

**Zadanie 1A, 4.11.2024****Nazwisko Imię Album**

Dana jest liczba naturalna  $N$ , którą zapisujemy w systemie o podstawie od 2 do 16. Tak zisaną liczbę "rozcinamy" w dowolnym miejscu na dwa kawałki, a powstałe w ten sposób liczby mnożymy. Proszę napisać funkcję, która dla liczby  $N$  zwróci najmniejszą podstawę systemu, w którym można uzyskać największy iloczyn, a dodatkowo obie liczby powstałe z podziału są względnie pierwsze. Na przykład: liczba  $N = 202$  w systemie o podstawie 6 ma postać  $534_{(6)}$ . Możliwe podziały w tym systemie o względnie pierwszych czynnikach to:  $5_{(6)} * 34_{(6)}$  i  $53_{(6)} * 4_{(6)}$  co w systemie o podstawie 10 odpowiada iloczynom:  $5 * 22 = 110$  i  $33 * 4 = 132$ . Ten drugi jest największym możliwym do osiągnięcia, a zatem funkcja powinna zwrócić wartość podstawy równą 6.

Uwagi:

- Czas na rozwiązywanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązań.

**Zadanie 1B, 4.11.2024****Nazwisko Imię Album**

Dwie liczby naturalne  $A, B$  można "skleić" ze sobą jeżeli 2 lub 3 ostatnie cyfry liczby  $A$  pookrywają się z odpowiednio z pierwszymi 2 lub 3 cyframi liczby  $B$ . Na przykład: 2571 i 710, 12345678 i 678999. Siła z jaką sklejone są liczby to liczba złożona z dopasowanych cyfr, dla powyższych przykładów to odpowiednio: 71 i 678. Dany jest cykl złożony z  $N$  **8 cyfrowych** liczb, zawarty w tablicy  $T$ . Proszę napisać funkcję, która w takim cyklu znajdzie fragment o największej, łącznej sile sklejenia. W przypadku gdy żadnych dwóch kolejnych liczb nie uda się skleić, funkcja powinna zwrócić wartość 0. Jeżeli uda się skleić cały cykl funkcja powinna zwrócić  $-1$ .

Uwagi:

- Czas na rozwiązanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązań.

**Zadanie 2A, 16.12.2024****Nazwisko Imię Album**

Dwie liczby naturalne są 5-pokrewne, jeżeli po zapisaniu ich w systemie o podstawie 5, zbiory cyfr występujące w obu liczbach są identyczne. Na przykład:

$$21 = 41_{(5)} \text{ i } 34 = 114_{(5)}$$

$$27 = 102_{(5)} \text{ i } 51 = 201_{(5)}$$

Dana jest szachownica o rozmiarze  $N \times N$ , reprezentowana przez tablicę  $T$  wypełnioną liczbami naturalnymi. Sąsiedztwem danego pola na szachownicy są pola odległe o 1 lub 2 ruchy króla szachowego. Szczęśliwe pola to takie, które zawierają liczbę 5-pokrewną z liczbami na dokładnie 17 polach w swoim sąsiedztwie. Proszę napisać funkcję `luck17(T)`, która sprawdza czy w jakimkolwiek wierszu lub kolumnie znajduje się więcej niż jedno szczęśliwe pole. Do funkcji należy przekazać tablicę  $T$ , funkcja powinna zwrócić wartość True albo False. Tablica reprezentująca szachownicę nie może ulec zmianie.

Uwagi:

- Czas na rozwiązywanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązania.

**Zadanie 2B, 16.12.2024****Nazwisko Imię Album**

Dane są trzy operacje: A,B,C przekształcające liczbę naturalną  $x$  na inną liczbę naturalną.

- A zamienia liczbę  $x$  na jej rewers i dodaje 1. Na przykład:  $123 \rightarrow 322$ ,  $230 \rightarrow 33$ .
- B zamienia liczbę  $x$  na najmniejszą liczbę pierwszą większą od  $x$ . Na przykład  $13 \rightarrow 17$ ,  $20 \rightarrow 23$ .
- C oblicza odwrotność liczby  $x$  i zwraca liczbę złożoną z 3 cyfr rozwinięcia dziesiętnego odwrotności, po pominięciu początkowych zer. Na przykład:  $6 \rightarrow 166$  bo  $1/6 = 0.1666\dots$ ,  $10 \rightarrow 100$  bo  $1/10 = 0.1000\dots$ ,  $12 \rightarrow 833$  bo  $1/12 = 0.083333\dots$ ,  $997 \rightarrow 100$  bo  $1/997 = 0.001003009\dots$

Proszę napisać funkcję `cykl(x)`, która dla liczby naturalnej  $x$  zwraca minimalną sekwencję operacji, których wykonanie powraca do liczby początkowej  $x$ . Do funkcji należy przekazać wyłącznie wartość początkową  $x$ , funkcja powinna zwrócić napis złożony z liter A,B,C. Jeżeli nie jest możliwy powrót do wartości początkowej w mniej niż 10 operacjach, funkcja powinna zwrócić napis pusty. Można założyć, że  $x \leq 10^6$ .

Przykłady:

`cykl(3)="BCA"`,  $3 \rightarrow 5 \rightarrow 200 \rightarrow 3$ ,  
`cykl(35)="BBBA"`,  $35 \rightarrow 37 \rightarrow 41 \rightarrow 43 \rightarrow 35$ ,  
`cykl(45)="CABCA"`,  $45 \rightarrow 222 \rightarrow 223 \rightarrow 227 \rightarrow 440 \rightarrow 45$ ,  
`cykl(51)=""`, cykl krótszy niż 10 nie istnieje.

Uwagi:

- Czas na rozwiązywanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązania.

### Zadanie 3A, 13.01.2025

Nazwisko Imię Album

Pewne państwo składa się z wysp leżących na kwadratowym oceanie. Położenie wysp opisuje kwadratowa tablica T. Wartość  $T[w][k] > 0$  oznacza powierzchnię wyspy o numerze równą wartości  $T[w][k]$ . Natomiast wartość  $T[w][k] < 0$  oznacza ocean o głębokości  $T[w][k]$ . Postanowiono połączyć wyspy mostami. Mosty mogą przebiegać tylko w kierunku północ-południe albo wschód-zachód. Koszt mostu nad danym kwadratem oceanu jest proporcjonalny do głębokości oceanu w tym kwadracie.

Proszę napisać funkcję `bridge(T)`, która wyznaczy dwie dowolne wyspy o najmniejszym koszcie budowy mostu łączącego te wyspy. Do funkcji należy przekazać tablicę opisującą położenie wysp, funkcja powinna zwrócić numery wysp, pomiędzy którymi będzie budowany most. Można założyć, że istnieją wyspy, które można połączyć mostem.

Na przykład tablicy:

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	-5	-5	4	4	4	4	-1	-6	-1			
-1	1	1	1	-5	-5	4	4	4	4	-1	-7	-1			
-4	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-8	-1			
-4	-6	-7	-8	3	3	-1	-7	-7	-7	-8	-9	-9			
-5	-1	-1	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1			
-6	-6	-6	-6	-5	-1	-1	-1	5	5	5	5	-1			
-1	-1	2	2	-1	-2	-1	-1	5	5	5	5	-9			
-1	-1	2	2	-1	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1			
-1	-6	-6	-5	-1	-2	-1	-2	-4	-4	-4	-2	-1			
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1			

Funkcja powinna zwrócić (2, 5).

Uwagi:

- Czas na rozwiązywanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązania.

**Zadanie 3B, 13.01.2025****Nazwisko Imię Album**

Listy odsyłaczowe budowane są z obiektów zawierających dwa pola: *val* przechowujące liczbę naturalną oraz pole *next* przechowujące wskaźnik do kolejnego elementu. Dane były dwie niepuste listy odsyłaczowe równej długości, każda zawierała rosnący ciąg arytmetyczny zaczynający się od wartości 1. Nieudane scalanie tych list spowodowało powstanie jednej listy o całkowicie pomieszanej kolejności elementów. Proszę napisać funkcję **fix(p)**, która z takiej listy odtwarza dwie listy sprzed nieudanego scalania. Do funkcji przekazujemy wskaźnik na scaloną listę, funkcja powinna zwrócić dwa wskaźniki na odtworzone listy.

Na przykład dla listy:

9 → 7 → 11 → 3 → 26 → 36 → 13 → 15 → 31 → 21 → 6 → 16 → 1 → 11 → 1 → 5

Powinny zostać odtworzone listy:

1 → 3 → 5 → 7 → 9 → 11 → 13 → 15

1 → 6 → 11 → 16 → 21 → 26 → 31 → 36

Uwagi:

- Czas na rozwiązywanie zadania: 25 min.
- Oceniane będą: czytelność (komentarze), poprawność, efektywność rozwiązania.