrow I = I_{T} - I_{b} = \oint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_{0}} - \mathbf{M}\right).d\mathbf{L}$$

$$\oint \mathbf{B} = \mu_{0}(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

$$\oint \mathbf{M}.d\mathbf{L}$$

$$\oint \mathbf{M}.d\mathbf{L}$$

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_{T}$$

$$\oint \mathbf{B} = \mu_{0}(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

$$\oint \mathbf{M}.d\mathbf{L}$$

$$\oint \mathbf{M}.d\mathbf{M}$$

$$\oint \mathbf$$

(Khi cường độ phân cực từ bằng zero thì  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ )

Định nghĩa hệ số phân cực từ :  $\chi_m = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}}$ 

Định nghĩa độ từ thẩm tương đối :  $\mu_R = 1 + \chi_m$ 

Định nghĩa độ từ thẩm :  $\mu = \mu_0 \mu_R$ 

$$\rightarrow B = \mu H$$





## Cường độ phân cực từ & từ thẩm (4)

Một sợi dây thẳng & dài vô tận mang dòng điện I nằm trong một hình trụ có bán kính a & độ thẩm từ  $\mu$ , bên ngoài hình trụ là chân không. Tìm B, H, M, & mật độ dòng điện?

$$I = \oint \mathbf{H} . d\mathbf{L} = H_{\varphi} 2\pi\rho \rightarrow H_{\varphi} = \frac{I}{2\pi\rho}$$

$$\Rightarrow B_{\varphi} = \begin{bmatrix} \mu H_{\varphi} = \frac{\mu I}{2\pi\rho}, & 0 < \rho < a \\ \mu_0 H_{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}, & \rho > a \end{bmatrix}$$





#### **VD**

## Cường độ phân cực từ & từ thẩm (5)

Một sợi dây thẳng & dài vô tận mang dòng điện I nằm trong một hình trụ có bán kính  $a \& d\hat{0}$  thẩm từ  $\mu$ , bên ngoài hình trụ là chân không. Tìm B, H, M, & mật độ dòng điện?

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \rightarrow \mathbf{M} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{H}$$

$$\rightarrow M_{\varphi} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) H_{\varphi} = \frac{(\mu - \mu_0)I}{2\pi\rho\mu_0}, & 0 < \rho < a \\ 0, & \rho > a \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{b} = \nabla \times \mathbf{M} = -\frac{\partial M_{\varphi}}{\partial z} \mathbf{a}_{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho M_{\varphi}) \mathbf{a}_{z} = 0, \quad 0 < \rho < a$$



### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm







 $H_{tt1}$ 

 $H_{tt2}$ 

 $\oplus \oplus \oplus \oplus$ 

## Điều kiện bờ từ trường (1)

Môi trường 1,

$$\oint_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S} = 0$$

$$\rightarrow B_{N1}\Delta S - B_{N2}\Delta S = 0$$

$$\rightarrow B_{N2} = B_{N1}$$

$$\rightarrow H_{N2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{N1} \quad \rightarrow M_{N2} = \chi_{m2} H_{N2} = \chi_{m2} \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{N1} = \frac{\chi_{m2} \mu_1}{\chi_{m1} \mu_2} M_{N1}$$

 $\mu_1$ 

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I \rightarrow H_{tt1}\Delta L - H_{tt2}\Delta L = K\Delta L \quad (K: \text{doing diện bề mặt})$$

Môi trường

 $\Delta S$ 

$$\to H_{tt1} - H_{tt2} = K \ \to \frac{B_{tt1}}{\mu_1} - \frac{B_{tt2}}{\mu_2} = K \ \to M_{tt2} = \frac{\chi_{m2}}{\chi_{m1}} M_{tt1} - \chi_{m2} K$$





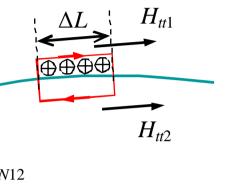


## Điều kiện bờ từ trường (2)

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{a}_{N12} = \mathbf{K}$$

$$(\mathbf{H}_{tt1} - \mathbf{H}_{tt2}) = \mathbf{a}_{N12} \times \mathbf{K}$$

Môi trường 1,  $\mu_1$  Môi trường 2,



 $\mu_2$ 

Pháp tuyến

$$H_{N2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{N1}$$

$$B_{N2} = B_{N1}$$

$$M_{N2} = \frac{\chi_{m2}\mu_1}{\chi_{m1}\mu_2} M_{N1}$$

Tiếp tuyến

 $\Delta S$ 

$$H_{tt1} - H_{tt2} = K$$

$$\frac{B_{tt1}}{\mu_1} - \frac{B_{tt2}}{\mu_2} = K$$

$$M_{tt2} = \frac{\chi_{m2}}{\chi_{m1}} M_{tt1} - \chi_{m2} K$$





### VD1

## Điều kiện bờ từ trường (3)

Khi z > 0 (vùng 1),  $\mu = \mu_1 = 4 \,\mu\text{H/m}$ ; khi z < 0 (vùng 2),  $\mu_2 = 7 \,\mu\text{H/m}$ ; tại z = 0, dòng điện bề mặt  $\mathbf{K} = 80\mathbf{a}_x \,\text{A/m}$ . Thiết lập trong vùng 1 một cường độ từ cảm  $\mathbf{B}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z \,\text{mT}$ . Tính  $\mathbf{B}_2$ .

$$\mathbf{B}_{N1} = (\mathbf{B}_{1} \cdot \mathbf{a}_{N12}) \mathbf{a}_{N12} = [(2\mathbf{a}_{x} - 3\mathbf{a}_{y} + \mathbf{a}_{z}) \cdot (-\mathbf{a}_{z})] (-\mathbf{a}_{z}) = \mathbf{a}_{z} \text{ mT}$$

$$\rightarrow \mathbf{B}_{N2} = \mathbf{B}_{N1} = \mathbf{a}_{z} \text{ mT}$$

$$\mathbf{B}_{1} = \mathbf{B}_{N1} + \mathbf{B}_{tt1} \rightarrow \mathbf{B}_{tt1} = \mathbf{B}_{1} - \mathbf{B}_{N1}$$

$$\rightarrow \mathbf{B}_{tt1} = (2\mathbf{a}_{x} - 3\mathbf{a}_{y} + \mathbf{a}_{z}) - (\mathbf{a}_{z}) = 2\mathbf{a}_{x} - 3\mathbf{a}_{y} \text{ mT}$$

$$\rightarrow \mathbf{H}_{tt1} = \frac{\mathbf{B}_{tt1}}{\mu_{1}} = \frac{(2\mathbf{a}_{x} - 3\mathbf{a}_{y})10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6}} = 500\mathbf{a}_{x} - 750\mathbf{a}_{y} \text{ A/m}$$





### VD1

## Điều kiện bờ từ trường (4)

Khi z > 0 (vùng 1),  $\mu = \mu_1 = 4 \,\mu\text{H/m}$ ; khi z < 0 (vùng 2),  $\mu_2 = 7 \,\mu\text{H/m}$ ; tại z = 0, dòng điện bề mặt  $\mathbf{K} = 80\mathbf{a}_x \,\text{A/m}$ . Thiết lập trong vùng 1 một cường độ từ cảm  $\mathbf{B}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z \,\text{mT}$ . Tính  $\mathbf{B}_2$ .

$$\mathbf{H}_{tt1} = 500\mathbf{a}_{x} - 750\mathbf{a}_{y} \text{ A/m}$$

$$(\mathbf{H}_{tt1} - \mathbf{H}_{tt2}) = \mathbf{a}_{N12} \times \mathbf{K}$$

$$\rightarrow \mathbf{H}_{tt2} = \mathbf{H}_{tt1} - \mathbf{a}_{N12} \times \mathbf{K} = 500\mathbf{a}_{x} - 750\mathbf{a}_{y} - (-\mathbf{a}_{z}) \times 80\mathbf{a}_{x}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{x} & \mathbf{a}_{y} & \mathbf{a}_{z} \\ A_{x} & A_{y} & A_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow$$
 **H**<sub>tt2</sub> = 500**a**<sub>x</sub> - 750**a**<sub>y</sub> + 80**a**<sub>y</sub> = 500**a**<sub>x</sub> - 670**a**<sub>y</sub> A/m



### TRƯƠNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### VD1

## Điều kiện bờ từ trường (5)

Khi z > 0 (vùng 1),  $\mu = \mu_1 = 4 \,\mu\text{H/m}$ ; khi z < 0 (vùng 2),  $\mu_2 = 7 \,\mu\text{H/m}$ ; tại z = 0, dòng điện bề mặt  $\mathbf{K} = 80\mathbf{a}_x \,\text{A/m}$ . Thiết lập trong vùng 1 một cường độ từ cảm  $\mathbf{B}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z \,\text{mT}$ . Tính  $\mathbf{B}_2$ .

$$\mathbf{H}_{tt2} = 500\mathbf{a}_{x} - 670\mathbf{a}_{y} \text{ A/m}$$

$$\rightarrow \mathbf{B}_{tt2} = \mu_{2}\mathbf{H}_{tt2} = 7.10^{-6}(500\mathbf{a}_{x} - 670\mathbf{a}_{y}) = 3,5\mathbf{a}_{x} - 4,69\mathbf{a}_{y} \text{ mT}$$

$$\mathbf{B}_{2} = \mathbf{B}_{N2} + \mathbf{B}_{tt2}$$

$$\mathbf{B}_{N2} = \mathbf{a}_{z} \text{ mT}$$

$$\rightarrow$$
  $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_{N2} + \mathbf{B}_{tt2} = 3,5\mathbf{a}_x - 4,69\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z \text{ mT}$ 

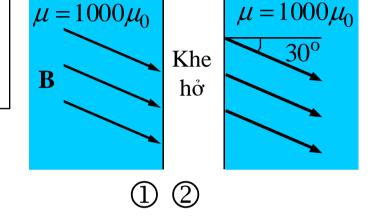




#### VD2

## Điều kiện bờ từ trường (6)

Tìm độ lớn & hướng của từ trường trong khe hở không khí, biết rằng có một từ trường đều 1,2T ở vùng bên trái khe hở.



$$B_{N2} = B_{N1} = B \cos 30^{\circ} = 1, 2.0, 866 = 1, 0 \text{ T}$$

$$H_{t1} = H_{t2} \rightarrow \frac{B_{t1}}{\mu} = \frac{B_{t2}}{\mu_0}$$

$$\rightarrow B_{t2} = \frac{\mu_0}{1000\mu_0} B_{t1} = \frac{1}{1000} 1,2 \times \sin 30^\circ = 0,06 \text{ mT}$$

$$\rightarrow B_2 = \sqrt{B_{N2}^2 + B_{t2}^2} = \sqrt{1,0^2 + (0,06.10^{-3})^2} \approx \boxed{1 \text{ T}}$$



### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm







### Mạch từ (1)

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$V_{AB} = \int_{A}^{B} \mathbf{E} . d\mathbf{L}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$I = \int_{S} \mathbf{J} . d\mathbf{S}$$

$$V = IR$$

$$R = \frac{d}{\sigma S}$$

$$\Phi \mathbf{E} . d\mathbf{L} = 0$$

$$\mathbf{H} = -\nabla V_{m}$$

$$V_{mAB} = \int_{A}^{B} \mathbf{H}.d\mathbf{L}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\Phi = \int_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S}$$

$$V_{m} = \Phi \Re$$

$$\Re = \frac{d}{\mu S}$$

$$\mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_{\text{tổng}}$$

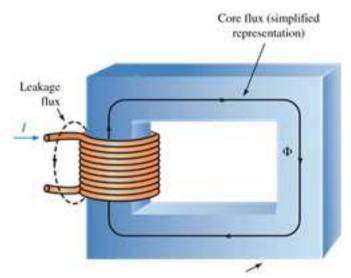




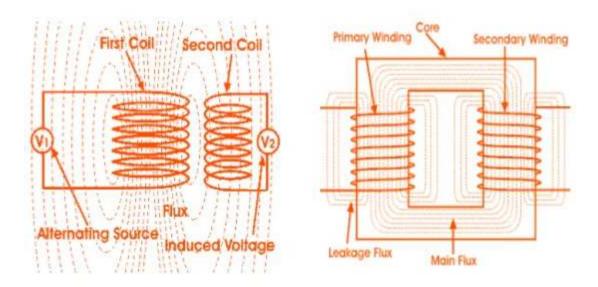
### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Mạch từ (2)



https://www.kullabs.com/classes/subjects/ units/lessons/notes/note-detail/2817



https://www.slideshare.net/prodipdasdurjoy/presentation-of-manufacturing-of-distribution-transformer-prodip

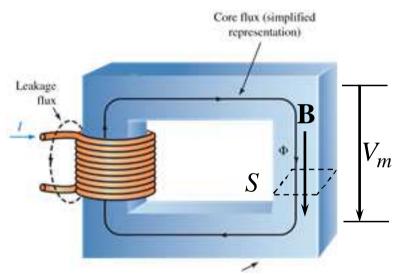




### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Mạch từ (3)



https://www.kullabs.com/classes/subjects/ units/lessons/notes/note-detail/2817

$$V_{mAB} = \int_{A}^{B} \mathbf{H.} d\mathbf{L} \approx H L_{AB}$$

$$\Phi = \int_{S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \approx BS$$

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_{\text{tổng}} = NI$$





### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỔI



### VD1

## Mạch từ (4)

Lõi sắt có chiều dài trung bình tổng cộng là 0,6 m & tiết diện ngang 16 cm<sup>2</sup>. Cuộn dây có 500 vòng. Tính dòng điện để tạo ra từ thông 1,6 mWb trong lõi sắt?

$$\Phi = BS$$

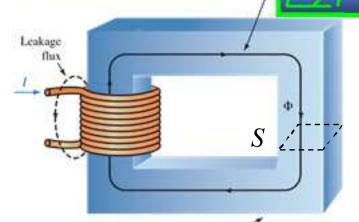
$$\rightarrow B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1,6.10^{-3}}{16.10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

$$\rightarrow H = 200 \,\text{A/m}$$

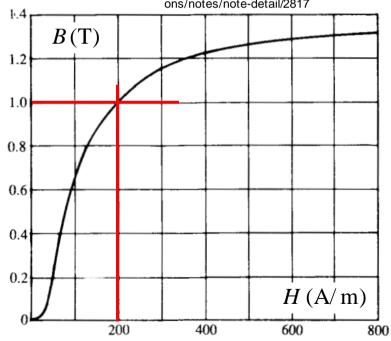
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_{\text{tổng}} = NI$$

$$\rightarrow H\ell = NI$$

$$\rightarrow I = \frac{H\ell}{N} = \frac{200.0,6}{500} = \boxed{0,24 \text{ A}}$$



https://www.kullabs.com/classes/subjects/units/less ons/notes/note-detail/2817



Syed Nassar, 2008+ solved problems in electromagnetics, Scitech, 2008 es.google.com/site/ncpdhbkhn 56

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn









#### VD2

## Mạch từ (5)

Cuộn dây có 500 vòng,  $\ell_1 = 40 \text{cm}$ ,  $S_1 = S_3 = 10 \text{cm}^2$ ,  $\ell_2 = 20 \text{cm}$ ,  $S_2 = 16 \text{cm}^2$ ,  $\ell_3 = 30 \text{cm}$ . Tính dòng điện để tạo ra từ thông 1 mWb trong lõi sắt?

$$B_1 = B_3 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1.10^{-3}}{10.10^{-4}} = 1\text{T} \rightarrow H_1 = H_3 = 200 \text{ A/m}$$

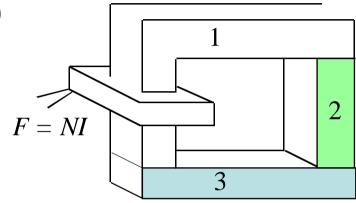
$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{1.10^{-3}}{16.10^{-4}} = 0,625 \,\text{T} \rightarrow H_2 = 95 \,\text{A/m}$$

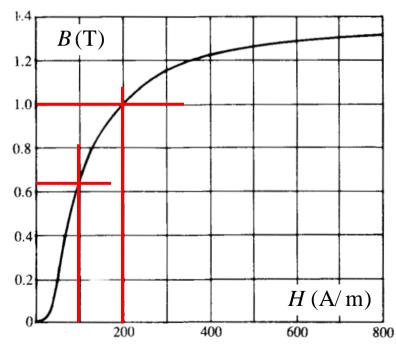
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = NI$$

$$\rightarrow H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3 = NI$$

$$\to I = \frac{H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_3 \ell_3}{N}$$

$$=\frac{(200.40+95.20+200.30)10^{-2}}{500} = \boxed{0,318\,\text{A}}$$





Syed Nassar, 2008+ solved problems in electromagnetics, Scitech, 2008

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn

57







#### VD3

### Mạch từ (6)

Cuộn dây có 500 vòng,  $\ell_1 = 40$ cm,  $S_1 = S_3 = 10$ cm<sup>2</sup>,  $\ell_2 = 20$ cm,  $S_2 = 16$ cm<sup>2</sup>,  $\ell_3 = 30$ cm, I = 0,5A. Tính từ thông trong lõi sắt?

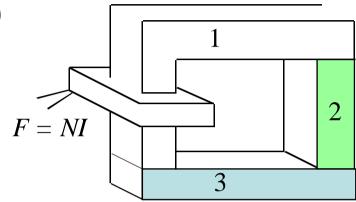
Giả sử  $\Phi = 1$ mWb

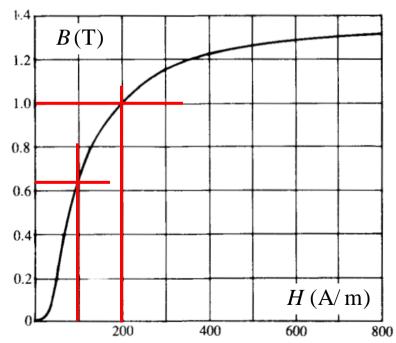
$$B_1 = B_3 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1.10^{-3}}{10.10^{-4}} = 1\text{T} \rightarrow H_1 = H_3 = 200 \text{ A/m}$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{1.10^{-3}}{16.10^{-4}} = 0,625 \text{ T} \rightarrow H_2 = 95 \text{ A/m}$$

$$H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3 = NI \rightarrow I = \frac{H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3}{N}$$

$$I = \frac{(200.40 + 95.20 + 200.30)10^{-2}}{500} = 0,318 \,\text{A}$$





Syed Nassar, 2008+ solved problems in electromagnetics, Scitech, 2008

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn 58







#### VD3

### Mạch từ (7)

Cuộn dây có 500 vòng,  $\ell_1 = 40$ cm,  $S_1 = S_3 = 10$ cm<sup>2</sup>,  $\ell_2 = 20$ cm,  $S_2 = 16$ cm<sup>2</sup>,  $\ell_3 = 30$ cm, I = 0,5A. Tính từ thông trong lõi sắt?

Giả sử 
$$\Phi = 1 \text{mWb} \rightarrow I = 0.318 \text{ A}$$

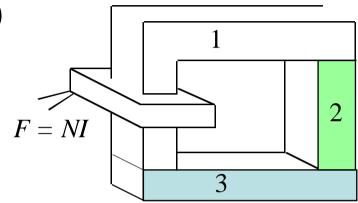
Giả sử  $\Phi = 1,2mWb$ 

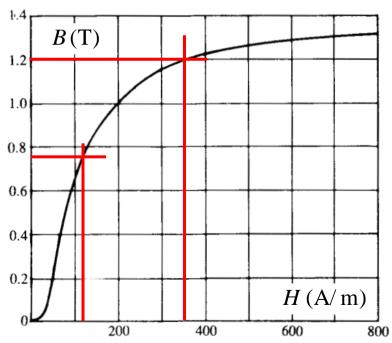
$$B_1 = B_3 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1,2.10^{-3}}{10.10^{-4}} = 1,2 \text{ T} \rightarrow H_1 = H_3 = 350 \text{ A/m}$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{1,2.10^{-3}}{16.10^{-4}} = 0,75\text{T} \rightarrow H_2 = 120\text{A/m}$$

$$H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3 = NI \rightarrow I = \frac{H_1\ell_1 + H_2\ell_2 + H_3\ell_3}{N}$$

$$I = \frac{(350.40 + 120.20 + 350.30)10^{-2}}{500} = 0,538A$$





Syed Nassar, 2008+ solved problems in electromagnetics, Scitech, 2008

Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn 59







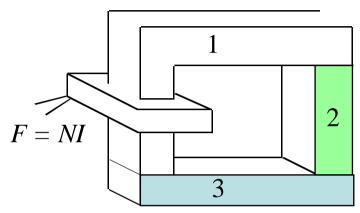
#### VD3

### Mạch từ (8)

Cuộn dây có 500 vòng,  $\ell_1 = 40 \text{cm}$ ,  $S_1 = S_3 = 10 \text{cm}^2$ ,  $\ell_2 = 20 \text{cm}$ ,  $S_2 = 16 \text{cm}^2$ ,  $\ell_3 = 30 \text{cm}$ , I = 0.5 A. Tính từ thông trong lõi sắt?

Giả sử 
$$\Phi = 1 \text{mWb} \rightarrow I = 0.318 \text{ A}$$

Giả sử  $\Phi = 1.2 \text{mWb} \rightarrow I = 0.538 \text{ A}$ 



$$\Phi = aI + b \qquad \Rightarrow \begin{cases} 0,001 = 0,318a + b \\ 0,0012 = 0,538a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,9091.10^{-3} \\ b = 0,7109.10^{-3} \end{cases}$$

$$\rightarrow \Phi = (0,9091I + 0,7109).10^{-3}$$

$$= 0,9091.0,5+0,7109 = 1,1654 \,\mathrm{mWb}$$





### TRƯ**ƠNG ĐẠI HỌC** BÁCH KHOA HÀ NỐI



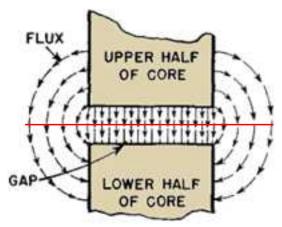
#### VD4

## Mạch từ (9)

Lõi sắt có chiều dài trung bình tổng cộng là 0,44 m & tiết diện ngang 0,02×0,02 m². Khe hở không khí là 2 mm. Cuộn dây có 400 vòng. Tính dòng điện để tạo ra từ thông 0,14 mWb ở khe hở không khí?

$$B_s = \frac{\Phi}{S_s} = \frac{0.141.10^{-3}}{4.10^{-4}} = 0.35 \text{ T} \rightarrow H_s = 60 \text{ A/m}$$

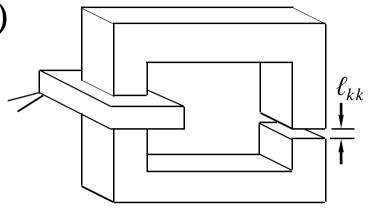
$$B_k = \frac{\Phi}{S_k} = \frac{0.14.10^{-3}}{(2.10^{-2}.110\%)^2} = 0.29 \text{ T}$$

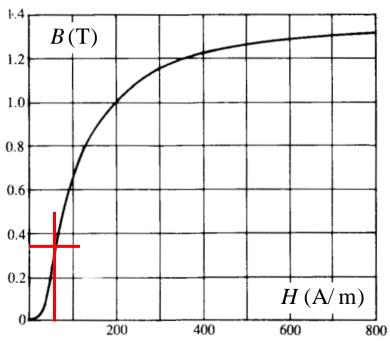


$$H_k = \frac{B_k}{\mu_0}$$

$$= \frac{0.29}{4\pi \cdot 10^{-7}}$$

$$= 2.31.10^5 \text{ A/m}$$





http://www.vias.org/eltransformers/lee Syed Nassar, 2008+ solved problems in electromagnetics, Scitech, 2008 electronic\_transformers\_07\_07.html Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn 61







#### VD4

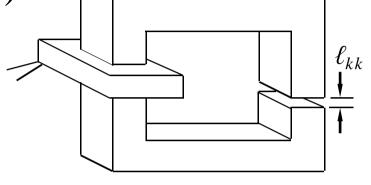
## Mạch từ (10)

Lõi sắt có chiều dài trung bình tổng cộng là 0,44 m & tiết diện ngang  $0,02 \times 0,02 \,\mathrm{m}^2$ . Khe hở không khí là 2 mm. Cuộn dây có 400 vòng. Tính dòng điện để tạo ra từ thông 0,14 mWb ở khe hở không khí?

$$B_s = \frac{\Phi}{S_s} = \frac{0.141.10^{-3}}{4.10^{-4}} = 0.35 \text{ T} \rightarrow H_s = 60 \text{ A/m}$$

$$B_k = \frac{\Phi}{S_k} = \frac{0.14.10^{-3}}{(2.10^{-2}.110\%)^2} = 0.29 \text{T} \rightarrow H_k = 2.31.10^5 \text{ A/m}$$

$$H_s \ell_s + H_k \ell_k = NI \rightarrow I = \frac{H_s \ell_s + H_k \ell_k}{N} = \frac{60.0, 44 + (2,31.10^5)(2.10^{-3})}{400} = \boxed{1,22A}$$





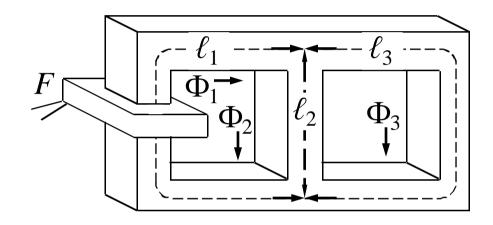


### TRƯỚNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### VD5

### Mạch từ (11)



$$\begin{cases} \Phi_{1} = \Phi_{2} + \Phi_{3} \\ H_{1}\ell_{1} + H_{2}\ell_{2} = F \\ H_{2}\ell_{2} = H_{3}\ell_{3} \end{cases}$$





### TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



### Lực từ & điện cảm

- 1. Lực tác dụng lên điện tích chuyển động
- 2. Lực tác dụng lên nguyên tố dòng
- 3. Lực giữa các nguyên tố dòng
- 4. Lực & mô men tác dụng lên một mạch kín
- 5. Cường độ phân cực từ & từ thẩm
- 6. Điều kiện bờ từ trường
- 7. Mạch từ
- 8. Điện cảm & hỗ cảm







Điện cảm & hỗ cảm (1)

$$\Phi = \int_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S} = \int_{S} \mu_{r} \mu_{0} \mathbf{H}.d\mathbf{S}$$

$$\Phi \sim I$$

$$\Phi = \int_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S} = \int_{S} \mu_{r} \mu_{0} \mathbf{H}.d\mathbf{S}$$

$$\Phi \sim I$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$L = N \frac{\Phi}{I}$$





#### TRUÖNG BAI HỌC

### BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### VD1

## Điện cảm & hỗ cảm (2)

$$L = N \frac{\Phi}{I}$$

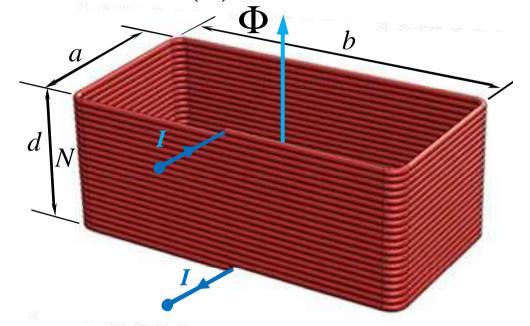
$$\Phi = N \int_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S} = N \int_{S} \mu_{r} \mu_{0} \mathbf{H}.d\mathbf{S}$$

$$= N \mu_{r} \mu_{0} HS$$

$$\Phi \mathbf{H}.d\mathbf{L} = NI$$

$$\to Hd = NI \to H = \frac{NI}{d}$$

$$\to \Phi = N^{2} \mu_{r} \mu_{0} \frac{I}{d}S$$



https://www.stlfinder.com/model/continuous -rectangular-coil/1975752

$$\rightarrow L = \frac{N^2 \mu_r \mu_0 \frac{I}{d} S}{I} = \boxed{\mu_r \mu_0 \frac{N^2 S}{d}}$$

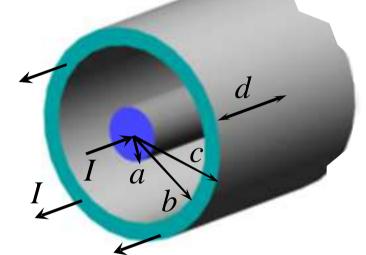


#### VD2

Điện cảm & hỗ cảm (3)

$$\Phi = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$



$$\to L = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \frac{b}{a} H$$

$$\rightarrow$$
 Điện cảm trên đơn vị dài:  $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$  H/m





### TRUÒNG ĐẠI HỌC

### BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### VD3

Điện cảm & hỗ cảm (4)

$$\Phi = N \int_{S} \mathbf{B}.d\mathbf{S}$$

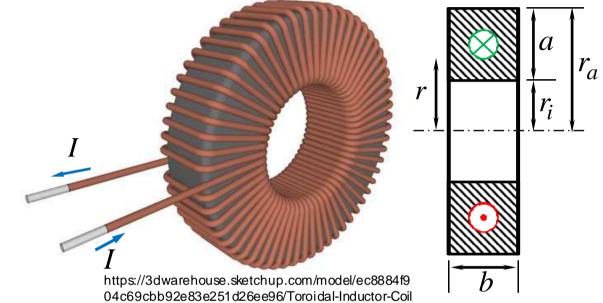
$$= N \int_{S} \mu_{r} \mu_{0} \mathbf{H}.d\mathbf{S}$$

$$NI = \oint \mathbf{H}.d\mathbf{L}$$

$$= \oint HdL$$

$$= H(2\pi r)$$

$$\to H = \frac{NI}{2\pi r}$$



Lực từ & điện cảm - sites.google.com/site/ncpdhbkhn



## TRƯỜNG ĐẠI HỌC

### BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### VD4

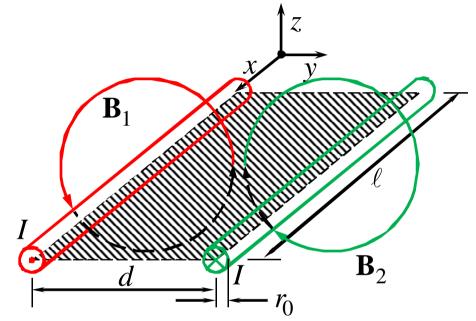
## Điện cảm & hỗ cảm (5)

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$$

$$= \frac{I}{2\pi y} \mathbf{a}_z + \frac{I}{2\pi (d-y)} \mathbf{a}_z$$

$$\Phi = \int_{S} \mu_0 \mathbf{H}.d\mathbf{S}$$

$$= \int_{S} \mu_0 \left[ \frac{I}{2\pi y} \mathbf{a}_z + \frac{I}{2\pi (d-y)} \mathbf{a}_z \right] . d\mathbf{S}$$



$$= \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_{r_0}^{d-r_0} \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{d-y} \right) dy = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0} \rightarrow L = \frac{\Phi}{I} = \boxed{\frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0}}$$





## Điện cảm & hỗ cảm (6)

$$L = \frac{2W_H}{I^2} \longleftrightarrow L = \frac{N\Phi}{I}$$

$$L = \frac{1}{I^{2}} \int_{V} \mathbf{A.J} dv$$

$$\mathbf{J} dv \approx I d\mathbf{L}$$

$$\rightarrow L = \frac{1}{I} \oint \mathbf{A.dL}$$

$$\rightarrow L = \frac{1}{I} \int_{S} (\nabla \times \mathbf{A}) . d\mathbf{S}$$

$$\rightarrow L = \frac{1}{I} \int_{S} (\nabla \times \mathbf{A}) . d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

Định lý Stokes: 
$$\oint \mathbf{A}.d\mathbf{L} = \int_{S} (\nabla \times \mathbf{A}).d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$





### TRƯỜNG BẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

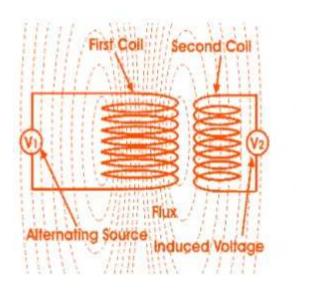


## Điện cảm & hỗ cảm (7)

• Định nghĩa hỗ cảm:

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

- Φ<sub>12</sub>: từ thông liên kết mạch 1
   với mạch 2
- $I_1$ : dòng trong mạch 1
- $N_2$ : số vòng dây của mạch 2
- Đơn vị H



https://www.slideshare.net/prodipdasdurjoy/ presentation-of-manufacturing-ofdistribution-transformer-prodip







#### VD5

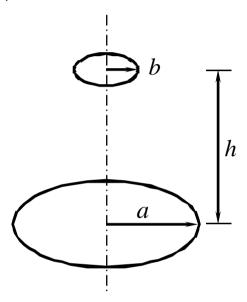
### Điện cảm & hỗ cảm (8)

Tính hỗ cảm giữa hai vòng dây nếu  $b \ll a$ .

$$\mathbf{H} = \frac{Ia^2}{2(h^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z$$

$$\Phi_{12} = BS_b = \left(\frac{\mu_0 I a^2}{2(h^2 + a^2)^{3/2}}\right) (\pi b^2)$$

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I} = \boxed{\frac{\mu_0 \pi a^2 b^2}{2(h^2 + a^2)^{3/2}}}$$







#### TRUONG BẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI



#### **VD6**

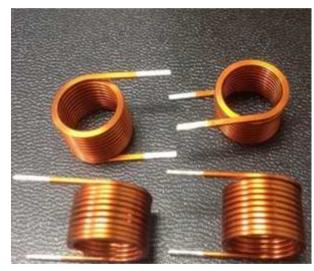
## Điện cảm & hỗ cảm (9)

Một cuộn dây hình trụ đặt trong chân không với  $R_1$ ,  $L_1$ , &  $N_1$  vòng. Một cuộn dây nhỏ hơn với  $R_2$ ,  $L_2$ , &  $N_2$ . Cuộn dây này đồng trục & nằm ở tâm của cuộn dây to.  $R_1 >> R_2$ ,  $L_1 >> L_2$ . Tìm hỗ cảm giữa hai cuộn dây.

$$N_1 I_1 = \oint \mathbf{H}_1 . d\mathbf{L} = \oint H_1 dL = H_1 L_1 \to H_1 = \frac{N_1 I_1}{L_1}$$

$$\Phi_{12} = B_1 S_2 = \mu_0 \frac{N_1 I_1}{L_1} \pi R_2^2$$

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} = \boxed{\mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} \pi R_2^2}$$



https://www.alibaba.com/showroom/cylindrical-inductor.html







#### **VD7**

## Điện cảm & hỗ cảm (10)

Một cuộn dây 2000 vòng được quấn quanh một lõi sắt từ với bán kính trong 10 mm, bán kính ngoài 15 mm, độ dày 10 mm, độ từ thẩm tương đối 500. Một sợi dây thẳng & dài vô hạn, nằm trên trục của cuộn dây, mang dòng điện *I*. Tính hỗ cảm giữa cuộn dây & sợi dây

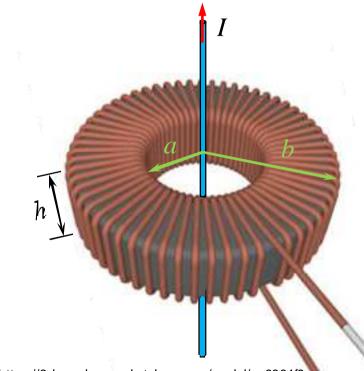
$$\mathbf{B}_{1} = \mu \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{\varphi}$$

$$\Phi_{12} = \int_{S_{2}} \mathbf{B}_{1} \cdot d\mathbf{S}_{2}$$

$$= \int_{S_{2}} \left( \mu \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{a}_{\varphi} \right) \cdot \left( h d \rho \mathbf{a}_{\varphi} \right)$$

$$= \frac{\mu I h}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right)$$

$$M_{12} = \frac{N_{2} \Phi_{12}}{I_{1}} = \frac{\mu N_{2} h}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right)$$



https://3dwarehouse.sketchup.com/model/ec8884f9 04c69cbb92e83e251d26ee96/Toroidal-Inductor-Coil





### TRƯƠNG ĐẠI HỌC

## BÁCH KHOA HÀ NỘI



$$Q \longrightarrow \mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \varepsilon R^2} \mathbf{a}_R \longrightarrow \mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon R^2} \mathbf{a}_R \longrightarrow \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$W = -Q \int \mathbf{E} . d\mathbf{L} \longrightarrow V = -\int \mathbf{E} . d\mathbf{L} \longrightarrow C = \frac{Q}{V}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \longrightarrow R = \frac{V}{I}$$

$$H = \frac{I}{2\pi \rho} \mathbf{a}_{\varphi} \longrightarrow \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \longrightarrow \Phi = \int \mathbf{B} . d\mathbf{S} \longrightarrow L = \frac{\Phi}{I}$$

$$\mathbf{F} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{L}$$