TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

Nguyễn Công Phương

Lý thuyết trường điện từ

Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

Nội dung

I. Giới thiệu
II. Giải tích véctơ
III. Luật Coulomb & cường độ điện trường
IV. Dịch chuyển điện, luật Gauss & đive
V. Năng lượng & điện thế
VI. Dòng điện & vật dẫn
VII. Điện môi & điện dung
VIII. Các phương trình Poisson & Laplace
IX. Từ trường dừng
X. Lực từ & điện cảm
XI. Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell
XII. Sóng phẳng
XIII. Phản xạ & tán xạ sóng phẳng
XIV. Dẫn sóng & bức xạ

Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. Tỉ số sóng dừng
3. Phản xạ sóng trên nhiều mặt
4. Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ
5. Phản xạ của sóng tới xiên
6. Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ

Phản xạ của sóng tới vuông góc (1)

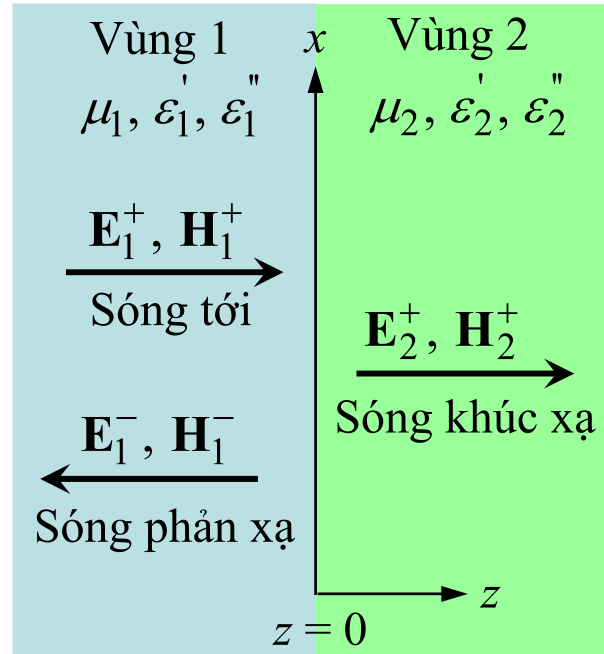
$$E_{x1}^{+}(z,t) = E_{x10}^{+} e^{-\alpha_1 z}\cos(\omega t - \beta_1 z)$$

$$E_{xs1}^{+} = E_{x10}^{+} e^{-jk_1 z}$$

$$H_{ys1}^{+} = \frac{1}{\eta_1} E_{x10}^{+} e^{-jk_1 z}$$

$$E_{xs2}^{+} = E_{x20}^{+} e^{-jk_2 z}$$

$$H_{ys2}^{+} = \frac{1}{\eta_2} E_{x20}^{+} e^{-jk_2 z}$$



Điều kiện bờ : $E_{xs1}^{+}\Big|_{z=0} = E_{xs2}^{+}\Big|_{z=0} \rightarrow E_{x10}^{+} = E_{x20}^{+}$

Điều kiện bờ : $H_{xs1}^{+}\Big|_{z=0} = H_{xs2}^{+}\Big|_{z=0} \rightarrow \dfrac{E_{x10}^{+}}{\eta_1} = \dfrac{E_{x20}^{+}}{\eta_2}$

$\rightarrow \eta_1 = \eta_2$ (vô lý)

$$E_{xs1}^{-} = E_{x10}^{-} e^{jk_1 z}$$

$$H_{ys1}^{-} = -\frac{1}{\eta_1} E_{x10}^{-} e^{jk_1 z}$$

Phản xạ của sóng tới vuông góc (2)

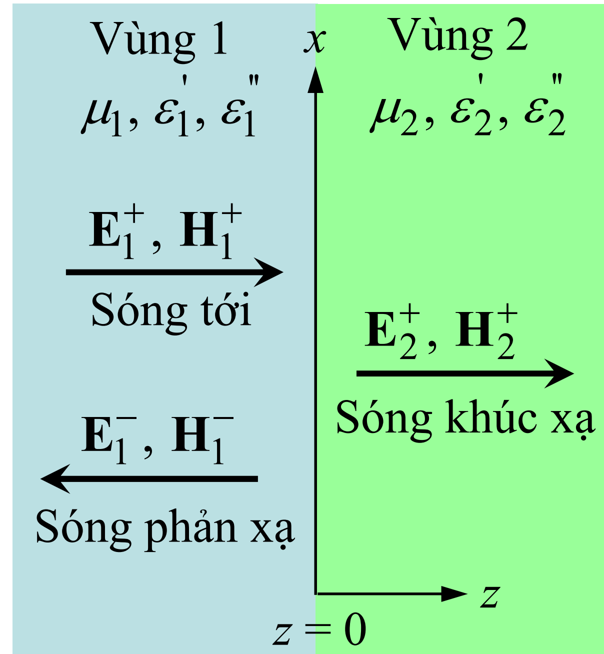
$$\left.\begin{aligned} E_{xs1} &= E_{xs2} \quad (z=0) \\ \to E_{xs1}^{+} + E_{xs1}^{-} &= E_{xs2}^{+} \quad (z=0) \end{aligned}\right\} \to E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = E_{x20}^{+}$$

$$\left.\begin{aligned} H_{ys1} &= H_{ys2} \quad (z=0) \\ \to H_{ys1}^{+} + H_{ys1}^{-} &= H_{ys2}^{+} \quad (z=0) \end{aligned}\right\} \to \frac{E_{x10}^{+}}{\eta_1} - \frac{E_{x10}^{-}}{\eta_1} = \frac{E_{x20}^{+}}{\eta_2}$$

$$\to E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = \frac{\eta_2}{\eta_1} E_{x10}^{+} - \frac{\eta_2}{\eta_1} E_{x10}^{-}$$

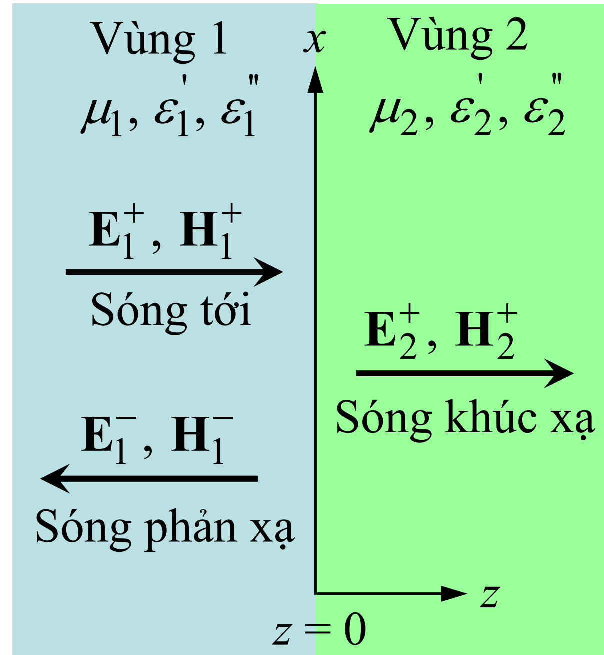
$$\to E_{x10}^{-} = E_{x10}^{+} \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$\left.\begin{aligned} &\to \boxed{\Gamma = \frac{E_{x10}^{-}}{E_{x10}^{+}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}} \\ &E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = E_{x20}^{+} \end{aligned}\right\} \to \boxed{\tau = \frac{E_{x20}^{+}}{E_{x10}^{+}} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma}$$



Phản xạ của sóng tới vuông góc (3)

$$\Gamma = \frac{E_{x10}^{-}}{E_{x10}^{+}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \qquad \tau = \frac{E_{x20}^{+}}{E_{x10}^{+}} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma$$



Vùng 1 là điện môi, vùng 2 là vật dẫn:

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2'}} = 0 \rightarrow \tau = 0 \rightarrow E_{x20}^{+} = 0$$

$$\Gamma = -1 \rightarrow E_{x10}^{+} = -E_{x10}^{-}$$

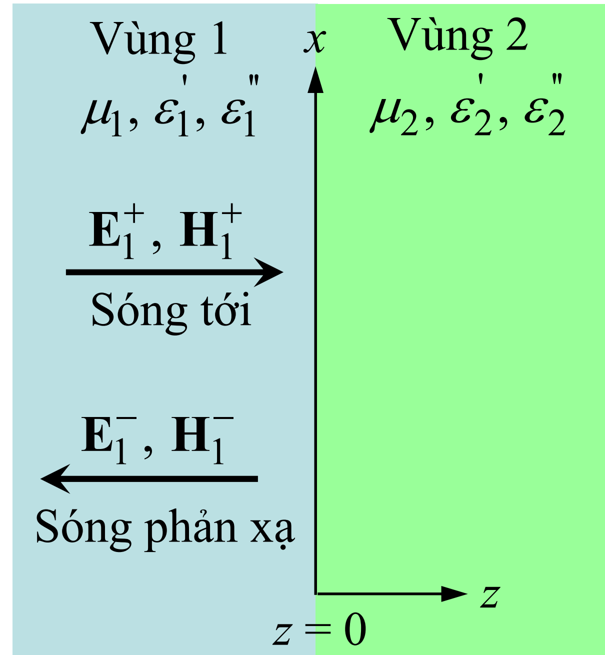
$$\left.\begin{array}{l} E_{xs1} = E_{xs1}^{+} + E_{xs1}^{-} = E_{x10}^{+} e^{-j\beta_1 z} - E_{x10}^{+} e^{j\beta_1 z} \\ \text{Điện môi: } jk_1 = 0 + j\beta_1 \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow E_{xs1} = (e^{-j\beta_1 z} - e^{j\beta_1 z})E_{x10}^{+} = -j2\sin(\beta_1 z)E_{x10}^{+}$$

$$\rightarrow E_{x1}(z,t) = 2E_{x10}^{+}\sin(\beta_1 z)\sin(\omega t)$$

Phản xạ của sóng tới vuông góc (4)

$$\Gamma = \frac{E_{x10}^-}{E_{x10}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \qquad \tau = \frac{E_{x20}^+}{E_{x10}^+} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma$$

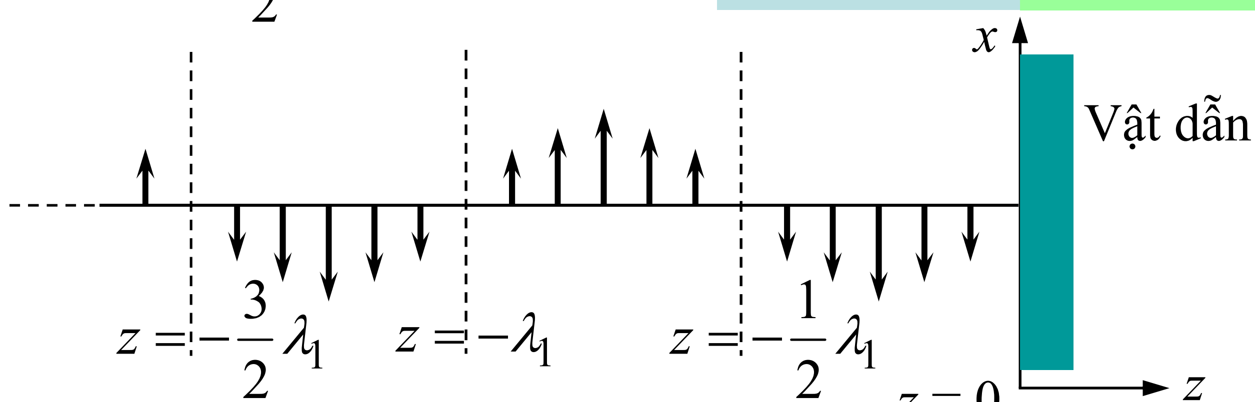


Vùng 1 là điện môi, vùng 2 là vật dẫn:

$$E_{x1}(z,t) = 2E_{x10}^+ \sin(\beta_1 z)\sin(\omega t)$$

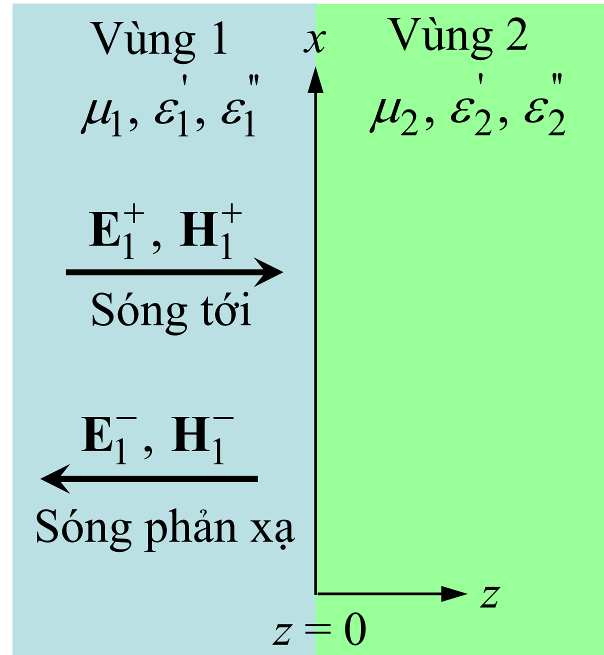
$$E_{x1} = 0 \rightarrow \beta_1 z = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_1} z = m\pi \rightarrow z = m\frac{\lambda_1}{2}$$



Phản xạ của sóng tới vuông góc (5)

$$\Gamma = \frac{E_{x10}^-}{E_{x10}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \qquad \tau = \frac{E_{x20}^+}{E_{x10}^+} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma$$



Vùng 1 là điện môi, vùng 2 là vật dẫn:

$$\left.\begin{aligned} H_{ys1} &= H_{ys1}^+ + H_{ys1}^- \\ H_{ys1}^+ &= \frac{E_{xs1}^+}{\eta_1} \\ H_{ys1}^- &= -\frac{E_{xs1}^-}{\eta_1} \end{aligned}\right\}$$

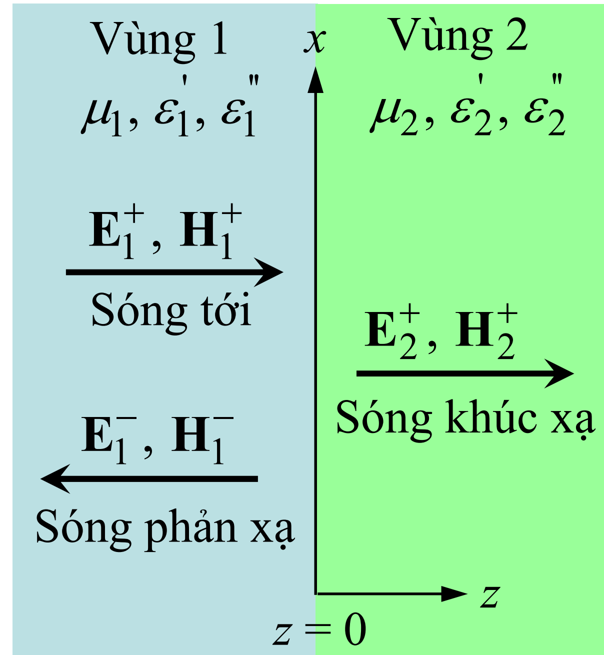
$$\rightarrow H_{ys1} = \frac{E_{x10}^+}{\eta_1}(e^{-j\beta_1 z} + e^{j\beta_1 z}) \quad \rightarrow H_{y1}(z,t) = 2\frac{E_{x10}^+}{\eta_1}\cos(\beta_1 z)\cos(\omega t)$$

Phản xạ của sóng tới vuông góc (6)

$$\Gamma = \frac{E_{x10}^{-}}{E_{x10}^{+}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \qquad \tau = \frac{E_{x20}^{+}}{E_{x10}^{+}} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma$$

Vùng 1 là điện môi, vùng 2 là điện môi:

η_1 & η_2 là các số thực dương,
$\alpha_1 = \alpha_2 = 0$



Phản xạ của sóng tới vuông góc (7)

Ví dụ

Cho $\eta_1 = 100\ \Omega$, $\eta_2 = 300\ \Omega$, $E_{x10}^{+} = 100\ \text{V/m}$. Tính sóng tới, sóng phản xạ, & sóng khúc xạ.

Phản xạ của sóng tới vuông góc (8)

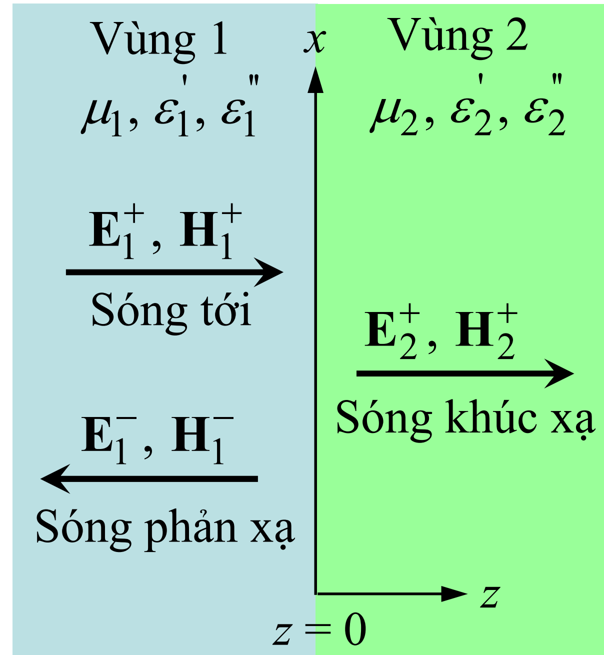
$$S^{+}_{1,\text{tbình}} = \frac{1}{2}\text{Re}[E^{+}_{x10}\hat{H}^{+}_{y10}] = \frac{1}{2}\text{Re}[E^{+}_{x10}\frac{\hat{E}^{+}_{x10}}{\hat{\eta}_1}]$$

$$= \frac{1}{2}\text{Re}\left[\frac{1}{\hat{\eta}_1}\right]\left|E^{+}_{x10}\right|^2$$

$$S^{-}_{1,\text{tbình}} = -\frac{1}{2}\text{Re}[E^{-}_{x10}\hat{H}^{-}_{y10}] = \frac{1}{2}\text{Re}[\Gamma E^{+}_{x10}\frac{\hat{\Gamma}\hat{E}^{+}_{x10}}{\hat{\eta}_1}]$$

$$= \frac{1}{2}\text{Re}\left[\frac{1}{\hat{\eta}_1}\right]\left|E^{+}_{x10}\right|^2|\Gamma|^2$$

$$\rightarrow \boxed{S^{-}_{1,\text{tbình}} = |\Gamma|^2 S^{+}_{1,\text{tbình}}}$$



$$S^{+}_{2,\text{tbình}} = \frac{1}{2}\text{Re}[E^{+}_{x20}\hat{H}^{+}_{y20}] = \frac{1}{2}\text{Re}[\tau E^{+}_{x10}\frac{\hat{\tau}\hat{E}^{+}_{x10}}{\hat{\eta}_2}] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\frac{1}{\hat{\eta}_2}\right]\left|E^{+}_{x10}\right|^2|\tau|^2$$

$$= \frac{\text{Re}[1/\hat{\eta}_2]}{\text{Re}[1/\hat{\eta}_1]}|\tau|^2 S^{+}_{1,\text{tbình}} = \left|\frac{\eta_1}{\eta_2}\right|^2\frac{\eta_2+\hat{\eta}_2}{\eta_1+\hat{\eta}_1}|\tau|^2 S^{+}_{1,\text{tbình}} \rightarrow \boxed{S^{+}_{2,\text{tbình}} = \left(1-|\Gamma|^2\right)S^{+}_{1,\text{tbình}}}$$

Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. **Tỉ số sóng dừng**
3. Phản xạ sóng trên nhiều mặt
4. Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ
5. Phản xạ của sóng tới xiên
6. Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ

Tỉ số sóng dừng (1)

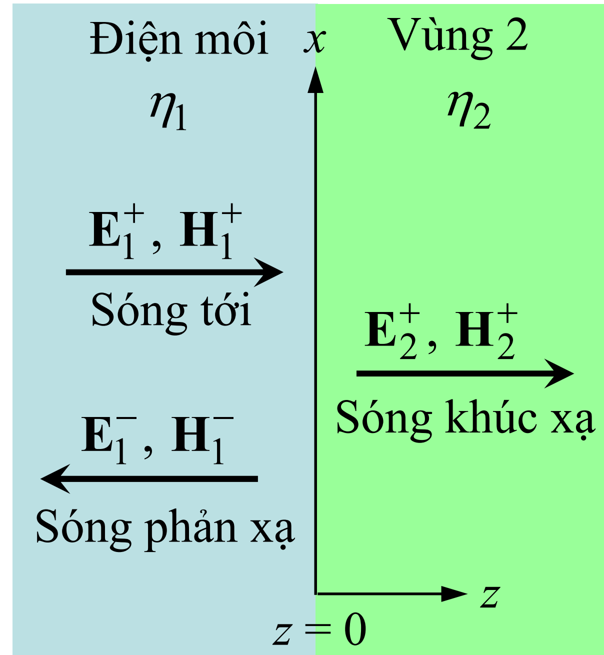
$$\left.\begin{aligned} E_{xs1} &= E_{x1}^{+} + E_{x1}^{-} = E_{x10}^{+} e^{-j\beta_1 z} + \Gamma E_{x10}^{+} e^{j\beta_1 z} \\ \Gamma &= \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = |\Gamma| e^{j\varphi} \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow E_{xs1} = \left(e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j(\beta_1 z + \varphi)} \right) E_{x10}^{+}$$

$$E_{xs1,\max} = \left(1 + |\Gamma|\right) E_{x10}^{+}$$

$$\rightarrow -\beta_1 z = \beta_1 z + \varphi + 2m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

$$\rightarrow \boxed{z_{\max} = -\frac{1}{2\beta_1}(\varphi + 2m\pi)}$$

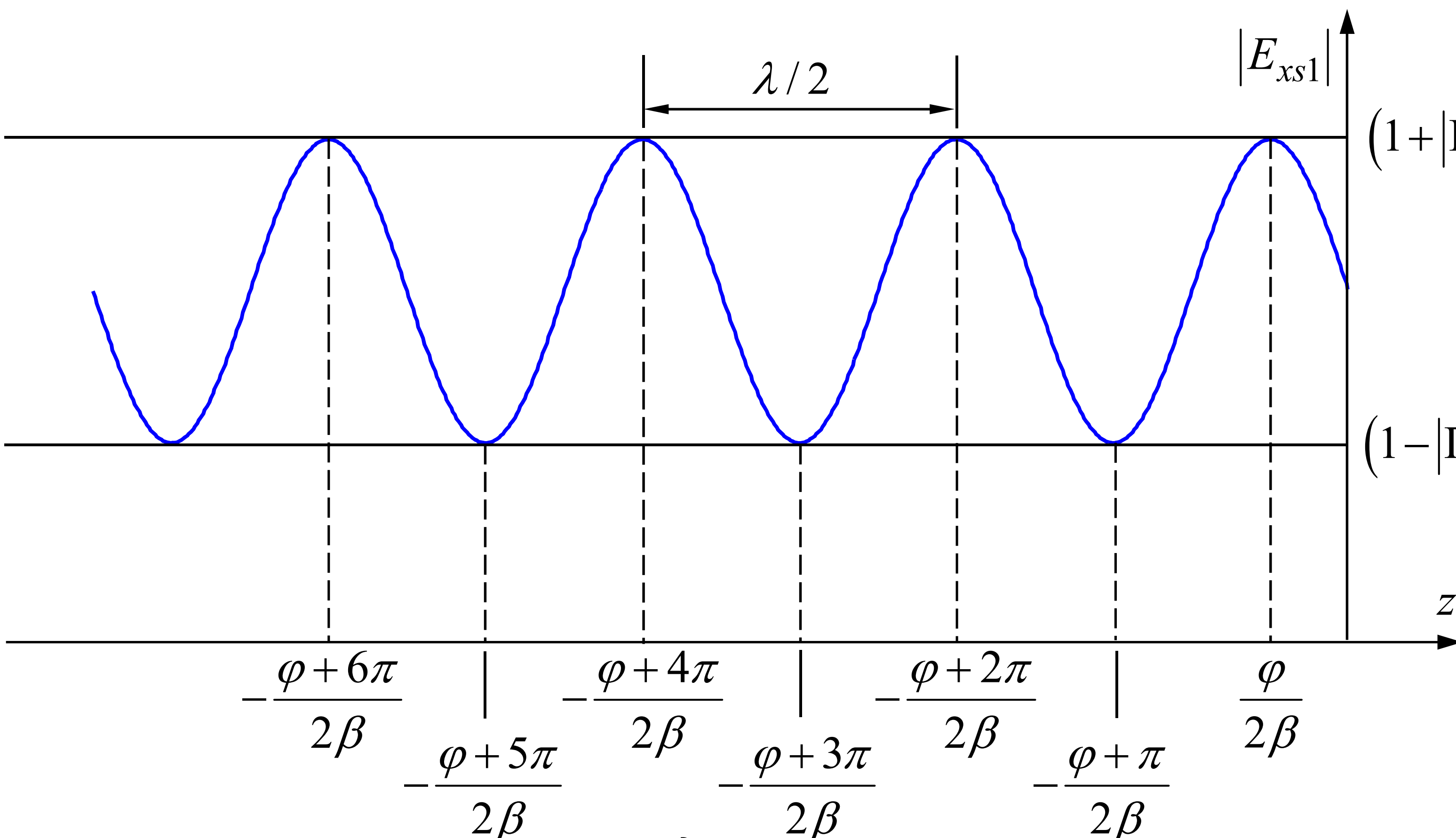


$$E_{xs1,\min} = \left(1 - |\Gamma|\right) E_{x10}^{+}$$

$$\rightarrow -\beta_1 z = \beta_1 z + \varphi + \pi + 2m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \rightarrow \boxed{z_{\min} = -\frac{1}{2\beta_1}[\varphi + (2m+1)\pi]}$$

Tỉ số sóng dừng (2)

$$E_{xs1} = \left(e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j(\beta_1 z+\varphi)}\right) E_{x10}^{+} \qquad z_{\max} = -\frac{1}{2\beta_1}(\varphi + 2m\pi) \qquad z_{\min} = -\frac{1}{2\beta_1}[\varphi + (2m+1)\pi]$$



Tỉ số sóng dừng (3)

$$E_{xs1} = \left(e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j(\beta_1 z + \varphi)}\right) E_{x10}^{+}$$

$$= E_{x10}^{+}\left(e^{-j\varphi/2} e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j\varphi/2} e^{j\beta_1 z}\right) e^{j\varphi/2}$$

$$= E_{x10}^{+}\left(e^{-j\varphi/2} e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j\varphi/2} e^{j\beta_1 z}\right) e^{j\varphi/2}$$

$$+ \left(|\Gamma| E_{x10}^{+} e^{-j\varphi/2} e^{-j\beta_1 z}\right) - \left(|\Gamma| E_{x10}^{+} e^{-j\varphi/2} e^{-j\beta_1 z}\right)$$

$$= E_{x10}^{+}\left(1 - |\Gamma|\right) e^{-j\beta_1 z} + E_{x10}^{+} |\Gamma| \left(e^{-j\varphi/2} e^{-j\beta_1 z} + e^{j\varphi/2} e^{j\beta_1 z}\right) e^{j\varphi/2}$$

$$= E_{x10}^{+}\left(1 - |\Gamma|\right) e^{-j\beta_1 z} + 2|\Gamma| E_{x10}^{+} e^{j\varphi/2} \cos(\beta_1 z + \varphi/2)$$

$$\to E_{x1}(z,t) = \boxed{\left(1 - |\Gamma|\right) E_{x10}^{+} \cos(\omega t - \beta_1 z)} + \boxed{2|\Gamma| E_{x10}^{+} \cos(\beta_1 z + \varphi/2)\cos(\omega t + \varphi/2)}$$

Tỉ số sóng dừng (4)

$$E_{x1}(z,t) = \left(1 - |\Gamma|\right) E_{x10}^{+} \cos(\omega t - \beta_1 z) + 2|\Gamma| E_{x10}^{+} \cos(\beta_1 z + \varphi/2)\cos(\omega t + \varphi/2)$$

$$E_{xs1,\max} = 1 + |\Gamma|$$

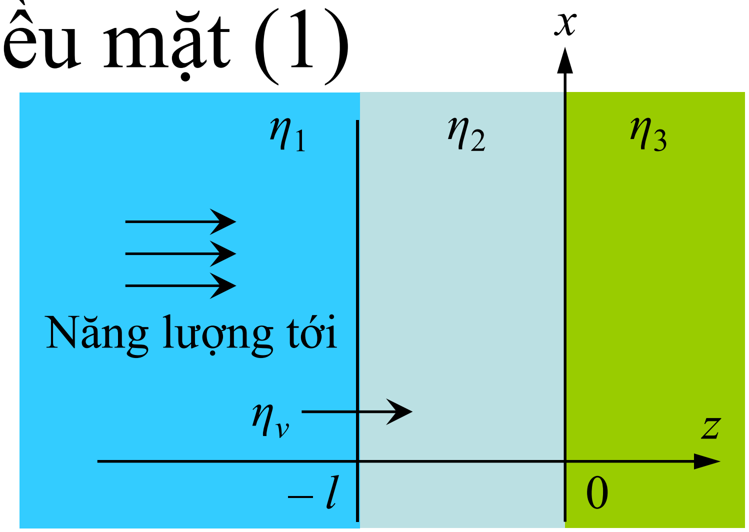
$$E_{xs1,\min} = 1 - |\Gamma|$$

$$s = \frac{E_{xs1,\max}}{E_{xs1,\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. Tỉ số sóng dừng
3. **Phản xạ sóng trên nhiều mặt**
4. Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ
5. Phản xạ của sóng tới xiên
6. Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ

Phản xạ sóng trên nhiều mặt (1)

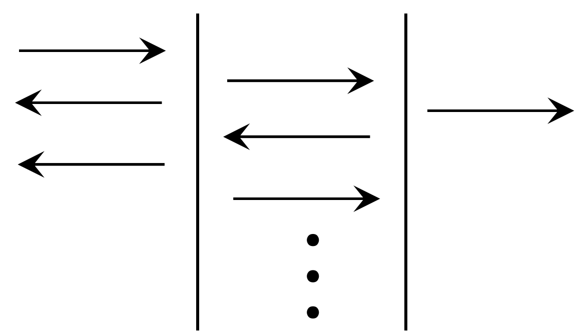


Chế độ xác lập có 5 sóng:

- Sóng tới trong vùng 1
- Sóng phản xạ trong vùng 1
- Sóng khúc xạ trong vùng 3
- 2 sóng lan truyền ngược nhau trong vùng 2

$E_{xs2} = E^{+}_{x20} e^{-j\beta_2 z} + E^{-}_{x20} e^{j\beta_2 z}$ với $\beta_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_{r2}}/c$, E^{+}_{x20} & E^{-}_{x20} phức

$$H_{ys2} = H^{+}_{y20} e^{-j\beta_2 z} + H^{-}_{y20} e^{j\beta_2 z}$$

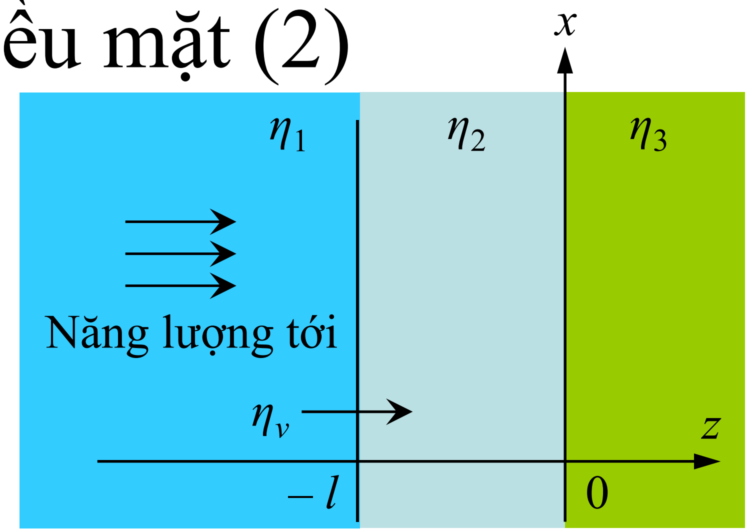


$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2}$$

$$E^{-}_{x20} = \Gamma_{23} E^{+}_{x20}$$

$$H^{+}_{y20} = \frac{E^{+}_{x20}}{\eta_2} \qquad H^{-}_{y20} = -\frac{E^{-}_{x20}}{\eta_2} = -\frac{\Gamma_{23} E^{+}_{x20}}{\eta_2}$$

Phản xạ sóng trên nhiều mặt (2)



$$E_{xs2} = E^{+}_{x20} e^{-j\beta_2 z} + E^{-}_{x20} e^{j\beta_2 z}$$

$$H_{ys2} = H^{+}_{y20} e^{-j\beta_2 z} + H^{-}_{y20} e^{j\beta_2 z}$$

Định nghĩa $\eta_w(z) = \dfrac{E_{xs2}}{H_{ys2}} = \dfrac{E^{+}_{x20} e^{-j\beta_2 z} + E^{-}_{x20} e^{j\beta_2 z}}{H^{+}_{y20} e^{-j\beta_2 z} + H^{-}_{y20} e^{j\beta_2 z}}$

$$E^{-}_{x20} = \Gamma_{23} E^{+}_{x20}, \quad H^{+}_{y20} = \frac{E^{+}_{x20}}{\eta_2}, \quad H^{-}_{y20} = -\frac{\Gamma_{23} E^{+}_{x20}}{\eta_2}$$

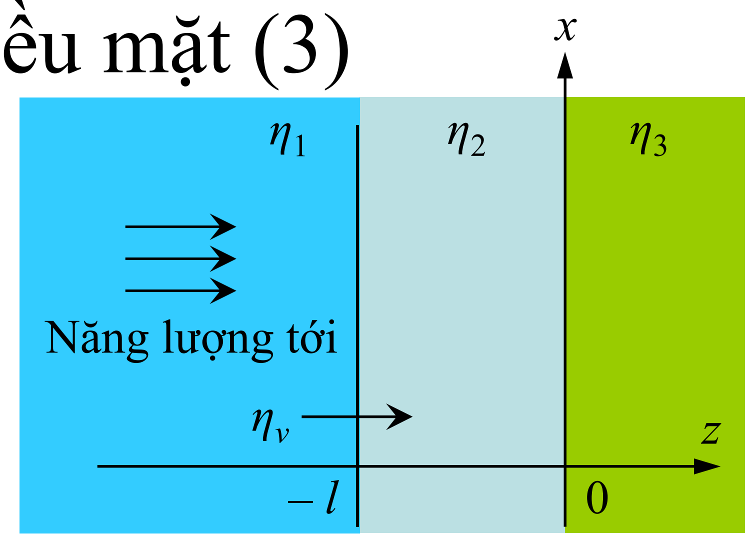
$$\to \eta_w(z) = \eta_2 \frac{e^{-j\beta_2 z} + \Gamma_{23} e^{j\beta_2 z}}{e^{-j\beta_2 z} - \Gamma_{23} e^{j\beta_2 z}}$$

$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2}, \qquad e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$$

$$\to \eta_w(z) = \eta_2 \times \frac{(\eta_3 + \eta_2)(\cos\beta_2 z - j\sin\beta_2 z) + (\eta_3 - \eta_2)(\cos\beta_2 z + j\sin\beta_2 z)}{(\eta_3 + \eta_2)(\cos\beta_2 z - j\sin\beta_2 z) - (\eta_3 - \eta_2)(\cos\beta_2 z + j\sin\beta_2 z)}$$

$$= \eta_2 \frac{\eta_3 \cos\beta_2 z - j\eta_2 \sin\beta_2 z}{\eta_2 \cos\beta_2 z - j\eta_3 \sin\beta_2 z}$$

Phản xạ sóng trên nhiều mặt (3)



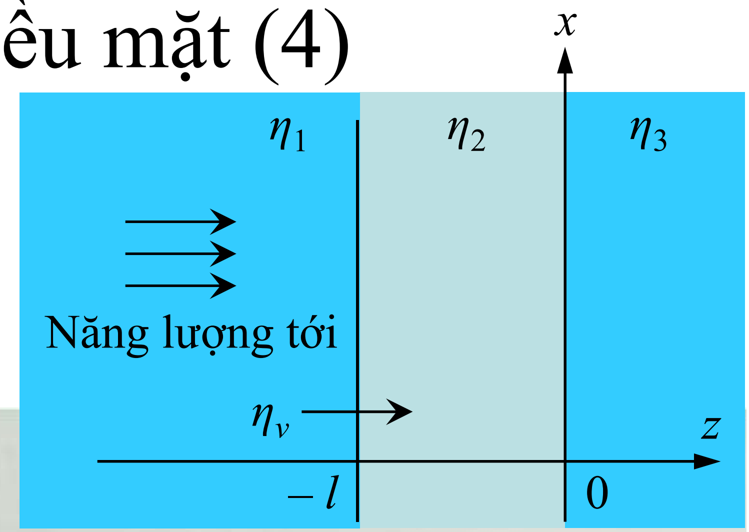
$$E_{xs1}^{+} + E_{xs1}^{-} = E_{xs2} \quad (z = -l)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\rightarrow E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = E_{xs2}(z = -l) \\
&H_{ys1}^{+} + H_{ys1}^{-} = H_{ys2} \quad (z = -l) \\
&\rightarrow \frac{E_{x10}^{+}}{\eta_1} - \frac{E_{x10}^{-}}{\eta_1} = \frac{E_{xs2}(z = -l)}{\eta_w(-l)}
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\rightarrow \boxed{\frac{E_{x10}^{-}}{E_{x10}^{+}} = \Gamma = \frac{\eta_v - \eta_1}{\eta_v + \eta_1}} \text{ với } \eta_v = \eta_w\big|_{z=-l} \\
&\eta_w(z) = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos \beta_2 z - j\eta_2 \sin \beta_2 z}{\eta_2 \cos \beta_2 z - j\eta_3 \sin \beta_2 z}
\end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\eta_v = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos \beta_2 l + j\eta_2 \sin \beta_2 l}{\eta_2 \cos \beta_2 l + j\eta_3 \sin \beta_2 l}}$$

$$\boxed{\eta_v = \eta_1 : \text{hòa hợp}}$$

Phản xạ sóng trên nhiều mặt (4)



Giả sử: $\begin{cases} \eta_3 = \eta_1 \\ \beta_2 l = m\pi \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} \beta_2 l &= m\pi \\ \beta_2 &= \frac{2\pi}{\lambda_2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{l = m\frac{\lambda_2}{2}}$$

$$\eta_v = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos\beta_2 l + j\eta_2 \sin\beta_2 l}{\eta_2 \cos\beta_2 l + j\eta_3 \sin\beta_2 l}$$

$$\rightarrow \eta_v = \eta_3$$

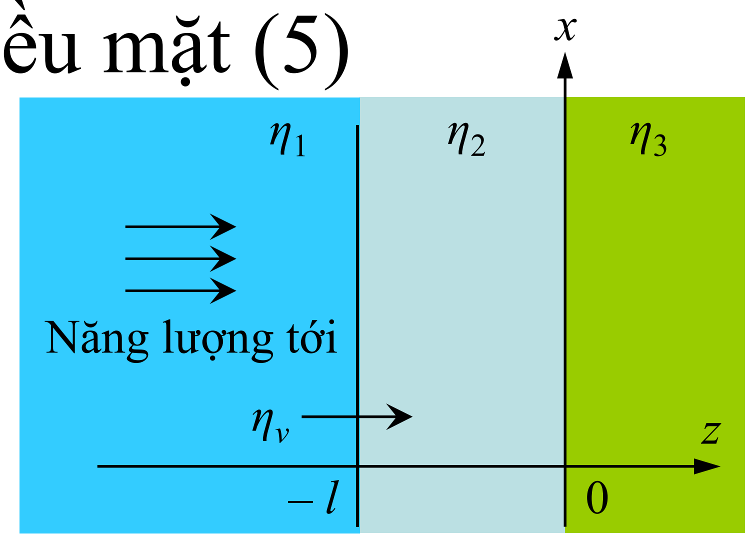
Phản xạ sóng trên nhiều mặt (5)

Giả sử: $\begin{cases} \eta_3 \neq \eta_1 \\ \beta_2 l = (2m-1)\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} \beta_2 l &= (2m-1)\frac{\pi}{2} \\ \beta_2 &= \frac{2\pi}{\lambda_2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{l = (2m-1)\frac{\lambda_2}{4}}$$

$$\eta_v = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos\beta_2 l + j\eta_2 \sin\beta_2 l}{\eta_2 \cos\beta_2 l + j\eta_3 \sin\beta_2 l}$$

$$\left.\begin{aligned} &\rightarrow \eta_v = \frac{\eta_2^2}{\eta_3} \\ &\text{Khúc xạ toàn phần: } \eta_v = \eta_1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\eta_2 = \sqrt{\eta_1 \eta_3}}$$



Phản xạ sóng trên nhiều mặt (6)

Ví dụ

Cần phủ bên ngoài thủy tinh một lớp điện môi thích hợp sao cho sóng 570 nm có thể khúc xạ toàn phần từ không khí vào thủy tinh. Thủy tinh có $\varepsilon_r = 2{,}1$. Xác định hằng số điện môi của lớp phủ & độ dày tối thiểu của nó.

$$\eta_1 = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\ \Omega$$

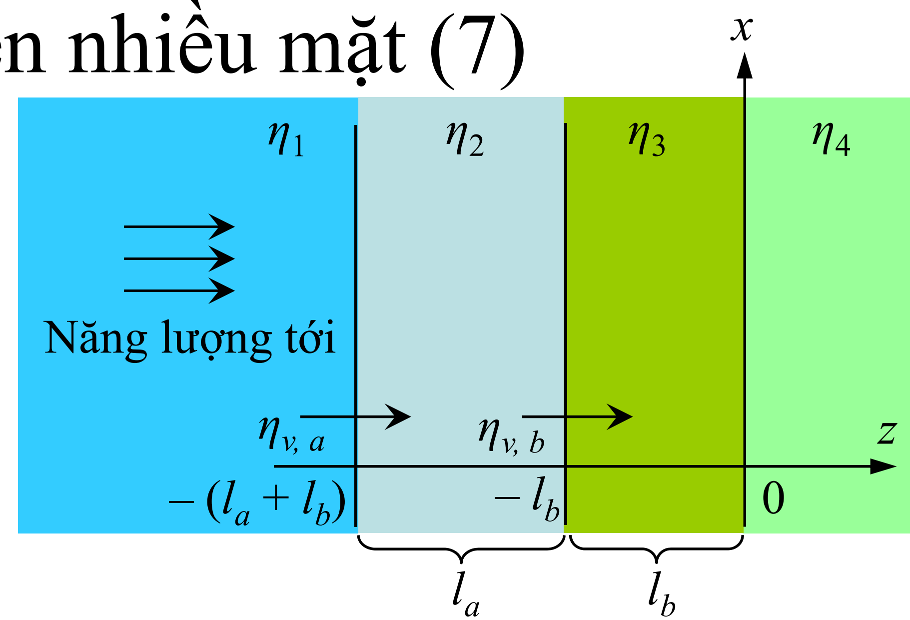
$$\eta_3 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu_0 1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} = \frac{\eta_1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{377}{\sqrt{2{,}1}} = 260\,\Omega$$

Khúc xạ toàn phần: $\eta_2 = \sqrt{\eta_1\eta_3} = \sqrt{377.260} = 313\,\Omega$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}} \to \varepsilon_{r2} = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 = \left(\frac{377}{313}\right)^2 = \boxed{1{,}45}$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\mu_{r2}\varepsilon_{r2}}} = \frac{570}{\sqrt{1.1{,}45}} = 473\ \text{nm} \to l_2 = \frac{\lambda_2}{4} = \frac{473}{4} = \boxed{118\ \text{nm} = 0{,}118\ \mu\text{m}}$$

Phản xạ sóng trên nhiều mặt (7)



$$\eta_{v,b} = \eta_3 \frac{\eta_4 \cos \beta_3 l_b + j\eta_3 \sin \beta_3 l_b}{\eta_3 \cos \beta_3 l_b + j\eta_4 \sin \beta_3 l_b}$$

$$\eta_{v,a} = \eta_2 \frac{\eta_{v,b} \cos \beta_2 l_a + j\eta_2 \sin \beta_2 l_a}{\eta_2 \cos \beta_2 l_a + j\eta_{v,b} \sin \beta_2 l_a}$$

$$\Gamma = \frac{\eta_{v,a} - \eta_1}{\eta_{v,a} + \eta_1}$$

Hệ số phản xạ năng lượng: $|\Gamma|^2$

Hệ số khúc xạ năng lượng vào vùng 4: $1 - |\Gamma|^2$

Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. Tỉ số sóng dừng
3. Phản xạ sóng trên nhiều mặt
4. **Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ**
5. Phản xạ của sóng tới xiên
6. Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ

Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ (1)

Pha: **k.r**

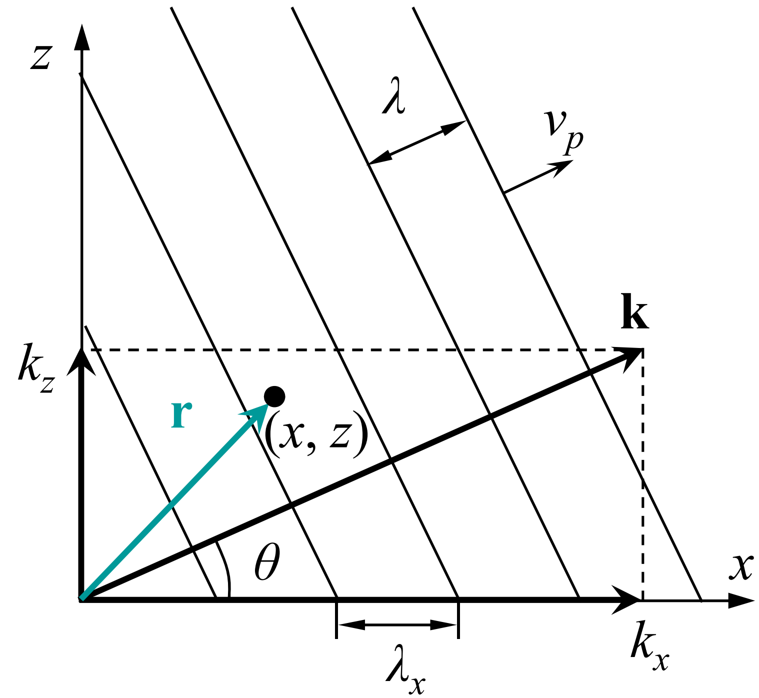
$$\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_0 e^{-j\mathbf{k}.\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{k} = k_x\mathbf{a}_x + k_z\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + z\mathbf{a}_z$$

$$\rightarrow \mathbf{k}.\mathbf{r} = k_x x + k_z z$$

$$\rightarrow \mathbf{E}_s = \mathbf{E}_0 e^{-j(k_x x + k_z z)}$$



$$\theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{k_z}{k_x}\right) \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \qquad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ (2)

Ví dụ

Xét một sóng phẳng đều có tần số 50 MHz & biên độ 10 V/m. Môi trường không có tổn thất, $\varepsilon_r = \varepsilon'_r = 9,0$; $\mu_r = 1,0$. Sóng lan truyền trong mặt phẳng x, y & nghiêng góc 30^o so với trục x, phân cực tuyến tính dọc theo trục z. Viết dạng phức của điện trường.

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}{c} = \frac{2\pi.50.10^6\sqrt{9}}{3.10^8} = 3,14 \text{ m}^{-1}$$

$$\mathbf{k} = 3,14\cos 30^o \mathbf{a}_x + 3,14\sin 30^o \mathbf{a}_y$$

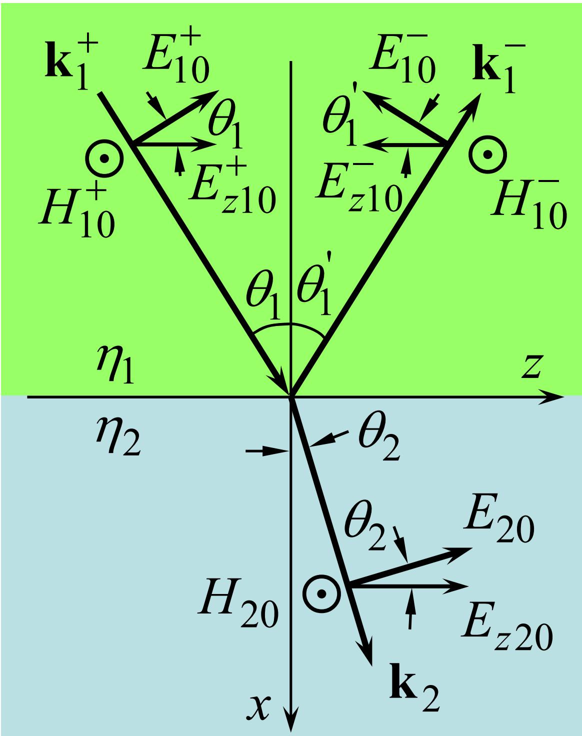
$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{E}_s = E_0 e^{-j\mathbf{k.r}} = E_0 e^{-j(k_x x + k_y y)} = 10e^{-j(2,7x+1,6y)} \text{ V/m}$$

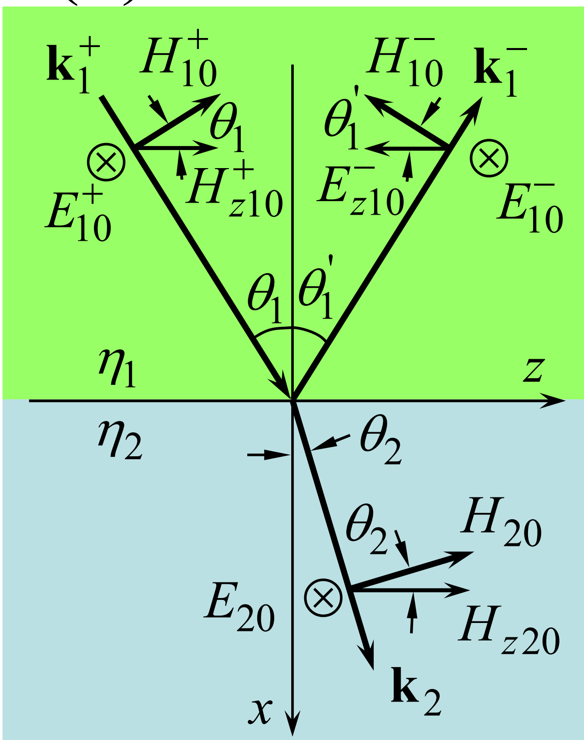
Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. Tỉ số sóng dừng
3. Phản xạ sóng trên nhiều mặt
4. Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ
5. **Phản xạ của sóng tới xiên**
6. Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ

Phản xạ của sóng tới xiên (1)

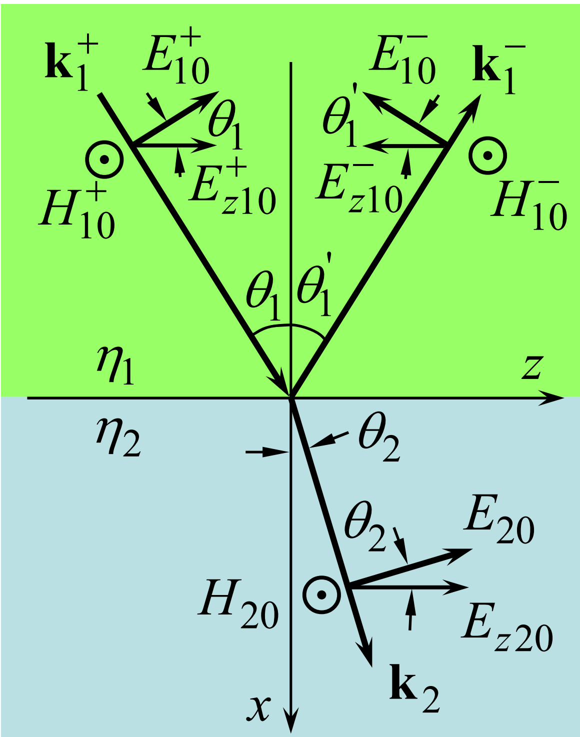


Phân cực p, TM



Phân cực s, TE

Phản xạ của sóng tới xiên (2)



Phân cực p, TM

$$\mathbf{E}_{s1}^+ = \mathbf{E}_{10}^+ e^{-j\mathbf{k}_1^+ . \mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E}_{s1}^- = \mathbf{E}_{10}^- e^{-j\mathbf{k}_1^- . \mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{20} e^{-j\mathbf{k}_2 . \mathbf{r}}$$

$$\mathbf{k}_1^+ = k_1(\cos\theta_1 \mathbf{a}_x + \sin\theta_1 \mathbf{a}_z)$$

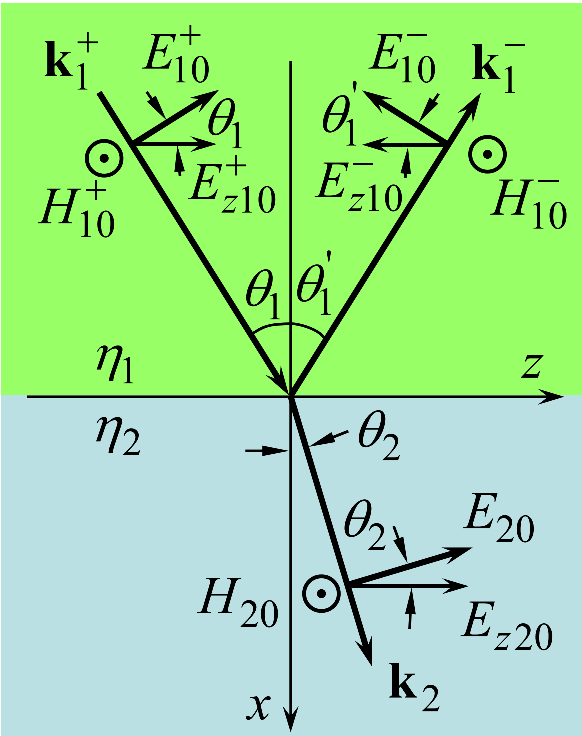
$$\mathbf{k}_1^- = k_1(-\cos\theta_1' \mathbf{a}_x + \sin\theta_1' \mathbf{a}_z)$$

$$\mathbf{k}_2 = k_2(\cos\theta_2 \mathbf{a}_x + \sin\theta_2 \mathbf{a}_z)$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + z\mathbf{a}_z$$

$$k_1 = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{c} = \frac{n_1\omega}{c} \qquad k_2 = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_{r2}}}{c} = \frac{n_2\omega}{c}$$

Phản xạ của sóng tới xiên (3)



Phân cực p, TM

$$\mathbf{E}_{s1}^+ = \mathbf{E}_{10}^+ e^{-j\mathbf{k}_1^+.\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E}_{s1}^- = \mathbf{E}_{10}^- e^{-j\mathbf{k}_1^-.\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{20} e^{-j\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}$$

$$E_{zs1}^+ = E_{z10}^+ e^{-j\mathbf{k}_1^+.\mathbf{r}} = E_{10}^+ \cos\theta_1 e^{-jk_1(x\cos\theta_1 + z\sin\theta_1)}$$

$$E_{zs1}^- = E_{z10}^- e^{-j\mathbf{k}_1^-.\mathbf{r}} = E_{10}^- \cos\theta_1' e^{-jk_1(x\cos\theta_1' - z\sin\theta_1')}$$

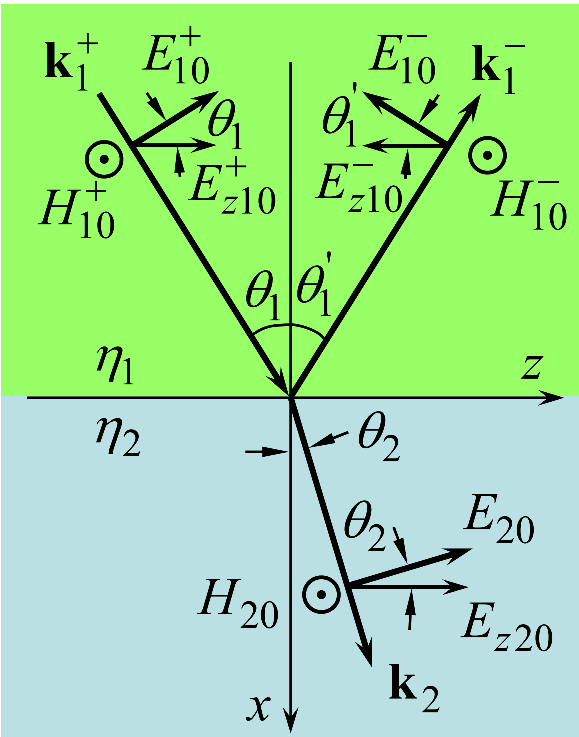
$$E_{zs2} = E_{z20} e^{-j\mathbf{k}_2.\mathbf{r}} = E_{20} \cos\theta_2 e^{-jk_2(x\cos\theta_2 + z\sin\theta_2)}$$

$$E_{zs1}^+ + E_{zs1}^- = E_{zs2} \quad (\text{tại } x = 0)$$

$$\rightarrow E_{10}^+ \cos\theta_1 e^{-jk_1 z\sin\theta_1} + E_{10}^- \cos\theta_1' e^{-jk_1 z\sin\theta_1'} = E_{20}\cos\theta_2 e^{-jk_2 z\sin\theta_2}$$

$$\rightarrow k_1 z\sin\theta_1 = k_1 z\sin\theta_1' = k_2 z\sin\theta_2 \rightarrow \begin{cases} \theta_1' = \theta_1 \\ \boxed{k_1\sin\theta_1 = k_2\sin\theta_2} \end{cases} \rightarrow n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$$

Phản xạ của sóng tới xiên (4)



Phân cực p, TM

$$\left.\begin{array}{c} \theta_1' = \theta_1 \\ k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2 \\ E_{10}^+ \cos\theta_1 e^{-jk_1 z \sin\theta_1} + E_{10}^- \cos\theta_1' e^{-jk_1 z \sin\theta_1'} = \\ = E_{20} \cos\theta_2 e^{-jk_2 z \sin\theta_2} \end{array}\right\}$$

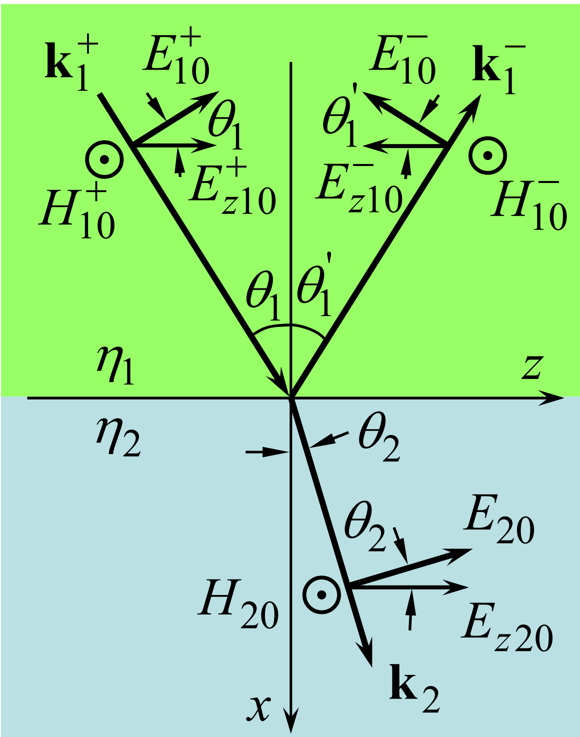
$$\rightarrow E_{10}^+ \cos\theta_1 + E_{10}^- \cos\theta_1 = E_{20} \cos\theta_2$$

$$H_{10}^+ + H_{10}^- = H_{20} \quad (\text{tại } x = 0)$$

$$\rightarrow \frac{E_{10}^+ \cos\theta_1}{\eta_{1p}} - \frac{E_{10}^- \cos\theta_1}{\eta_{1p}} = \frac{E_{20} \cos\theta_2}{\eta_{2p}}$$

với $\eta_{1p} = \eta_1 \cos\theta_1, \quad \eta_{2p} = \eta_2 \cos\theta_2$

Phản xạ của sóng tới xiên (5)



Phân cực p, TM

$$\left.\begin{aligned} &E_{10}^+\cos\theta_1 + E_{10}^-\cos\theta_1 = E_{20}\cos\theta_2 \\ &\frac{E_{10}^+\cos\theta_1}{\eta_{1p}} - \frac{E_{10}^-\cos\theta_1}{\eta_{1p}} = \frac{E_{20}\cos\theta_2}{\eta_{2p}} \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Gamma_p = \dfrac{E_{10}^-}{E_{10}^+} = \dfrac{\eta_{2p} - \eta_{1p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}} \\ \tau_p = \dfrac{E_{20}}{E_{10}^+} = \dfrac{2\eta_{2p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}} \end{cases}$$

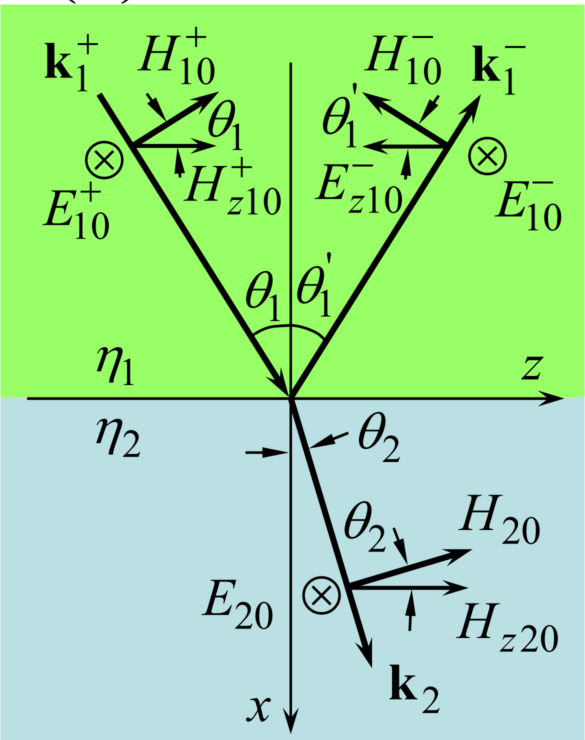
Phản xạ của sóng tới xiên (6)

$$\Gamma_s = \frac{E_{y10}^-}{E_{y10}^+} = \frac{\eta_{2s} - \eta_{1s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$$

$$\tau_s = \frac{E_{y20}}{E_{y10}^+} = \frac{2\eta_{2s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$$

$$\eta_{1s} = \frac{\eta_1}{\cos\theta_1}$$

$$\eta_{2s} = \frac{\eta_2}{\cos\theta_2}$$



Phân cực s, TE

Phản xạ của sóng tới xiên (7)

Ví dụ 1

Một sóng phẳng lan truyền trong không khí đập vào thủy tinh dưới một góc 30º so với pháp tuyến. Xác định tỉ lệ năng lượng tới với năng lượng phản xạ & khúc xạ đối với (a) phân cực p, và (b) phân cực s. Không khí có $n_1 = 1$, thủy tinh có $n_2 = 1{,}45$.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \rightarrow \theta_2 = \arcsin\frac{\sin 30^{\text{o}}}{1,45} = 20,2^{\text{o}}$$

$$\eta_{1p} = \eta_1 \cos 30^{\text{o}} = 377.0,866 = 326\,\Omega$$

$$\left.\begin{aligned}\eta_1 &= \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_{r1}\mu_0}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\\ \eta_2 &= \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_{r2}\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}}\end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned}\frac{\eta_1}{\eta_2} &= \sqrt{\varepsilon_{r2}}\\ n_2 &= \sqrt{\varepsilon_{r2}}\end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = n_2$$

$$\rightarrow \eta_2 = \frac{\eta_1}{n2} = \frac{377}{1,45} = 260\ \Omega$$

$$\rightarrow \eta_{2p} = \eta_2 \cos\theta_2 = 260\cos 20,2^{\text{o}} = 244\ \Omega$$

Phản xạ của sóng tới xiên (8)

Ví dụ 1

Một sóng phẳng lan truyền trong không khí đập vào thủy tinh dưới một góc 30° so với pháp tuyến. Xác định tỉ lệ năng lượng tới với năng lượng phản xạ & khúc xạ đối với (a) phân cực p, và (b) phân cực s. Không khí có $n_1 = 1$, thủy tinh có $n_2 = 1{,}45$.

$$\eta_{1p} = 326\,\Omega, \quad \eta_{2p} = 244\ \Omega$$

$$\Gamma_p = \frac{\eta_{2p} - \eta_{1p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}} = \frac{244 - 326}{244 + 326} = -0{,}144$$

$$\frac{P_{\text{phản xạ}}}{P_{\text{tới}}} = \left|\Gamma_p\right|^2 = (-0{,}144)^2 = 0{,}021$$

$$\frac{P_{\text{khúc xạ}}}{P_{\text{tới}}} = 1 - \left|\Gamma_p\right|^2 = 1 - (-0{,}144)^2 = 0{,}979$$

Phản xạ của sóng tới xiên (9)

Ví dụ 1

Một sóng phẳng lan truyền trong không khí đập vào thủy tinh dưới một góc 30° so với pháp tuyến. Xác định tỉ lệ năng lượng tới với năng lượng phản xạ & khúc xạ đối với (a) phân cực p, và (b) phân cực s. Không khí có $n_1 = 1$, thủy tinh có $n_2 = 1{,}45$.

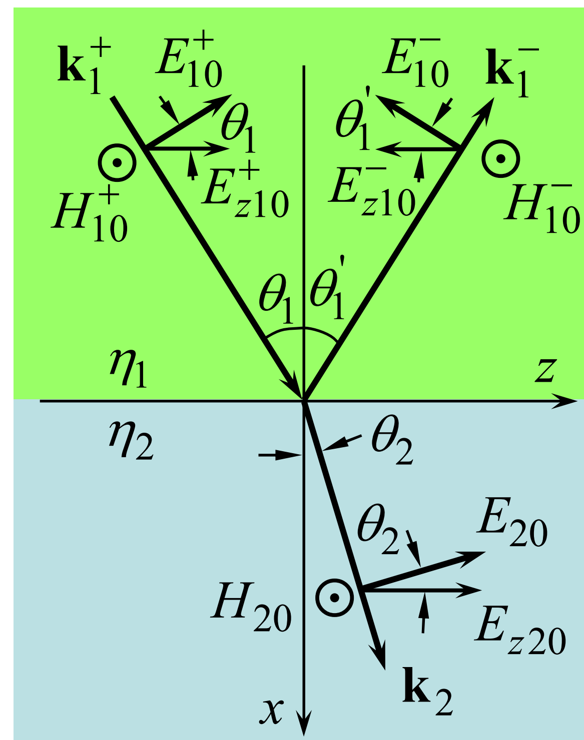
$$\eta_{1s} = \frac{\eta_1}{\cos\theta_1} = \frac{377}{\cos 30^0} = 435\,\Omega$$

$$\eta_{2s} = \frac{\eta_2}{\cos\theta_2} = \frac{260}{\cos 20{,}2^0} = 277\,\Omega$$

$$\Gamma_s = \frac{\eta_{2s} - \eta_{1s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}} = \frac{277 - 435}{277 + 435} = -0{,}222$$

$$\frac{P_{\text{phản xạ}}}{P_{\text{tới}}} = |\Gamma_s|^2 = (-0{,}222)^2 = 0{,}049$$

$$\frac{P_{\text{khúc xạ}}}{P_{\text{tới}}} = 1 - |\Gamma_s|^2 = 1 - (-0{,}222)^2 = 0{,}951$$



Phân cực p, TM

Phản xạ của sóng tới xiên (10)

Phản xạ toàn phần: $|\Gamma|^2 = \Gamma\hat{\Gamma} = 1$

$$\left.\begin{array}{l}\cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} \\ n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2\end{array}\right\} \to \cos\theta_2 = \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\sin^2\theta_1}$$

$$\eta_{2p} = \eta_2\cos\theta_2$$

$$\text{Nếu } \sin\theta_1 > \frac{n_2}{n_1}$$

$$\to \eta_{2p} = j|\eta_{2p}|$$

$$\left.\begin{array}{l}\eta_{1p} = \eta_1\cos\theta_1 \\ \eta_1 > 0\end{array}\right\} \to \eta_{1p} > 0$$

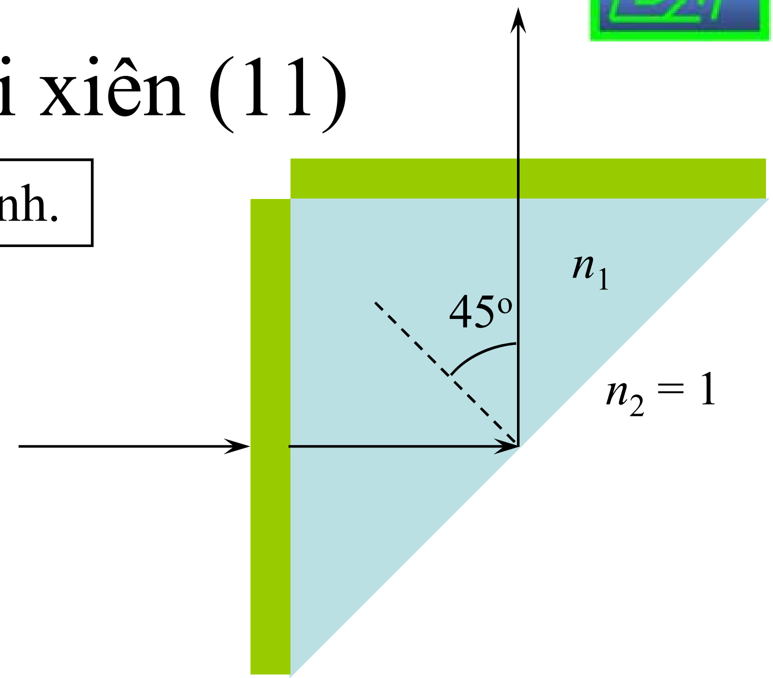
$$\to \Gamma_p = \frac{\eta_{2p}-\eta_{1p}}{\eta_{2p}+\eta_{1p}} = \frac{j|\eta_{2p}|-\eta_{1p}}{j|\eta_{2p}|+\eta_{1p}} = -\frac{\eta_{1p}-j|\eta_{2p}|}{\eta_{1p}+j|\eta_{2p}|} = -\frac{Z}{\hat{Z}} \to \Gamma_p\hat{\Gamma}_p = 1$$

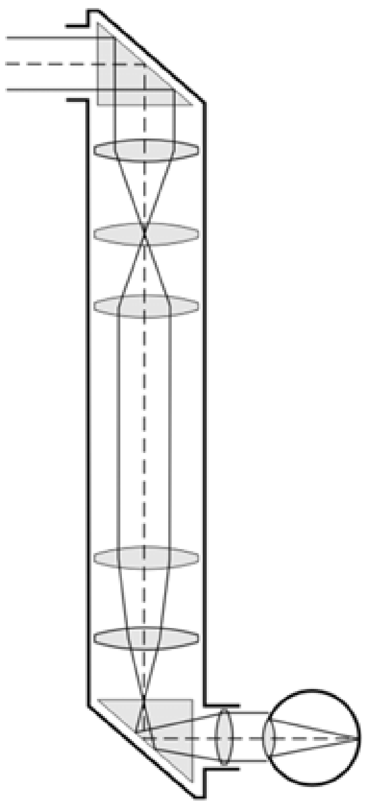
$$\to \boxed{\text{Nếu } \sin\theta_1 \ge \frac{n_2}{n_1} \text{ thì có phản xạ toàn phần}} \qquad \to \boxed{\theta_1 \ge \theta_c = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

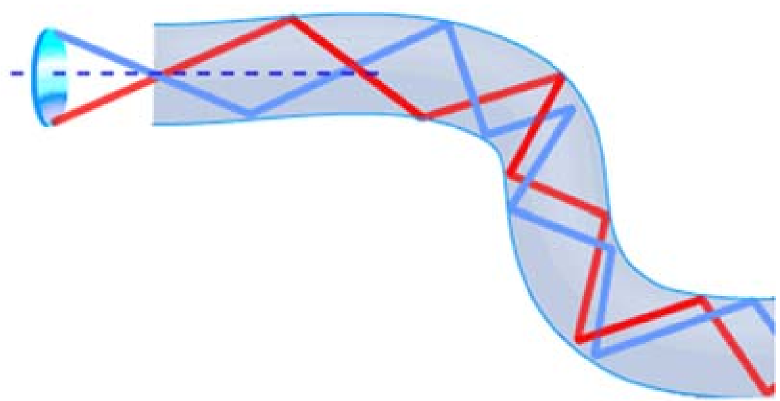
Phản xạ của sóng tới xiên (11)

Ví dụ 2

Tính n_1 để có phản xạ toàn phần ở mặt sau lăng kính.







Phản xạ của sóng tới xiên (12)

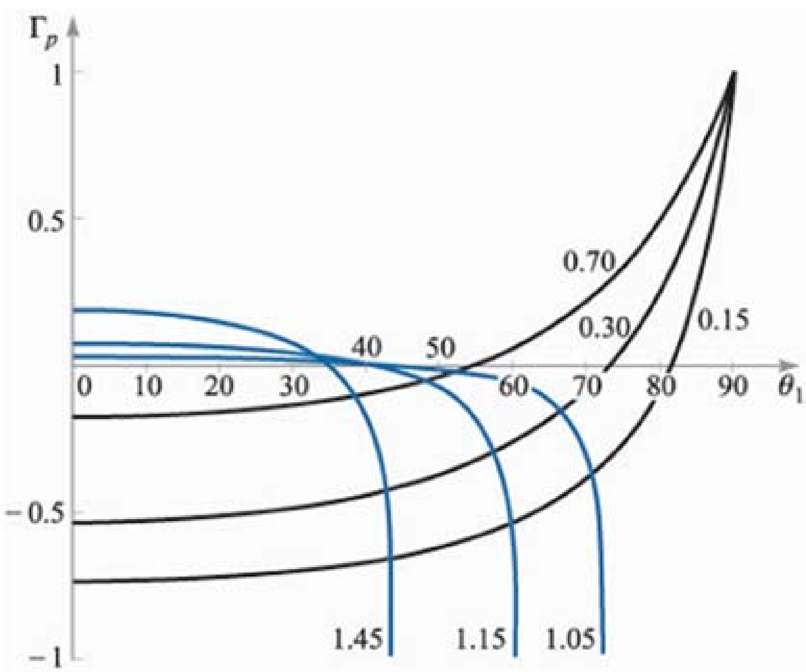
Khúc xạ toàn phần: $\Gamma = 0$

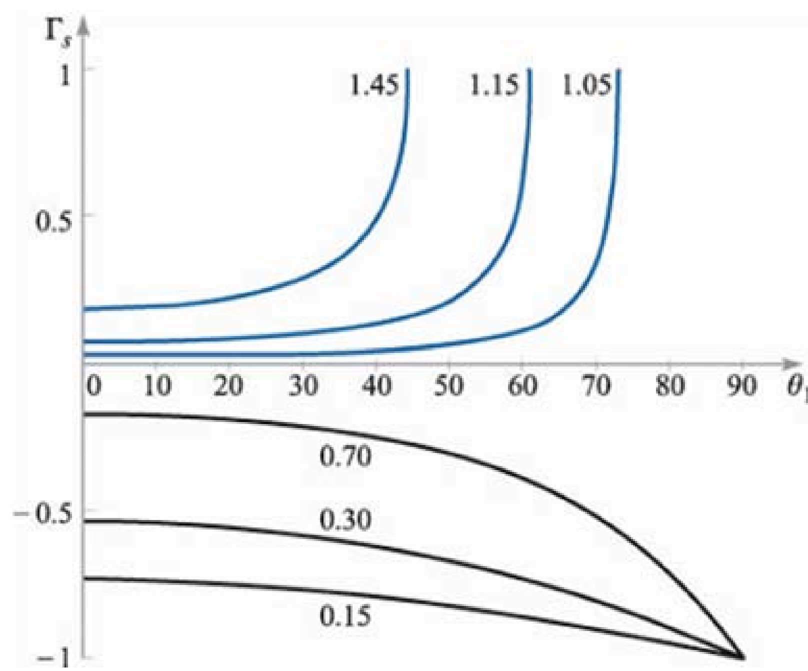
$$\left.\begin{array}{l} \Gamma_s = 0 \\ \Gamma_s = \dfrac{\eta_{2s} - \eta_{1s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \eta_{2s} = \eta_{1s} \\ \eta_{1s} = \dfrac{\eta_1}{\cos\theta_1} \\ \eta_{2s} = \dfrac{\eta_2}{\cos\theta_2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{\eta_2}{\cos\theta_2} = \dfrac{\eta_1}{\cos\theta_1} \\ n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \eta_2 \left[1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{-\frac{1}{2}} = \eta_1 \left[1 - \sin^2\theta_1\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Gamma_p = 0 \rightarrow \eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2\theta_1} = \eta_1 \sqrt{1 - \sin^2\theta_1} \rightarrow \boxed{\sin\theta_1 = \sin\theta_B = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}}$$

Phản xạ của sóng tới xiên (13)





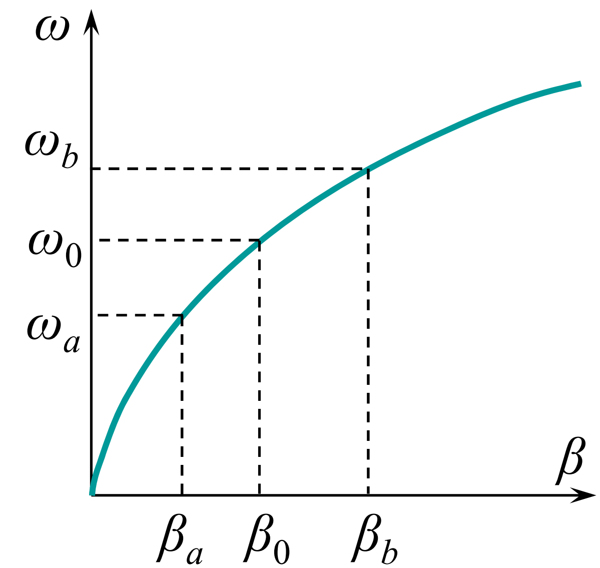
Phản xạ & tán xạ sóng phẳng

1. Phản xạ của sóng tới vuông góc
2. Tỉ số sóng dừng
3. Phản xạ sóng trên nhiều mặt
4. Lan truyền sóng phẳng theo hướng bất kỳ
5. Phản xạ của sóng tới xiên
6. **Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ**

Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ (1)

Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ (2)

$$\beta(\omega) = k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon(\omega)} = n(\omega)\frac{\omega}{c}$$



$$\left.\begin{aligned} E_{c,\text{tổng}}(z,t) &= E_0\left(e^{-j\beta_a z}e^{-j\omega_a t} + e^{-j\beta_b z}e^{-j\omega_b t}\right) \\ \Delta\omega &= \omega_0 - \omega_a = \omega_b - \omega_0 \\ \Delta\beta &= \beta_0 - \beta_a = \beta_b - \beta_0 \end{aligned}\right\}$$

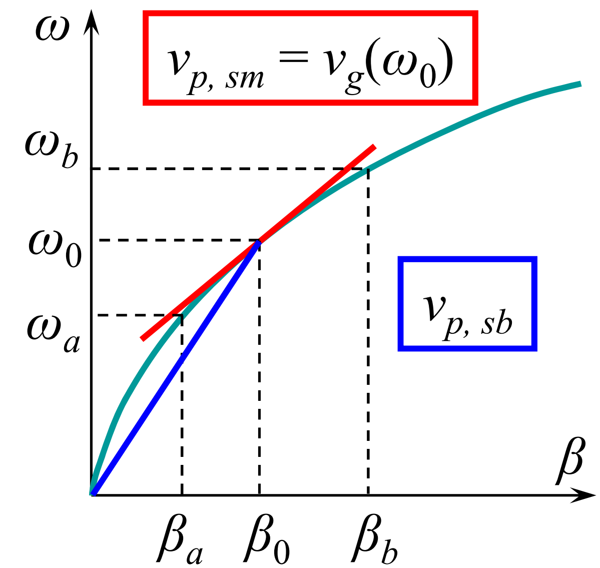
$$\rightarrow E_{c,\text{tổng}}(z,t) = E_0 e^{-j\beta_0 z}e^{j\omega_0 t}\left(e^{j\Delta\beta z}e^{-j\Delta\omega t} + e^{-j\Delta\beta z}e^{j\Delta\omega t}\right)$$

$$= 2E_0 e^{-j\beta_0 z}e^{j\omega_0 t}\cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z)$$

$$\rightarrow E_{\text{tổng}}(z,t) = \text{Re}[E_{c,\text{tổng}}] = 2E_0\cos(\Delta\omega t - \Delta\beta t)\cos(\omega_0 t - \beta_0 t)$$

Lan truyền sóng trong môi trường tán xạ (3)

$$E_{\text{tổng}}(z,t) = 2E_0 \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta t)\cos(\omega_0 t - \beta_0 t)$$



$$v_{p,\text{sóng mang}} = \frac{\omega_0}{\beta_0}$$

$$v_{p,\text{sóng bao}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}$$

$$\lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \left.\frac{d\omega}{d\beta}\right|_{\omega_0} = v_g(\omega_0)$$