Algorytmy geometryczne

Anna Gut, 28.10.2020r., grupa nr 7 (czwartek 16:15 A)

Sprawozdanie z ćwiczenia nr 1

1.Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było wprowadzenie w zagadnienia geometrii obliczeniowej poprzez:

- implementację podstawowych predykatów geometrycznych
- utworzenie czterech zbiorów punktów, a następnie poddanie ich działaniu powyższych predykatów
- wizualizację otrzymanych wyników przy użyciu narzędzia graficznego z wykorzystaniem biblioteki Numpy i MathPlotLib
- analizę i porównanie otrzymanych wyników

2.Uwagi techniczne dotyczące sprzętu

Ćwiczenie zostało przeprowadzone z wykorzystaniem sprzętu o następujących parametrach:

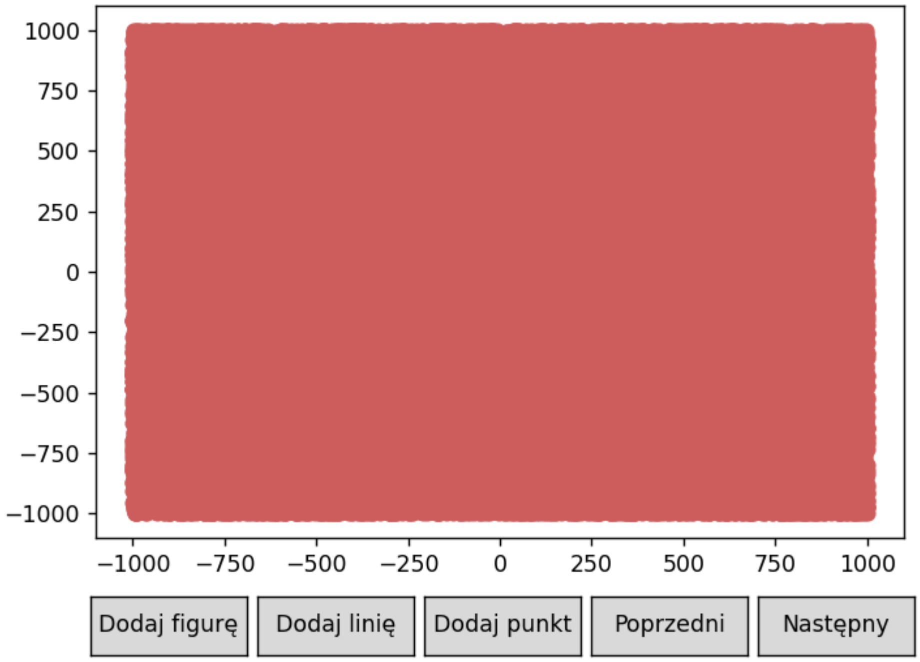
- oprogramowanie Windows 8.1 Pro
- procesor Intel i5
- pamięć RAM 8 GB
- 64-bitowy system operacyjny
- zainstalowane narzędzie graficzne oparte o ProjektJupyter

3.Przebieg ćwiczenia

Przy wykorzystaniu dostępnych w języku Python bibliotek: random oraz math wygenerowane zostały 4 zbiory punktów:

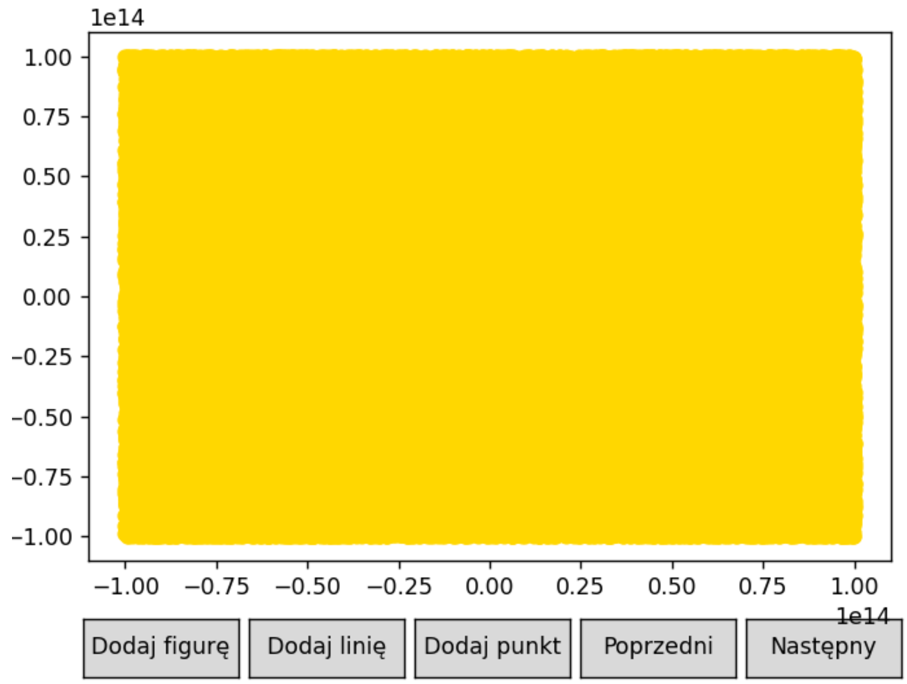
Rysunek nr 1

a) 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000]



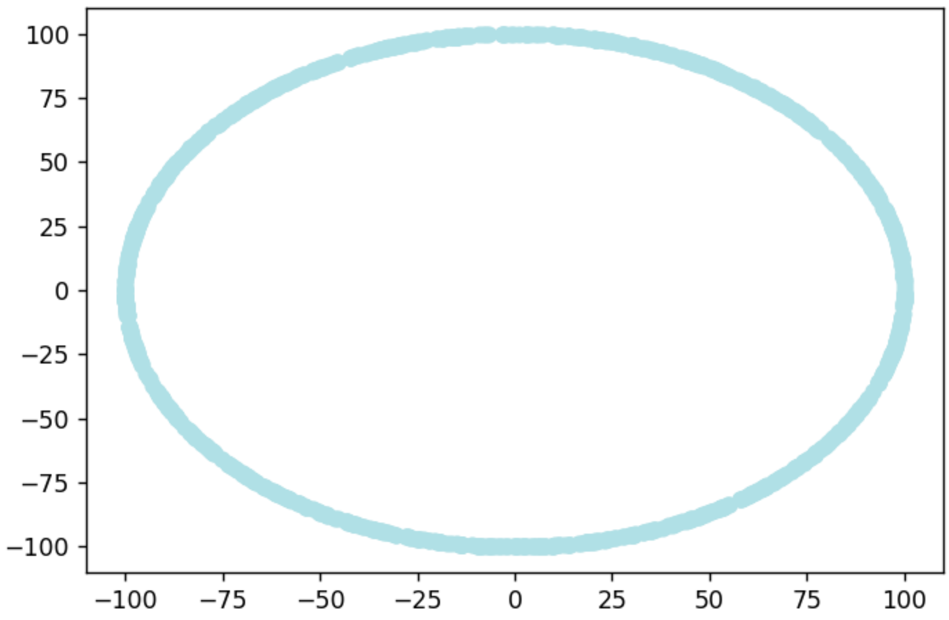
Rysunek nr 2

b) 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-10^{14}, 10^{14}]



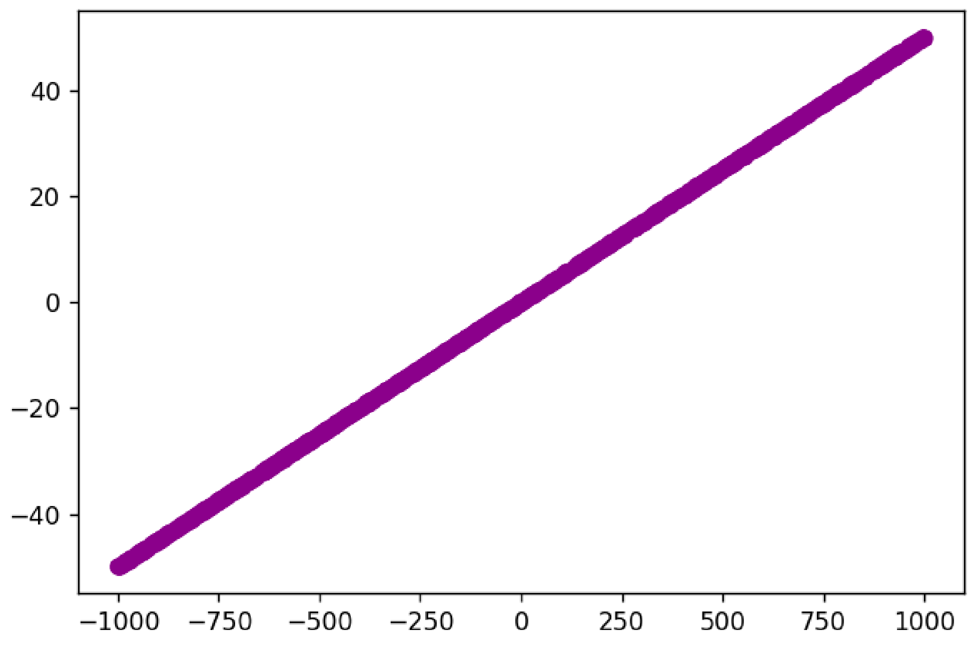
Rysunek nr 3

c) 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu R=100



Rysunek nr 4

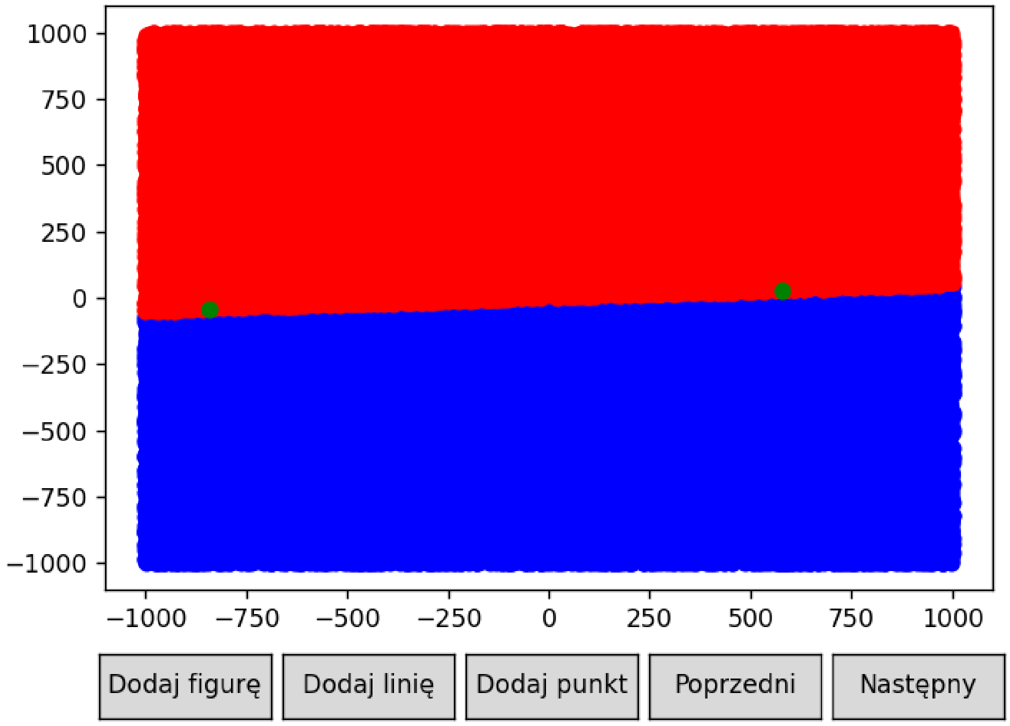
d) 1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000] leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (a, b), gdzie a= [-1.0, 0.0], b = [1.0, 0.1]



Następnie dla każdego zbioru dokonana została klasyfikacja punktów ze względu na orientację w stosunku do odcinka ab (a= [-1.0, 0.0], b = [1.0, 0.1]). Klasyfikacja ta została przeprowadzona poprzez obliczenie wartości wyznacznika macierzy metodami zaimplementowanymi samodzielnie oraz zaimportowanymi z biblioteki numpy, a następnie podział punktów na znajdujące się: po lewej stronie odcinka (wyznacznik mniejszy od 0), po prawej stronie odcinka (wyznacznik większy od 0) oraz współliniowe z odcinkiem (wyznacznik równy 0).

Rysunek nr 5

Przykładowy podział punktów dla zbioru 10^5 punktów z przedziału [-1000,1000]




```
Po lewej:  50032
Po prawej:  49966
Współliniowe:  2
```

W kolejnej części ćwiczenia dla każdego zbioru następuje zliczanie różnic w klasyfikacji punktów w zależności od użytej metody liczenia wyznacznika oraz graficzna prezentacja tych różnic. Procedury te zostały wielokrotnie powtórzone przy przyjęciu różnych tolerancji dla zera – do punktów współliniowych zostały kwalifikowane punkty o wartościach wyznacznika zawierających się w przedziałach od $(-10^{-18},10^{-18})$, aż do $(-10^{-11},10^{-11})$. Zmieniana została również precyzja obliczeń: najmniej dokładne wyniki zaokrąglane były do 10, a najbardziej- do 16 cyfry po przecinku. Zmiany w precyzji obliczeń dokonywane były za pomocą bibliotecznej funkcji numpy.round.

4.Klasyfikacja użytych metod

W celu operowania na utworzonych zbiorach zostały zaimplementowane następujące metody:

1) Obliczanie wyznacznika macierzy:
- **det3x3** – obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej 3x3 zaimplementowane samodzielnie
- **det2x2** – obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej 2x2 zaimplementowane samodzielnie
- **det1_3x3** – obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej 3x3 zaimportowane z biblioteki numpy
- **det1_2x2** – obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej 3x3 zaimportowane z biblioteki numpy

2) Klasyfikacja punktów ze względu na ich orientację w stosunku do odcinka ab:
- **classify_points** – podział punktów na znajdujące się: po lewej stronie odcinka (wyznacznik mniejszy od 0), po prawej stronie odcinka (wyznacznik większy od 0) oraz współliniowe z odcinkiem (wyznacznik równy 0)
- **pr_points** – metoda pozwalająca na graficzne przedstawienie orientacji punktów względem odcinka ab oraz wypisująca ilość punktów zakwalifikowanych do każdej z orientacji

3) Przedstawienie różnic w podziale punktów ze względu na zastosowaną metodę liczenia wyznacznika:
   - **merge** – metoda pozwalająca na utworzeniu zbioru, w którym każdy punkt ma przypisaną orientację względem odcinka ab
   - **diff** – metoda zliczająca różnice w podziale punktów tego samego zbioru przy zastosowaniu dwóch różnych metod liczenia wyznacznika
   - **diff_points** – metoda pozwalająca na graficzne przedstawienie różnic w podziale punktów

5.Prezentacja otrzymanych wyników

Dla przyjętej tolerancji dla zera- przedział (-10^{-14},10^{-14}), ilość różnic w podziale punktów przy zastosowaniu dwóch różnych metod liczenia wyznacznika prezentują się w następujący sposób:

	det3x3	det2x2	det1_3x3	det1_2x2
det3x3	x	1	0	0
det2x2		x	1	1
det1_3x3			x	1
det1_2x2				x

a)Tabela nr 1

10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000]

	det3x3	det2x2	det1_3x3	det1_2x2
det3x3	x	8	0	0
det2x2		x	8	8
det1_3x3			x	2
det1_2x2				x

b) Tabela nr 2

10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-10^{14}, 10^{14}]

	det3x3	det2x2	det1_3x3	det1_2x2
det3x3	x	0	0	0
det2x2		x	0	0
det1_3x3			x	0
det1_2x2				x

c) Tabela nr 3

1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu R=100

	det3x3	det2x2	det1_3x3	det1_2x2
det3x3	X	331	101	880
det2x2		x	391	610
det1_3x3			x	826
det1_2x2				x

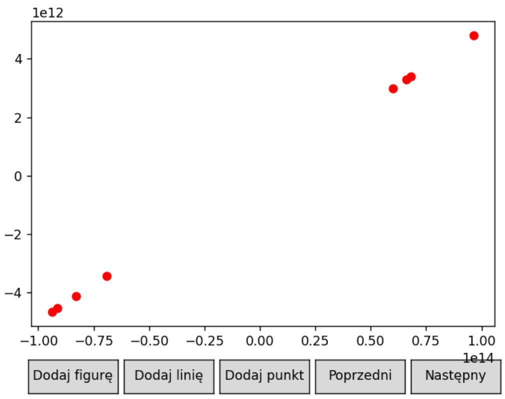
d) Tabela nr 4

1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału [-1000, 1000] leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (a, b)

Poniżej przedstawiona została graficzna prezentacja niektórych z uzyskanych wyników:

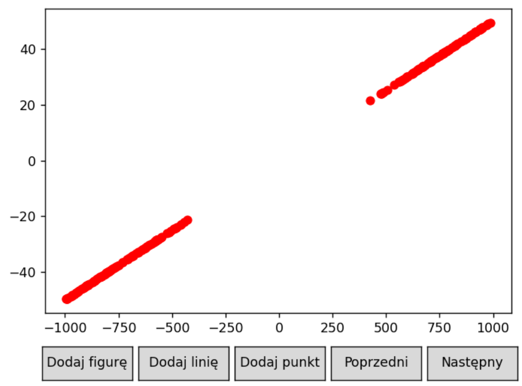
Rysunek nr 6

Zbiór b), wyznaczniki det2x2 oraz det1_2x2



Rysunek nr 7

Zbiór d), wyznaczniki det1_2x2 oraz det1_3x3



5.1. Wpływ zmiany tolerancji dla zera na różnice w podziale punktów

Tolerancją dla zera określamy taki przedział, w którym zawierają się wartości wyznacznika dla punktów klasyfikowanych jako współliniowe z prostą ab. Dla zbiorów a), b) oraz c) operacja zwiększenia lub zmniejszenia tolerancji dla zera miała znikomy wpływ na różnice w podziale punktów (wartość ta pozostawała stała lub zmieniała się co najwyżej o kilka pozycji). Natomiast przy analizowaniu wyników dla zbioru d) prezentującego punkty leżące na prostej ab, można zauważyć, że różnice pomiędzy wyninkami dla dwóch różnych metod liczenia wyznacznika znacząco zanikały wraz ze wzrostem tolerancji. Ilość różnic w podziale punktów zależności od przyjętej tolerancji dla zbioru d) prezentuje poniższa tabela:

Tabela nr 5

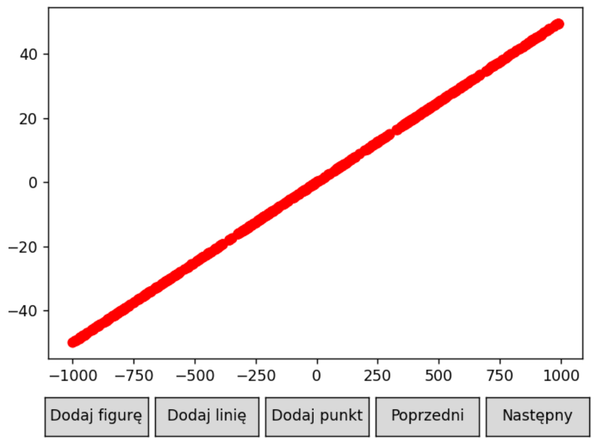
Ilość różnic w zależności od metod liczenia wyznacznika i przyjętej tolerancji dla zera dla zbioru d)

porównywane metody→ tolerancja dla zera↓	det3x3, det1_3x3	det2x2 det1_2x2	det3x3, det2x2	det1_3x3 det1_2x2	det2x2 det1_3x3	det3x3 det1_2x2
$(-10^{-18},10^{-18})$	573	696	678	523	839	702
$(-10^{-17},10^{-17})$	570	696	678	527	829	702
$(-10^{-16},10^{-16})$	565	691	675	543	812	700
$(-10^{-15},10^{-15})$	463	652	655	624	702	703
$(-10^{-14},10^{-14})$	101	331	610	826	391	880
$(-10^{-13},10^{-13})$	0	301	533	708	301	708
$(-10^{-12},10^{-12})$	0	205	301	241	205	241
$(-10^{-11},10^{-11})$	0	0	0	0	0	0

Prezentacja graficzna powyższych zależności dla zbioru d):

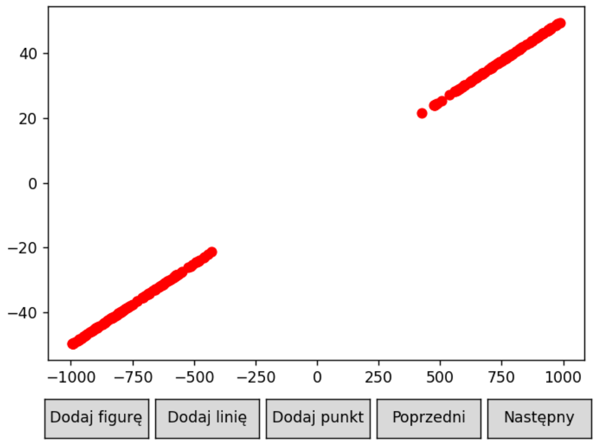
Porównanie ilości różnic dla metod det1_2x2 oraz det1_3x3

Rysunek nr 8



tolerancja $(-10^{-18},10^{-18})$-523 różnice

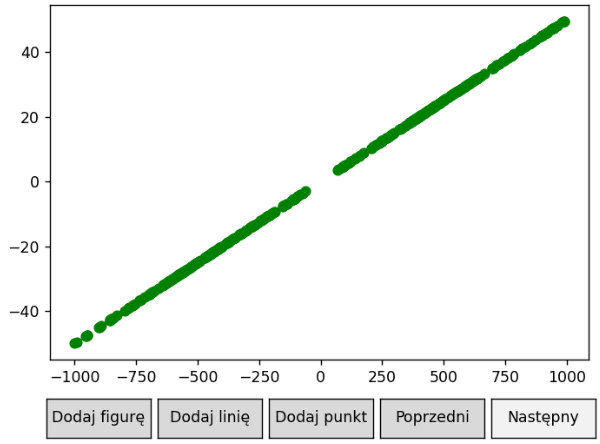
Rysunek nr 9



tolerancja $(-10^{-12},10^{-12})$-241 różnic

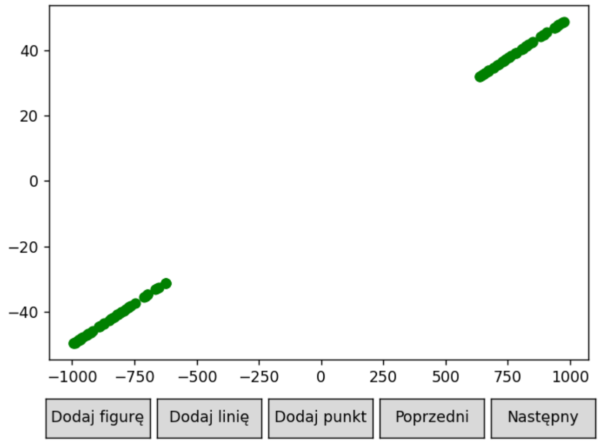
Porównanie ilości róznic dla metod det3x3 oraz det1_3x3

Rysunek nr 10



tolerancja (-10^{-15},10^{-15}) -463 różnice

Rysunek nr 11



tolerancja (-10^{-14},10^{-14})- 101 różnic

5.2.Wpływ zmiany precyzji obliczeń na różnice w podziale punktów

Precyzja obliczeń ustawiana została przy wykorzystaniu funkcji bibliotecznej numpy.round. Przy przyjętej tolerancji dla zera (-10^{-14},10^{14}) dla zbiorów a), b), c) ilość różnic w klasyfikacji punktów nie zmieniała się (lub zmieniała się nieznacznie) podczas dokonywania zmian w precyzji obliczeń. Dla zbioru d) ilość różnic zmniejszała się wraz ze zmniejszającą się precyzją obliczeń. Szczegółowe wyniki dla tego zbioru przedstawia poniższa tabelka:

Tabela nr 6

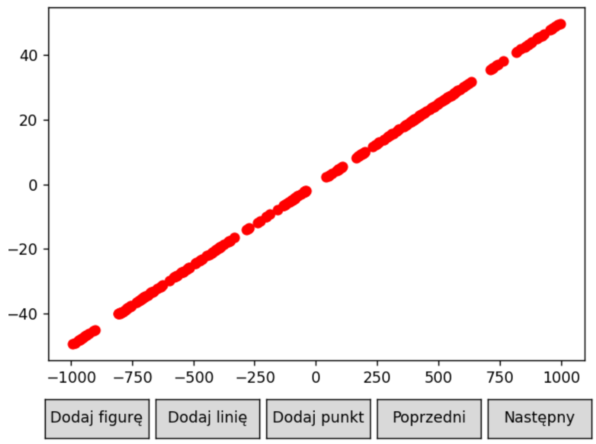
Ilość różnic w zależności od metod liczenia wyznacznika i przyjętej precyzji obliczeń

porównywane metody→ dokładność(do miejsca po przecinku)↓	det3x3, det1_3x3	det2x2 det1_2x2	det3x3, det2x2	det1_3x3 det1_2x2	det2x2 det1_3x3	det3x3 det1_2x2
16	111	647	289	798	368	859
15	100	647	289	805	362	859
14	38	635	278	833	305	852
13	0	603	274	769	274	769
12	0	414	213	489	213	489
11	0	36	36	0	36	0
10	0	0	0	0	0	0

Prezentacja graficzna różnic w zbiorze d) dla zmiennej precyzji obliczeń:

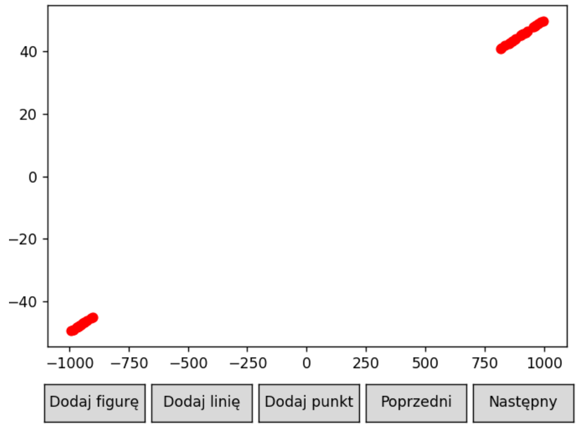
Porównanie ilości różnic dla metod det3x3 i det2x2

Rysunek nr 12



dokładność do 16 cyfry po przecinku-289 różnic

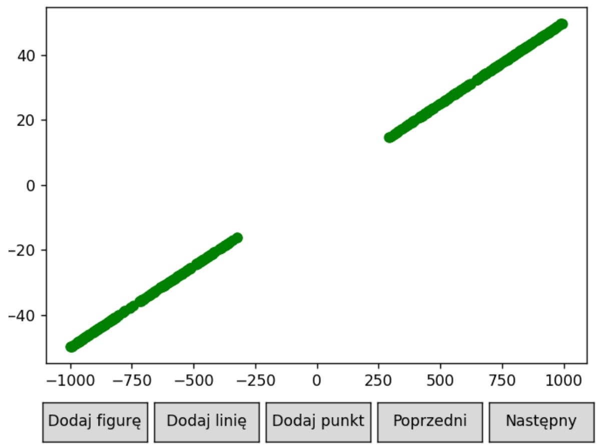
Rysunek nr 13



dokładność do 11 cyfry po przecinku-36 różnic

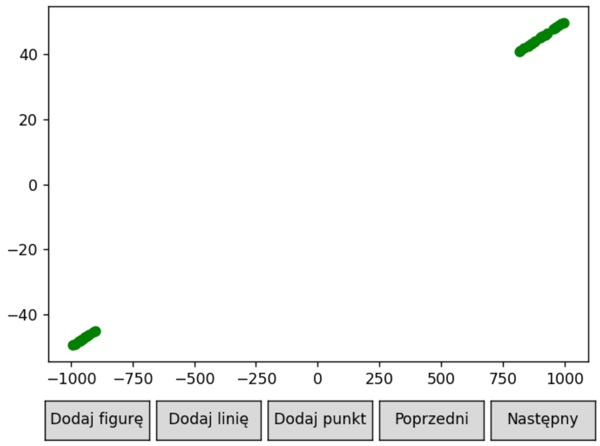
Porównanie ilości różnic dla metod det2x2 i det1_2x2

Rysunek nr 14



dokładność do 12 cyfry po przecinku -414 różnic

Rysunek nr 15



dokładność do 11 cyfry po przecinku-36 różnic

6.Podsumowanie i wnioski

Po analizie otrzymanych wyników, możemy wyciągnąć następujące wnioski:

- jedynym zbiorem spośród wszystkich, na którym wyraźnie widoczne są różnice w klasyfikacji punktów w zależności od przyjętej precyzji obliczeń oraz tolerancji dla zera jest zbiór punktów współliniowych z odcinkiem ab - wynika to z faktu, że wartość wyznacznika dla punktów z tego zbioru obliczona każdą dostępną metodą oscyluje w granicach 0, więc przy dużej dokładności obliczeń i małej tolerancji dla zera ten sam punkt może być zakwalifikowany do różnych grup przy wykorzystaniu dwóch różnych metod obliczeń

- przyjęcie tolerancji dla zera równej przedziałowi $(-10^{-11},10^{-11})$ lub precyzji obliczeń z dokładnością do 10 miejsc po przecinku przy tolerancji $(-10^{-14},10^{-14})$ wiąże się z brakiem różnic w podziale punktów dla zbioru d) przy wykorzystaniu różnych metod liczenia wyznacznika oraz powoduje zakwalifikowanie wszystkich punktów zbioru jako współliniowe z odcinkiem ab

- w zależności od przyjętej metody liczenia wyznacznika możemy zauważyć różnice w klasyfikacji punktów. Najbardziej widoczne są one dla zbioru d) (ilość punktów sklasyfikowanych inaczej dla dwóch wybranych metod to w niektórych przypadkach nawet 800 na 1000 możliwych), a najmniej dla zbioru c) (brak różnic)

- brak różnic w zależności od przyjętej metody liczenia wyznacznika oraz zastosowanej tolerancji dla zera lub precyzji obliczeń dla zbioru c) wynika z faktu, że okrąg, na którym leżą wszystkie punkty zbioru posiada jedynie 2 punkty wspólne z prostą ab. Wynika z tego fakt, że bardzo niewielka ilość punktów zbioru c) ma wyznacznik bliski wartości 0, więc ryzyko, że punkty zostaną niewłaściwie sklasyfikowane jest zatem minimalne dla tego zbioru

- wszystkie punkty, dla których pojawiła się różnica w klasyfikacji do określonych grup znajdowały się w bardzo bliskim otoczeniu prostej ab (wyznacznik bliski 0)