Nguyễn Công Phương

Lý thuyết trường điện từ

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

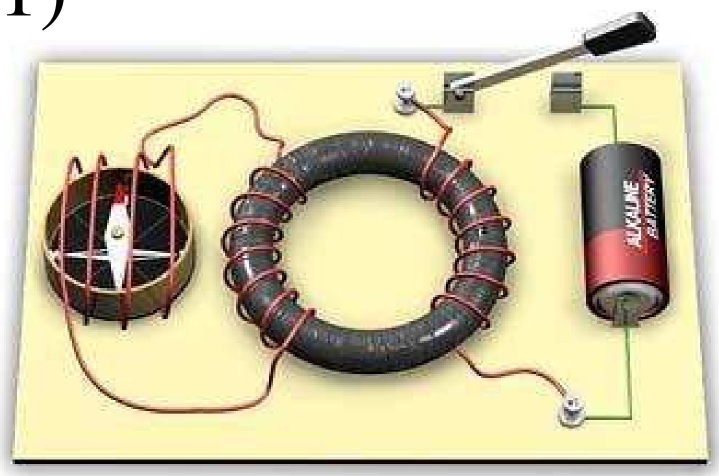
Nội dung

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

1. Luật Faraday
2. Dòng điện dịch
3. Các phương trình Maxwell dạng vi phân
4. Các phương trình Maxwell dạng tích phân
5. Thế chậm

Luật Faraday (1)

$$\text{sđđ} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{V}$$



http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/electricity/inductance.html

sđđ khác zero nếu có 1 trong 3:

- Từ thông biến thiên theo thời gian
- Chuyển động tương đối giữa từ thông tĩnh & mạch điện
- Kết hợp cả hai điều trên

Dấu – ?

Luật Lenz

http://www.engineering-timelines.com/how/electricity/transformer.asp

Luật Faraday (2)

$$\left.\begin{array}{l} \text{sđđ} = -\dfrac{d\Phi}{dt} \\ \text{sđđ} = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} \\ \Phi = \int_S \mathbf{B}.d\mathbf{S} \end{array}\right\} \rightarrow \text{sđđ} = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}.d\mathbf{S}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$$

$$\rightarrow \text{sđđ} = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S}$$

Định lý Stokes: $\oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}).d\mathbf{S}$

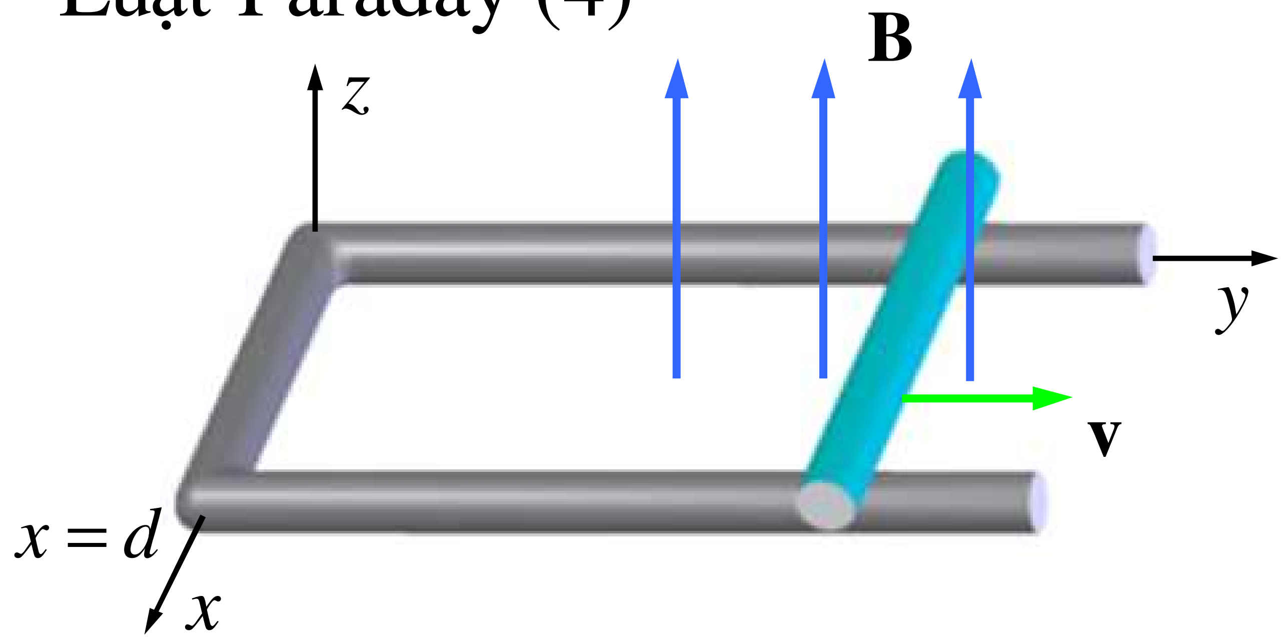
$$\rightarrow \int_S (\nabla\times\mathbf{E}).d\mathbf{S} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} \quad \rightarrow (\nabla\times\mathbf{E}).d\mathbf{S} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S}$$

$$\rightarrow \boxed{\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}}$$

Luật Faraday (3)

$$
\left.
\begin{aligned}
\nabla\times\mathbf{E} &= -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\\
\text{sđđ} = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} &= -\int_S \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S}\\
\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \quad \text{(trường tĩnh)}
\end{aligned}
\right\}
\longrightarrow
\left\{
\begin{aligned}
\oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} &= 0\\
\nabla\times\mathbf{E} &= 0
\end{aligned}
\right.
$$

Luật Faraday (4)



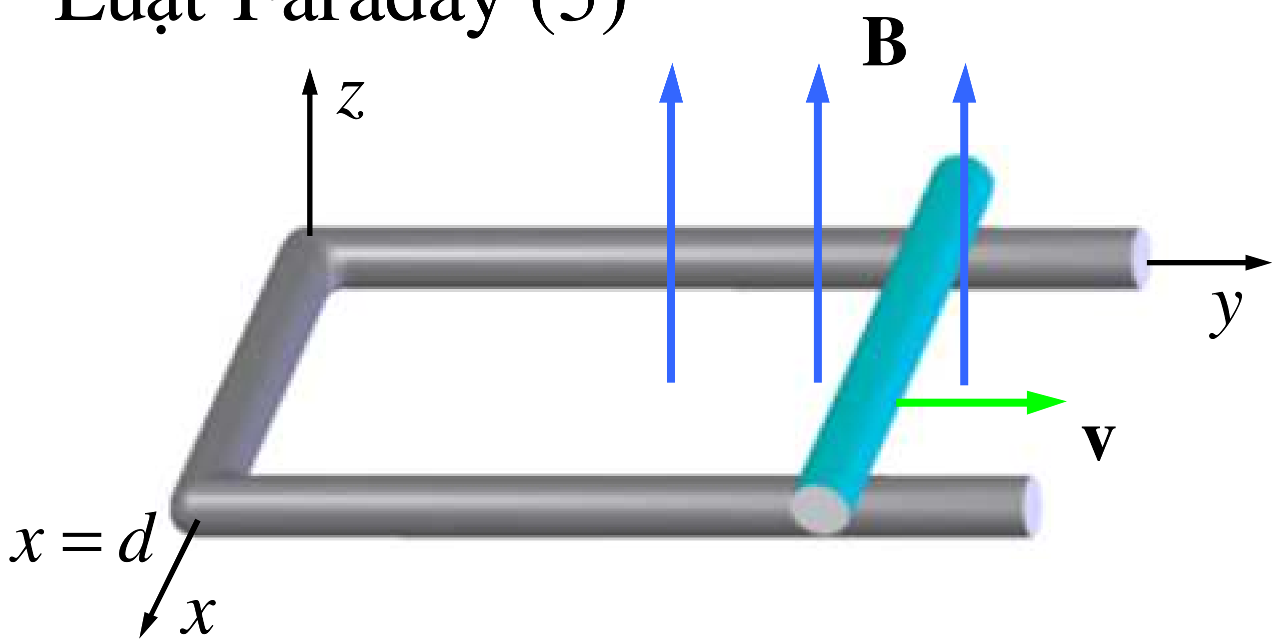
$$\left.\begin{array}{l}\Phi = \int_S \mathbf{B}.d\mathbf{S} = Byd \\ \text{sđđ} = -\dfrac{d\Phi}{dt}\end{array}\right\} \rightarrow \text{sđđ} = -B\frac{dy}{dt}d = -Bvd$$

Luật Faraday (5)

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{F}}{Q} = \mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

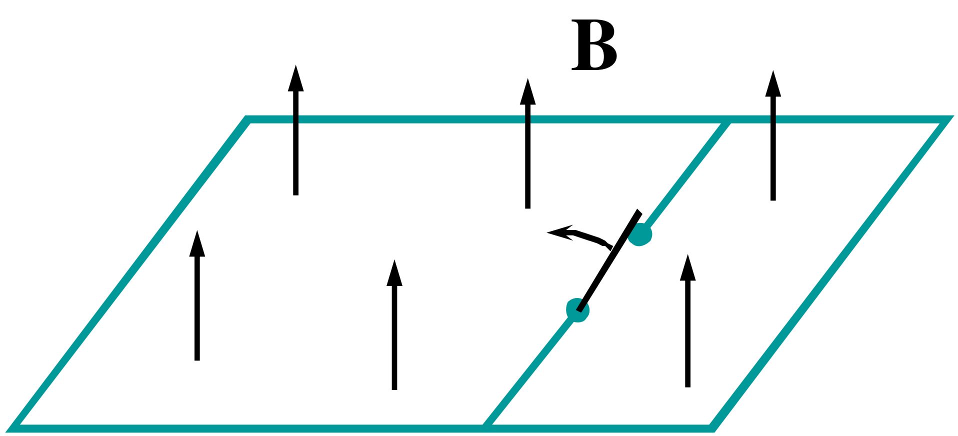
$$\mathbf{E}_m = \mathbf{v}\times\mathbf{B}$$



$$\text{sđđ} = \oint \mathbf{E}_m.d\mathbf{L} = \oint(\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L} = \int_d^0 vBdx = -Bvd$$

Luật Faraday (6)

$$\text{sđđ} = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} + \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}).d\mathbf{L}$$



Luật Faraday (7)

VD1

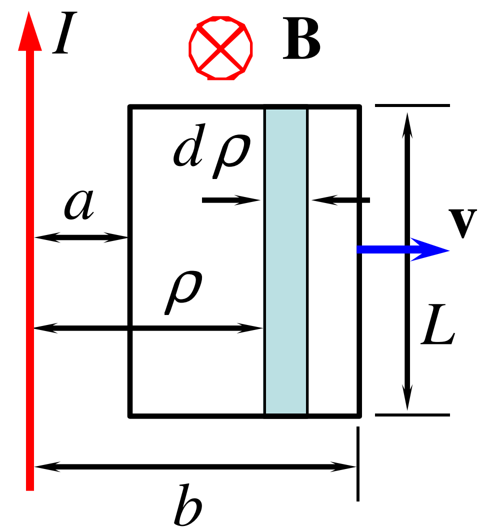
Một vòng dây (trong không khí) nằm trong mặt phẳng vuông góc với một từ trường đều. Diện tích khung dây là 10 m^2. Giả sử tốc độ thay đổi của cường độ từ cảm là 5 Wb/m^2/s, tính suất điện động cảm ứng mà cuộn dây sinh ra?

$$\left.\begin{aligned} \text{sđđ} &= -N\frac{d\Phi}{dt} \\ \Phi &= B.S \end{aligned}\right\} \rightarrow \text{sđđ} = -\frac{dB}{dt}S = 5.10 = 50\,\text{V}$$

Luật Faraday (8)

VD2

Tính sđđ của khung hình chữ nhật khi nó chuyển động với vận tốc **v**?



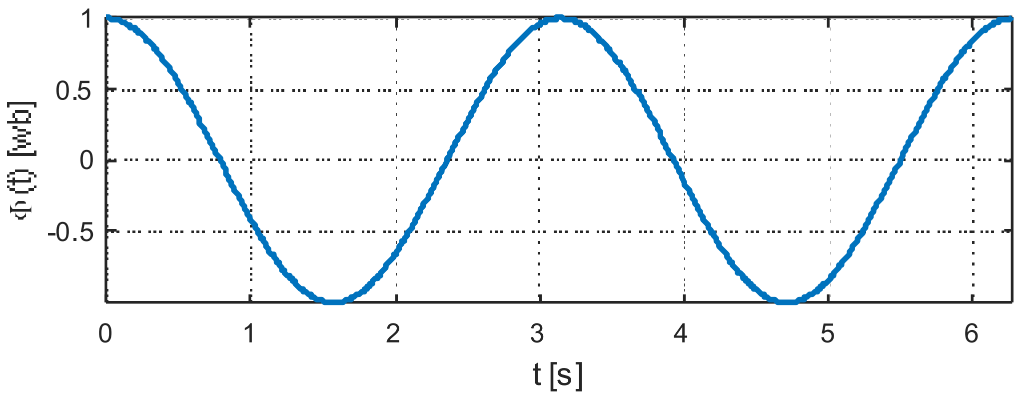
$$\Phi(t) = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \ln \frac{b_0 + vt}{a_0 + vt}$$

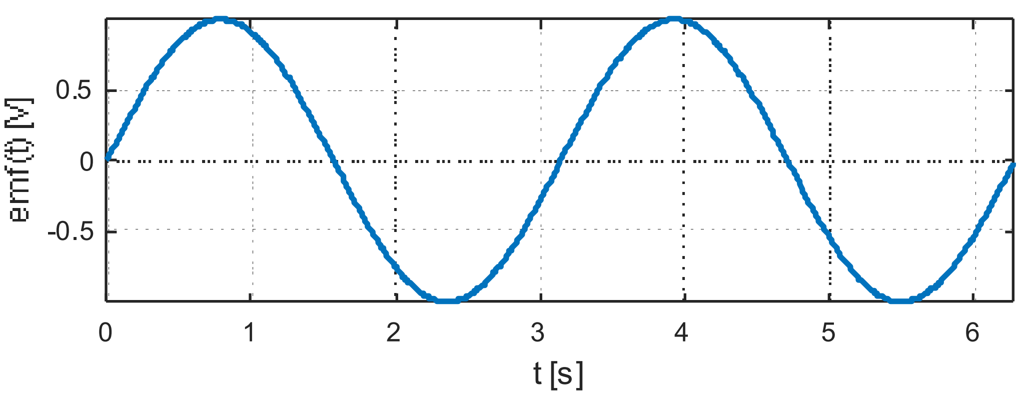
$$\rightarrow \text{sđđ} = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \cdot \frac{(b_0 - a_0)v}{(a_0 + vt)^2} \cdot \frac{a_0 + vt}{b_0 + vt} = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \cdot \frac{(b_0 - a_0)v}{(a_0 + vt)b_0 + vt}$$

Luật Faraday (9)

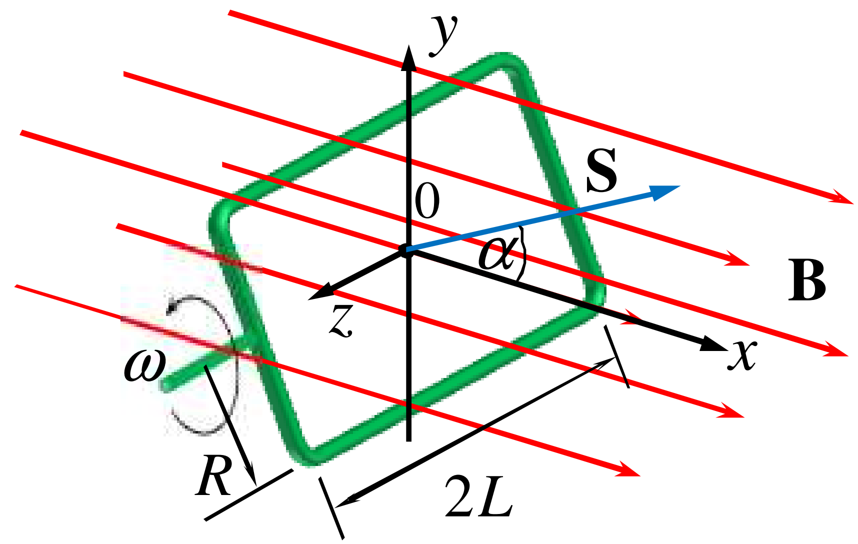
VD3

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường đều **B**?





Cách 1



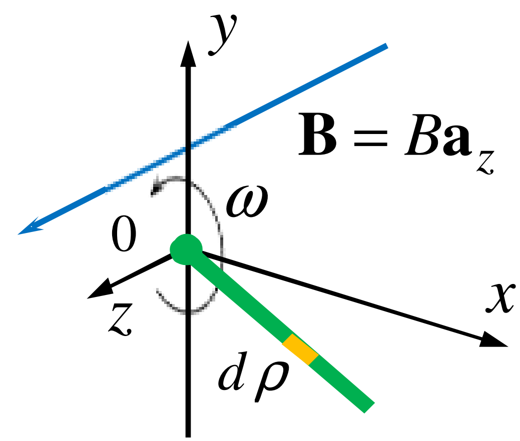
$$\Phi = BS\cos\omega t$$

$$\rightarrow \text{sđđ} = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = BS\omega\sin\omega t$$

Luật Faraday (10)

VD4

Một thanh kim loại có chiều dài L nằm trong mặt phẳng $x0y$ & quay quanh trục $0z$ với vận tốc góc ω trong từ trường đều **B**. Tính sđđ cảm ứng giữa hai đầu của thanh kim loại?



$$\text{sđđ} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

$$\mathbf{v} = \rho\omega\mathbf{a}_\varphi$$

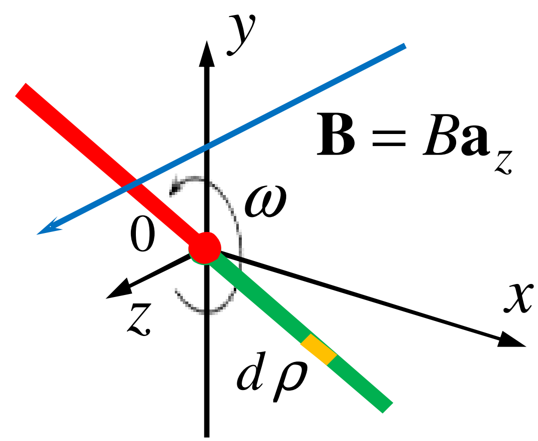
$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = (\rho\omega\mathbf{a}_\varphi) \times (B\mathbf{a}_z) = \rho\omega B\mathbf{a}_\rho$$

$$\text{sđđ} = \int_0^L (\rho\omega B\mathbf{a}_\rho).d\rho\mathbf{a}_\rho = \int_0^L \rho\omega B d\rho = \omega B \int_0^L \rho d\rho = \frac{B\omega L^2}{2}$$

Luật Faraday (11)

VD5

Một thanh kim loại có chiều dài $2L$ nằm trong mặt phẳng $x0y$ & quay quanh trục $0z$ với vận tốc góc ω trong từ trường đều **B**. Tính sđđ cảm ứng giữa hai đầu của thanh kim loại?



$$\text{sđđ}_x = \frac{B\omega L^2}{2}$$

$$\text{sđđ}_đ = \frac{B\omega L^2}{2}$$

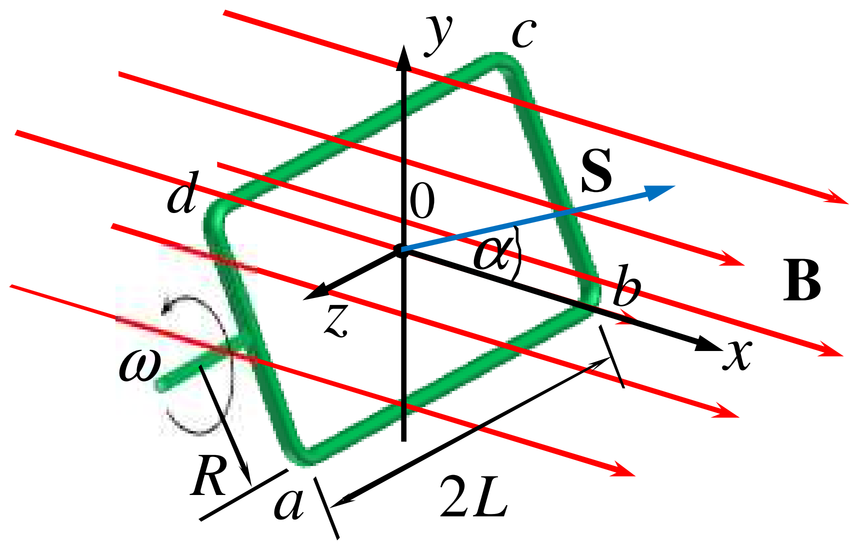
$$\text{sđđ}_t = \text{sđđ}_x - \text{sđđ}_đ = 0$$

Luật Faraday (12)

VD3

Cách 2

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích *S* khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường đều **B**?



$$\text{sđđ} = \oint \mathbf{E}_m.d\mathbf{L} = \oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

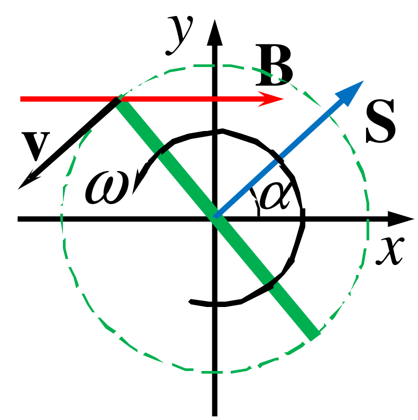
$$= \int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a$$

$$\int_b^c = \int_d^a = 0$$

$$\text{sđđ}_{ab} = \int_a^b = \int_L^{-L} [(R\omega\mathbf{a}_\varphi)\times(B\mathbf{a}_x)].(dz\mathbf{a}_z)$$

$$= \int_L^{-L} [BR\omega\sin(\omega t)(-\mathbf{a}_z)].(dz\mathbf{a}_z)$$

$$= -BR\omega\sin\omega t\int_L^{-L} dz = 2LBR\omega\sin\omega t$$

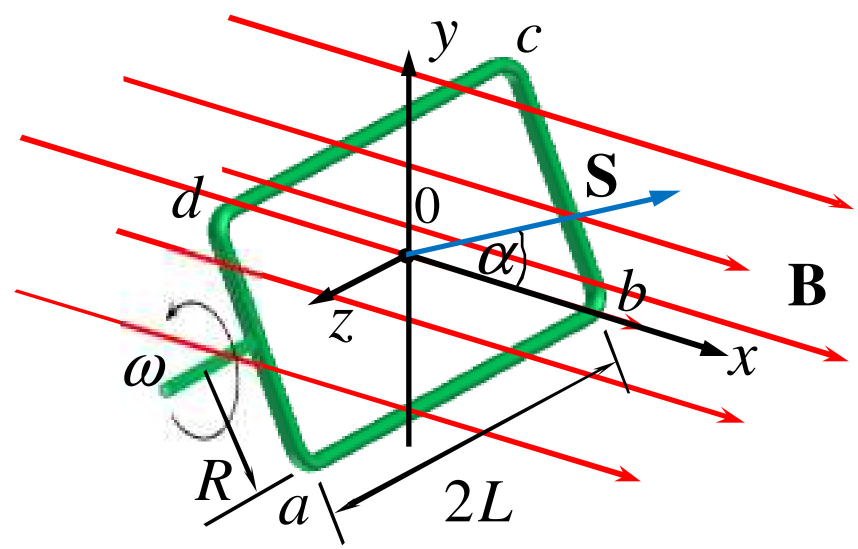


Luật Faraday (13)

VD3

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường đều **B**?

Cách 2

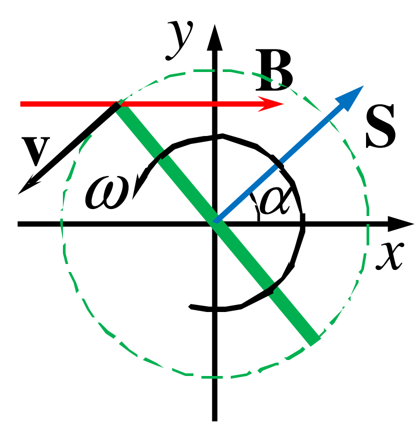


$$\text{sđđ} = \oint \mathbf{E}_m . d\mathbf{L} = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) . d\mathbf{L}$$

$$\text{sđđ}_{bc} = \text{sđđ}_{da} = 0$$

$$\text{sđđ}_{ab} = 2LBR\omega \sin \omega t$$

$$\text{sđđ}_{cd} = 2LBR\omega \sin \omega t$$



$$\text{sđđ} = \text{sđđ}_{ab} + \text{sđđ}_{cd}$$

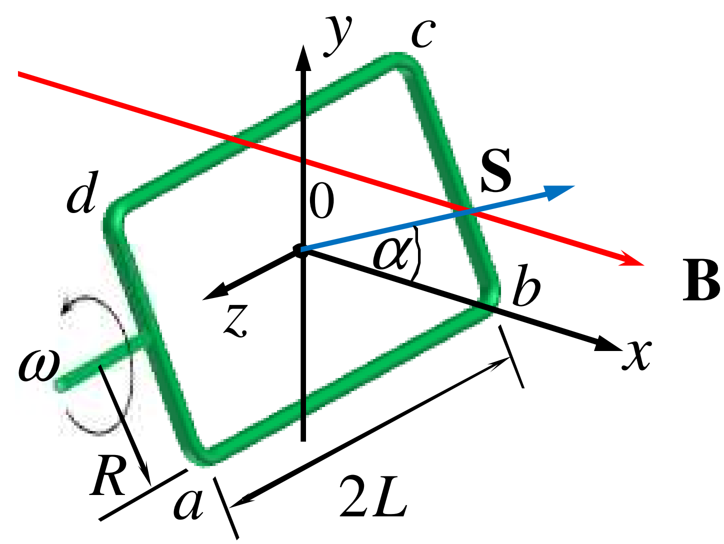
$$= 4LBR\omega \sin \omega t = \boxed{BS\omega \sin \omega t}$$

Luật Faraday (14)

VD6

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường $\mathbf{B} = B_m \sin\omega t\mathbf{a}_\rho$?

Cách 1



$$\Phi = \int_S \mathbf{B}.d\mathbf{S} = \int_S (B_m \sin\omega t\mathbf{a}_\rho).(dS\mathbf{a}_S)$$

$$= \int_S B_m \sin\omega t \cos\omega t dS$$

$$= B_m \sin\omega t \cos\omega t \int_S dS = B_m S \sin\omega t \cos\omega t = \frac{1}{2} B_m S \sin 2\omega t$$

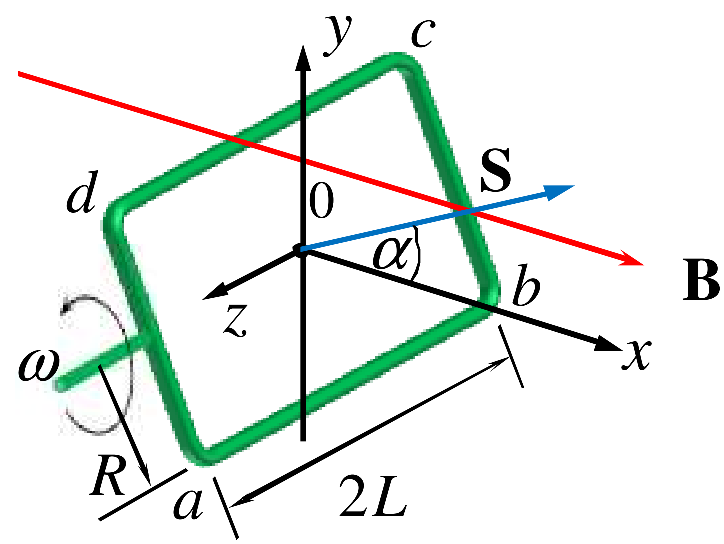
$$\text{sđđ} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B_m S\omega \cos 2\omega t$$

Luật Faraday (15)

VD6

Cách 2

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường $\mathbf{B} = B_m \sin\omega t \mathbf{a}_\rho$?



$$\text{sđđ} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} + \oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

$$-\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} = -\int_S \left(\frac{\partial B_m \sin\omega t}{\partial t}\mathbf{a}_\rho\right).(dS\mathbf{a}_S)$$

$$= -\int_S \left(B_m \omega \cos\omega t \mathbf{a}_\rho\right).(dS\mathbf{a}_S)$$

$$= -B_m\omega\cos\omega t\int_S \mathbf{a}_\rho.dS\mathbf{a}_S = -B_m\omega\cos\omega t\int_S \cos\omega t dS$$

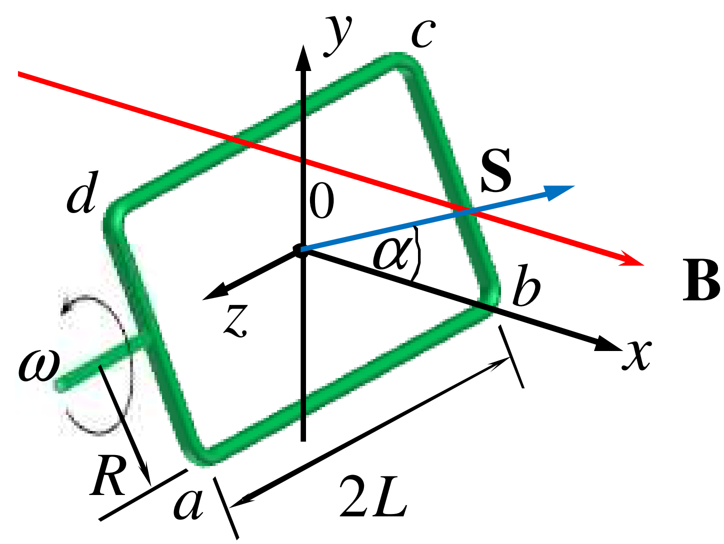
$$= -B_m\omega\cos^2\omega t\int_S dS = -B_m S\omega\cos^2\omega t$$

Luật Faraday (16)

VD6

Cách 2

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường $\mathbf{B} = B_m \sin\omega t \mathbf{a}_\rho$?



$$\text{sđđ} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} + \oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

$$\oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L} = 2\int_a^b (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

$$= 2\int_L^{-L} [(R\omega\mathbf{a}_\varphi)\times(B_m \sin\omega t\mathbf{a}_\rho)].(dz\mathbf{a}_z)$$

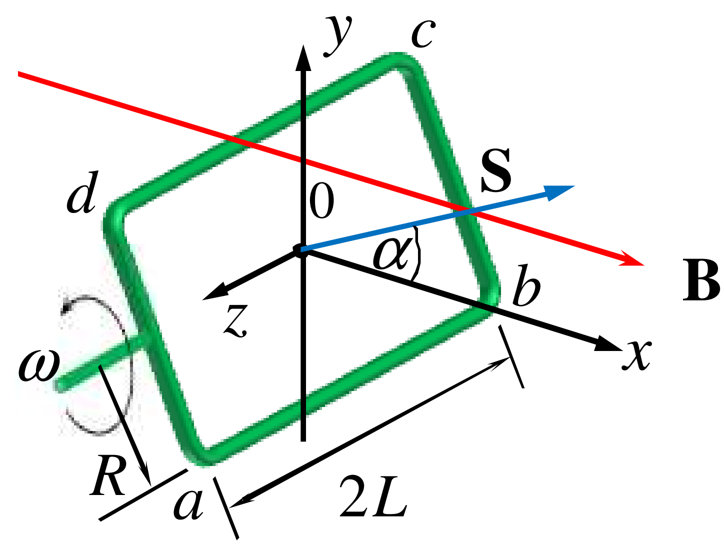
$$= 2\int_L^{-L} [(R\omega B_m \sin^2(-\mathbf{a}_z)].(dz\mathbf{a}_z) = B_m S\omega \sin^2 \omega t$$

Luật Faraday (17)

VD6

Tính sđđ cảm ứng của khung hình chữ nhật có diện tích S khi nó xoay với vận tốc góc ω trong từ trường $\mathbf{B} = B_m \sin\omega t \mathbf{a}_\rho$?

Cách 2



$$\text{sđđ} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} + \oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L}$$

$$-\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} = -B_m S\omega\cos^2\omega t$$

$$\oint (\mathbf{v}\times\mathbf{B}).d\mathbf{L} = B_m S\omega\sin^2\omega t$$

$$\text{sđđ} = -B_m S\omega\cos^2\omega t + B_m S\omega\sin^2\omega t = \boxed{-B_m S\omega\cos 2\omega t}$$

Luật Faraday (18)

VD7

Một vòng dây dẫn có bán kính R nằm trong mặt phẳng $x0y$. Tìm sđđ của vòng dây nếu $\mathbf{B} = 0.5\sin 500t\mathbf{a}_x + 0.3\sin 400t\mathbf{a}_y + 0.9\cos 314t\mathbf{a}_z$ T?

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}.d\mathbf{S}$$

$$= \int_S (0.5\sin 500t\mathbf{a}_x + 0.3\sin 400t\mathbf{a}_y + 0.9\cos 314t\mathbf{a}_z).(dS\mathbf{a}_z)$$

$$= \int_S (0.9\cos 314t)dS$$

$$= 0.9\cos 314t\int_S dS$$

$$= 0.9\cos 314t(\pi R^2)$$

$$\text{sđđ} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(0.9\pi R^2\cos 314t) = 888R^2\sin 314t \text{ V}$$

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

1. Luật Faraday
2. **Dòng điện dịch**
3. Các phương trình Maxwell dạng vi phân
4. Các phương trình Maxwell dạng tích phân
5. Thế chậm

Dòng điện dịch (1)

$$\left.\begin{array}{r} \nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J} \rightarrow \nabla.\nabla\times\mathbf{H}=\nabla.\mathbf{J} \\ \nabla.\nabla\times\mathbf{H}=0 \\ \nabla.\mathbf{J}=-\dfrac{\partial\rho_v}{\partial t} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{\partial\rho_v}{\partial t}=0\,(\text{không hợp lý})$$

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} \nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+\mathbf{G} \rightarrow 0=\nabla.\mathbf{J}+\nabla.\mathbf{G} \\ \nabla.\mathbf{J}=-\dfrac{\partial\rho_v}{\partial t} \end{array}\right\} \rightarrow \nabla.\mathbf{G}=\dfrac{\partial\rho_v}{\partial t} \\ \nabla.\mathbf{D}=\rho_v \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} \rightarrow \nabla.\mathbf{G}=\dfrac{\partial}{\partial t}(\nabla.\mathbf{D})=\nabla.\dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \rightarrow \mathbf{G}=\dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+\mathbf{G} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+\dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}}$$

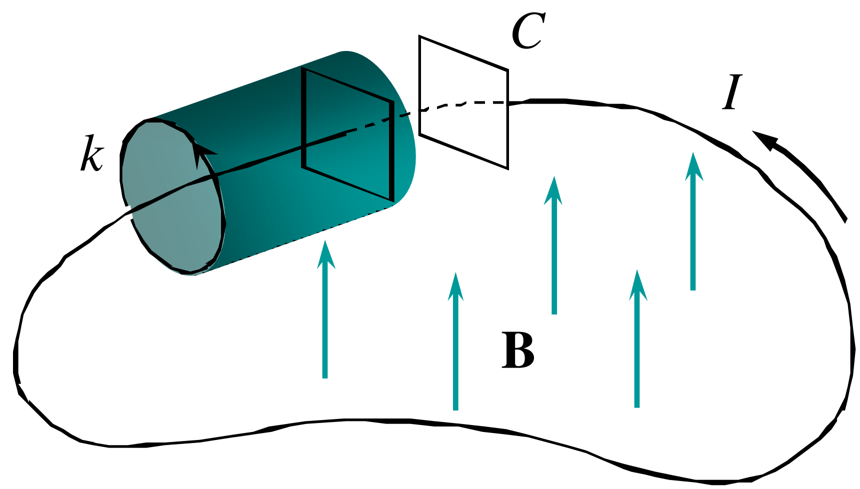
Dòng điện dịch (2)

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times\mathbf{H} &= \mathbf{J}+\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\\ \text{Đặt } \mathbf{J}_d &= \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\right\}\rightarrow \nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+\mathbf{J}_d$$

Trong vật liệu cách điện $\mathbf{J}=0 \rightarrow \nabla\times\mathbf{H}=\dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$

$$\left.\begin{aligned}I_d &= \int_S \mathbf{J}_d.d\mathbf{S}=\int_S\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}.d\mathbf{S}\\ \int_S(\nabla\times\mathbf{H}).d\mathbf{S} &= \int_S\mathbf{J}.d\mathbf{S}+\int_S\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}.d\mathbf{S}\\ \oint\mathbf{H}.d\mathbf{L} &= \int_S(\nabla\times\mathbf{H}).d\mathbf{S}\end{aligned}\right\}\rightarrow \boxed{\oint\mathbf{H}.d\mathbf{L}=I+I_d=I+\int_S\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}.d\mathbf{S}}$$

Dòng điện dịch (3)



$$\text{sđđ} = V_0 \cos \omega t$$

$$\rightarrow I = -\omega C V_0 \sin \omega t$$

$$= -\omega \frac{\varepsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

$$\oint_k \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I_k$$

$$\left.\begin{array}{l} D = \varepsilon E = \varepsilon \left(\dfrac{V_0}{d} \cos \omega t \right) \\ I_d = \displaystyle\int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.d\mathbf{S} = \frac{\partial D}{\partial t} S \end{array}\right\} \rightarrow I_d = -\omega \frac{\varepsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

VD1

Dòng điện dịch (4)

Xét một từ trường **H** = $H_0\sin(\omega t - \beta z)\mathbf{a}_y$ A/m trong chân không. Tìm mật độ dòng điện dịch.

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{J}_d &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla\times\mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \mathbf{J} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

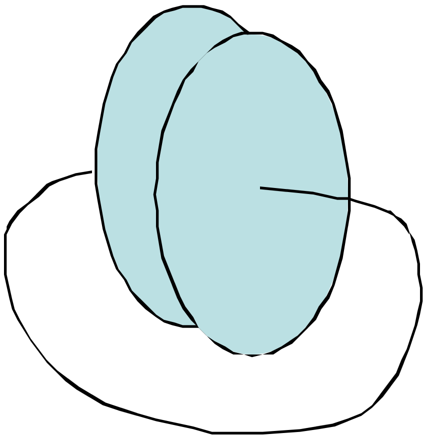
$$\rightarrow \mathbf{J}_d = \nabla\times\mathbf{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\mathbf{a}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\mathbf{a}_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\mathbf{a}_z$$

$$= H_0\beta\cos(\omega t - \beta z)\mathbf{a}_x$$

VD2 Dòng điện dịch (5)

Một tụ song phẳng với hai bản cực hình tròn bán kính *R*. Giả sử tụ được nạp bằng một điện trường với tốc độ biến thiên $dE/dt = 10^{12}$ V/m/s. Tìm dòng điện dịch chạy qua tụ?

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$



$$I_d = \int_S \mathbf{J}_d . d\mathbf{S} = \int_S \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} . d\mathbf{S} = \int_S \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} dS$$

$$= \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \int_S dS = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} \pi R^2$$

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

1. Luật Faraday
2. Dòng điện dịch
3. **Các phương trình Maxwell dạng vi phân**
4. Các phương trình Maxwell dạng tích phân
5. Thế chậm

Các phương trình Maxwell dạng vi phân (1)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla . \mathbf{D} = \rho_v$$

$$\nabla . \mathbf{B} = 0$$

VD1 Các phương trình Maxwell dạng vi phân (2)

Cho $\mathbf{E} = A\cos\omega(t - z/c)\mathbf{a}_y$. Tìm **H** trong chân không?

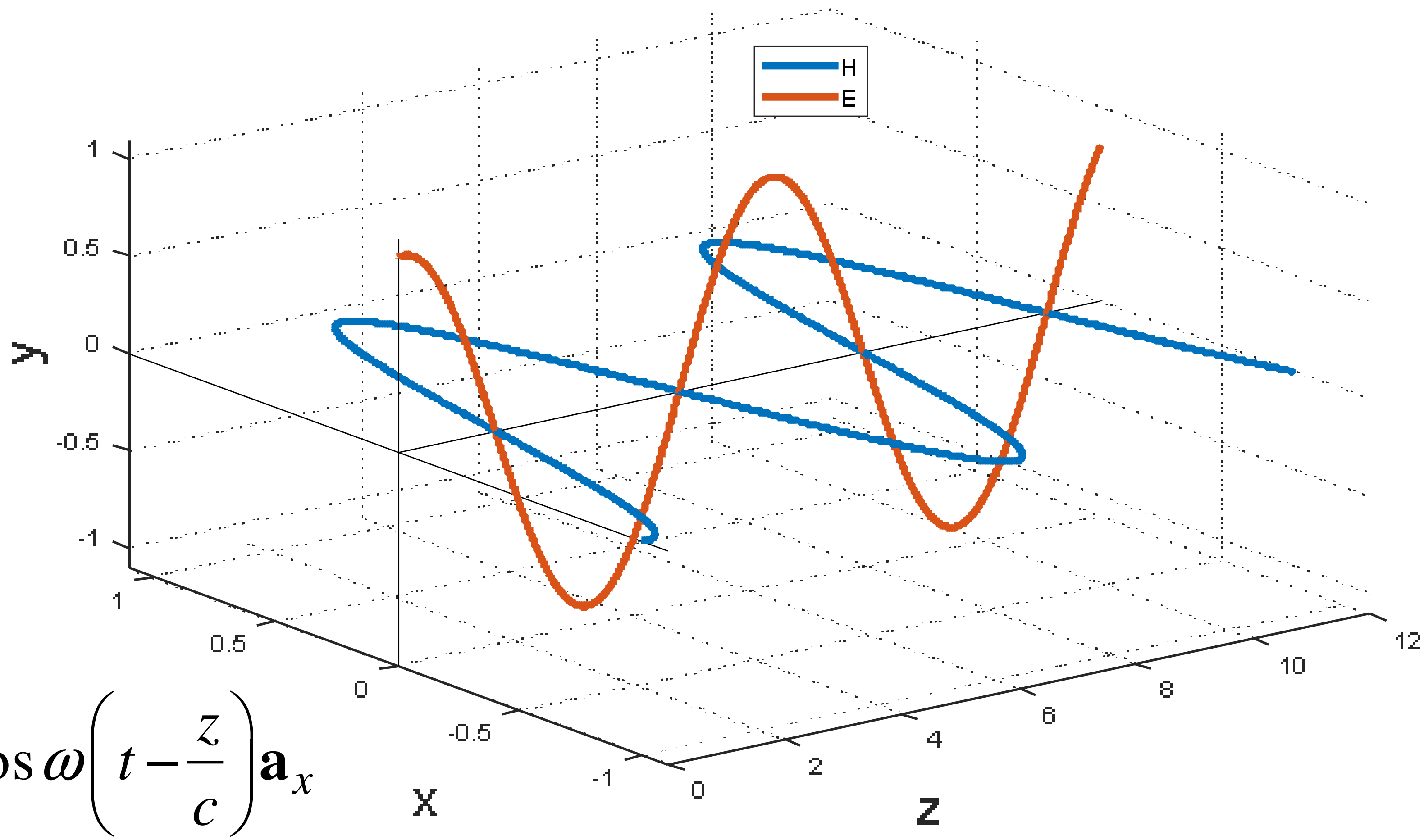
$$\left.\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial E_y}{\partial z}\mathbf{a}_x = -\frac{\omega}{c} A \sin\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \mathbf{H} = \frac{\omega A}{c\mu_0}\int \sin\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\mathbf{a}_x$$

$$= -\frac{A}{c\mu_0}\cos\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\mathbf{a}_x$$

VD1 Các phương trình Maxwell dạng vi phân (3)

Cho $\mathbf{E} = A\cos\omega(t - z/c)\mathbf{a}_y$. Tìm $\mathbf{H}$ trong chân không?



$$\mathbf{H} = \frac{-A}{c\mu_0}\cos\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\mathbf{a}_x$$

VD2 Các phương trình Maxwell dạng vi phân (4)

$$\text{Tìm } \mathbf{E} \text{ nếu } \mathbf{B} = \begin{cases} B_0 \cos(\omega t + \alpha)\mathbf{a}_z & (\rho \le a) \\ 0 & (\rho > a) \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} &= \int_S (\nabla \times \mathbf{E}).d\mathbf{S} \\ \mathbf{E} &= E(\rho)\mathbf{a}_\varphi \end{aligned}\right\} \rightarrow \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = 2\pi\rho E$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \omega B \sin(\omega t + \alpha)\mathbf{a}_z$$

$$\rightarrow \int_S (\nabla \times \mathbf{E}).d\mathbf{S} = \omega B \sin(\omega t + \alpha)\int_S dS$$

$$\rho \le a \rightarrow \omega B \sin(\omega t + \alpha)\int_S dS = \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi\rho^2)$$

$$\rho > a \rightarrow \omega B \sin(\omega t + \alpha)\int_S dS = \omega B \sin(\omega t + \alpha)\int_{S,\rho\le a} dS + 0\int_{S,\rho>a} dS$$

$$= \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi a^2)$$

VD2 Các phương trình Maxwell dạng vi phân (5)

Tìm $\mathbf{E}$ nếu $\mathbf{B} = \begin{cases} B_0 \cos(\omega t + \alpha)\mathbf{a}_z & (\rho \le a) \\ 0 & (\rho > a) \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} &\oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}).d\mathbf{S} \\ &\oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = 2\pi\rho E \\ &\int_S (\nabla \times \mathbf{E}).d\mathbf{S} = \begin{cases} \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi\rho^2) & (\rho \le a) \\ \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi a^2) & (\rho > a) \end{cases} \end{aligned}\right\}$$

$$\to 2\pi\rho E = \begin{cases} \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi\rho^2) & (\rho \le a) \\ \omega B \sin(\omega t + \alpha)(\pi a^2) & (\rho > a) \end{cases}$$

$$\to \mathbf{E} = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\omega B \rho \sin(\omega t + \alpha)\mathbf{a}_\varphi & (\rho \le a) \\ \dfrac{1}{2}\omega B \dfrac{a^2}{\rho} \sin(\omega t + \alpha)\mathbf{a}_\varphi & (\rho > a) \end{cases}$$

VD3 Các phương trình Maxwell dạng vi phân (6)

Xét một vùng chân không không có dòng điện hoặc điện tích, trong vùng này có từ trường $\mathbf{B} = A\sin(\omega t - nx)\mathbf{a}_x + Ank\cos(\omega t - nx)\mathbf{a}_y$ (T) với A, n, k, & ω là hằng số. Dùng một phương trình Maxwell để tìm thành phần biến thiên theo thời gian của $\mathbf{E}$?

$$\left.\begin{array}{r}\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\\ \mathbf{J} = 0\end{array}\right\} \to \nabla\times\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \to \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\mathbf{B} = \varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \to \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\mathbf{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\mathbf{a}_x + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\mathbf{a}_y + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\mathbf{a}_z$$

$$= An^2k\sin(\omega t - nx)\mathbf{a}_z$$

$$\to An^2k\sin(\omega t - nx)\mathbf{a}_z = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\to \mathbf{E} = \frac{An^2k}{\mu_0\varepsilon_0}\mathbf{a}_z\int_0^t \sin(\omega t - nx)dt = \frac{An^2k}{\mu_0\varepsilon_0\omega}\cos(\omega t - nx)\mathbf{a}_z$$

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

1. Luật Faraday
2. Dòng điện dịch
3. Các phương trình Maxwell dạng vi phân
4. **Các phương trình Maxwell dạng tích phân**
5. Thế chậm

Các phương trình Maxwell dạng tích phân (1)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S} \qquad E_{tt1} = E_{tt2}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \oint \mathbf{H}.d\mathbf{L} = I + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.d\mathbf{S} \qquad H_{tt1} = H_{tt2}$$

$$\nabla.\mathbf{D} = \rho_v \qquad \oint_S \mathbf{D}.d\mathbf{S} = \int_V \rho_v dv \qquad D_{N1} - D_{N2} = \rho_S$$

$$\nabla.\mathbf{B} = 0 \qquad \oint_S \mathbf{B}.d\mathbf{S} = 0 \qquad B_{N1} = B_{N2}$$

VD Các phương trình Maxwell dạng tích phân (2)

Tìm **E** nếu $\mathbf{B} = B_0 e^{bt}\mathbf{a}_z$?

$$\left.\begin{aligned}\oint \mathbf{E}.d\mathbf{L} &= -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.d\mathbf{S}\\ \mathbf{E} &= E(\rho)\mathbf{a}_\varphi\end{aligned}\right\}$$

$$\to \mathbf{E}.\oint d\mathbf{L} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.\int_S d\mathbf{S}$$

$$\to E(2\pi\rho) = -bB_0 e^{bt}(\pi\rho^2)$$

$$\to E = -\frac{1}{2} b B_0 e^{bt}\pi\rho$$

$$\to \boxed{\mathbf{E} = -\frac{1}{2} b B_0 e^{bt}\pi\rho\mathbf{a}_\varphi}$$

Trường biến thiên & hệ phương trình Maxwell

1. Luật Faraday
2. Dòng điện dịch
3. Các phương trình Maxwell dạng vi phân
4. Các phương trình Maxwell dạng tích phân
5. **Thế chậm**

Thế chậm (1)

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{E} = -\nabla V \rightarrow \nabla\times\mathbf{E} = -\nabla\times(\nabla V)\\ 0 = \nabla\times(\nabla V)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}\nabla\times\mathbf{E} = 0\\ \nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

(vô lý)

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{E} = -\nabla V + \mathbf{N} \rightarrow \nabla\times\mathbf{E} = -\nabla\times(\nabla V) + \nabla\times\mathbf{N}\\ \nabla\times(\nabla V) = 0\\ \nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}\nabla\times\mathbf{N} = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\\ \mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}\end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \nabla\times\mathbf{N} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\mathbf{A}) \rightarrow \nabla\times\mathbf{N} = -\nabla\times\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \rightarrow \mathbf{N} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\rightarrow \boxed{\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}}$$

Thế chậm (2)

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} &= -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla . \mathbf{D} &= \rho_v \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} + \varepsilon \left(-\nabla \dfrac{\partial V}{\partial t} - \dfrac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \right) \\ \varepsilon \left(-\nabla . \nabla V - \dfrac{\partial}{\partial t} \nabla . \mathbf{A} \right) = \rho_v \end{cases}$$

Thế chậm (3)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\mu}\nabla\times\nabla\times\mathbf{A} = \mathbf{J} + \varepsilon\left(-\nabla\dfrac{\partial V}{\partial t} - \dfrac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}\right) \\ \varepsilon\left(-\nabla.\nabla V - \dfrac{\partial}{\partial t}\nabla.\mathbf{A}\right) = \rho_v \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \nabla(\nabla.\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A} = \mu\mathbf{J} - \mu\varepsilon\left(\nabla\dfrac{\partial V}{\partial t} + \dfrac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}\right) \\ \nabla^2 V + \dfrac{\partial}{\partial t}(\nabla.\mathbf{A}) = -\dfrac{\rho_v}{\varepsilon} \end{cases}$$

Thế chậm (4)

$$\left.\begin{array}{l}\begin{cases}\nabla(\nabla.\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A} = \mu\mathbf{J} - \mu\varepsilon\left(\nabla\dfrac{\partial V}{\partial t} + \dfrac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}\right)\\ \nabla^2 V + \dfrac{\partial}{\partial t}(\nabla.\mathbf{A}) = -\dfrac{\rho_v}{\varepsilon}\end{cases}\\ \text{Định nghĩa } \nabla.\mathbf{A} = -\mu\varepsilon\dfrac{\partial V}{\partial t}\end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases}\nabla^2\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J} + \mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}\\ \nabla^2 V = -\dfrac{\rho_v}{\varepsilon} + \mu\varepsilon\dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2}\end{cases}$$

Thế chậm (5)

$$\left.\begin{aligned} V &= \int_V \frac{\rho_v dv}{4\pi\varepsilon R} \\ t' &= t - \frac{R}{v} \end{aligned}\right\} \rightarrow V = \int_V \frac{[\rho_v] dv}{4\pi\varepsilon R}$$

VD $\rho_v = e^{-r} \cos \omega t \rightarrow [\rho_v] = e^{-r} \cos\left[\omega\left(t - \frac{R}{v}\right)\right]$

$$\mathbf{A} = \int_V \frac{\mu \mathbf{J}}{4\pi R} dv \rightarrow \boxed{\mathbf{A} = \int_V \frac{\mu [\mathbf{J}]}{4\pi R} dv}$$

$$Q \longrightarrow \mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon R^2}\mathbf{a}_R \longrightarrow \mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R^2}\mathbf{a}_R \longrightarrow \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$W = -Q\int \mathbf{E}.d\mathbf{L} \longrightarrow V = -\int \mathbf{E}.d\mathbf{L} \longrightarrow C = \frac{Q}{V}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \longrightarrow R = \frac{V}{I}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t};\ \ \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla.\mathbf{D} = \rho_v;\ \ \nabla.\mathbf{B} = 0 \end{array}}$$

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\mathbf{a}_\varphi \longrightarrow \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \longrightarrow \Phi = \int \mathbf{B}.d\mathbf{S} \longrightarrow L = \frac{\Phi}{I}$$

$$V_{m,ab} = -\int_b^a \mathbf{H}.d\mathbf{L} \qquad \mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A} \qquad \text{sđđ} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad M_{12} = \frac{N_2\Phi_{12}}{I_1}$$

$$\mathbf{F} = -I\oint \mathbf{B}\times d\mathbf{L} \longrightarrow \mathbf{T} = \mathbf{R}\times\mathbf{F}$$