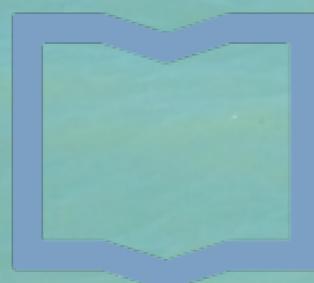


LENTES GRAVITACIONALES EN ASTROFÍSICA Y COSMOLOGÍA

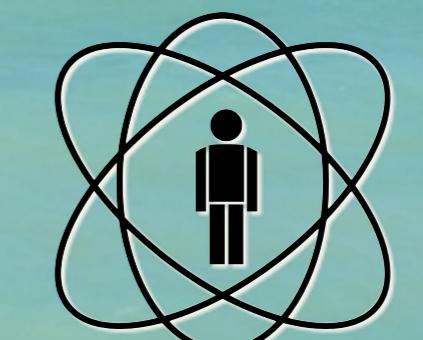
SEMANA - 5

ESTADÍSTICA DE MICROLENTES

MARTÍN MAKLER
ICAS/IFICI/CONICET & UNSAM Y CBPF



Instituto de
Ciencias Físicas
ICIFI-ECYT_UNSAM-CONICET



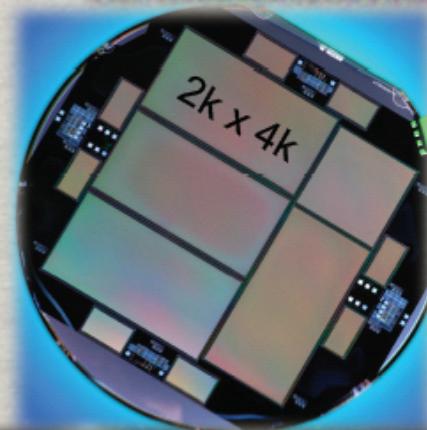
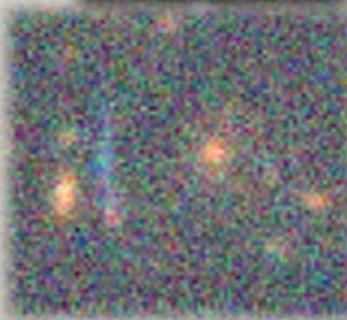
CBPF

ESTRUCTURA GENERAL DE LA MATERIA

Parte I: Introducción, visión general y microlentes gravitacionales

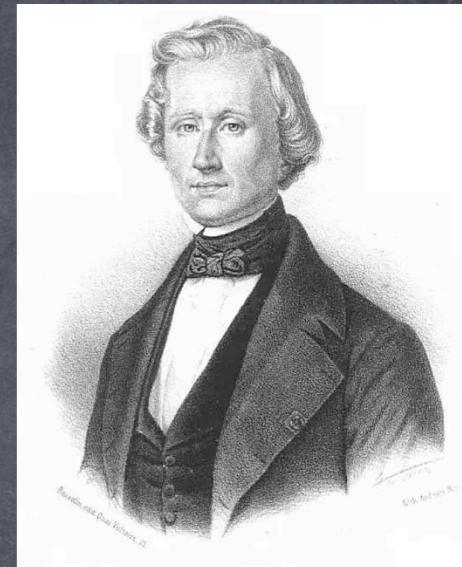
[GR, SL][lentes puntuales, astrofísica, materia oscura]

- Introducción a las lentes gravitacionales y sus aplicaciones actuales
- Deflexión de la luz y ecuación de la lente
- Lentes puntuales
- Mapeo de lentes, magnificación, cáusticas y curvas críticas
- Lentes binarias
- Curvas de luz de microlentes y microlentes por astrometria
- Mas allá de la curva de Paczynski
(efectos de segunda orden y lentes compuestas)
- Estadística de lentes



PREÁMBULO MATERIA OSCURA

La descubierta de Neptuno y Plutón



Le Verrier

- ⦿ Con las leyes de Newton se pueden calcular con precisión los movimientos de los astros en el sistema solar (muchas cuentas...)
- ⦿ En 1781 se descubre Urano
- ⦿ 1845: No se consigue explicar la órbita de Urano. Un planeta adicional lo explicaría. Se predice donde estaría.
- ⦿ 1846: Se descubre Neptuno!
- ⦿ La historia se repite (más o menos) con Plutón...

Materia Oscura en Galaxias



- Curvas de rotación de galaxias (Vera Rubin, et al. 1970-80)

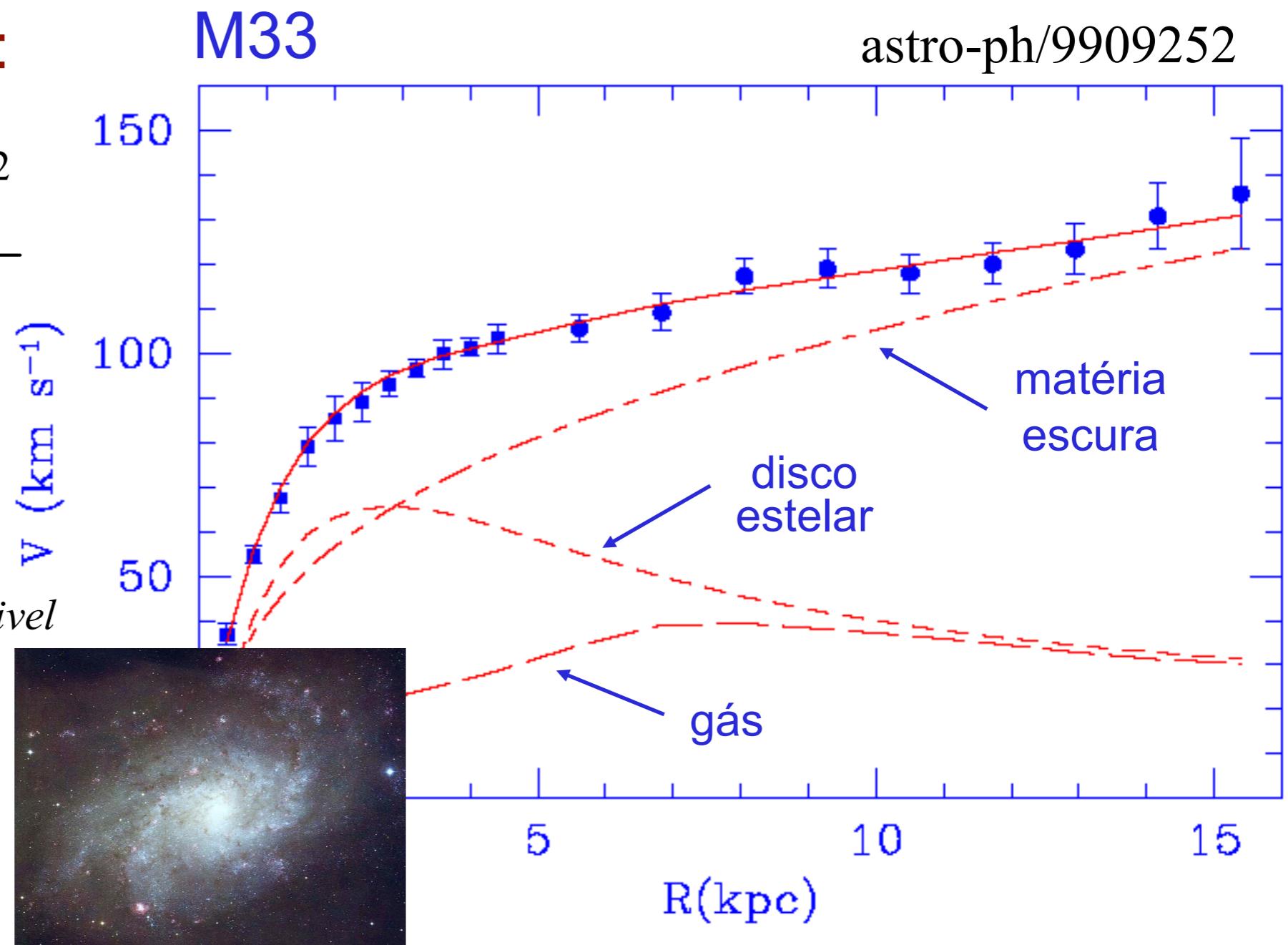
Estimación simple:

$$G \frac{M(r)}{r^2} = \frac{[V(r)]^p}{r}$$

$$M_{Halo} \approx 3 - 10 M_{Visible}$$

↓

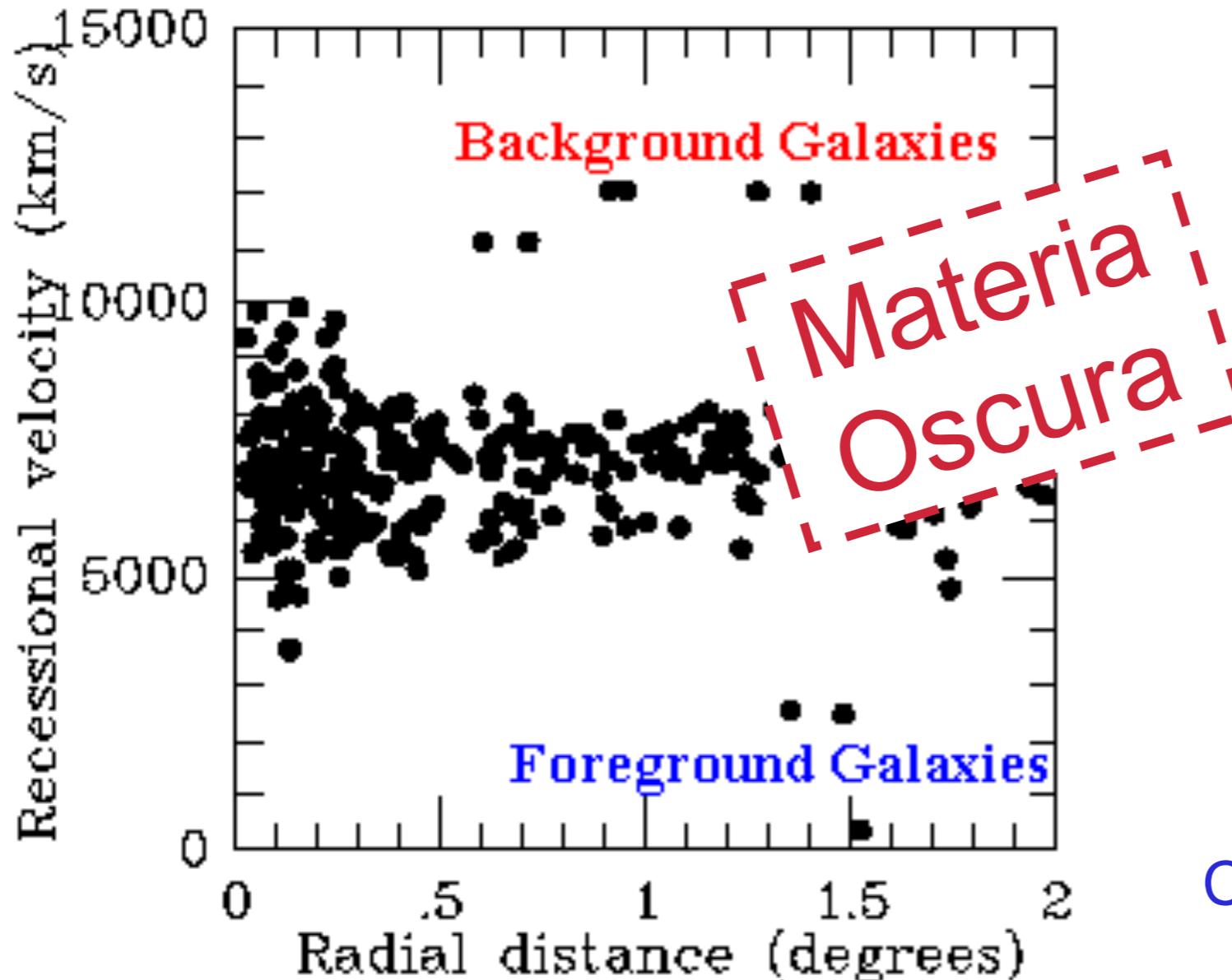
V (km)





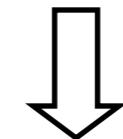
Materia oscura

- Velocidades en cúmulos de galaxias
(Zwicky 1934)



Teorema de Virial

$$2\langle E_K \rangle = -\langle E_G \rangle$$



$$\frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2 \sim -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \frac{GM^2}{R} \right)$$

$$M \sim \frac{2Rv^2}{G}$$

Cúmulos necesitan de mas masa para “sostener” las galaxias

Gas caliente en cúmulos de galáxias

Gás intra-aglomerado

$T \sim 10.000.000 \text{ } ^\circ\text{C}$

→ emisión de rayos-x

Equilibrio hidrostático

$$\nabla \phi = -\frac{1}{\rho} \nabla p$$

→ temperatura depende de la masa

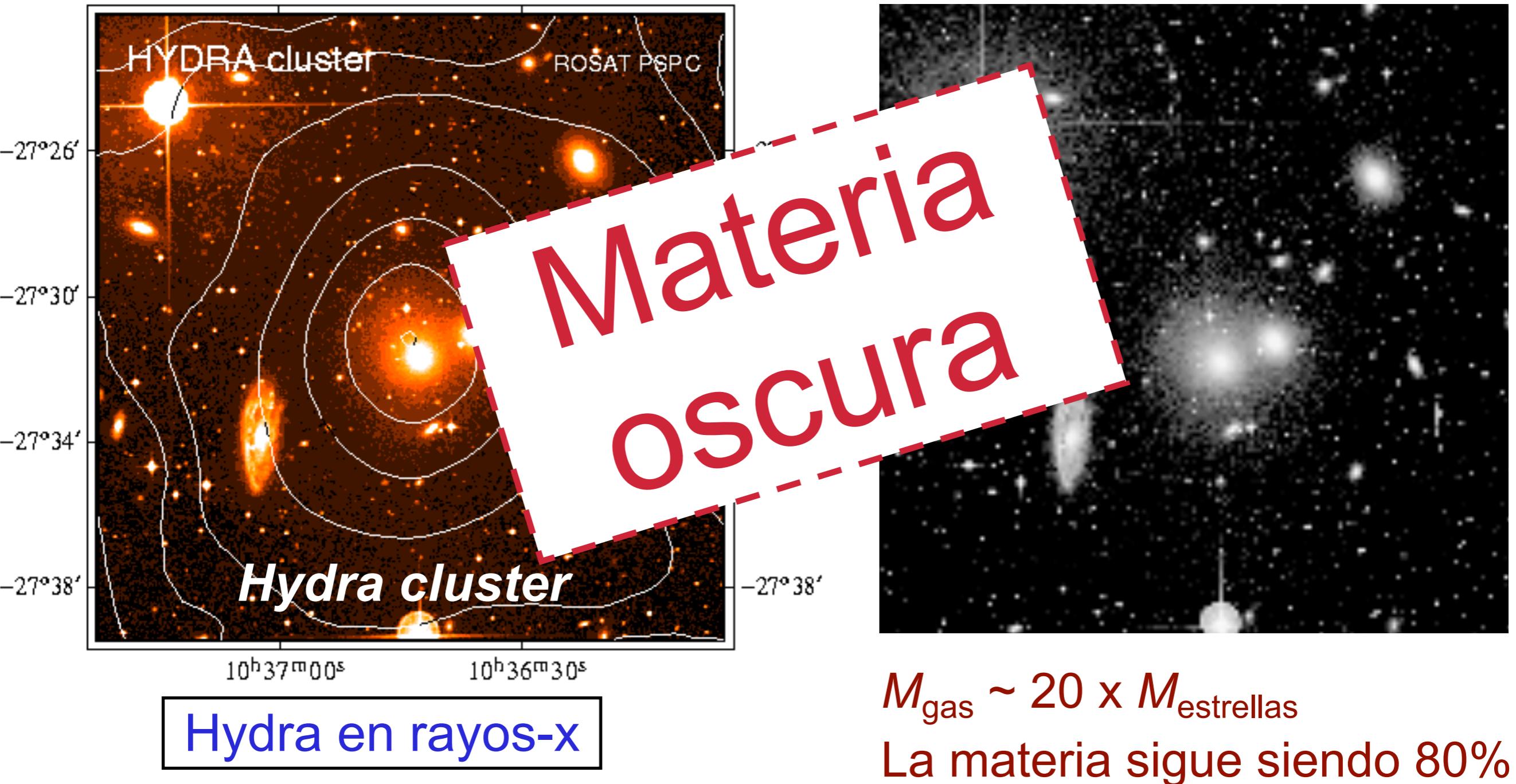
Ejemplo $\rho(r) = \frac{kT_e}{2\pi G m_e r^2}$



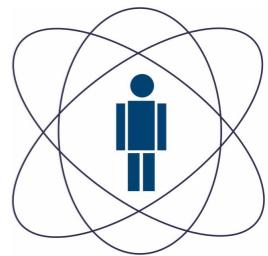
Hydra en el óptico

Cúmulos de Galaxias

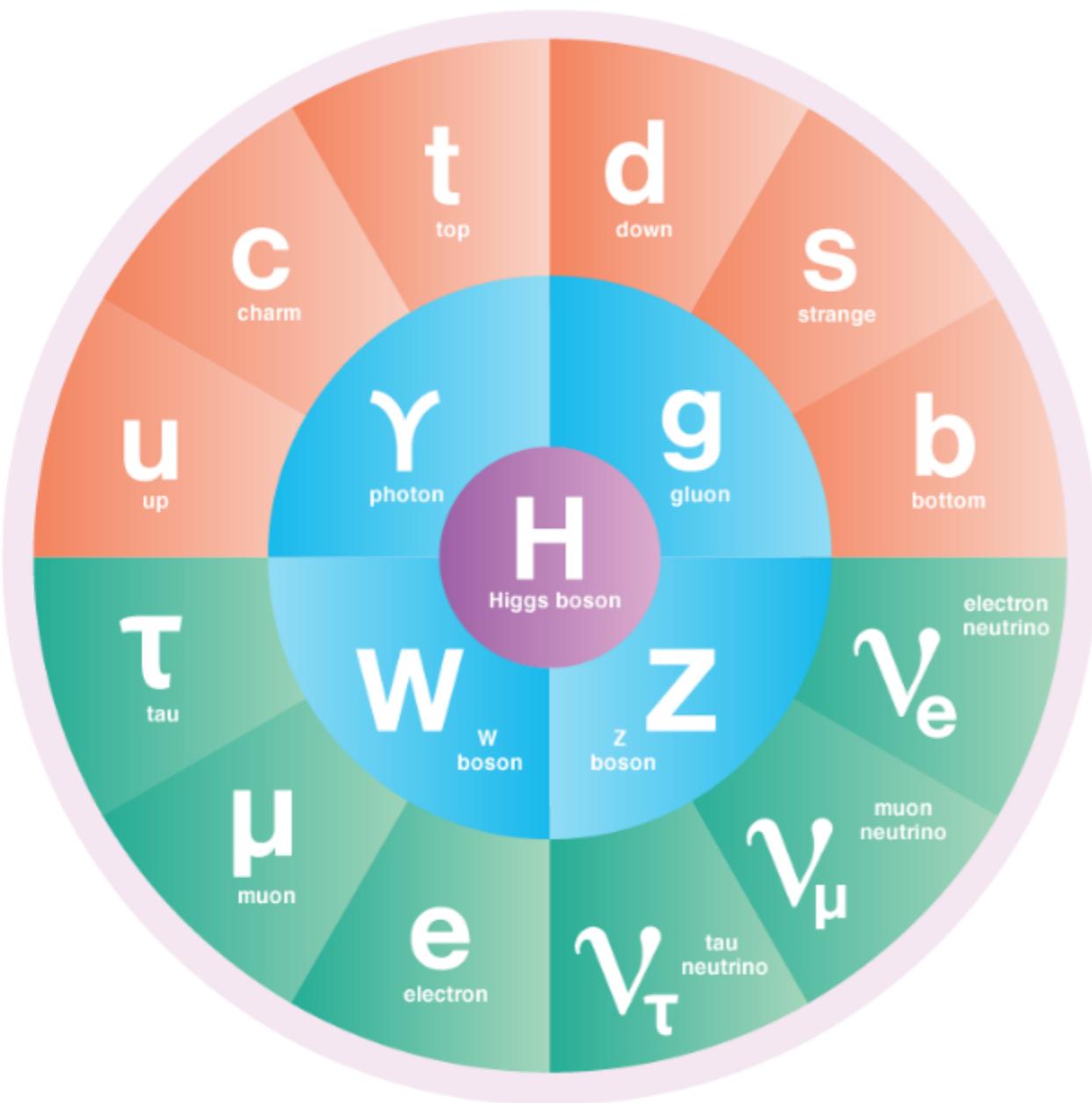
El gas se distribuye de forma más uniforme



Resumen: física fundamental experimentalmente validada

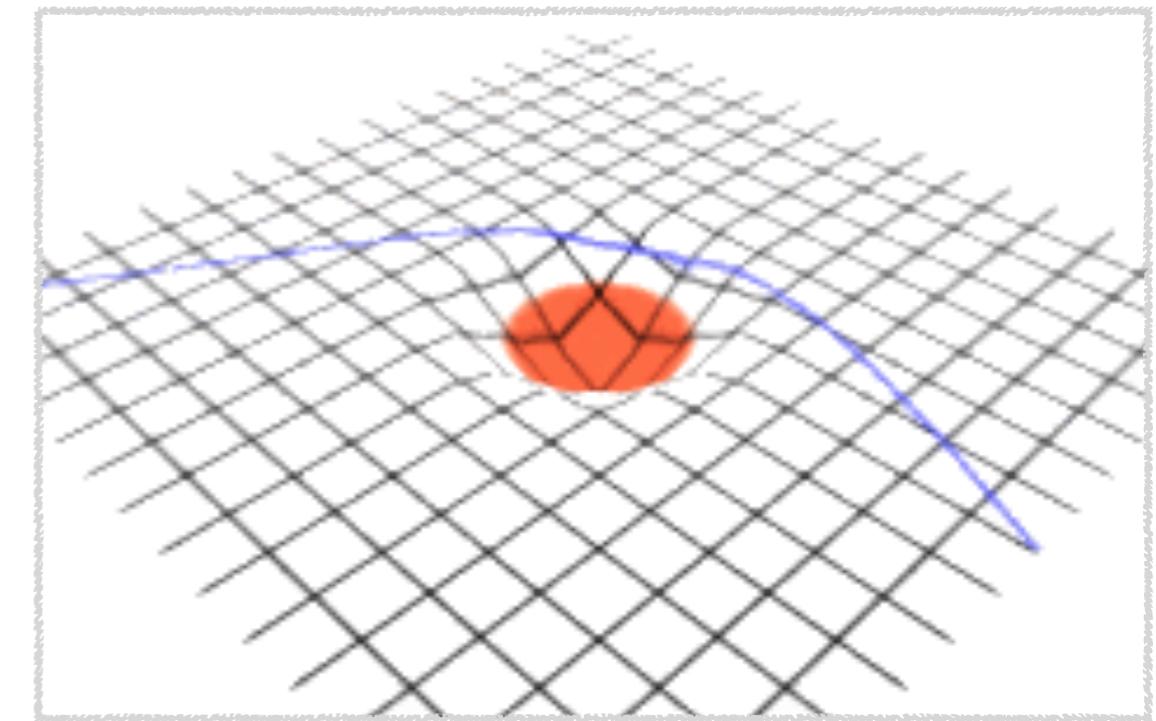


- Modelo estándar de las interacciones fundamentales
- Relatividad general

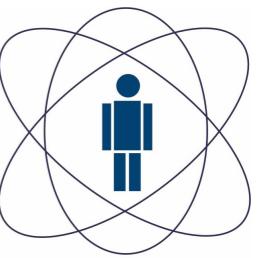


$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Ecuaciones de Einstein



Física fundamental experimentalmente validada



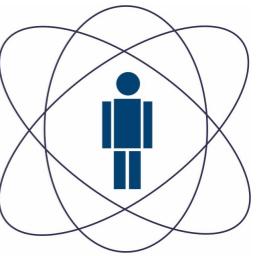
- Modelo estándar de las interacciones fundamentales
- Relatividad general

$$SU(3)_{\text{forte}} \times SU(2)_{\text{fraco}} \times U(1)_{EM}$$

$$g_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{2} \text{Tr } G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \text{Tr } W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi + \mu^2 \phi^\dagger \phi - \frac{1}{2} \lambda \left(\phi^\dagger \phi \right)^2 \\ & + \sum_{f=1}^3 \left(\bar{\ell}_L^f i \not{D} \ell_L^f + \bar{\ell}_R^f i \not{D} \ell_R^f + \bar{q}_L^f i \not{D} q_L^f + \bar{d}_R^f i \not{D} d_R^f + \bar{u}_R^f i \not{D} u_R^f \right) \\ & - \sum_{f=1}^3 y_\ell^f \left(\bar{\ell}_L^f \phi \ell_R^f + \bar{\ell}_R^f \phi^\dagger \ell_L^f \right) \\ & - \sum_{f,g=1}^3 \left(y_d^{fg} \bar{q}_L^f \phi d_R^g + (y_d^{fg})^* \bar{d}_R^g \phi^\dagger q_L^f + y_u^{fg} \bar{q}_L^f \tilde{\phi} u_R^g + (y_u^{fg})^* \bar{u}_R^g \tilde{\phi}^\dagger q_L^f \right)\end{aligned}$$

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



ental e validada

latividad general

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - ig c_w (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \\
& igs_w (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\mu W_\nu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left(\frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g \alpha_h M (H^3 + H \phi^0 \phi^0 + 2H \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& g M W_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + igs_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + igs_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}ig s_w \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma \partial + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + igs_w A_\mu (-(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda)\} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ ((\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}{}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- ((\bar{e}^\kappa U^{lep\dagger}{}_{\kappa\lambda} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep\dagger}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep\dagger}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_e^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_u^\lambda}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_d^\lambda}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_u^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_d^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + ig c_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + igs_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + ig c_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + igs_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + ig c_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + igs_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}g M \left(\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H \right) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} ig M (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} ig M (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + ig M s_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}ig M (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

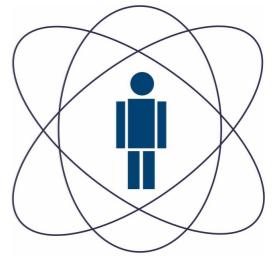
$$g_{\mu\nu}$$

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$$- \bar{u}_R^f i \not{D} u_R^f \Big)$$

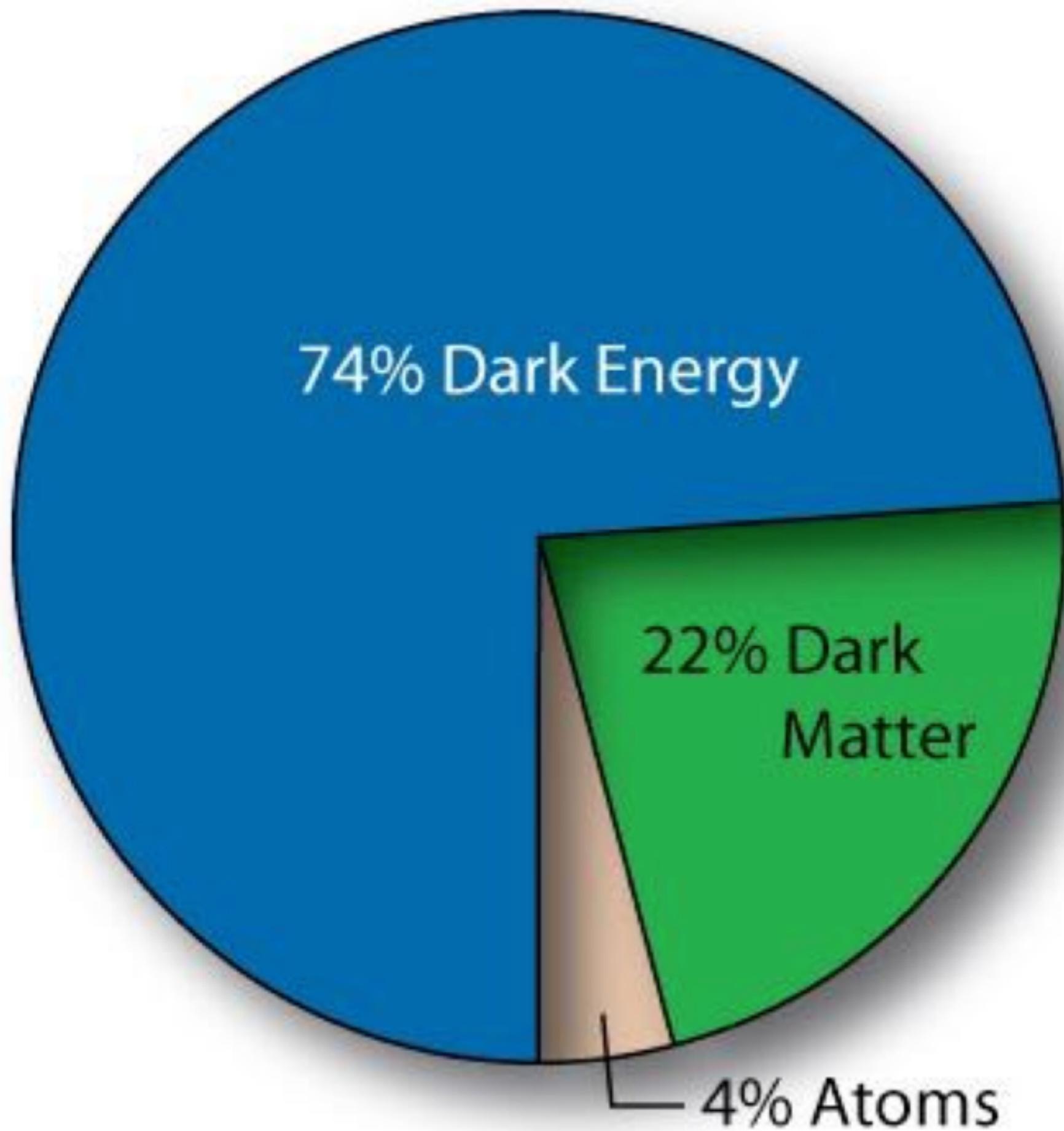
$$+ (y_u^{fg})^* \bar{u}_R^g \tilde{\phi}^\dagger q_L^f \Big)$$

Física fundamental experimentalmente validada



- Modelo estándar de las interacciones fundamentales
- Relatividad general

No explican la materia oscura ni la energía oscura



¿Qué es la materia oscura?

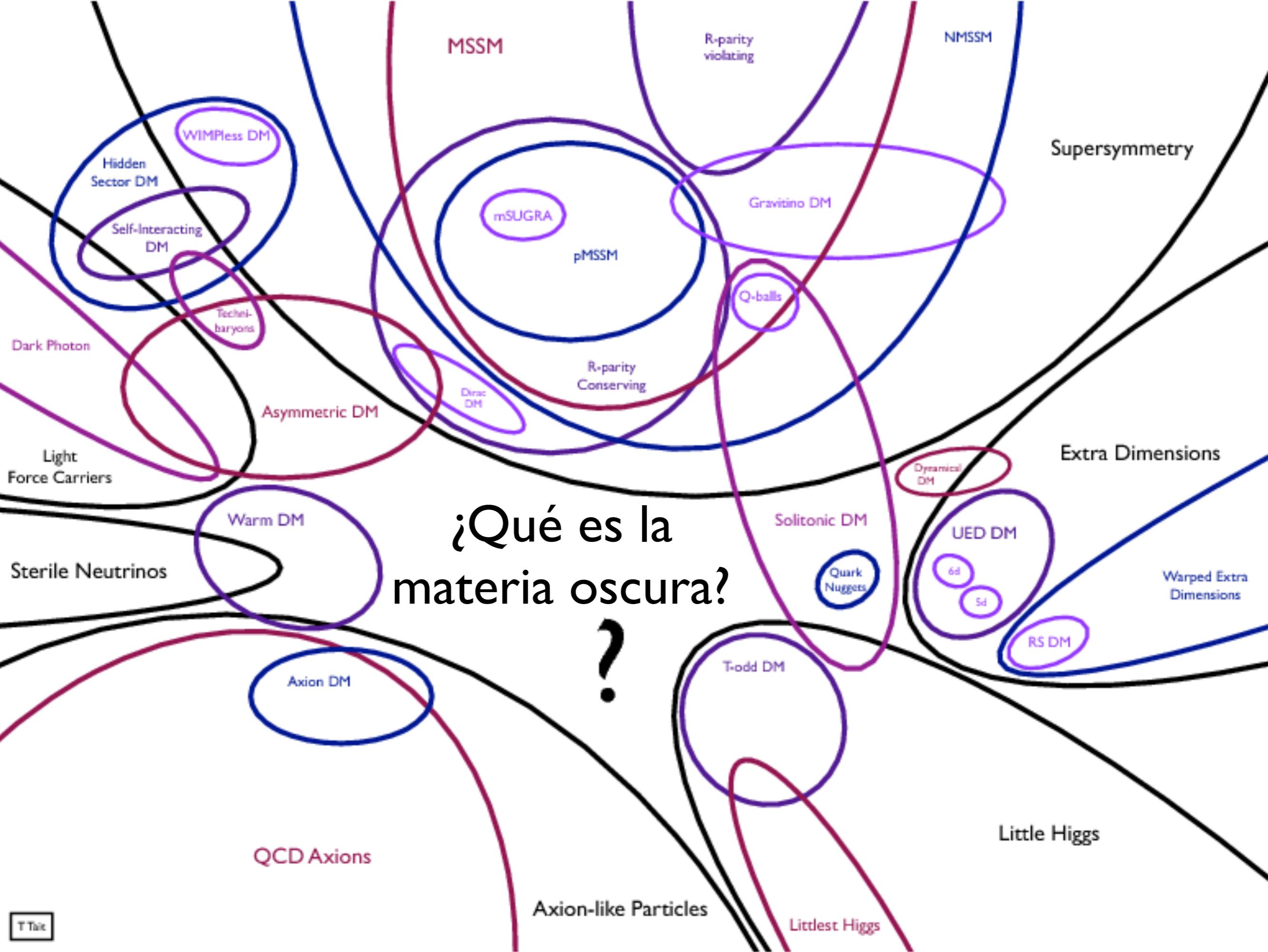
?

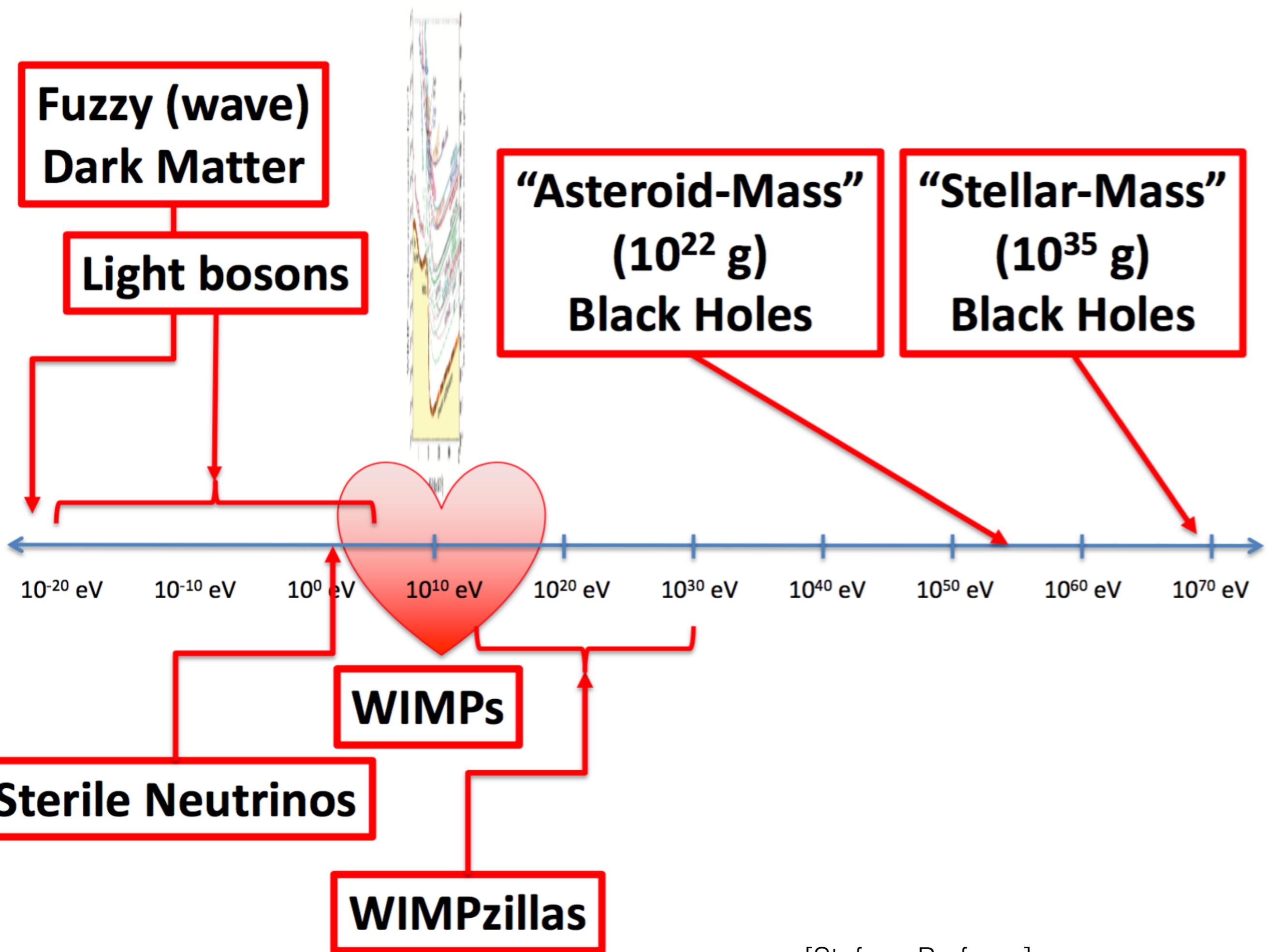
QCD Axions

Axion-like Particles

Little Higgs

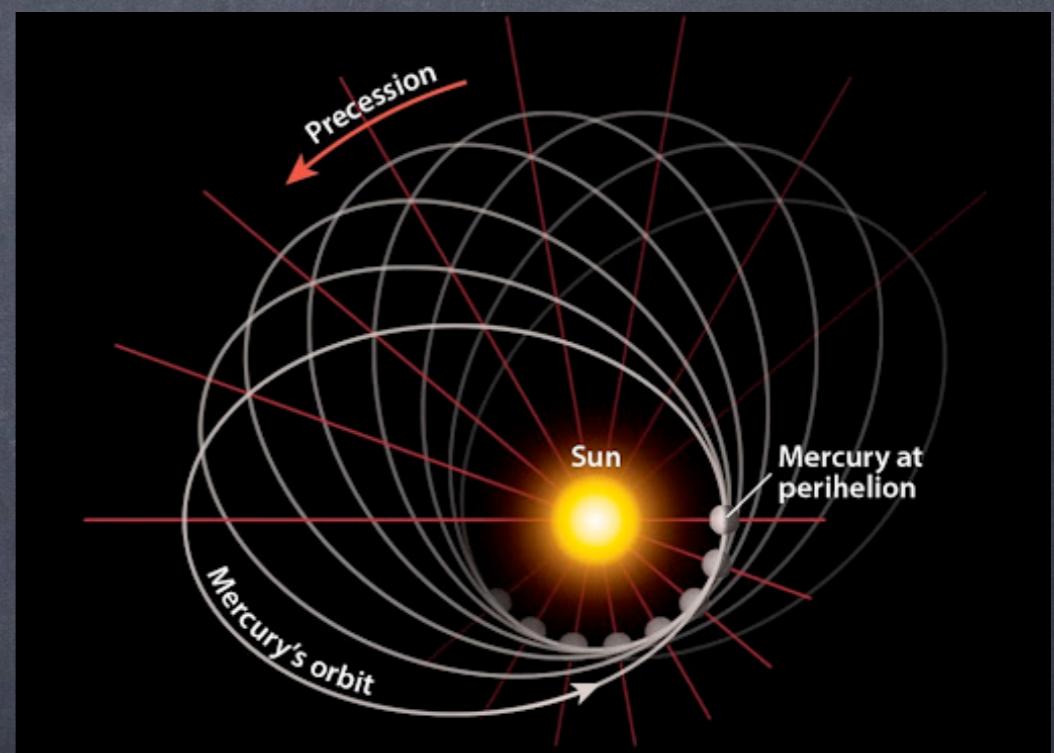
Littlest Higgs





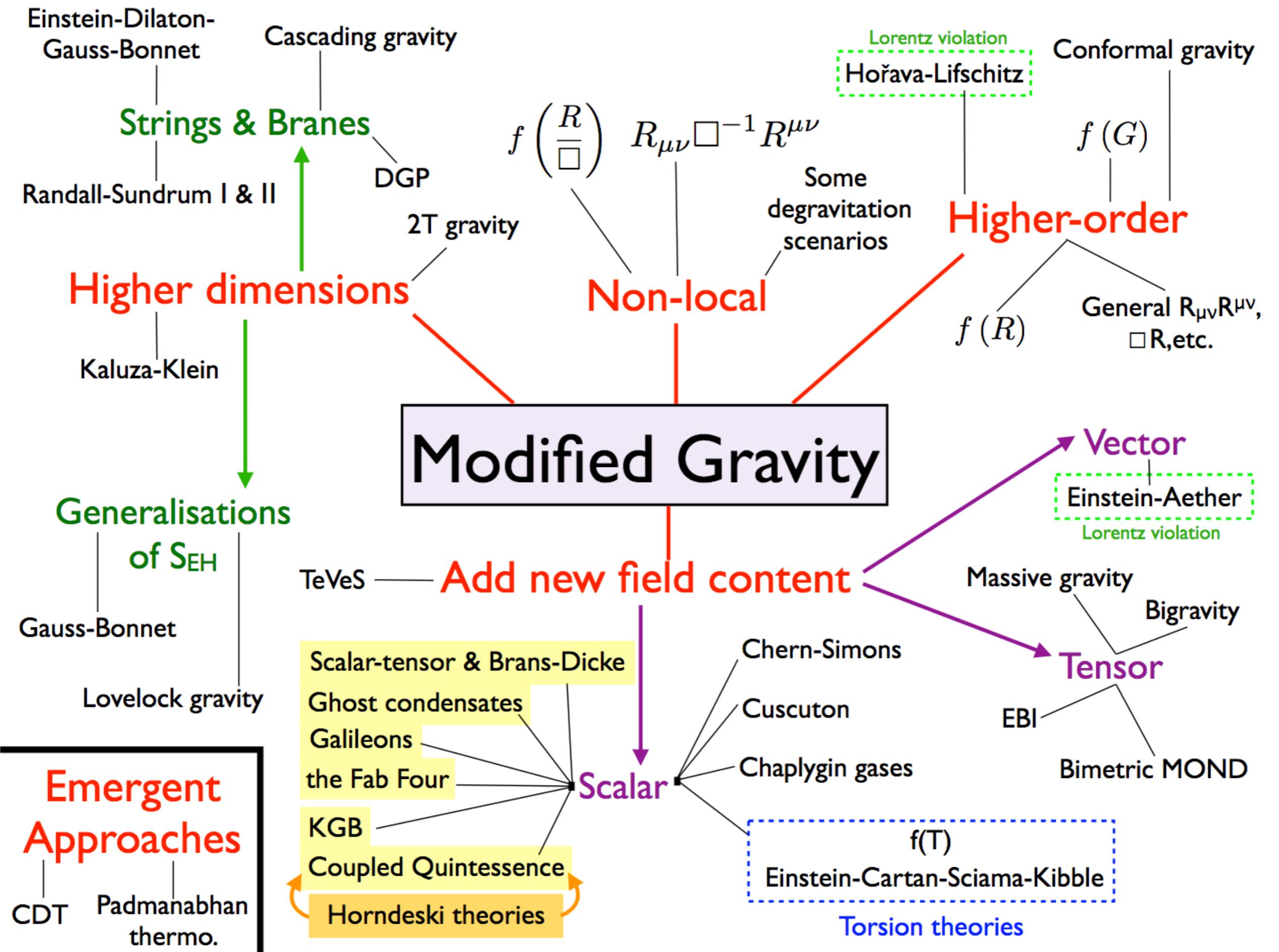
Mercúrio

- ⦿ La órbita de Mercúrio no es una elipse perfecta: el periélio se mueve
- ⦿ Previsión de un nuevo planeta: Vulcano!
- ⦿ No se encontró nada
- ⦿ La solución fue cambiar la ley de Newton de la gravedad!!
- ⦿ La nueva teoría hizo nuevas previsiones!



Resumen

- Hay materia oscura!
- Se detecta en:
 - Los movimientos de estrellas en la Vía-Láctea
 - Movimientos de estrellas y gás en galaxias
 - Temperatura del gás en cúmulos
 - Efecto de lentes gravitacionales en todas las escalas
 - Movimientos de la estructura en gran escala
 - Formación de estructuras
 - y mucho más!
- O habría que cambiar la relatividad de Einstein?...





DEPARTMENT OF ASTROPHYSICS

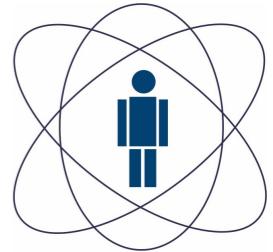
MOTTO:

YES, EVERYBODY HAS ALREADY HAD THE IDEA,
"MAYBE THERE'S NO DARK MATTER—GRAVITY
JUST WORKS DIFFERENTLY ON LARGE SCALES!"
IT SOUNDS GOOD BUT DOESN'T REALLY FIT THE DATA.

Resumen

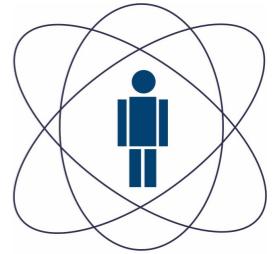
- Hay materia oscura!
- Se detecta de muchas formas
- No se puede ver: es oscura!
- No solo no se puede ver
 - No puede tener interacción electromagnética
 - No puede tener interacción nuclear débil
- Es una nueva partícula?
- Son agujeros negros (primordiales)?
- Cambiar la gravedad no ha resuelto...
- Es una de las mayores incógnitas de la física

Agujeros Negros Primordiales (PBH)



- Diversos mecanismos de formación en el Universo primordial
- Podrían prescindir de física “exótica” (más allá del modelo estándar) para explicar la materia oscura.
- Abarcan un rango enorme de masas.
- Pueden estar cerca de ser descartados.
- Su confirmación o eliminación tiene implicaciones profundas.
- La mayoría de los límites son de origen astrofísico o cosmológico.
- Algunos límites también son aplicables a otros escenarios de “materia oscura macroscópica”.
- ¿Cómo podemos ayudar a explorar las ventanas aún prometedoras?

Límites en la abundancia de materia oscura



- Modelo de la distribución de materia oscura en nuestra galaxia (datos y simulaciones): $\rho_{DM}(r, \theta, \phi)$
- Suposición: materia oscura en forma de objetos “compactos” (MACHO) de masa M
- $n(r, \theta, \phi) = \frac{\rho_{DM}(r, \theta, \phi)}{M}$
- El modelo predice la tasa de detección de eventos de microlente
- La tasa observada permite imponer límites en la fracción de materia oscura en forma de objetos compactos
- La escala de masas accesible depende de las escalas de tiempo y de las distancias de las observaciones (suponiendo que la distribución de velocidades es conocida)

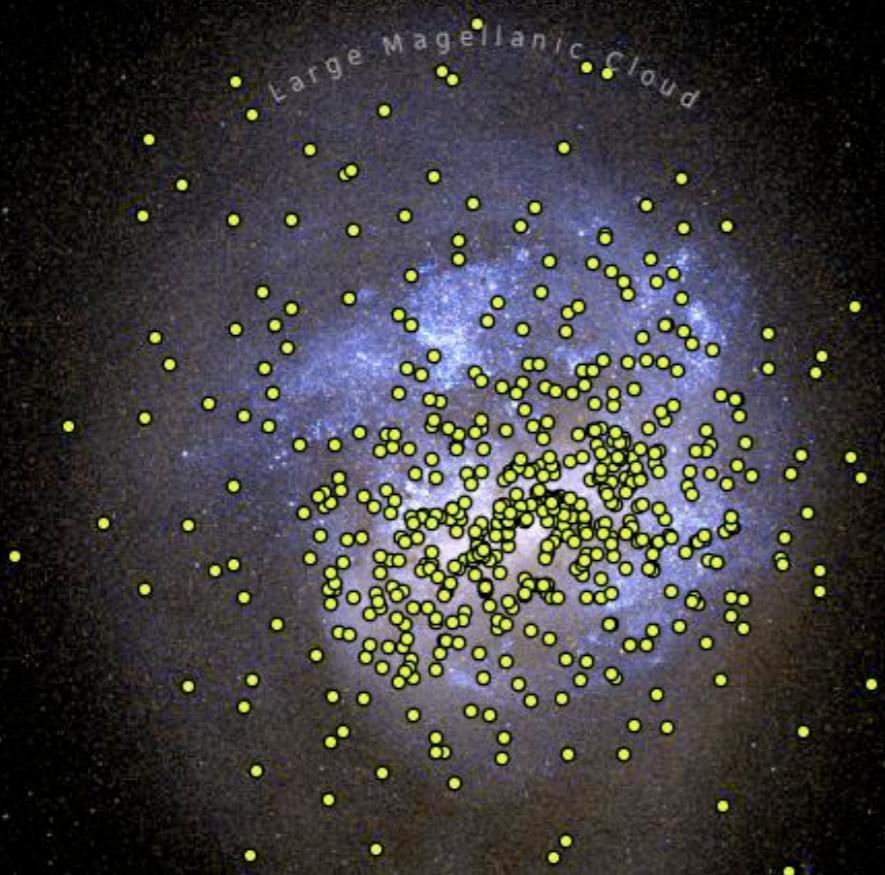
“Si toda la materia oscura en la Vía Láctea estuviera compuesta por agujeros negros de 10 masas solares, deberíamos haber detectado 258 eventos de microlenteo. Para los agujeros negros de 100 masas solares, esperábamos 99 eventos de microlenteo. Para los agujeros negros de 1000 masas solares, 27 eventos de microlenteo.”

En contraste, los astrónomos de OGLE han encontrado solo 13 eventos de microlenteo. Su análisis detallado demuestra que todos pueden explicarse por las poblaciones estelares conocidas en la Vía Láctea o en la misma Nube de Magallanes, no por agujeros negros.

Los cálculos detallados demuestran que los agujeros negros de 10 masas solares podrían componer, como máximo, el 1,2% de la materia oscura; los agujeros negros de 100 masas solares, el 3,0%; y los agujeros negros de 1000 masas solares, el 11% de la materia oscura.

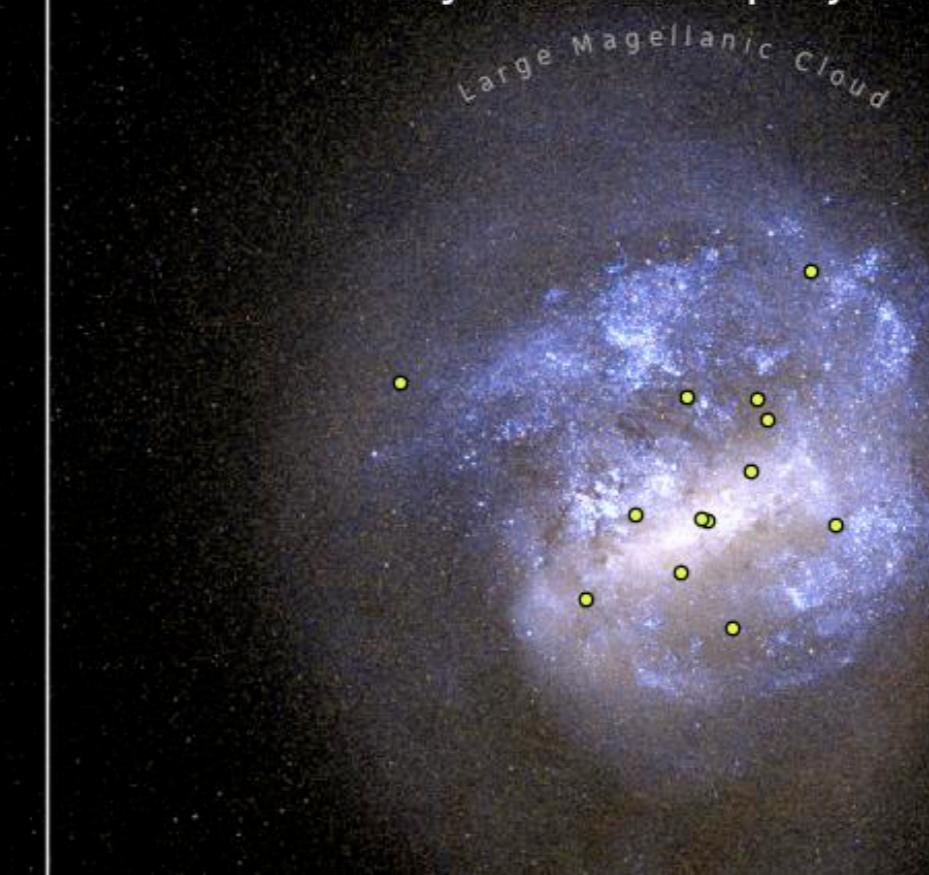
¿Cómo se pueden obtener esas conclusiones?

Dark matter composed of
Primordial Black Holes



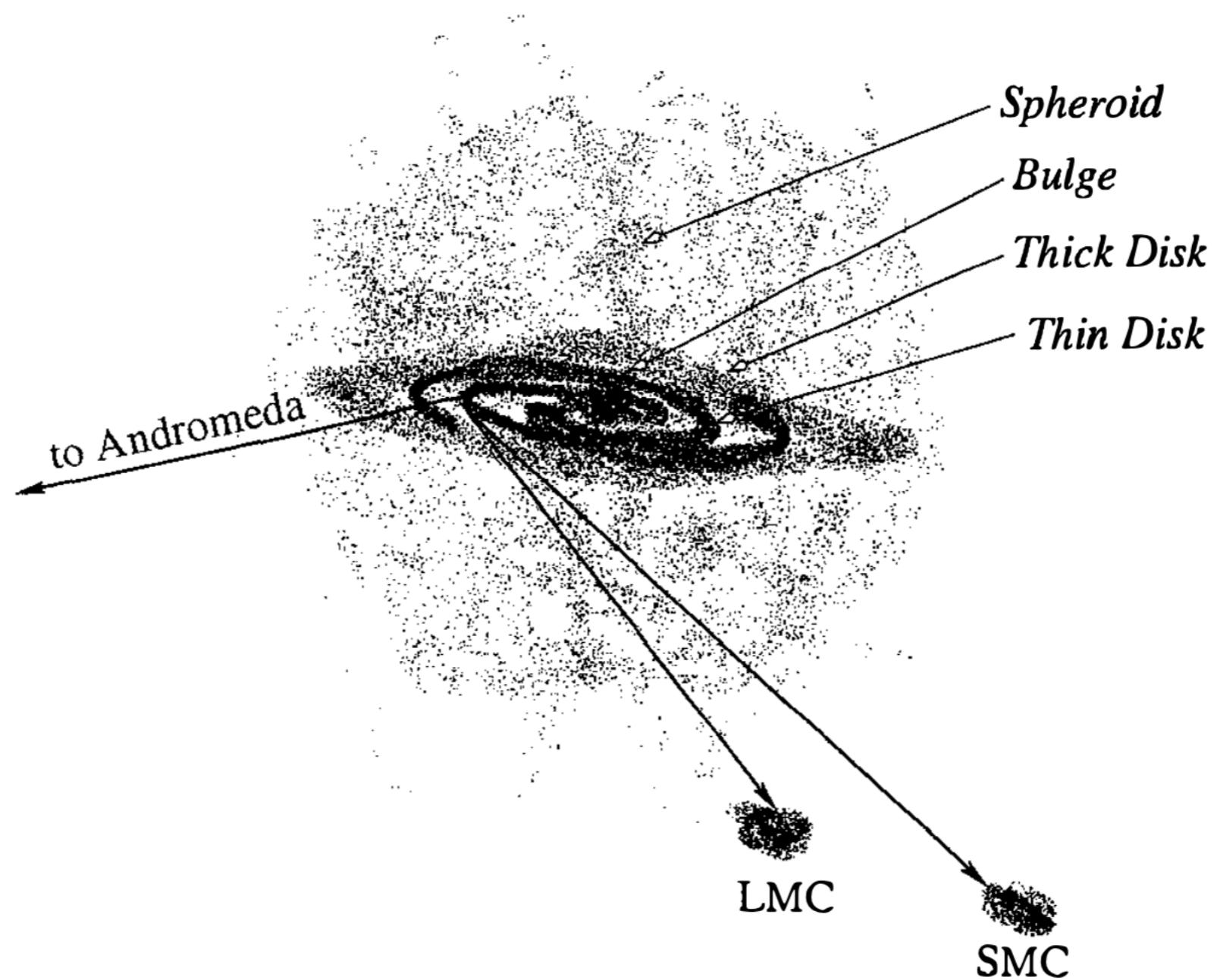
- - expected microlensing events (2001-2020)

Actual observations
by the OGLE project

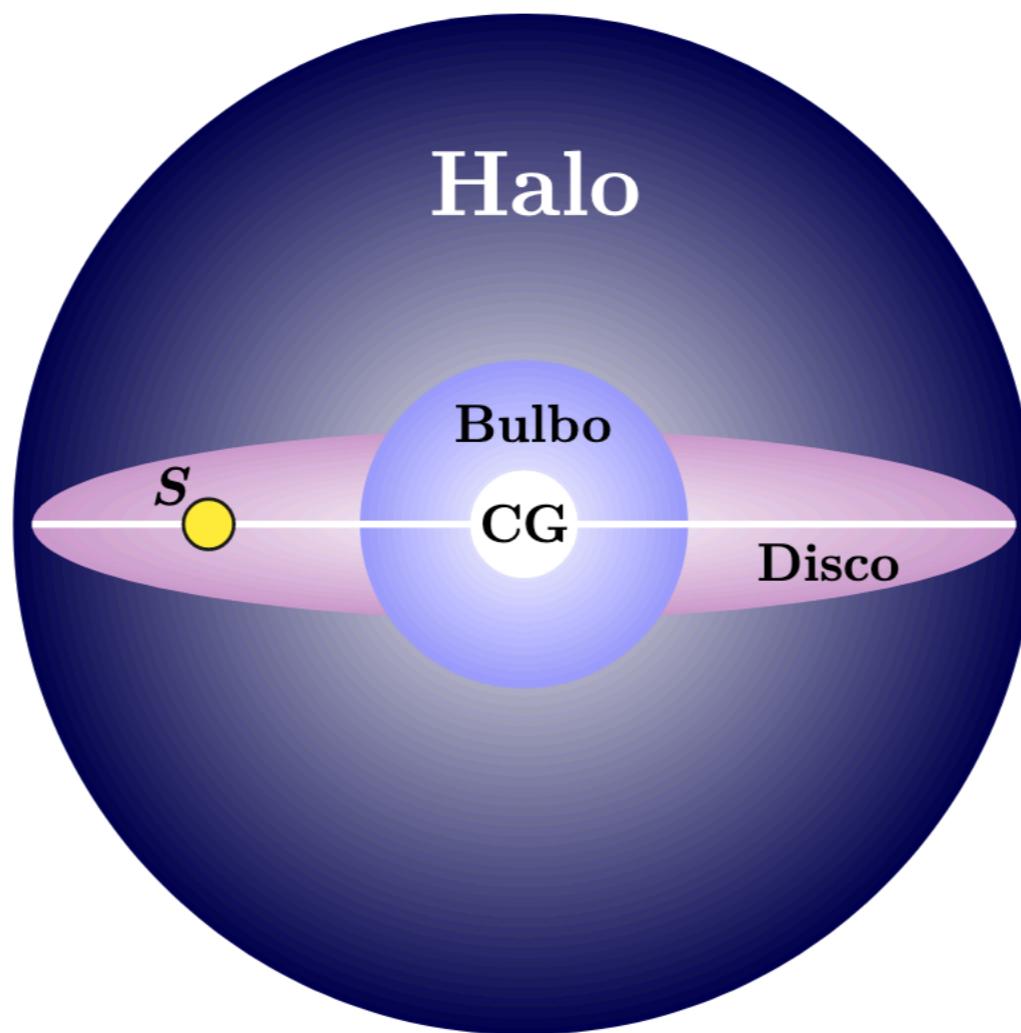


- - observed microlensing events (2001-2020)

Nuestra galaxia

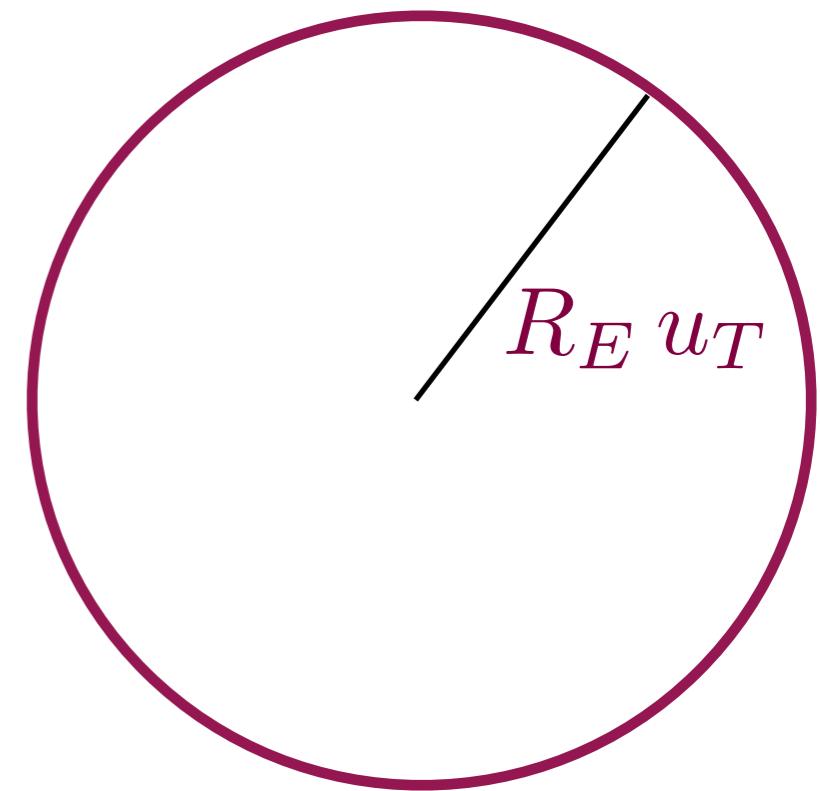


Nuestra galaxia



Sección eficaz

- área en el plano de las fuentes en que se genera un evento detectable
- hipótesis/modelo: magnificación superior a un umbral μ_T
- Recordando $\mu = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}$
- Condición $\mu > \mu_T \rightarrow u < u_T$
- Ejemplo $\mu_T = 1,34 \rightarrow u_T = 1$
- Pregunta: ¿mejor definición práctica de detectabilidad?



Profundidad óptica

- Probabilidad de un evento de *microlensing* en un dado momento

**Número de lentes
en ángulo sólido**

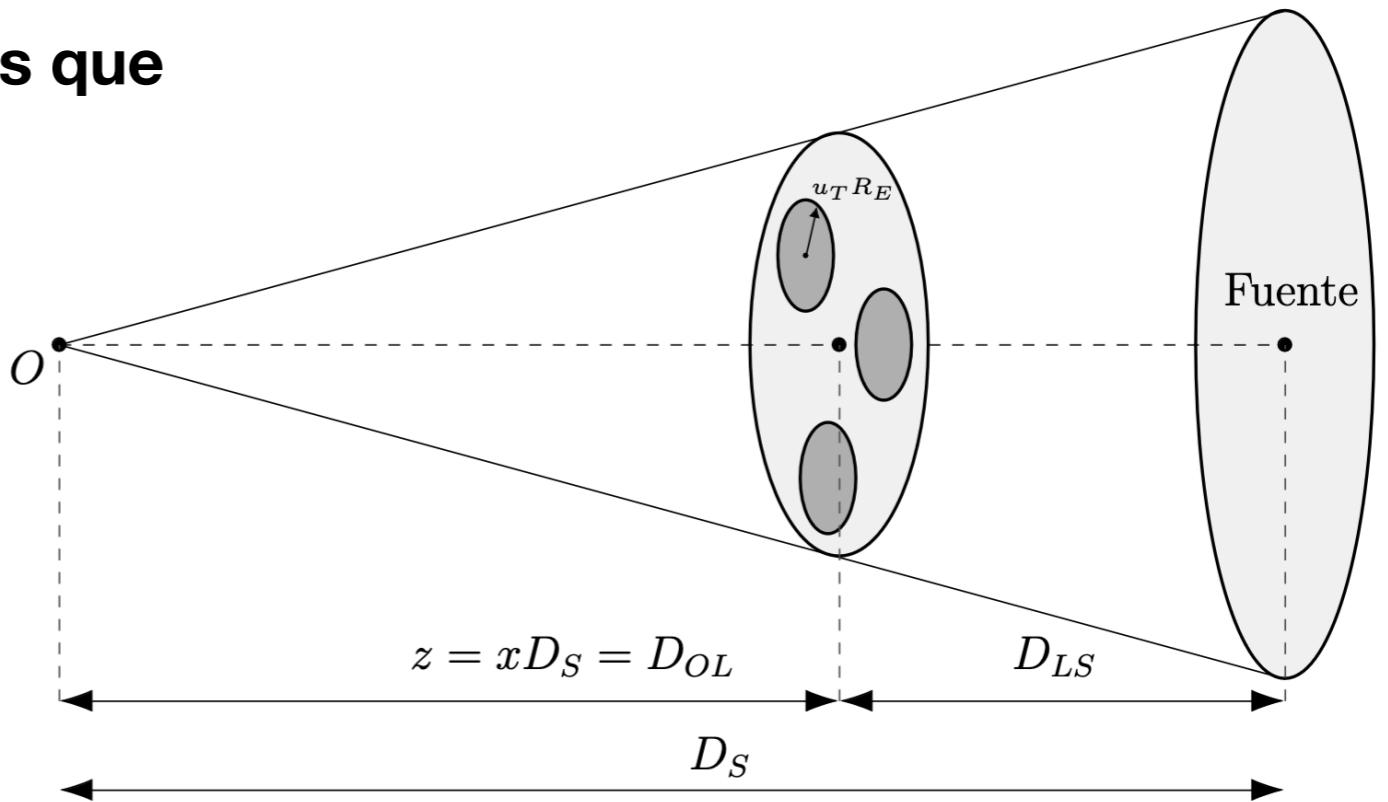
$$dN(z) = \frac{\rho(z)}{M} z^2 \Omega dz$$

densidad de masa promedio generada
por la población de lentes

masa de las lentes (monocromático)

**Superficie cubierta por fuentes que
pueden ser detectadas**

$$dA = \pi R_E^2 u_T^2 \frac{\rho(z)}{M} z^2 \Omega dz$$



Profundidad óptica

- Probabilidad de un evento de *microlensing* en un dado momento

**Número de lentes
en ángulo sólido** $dN(z) = \frac{\rho(z)}{M} z^2 \Omega dz$

**Superficie cubierta por fuentes que
pueden ser detectadas**

$$dA = \pi R_E^2 u_T^2 \frac{\rho(z)}{M} z^2 \Omega dz$$

**Probabilidad que a un dado instante se produzca un evento de
microlente detectable sobre una fuente determinada, causado por una
lente entre z y $z + dz$**

$$d\tau = \pi R_E^2 u_T^2 \frac{\rho(z)}{M} dz$$

Profundidad óptica

Probabilidad que a un dado instante se produzca un evento de microlente detectable sobre una fuente determinada, causado por una lente entre z y $z + dz$

$$d\tau = \pi R_E^2 u_T^2 \frac{\rho(z)}{M} dz \quad R_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}D_L}{D_S}$$

integrando a lo largo de la linea de visión y escribiendo el radio de Einstein en términos de las distancias a la lente y a la fuente

$$\tau(D_S) = \frac{4\pi G}{c^2} u_T^2 \int_0^{D_S} \rho(D_L) \frac{D_{LS}D_L}{D_S} dD_L$$

definiendo

$$x = \frac{D_L}{D_S}$$

$$D_{LS} = D_S - D_L = D_S(1 - x)$$

$$\tau = \frac{4\pi G D_S^2}{c^2} \int_0^1 \rho(x) x(1 - x) dx$$

Independiente de la masa de la lente!

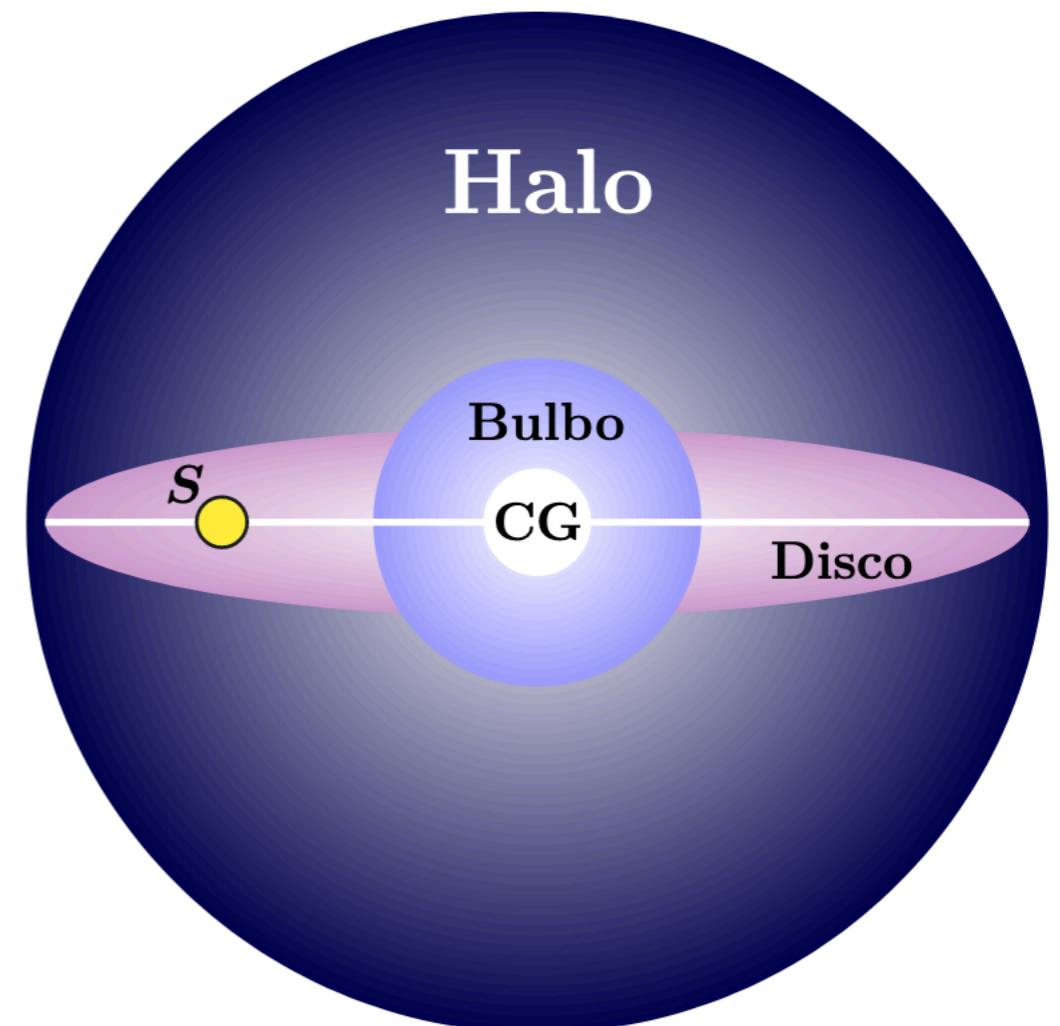
Distribución de materia oscura

Esfera isotérmica suavizada

$$\rho_{isot}(R) = \rho_{\odot} \frac{R_{Sol}^2 + R_C^2}{R_C^2 + R^2}$$

Navarro-Frenk-White

$$\rho_{NFW}(R) = \frac{\rho_0}{\frac{R}{R_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}$$



Distribución de materia oscura

Esfera isotérmica suavizada

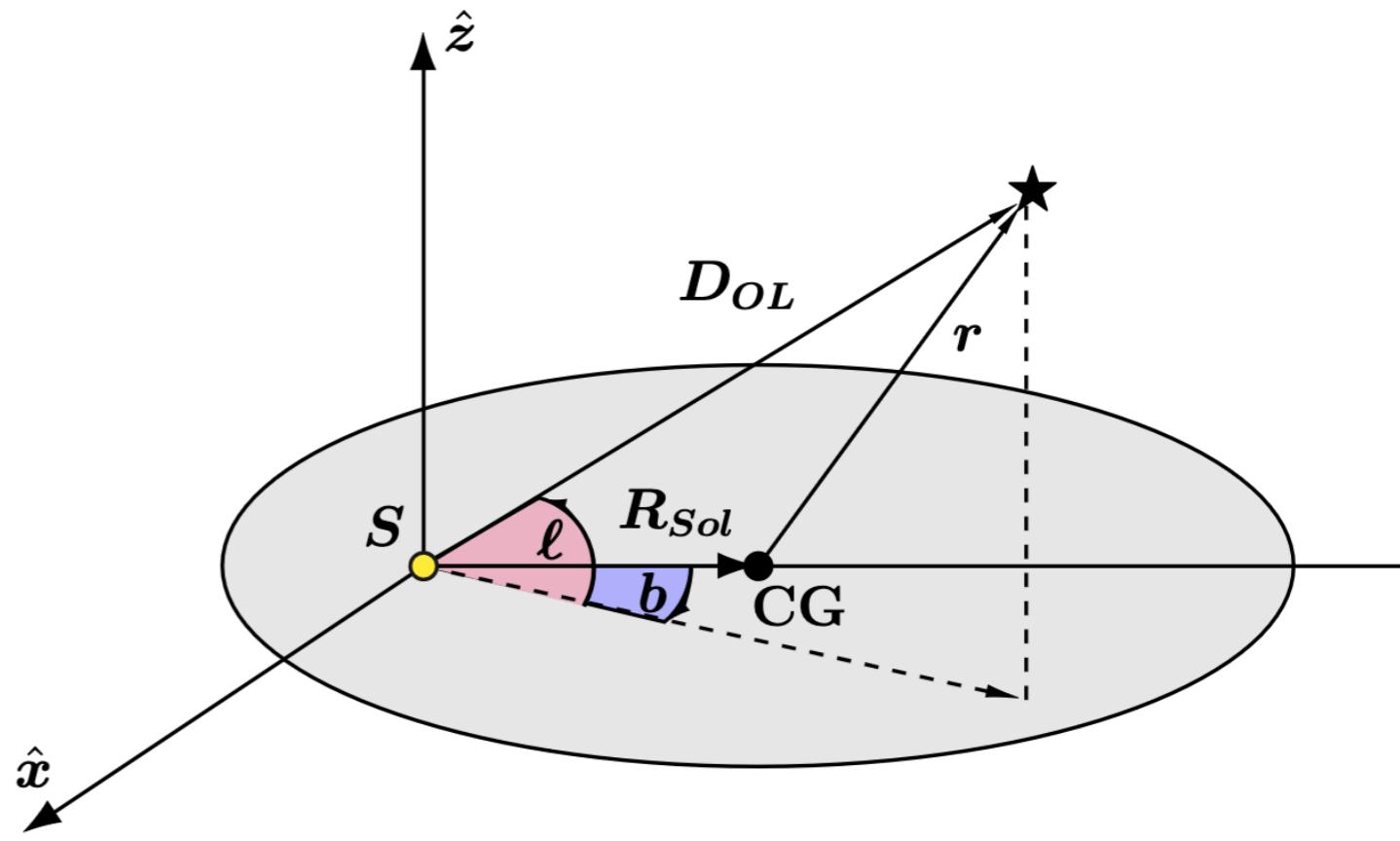
$$\rho_{isot}(R) = \rho_{\odot} \frac{R_{Sol}^2 + R_C^2}{R_C^2 + R^2}$$

Navarro-Frenk-White

$$\rho_{NFW}(R) = \frac{\rho_0}{\frac{R}{R_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}$$

distancia al centro
de la galaxia

$$r^2 = |D_{OL} - R_{sol}|^2 = D_{OL}^2 + R_{Sol}^2 - 2D_{OL}R_{Sol} \cos(\ell) \cos(b)$$



Profundidad óptica

Esfera isotérmica suavizada

$$\rho_{isot}(R) = \rho_{\odot} \frac{R_{Sol}^2 + R_C^2}{R_C^2 + R^2}$$

Profundidad óptica:

$$\tau = \frac{4\pi G D_S^2}{c^2} \int_0^1 \rho(x) x (1-x) dx$$

Navarro-Frenk-White

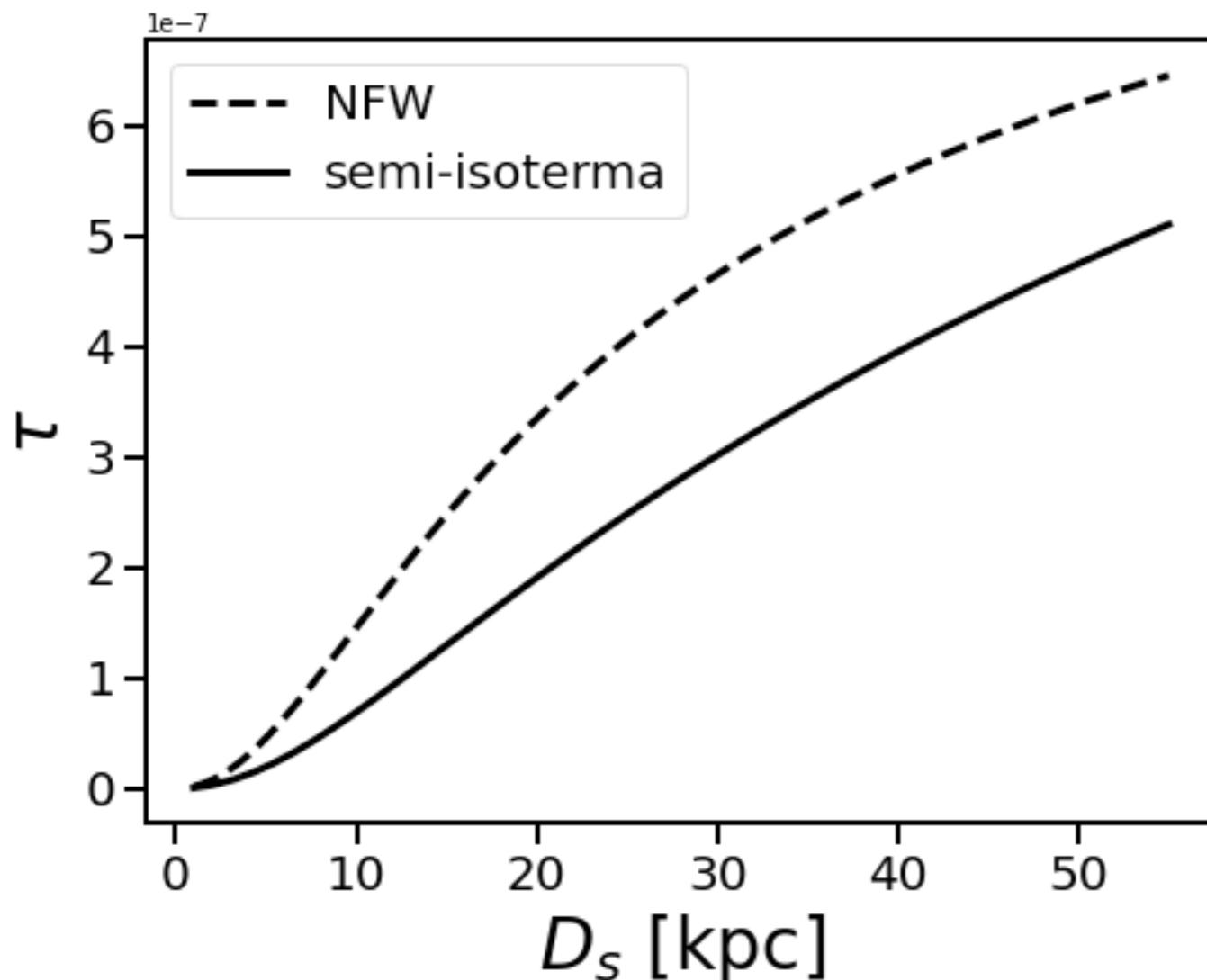
$$\rho_{NFW}(R) = \frac{\rho_0}{\frac{R}{R_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}$$

$$x = \frac{D_L}{D_S}$$

$$D_{LS} = D_S - D_L = D_S(1 - x)$$

$$r^2 = |\mathbf{D}_{OL} - \mathbf{R}_{sol}|^2 = D_{OL}^2 + R_{Sol}^2 - 2D_{OL}R_{Sol} \cos(\ell) \cos(b)$$

Profundidad óptica



Profundidad óptica:

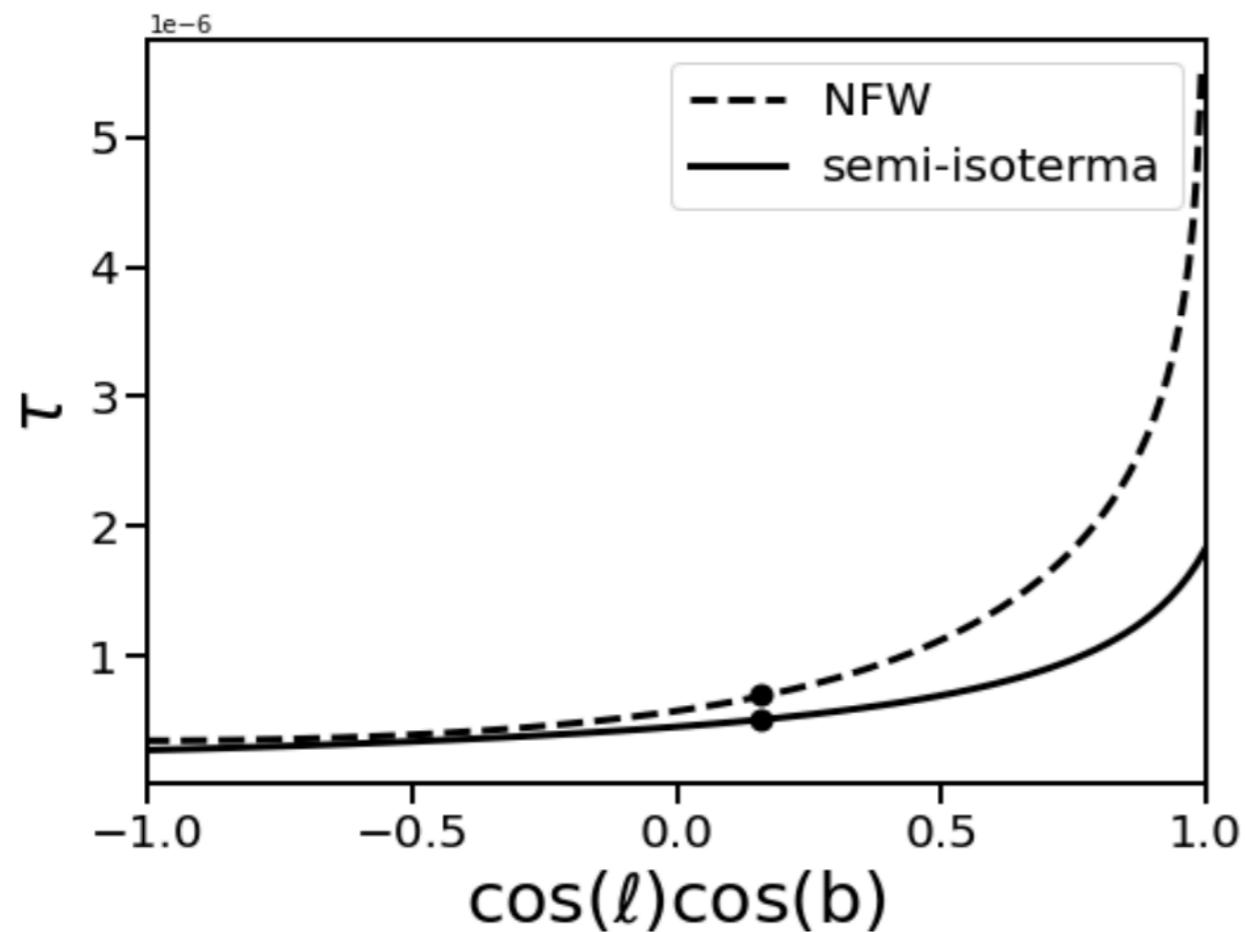
$$\tau = \frac{4\pi G D_S^2}{c^2} \int_0^1 \rho(x) x (1-x) dx$$

$$x = \frac{D_L}{D_S}$$

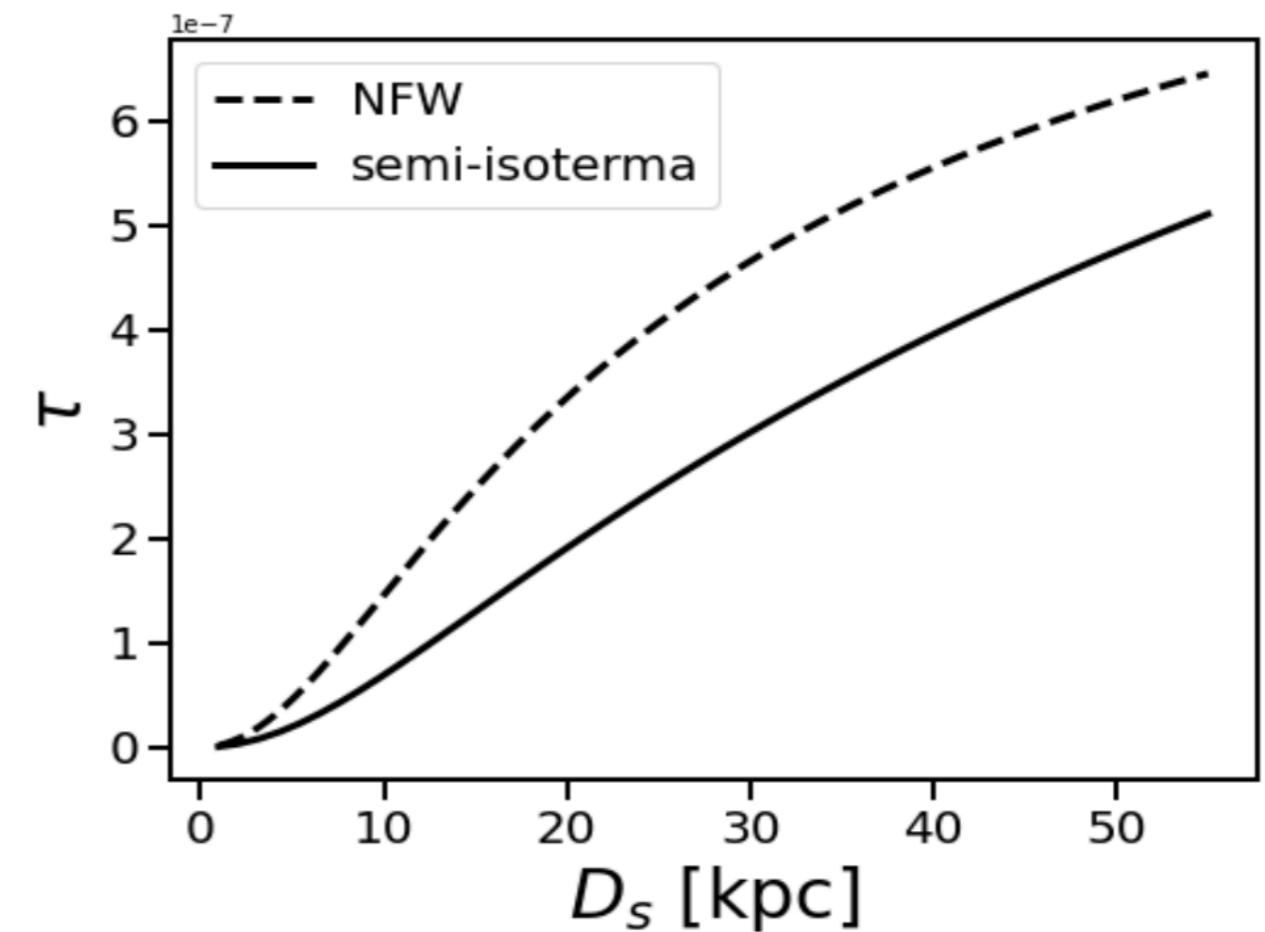
$$D_{LS} = D_S - D_L = D_S(1 - x)$$

$$r^2 = |\mathbf{D}_{OL} - \mathbf{R}_{sol}|^2 = D_{OL}^2 + R_{Sol}^2 - 2D_{OL}R_{Sol} \cos(\ell) \cos(b)$$

Profundidad óptica a LMC



$$\tau_{LMC-SEMIS} = 5,1 \times 10^{-7}$$



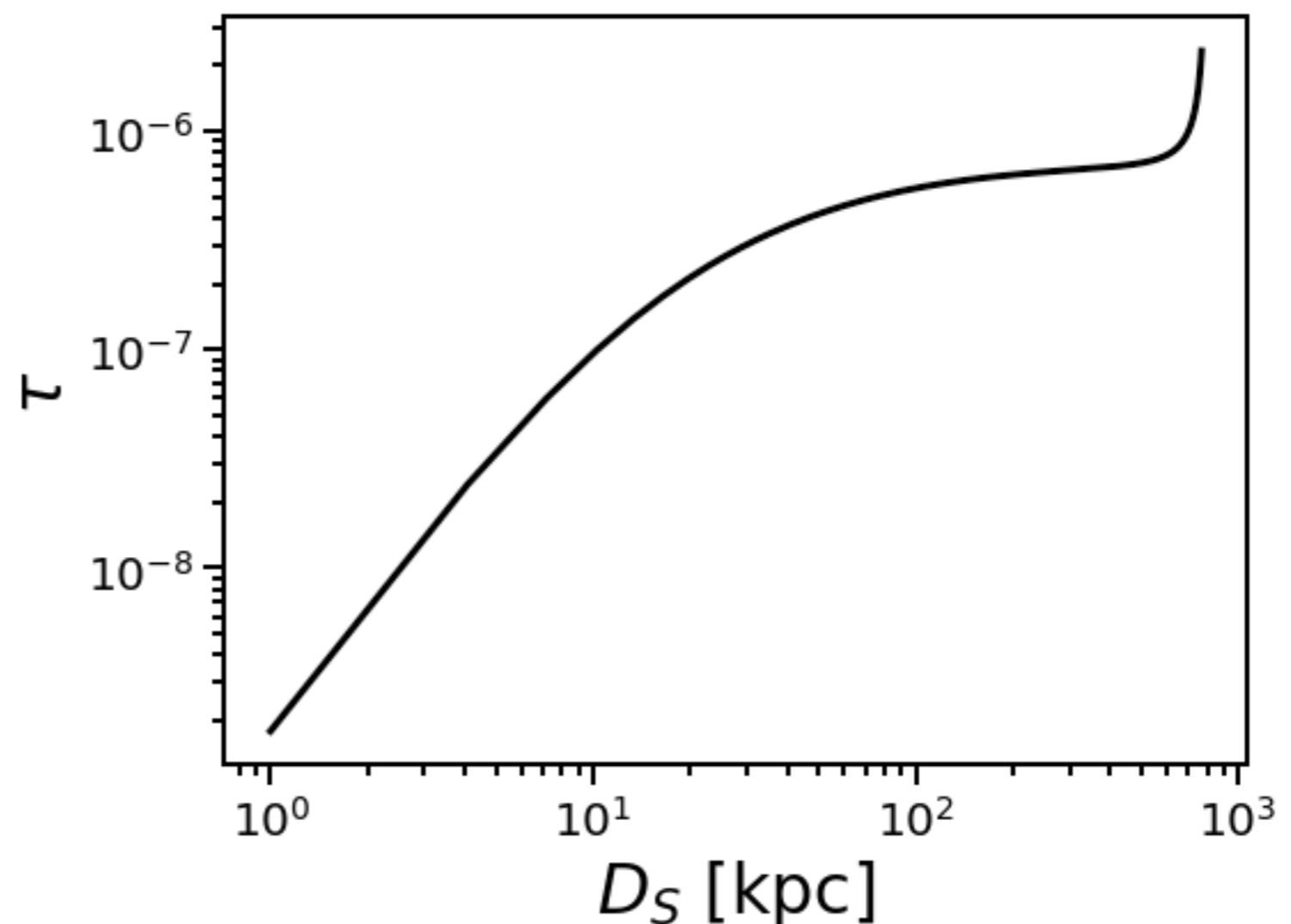
$$\tau_{LMC-NFW} = 6,5 \times 10^{-7}$$

Profundidad óptica a M31

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_{MW}(\mathbf{r}) + \rho_{M31}(\mathbf{r})$$

Ejercicio: calcular
la profundidad óptica a M31

$$\tau_{M31} = 2,33 \times 10^{-6}$$



Profundidad óptica para espectro de masas

- Probabilidad de un evento de *microlensing* en un dado momento

$$\tau(D_S) = \int_0^{D_S} dD_{OL} \int_0^{\infty} dm \frac{dn_L}{dm} \pi R_E^2$$

- Si las lentes poseen la misma masa

$$= \int_0^{D_S} dD_{OL} \frac{\rho_\ell}{m} \pi R_E^2$$

Tasa de eventos

- Y la duración de los eventos, no tiene un papel?
- Hay que considerar la **tasa** de eventos
- Número de eventos de *microlensing* por unidad de tiempo por unidad de masa de las lentes

densidad de lentes
 (número por unidad de volumen)
 por unidad de masa

$\frac{d\Gamma}{dm} = \frac{dn}{dm} \frac{v_r \cos \theta}{v_t} f(\vec{v}_r) d^2 v_r dV$

probabilidad de la
 velocidad relativa

volumen del
 “tubo de microlensing”

Tasa en que cruza una porción del cilindro de angulo α

Tasa de eventos

Monocromaticidad
(única masa)

$$\frac{dn}{dm} = \frac{\rho(x)}{m} \delta(m - M)$$

Elemento de volumen del
“tubo de microlensing”

$$dV = u_T R_E d\alpha dD_{OL}$$

Isotropia de la distribución
de velocidades

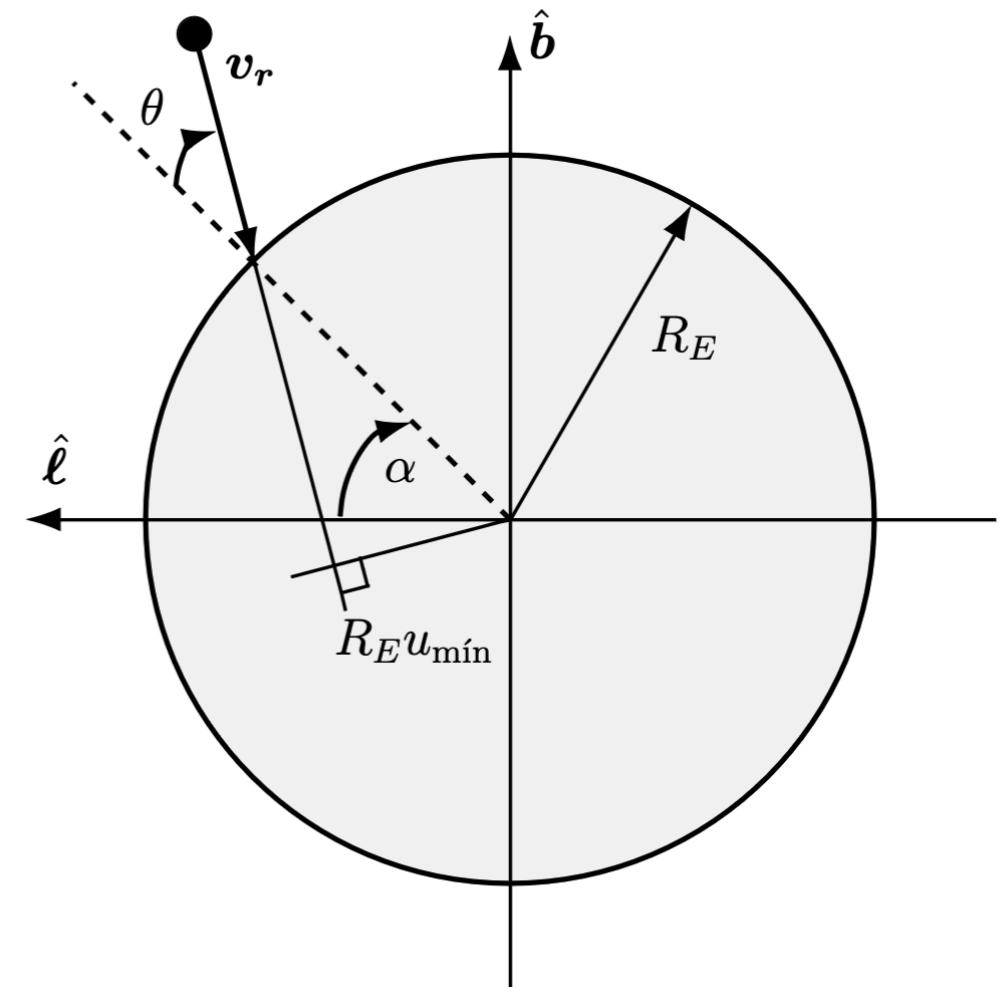
$$d^2v_r = v_r d\theta dv_r$$

densidad de lentes
(número por unidad de volumen)
por unidad de masa

$$\frac{d\Gamma}{dm} = \frac{dn}{dm} \frac{v_r \cos \theta}{v_t} f(\vec{v}_r) d^2v_r dV$$

probabilidad de la velocidad relativa

volumen del “tubo de microlensing”



Tasa de eventos

Monocromaticidad
(única masa)

$$\frac{dn}{dm} = \frac{\rho(x)}{m} \delta(m - M)$$

Elemento de volumen del
“tubo de microlensing”

$$dV = u_T R_E d\alpha dD_{OL}$$

Isotropia de la distribución
de velocidades

$$d^2v_r = v_r d\theta dv_r$$

$$\frac{d\Gamma}{dm} = \frac{dn}{dm} v_r \cos \theta f(\vec{v}_r) d^2v_r dV$$

$$d\Gamma = \frac{\rho(x)}{M} v_r^2 u_T R_E \cos \theta f(v_r) d\theta dv_r d\alpha dD_{OL}$$

Distribución maxwelliana de velocidades: $f(v_r) = \exp\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)$

Tasa de eventos

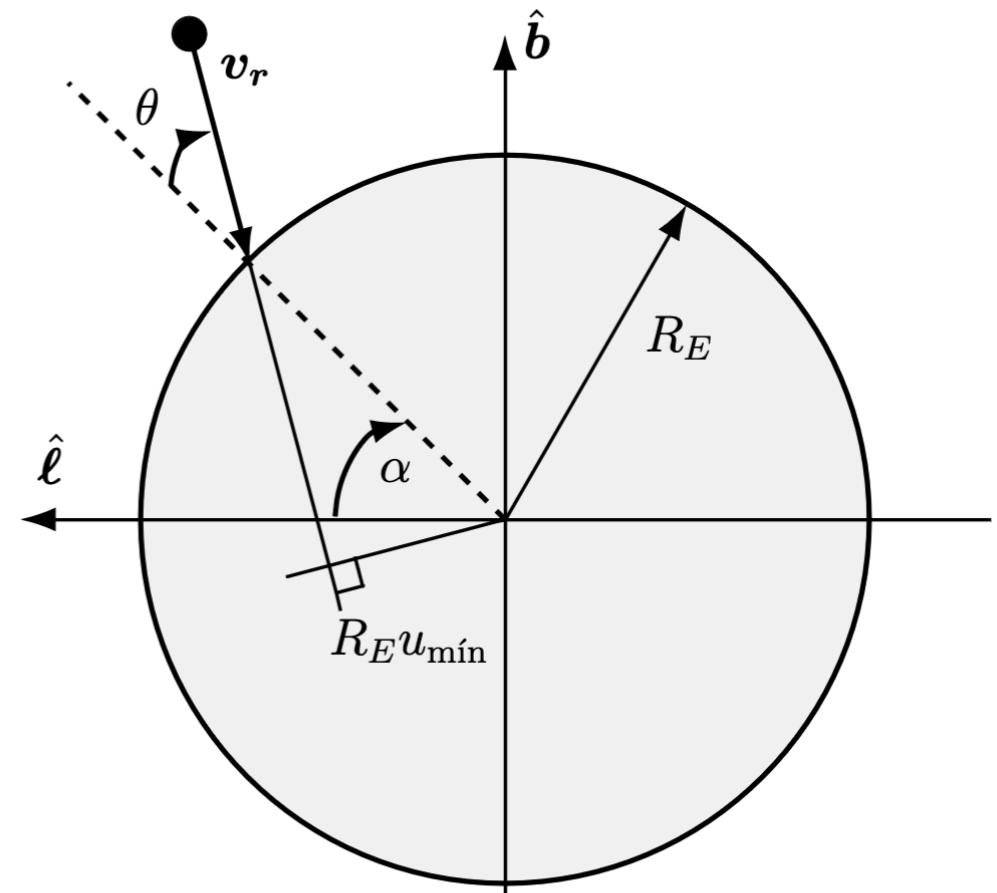
$$d\Gamma = \frac{\rho(x)}{M} v_r^2 u_T R_E \cos \theta f(v_r) d\theta dv_r d\alpha dD_{OL}$$

Distribución maxwelliana de velocidades: $f(v_r) = \exp\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)$

- Como introducir la duración de los eventos?
- Tiempo para cruzar la sección eficaz

$$\hat{t} = \frac{2R_E u_T \cos(\theta)}{v_r}$$

Observación: a veces se llama a esa cantidad de “Einstein crossing time”. No confundir con el tiempo de Einstein como estamos definiendo en este curso.



Tasa de eventos

$$d\Gamma = \frac{\rho(x)}{M} v_r^2 u_T R_E \cos \theta f(v_r) d\theta dv_r d\alpha dD_{OL}$$

Distribución maxwelliana de velocidades: $f(v_r) = \exp\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)$

$$\hat{t} = \frac{2R_E u_T \cos(\theta)}{v_r}$$

- Finalmente, la tasa de eventos será dada por

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}} = \int_0^\infty dv_r \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{D_s} dD_{OL} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \frac{\rho(D_{OL})}{M} v_r^2 \cos \theta u_T R_E e^{\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)} \delta\left(\hat{t} - \frac{2R_E u_T \cos(\theta)}{v_r}\right)$$

- Modelos de la distribución de materia oscura

Esfera isotérmica suavizada

Navarro-Frenk-White

$$\rho_{isot}(R) = \rho_\odot \frac{R_{Sol}^2 + R_C^2}{R_C^2 + R^2}$$

$$\rho_{NFW}(R) = \frac{\rho_0}{\frac{R}{R_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}$$

Tasa de eventos

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}} = \int_0^\infty dv_r \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{D_S} dD_{OL} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \frac{\rho(D_{OL})}{M} v_r^2 \cos \theta u_T R_E e^{\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)} \delta \left(\hat{t} - \frac{2R_E u_T \cos(\theta)}{v_r} \right)$$

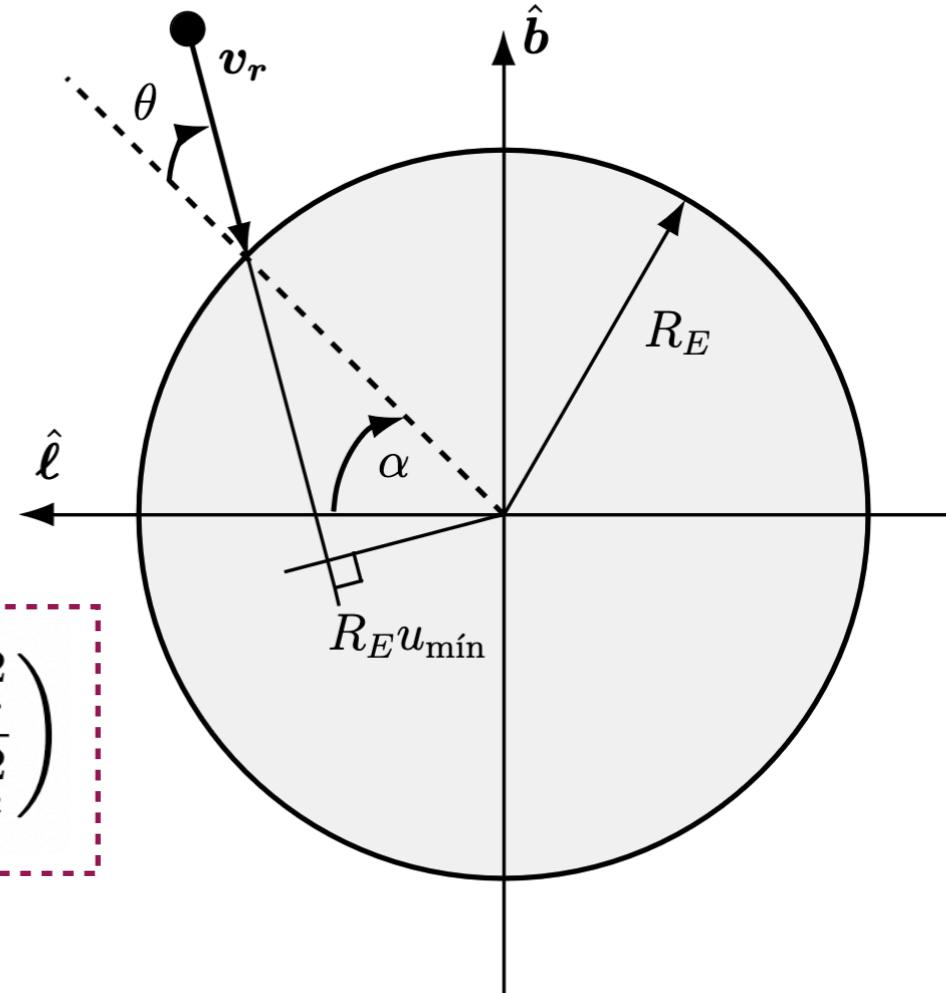
$[d\Gamma/d\hat{t}] = [\text{eventos/día/día}]$

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}} = \int_0^{D_S} dD_{OL} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \frac{\rho(D_{OL})}{M} v_r^4 \cos \theta u_T R_E \exp \left(-\frac{v_r^2}{v_c^2} \right)$$

- Cambiando de variables

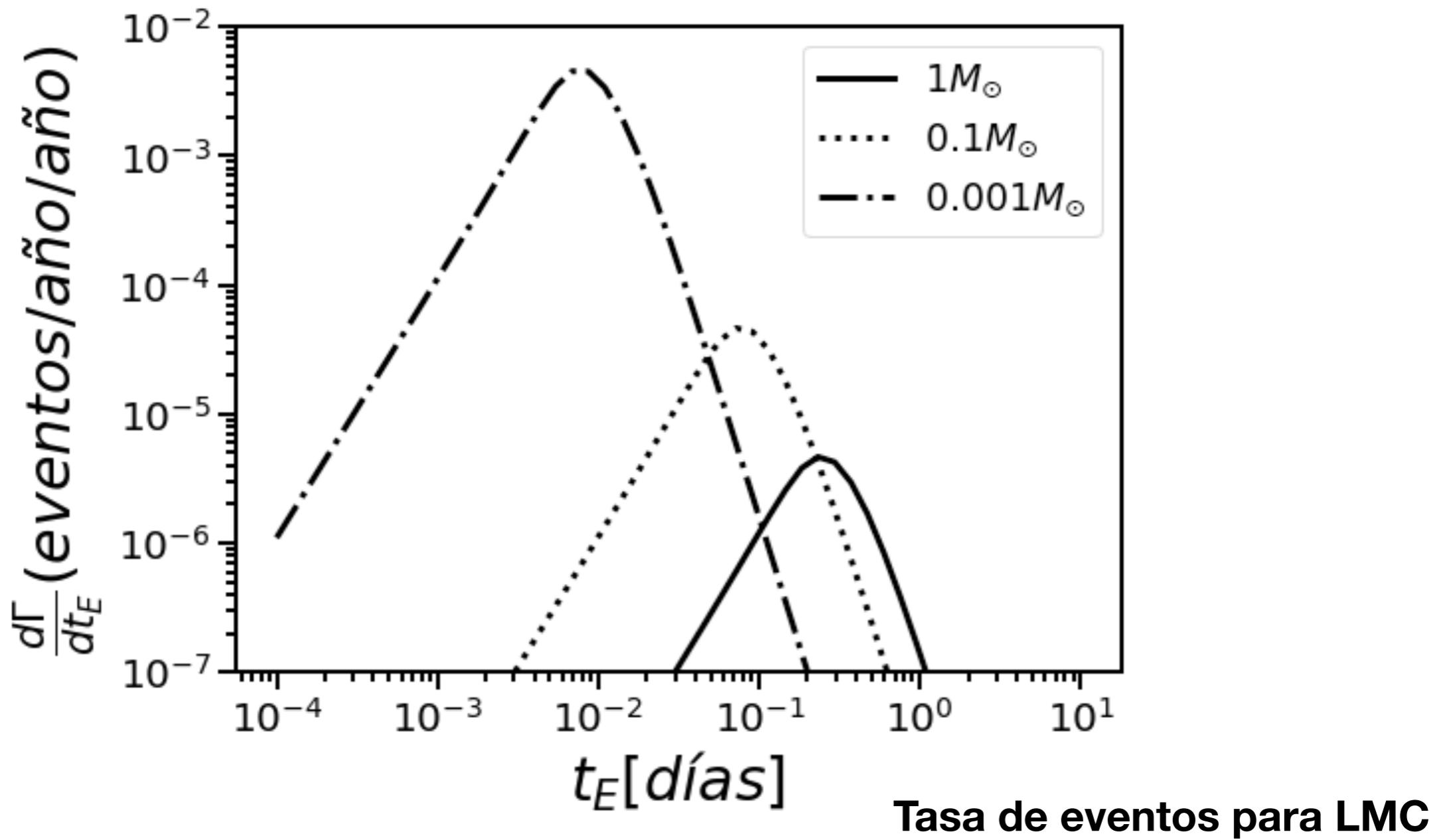
$$u_{\min} = u_T \sin(\theta) \quad d\theta = \frac{du_{\min}}{\sqrt{u_T^2 - u_{\min}^2}}$$

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}} = \int_0^{D_S} dD_{OL} \int_0^{u_T} \frac{du_{\min}}{\sqrt{u_T^2 - u_{\min}^2}} \frac{\rho(D_{OL})}{M} v_r^4 \exp \left(-\frac{v_r^2}{v_c^2} \right)$$



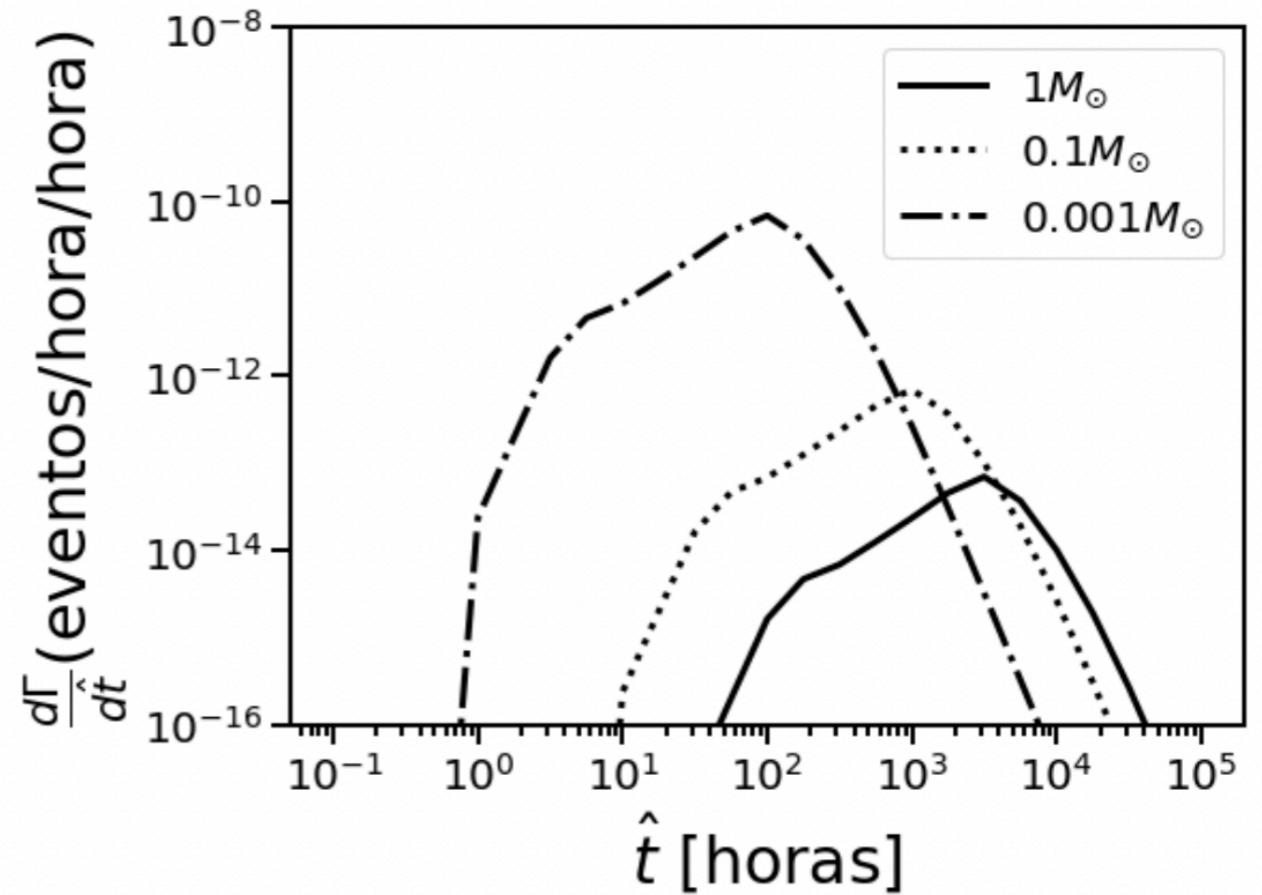
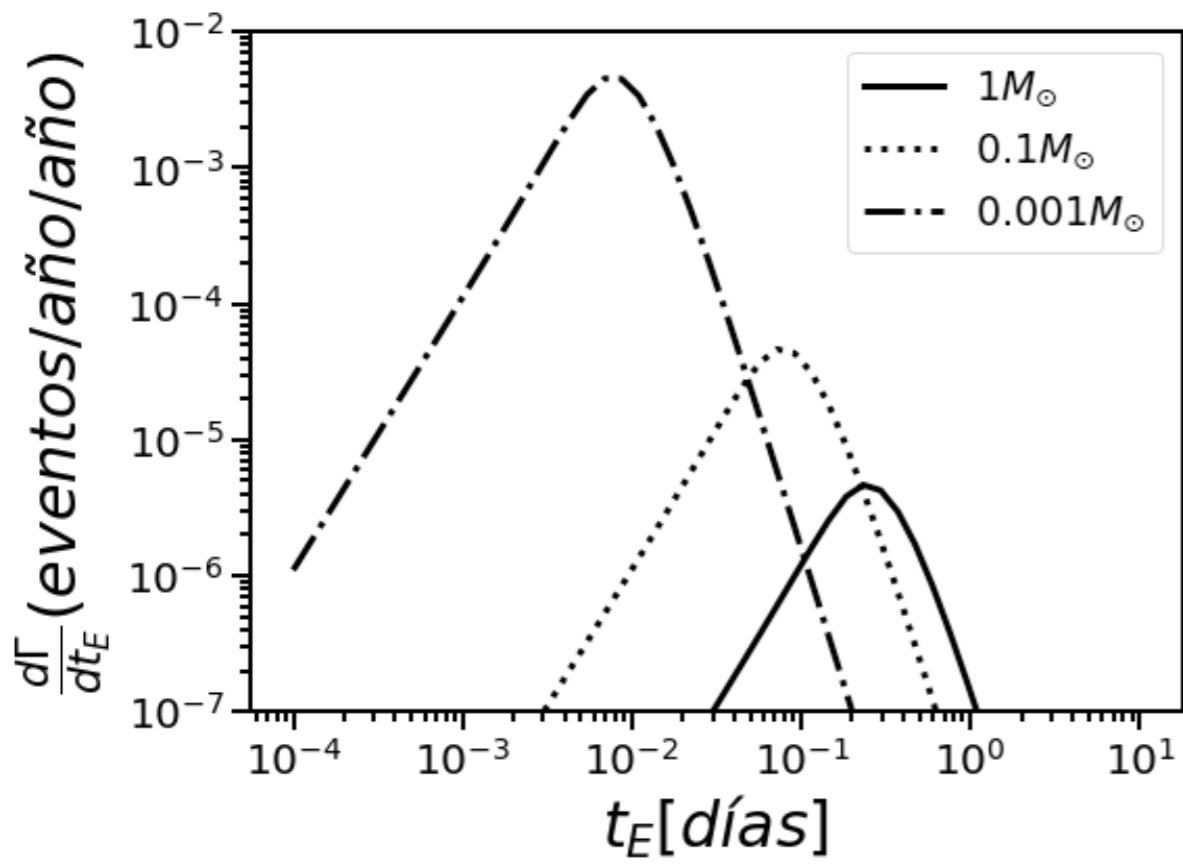
Tasa de eventos

$$\frac{d\Gamma}{d\hat{t}} = \int_0^{D_S} dD_{OL} \int_0^{u_T} \frac{du_{\min}}{\sqrt{u_T^2 - u_{\min}^2}} \frac{\rho(D_{OL})}{M} v_r^4 \exp\left(-\frac{v_r^2}{v_c^2}\right)$$

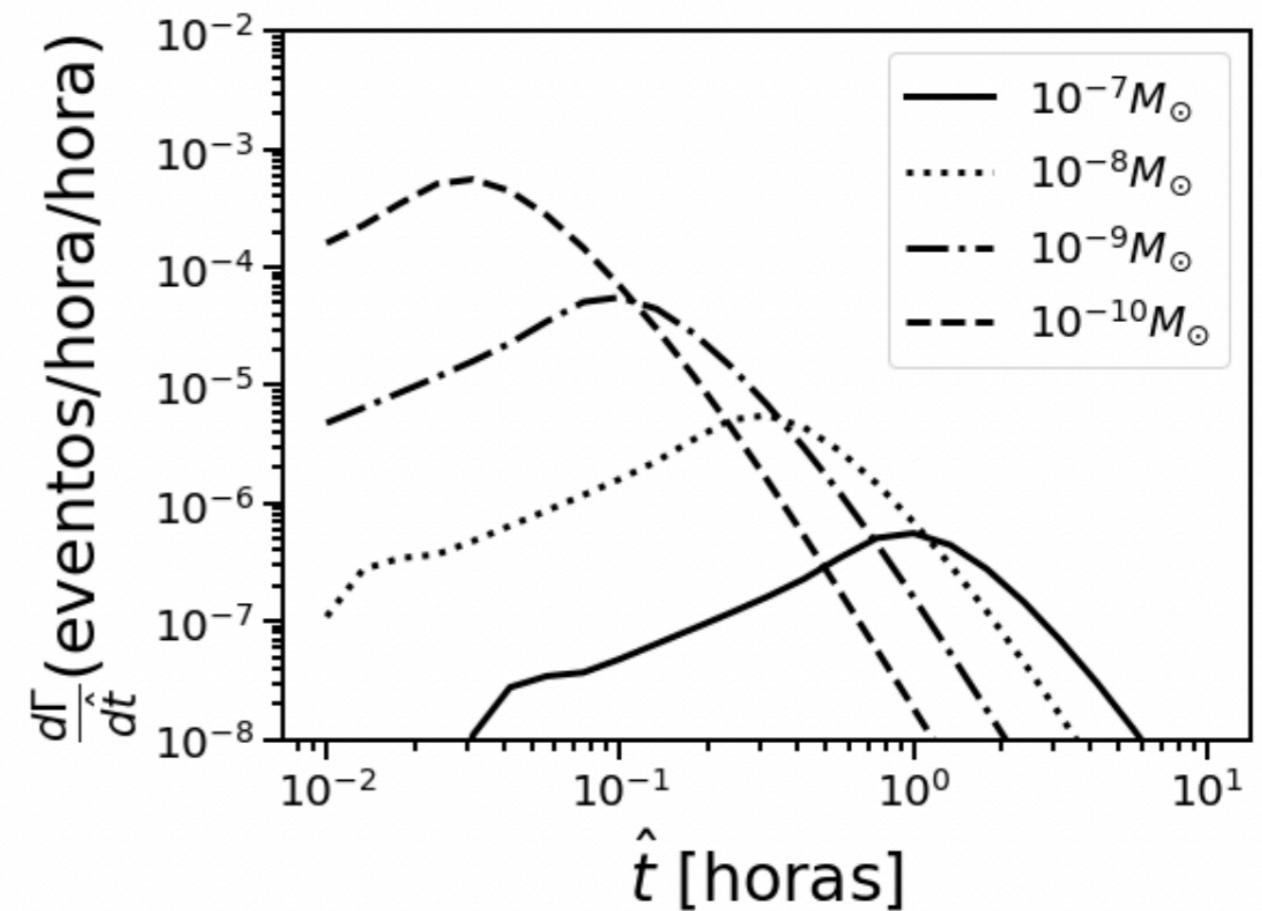
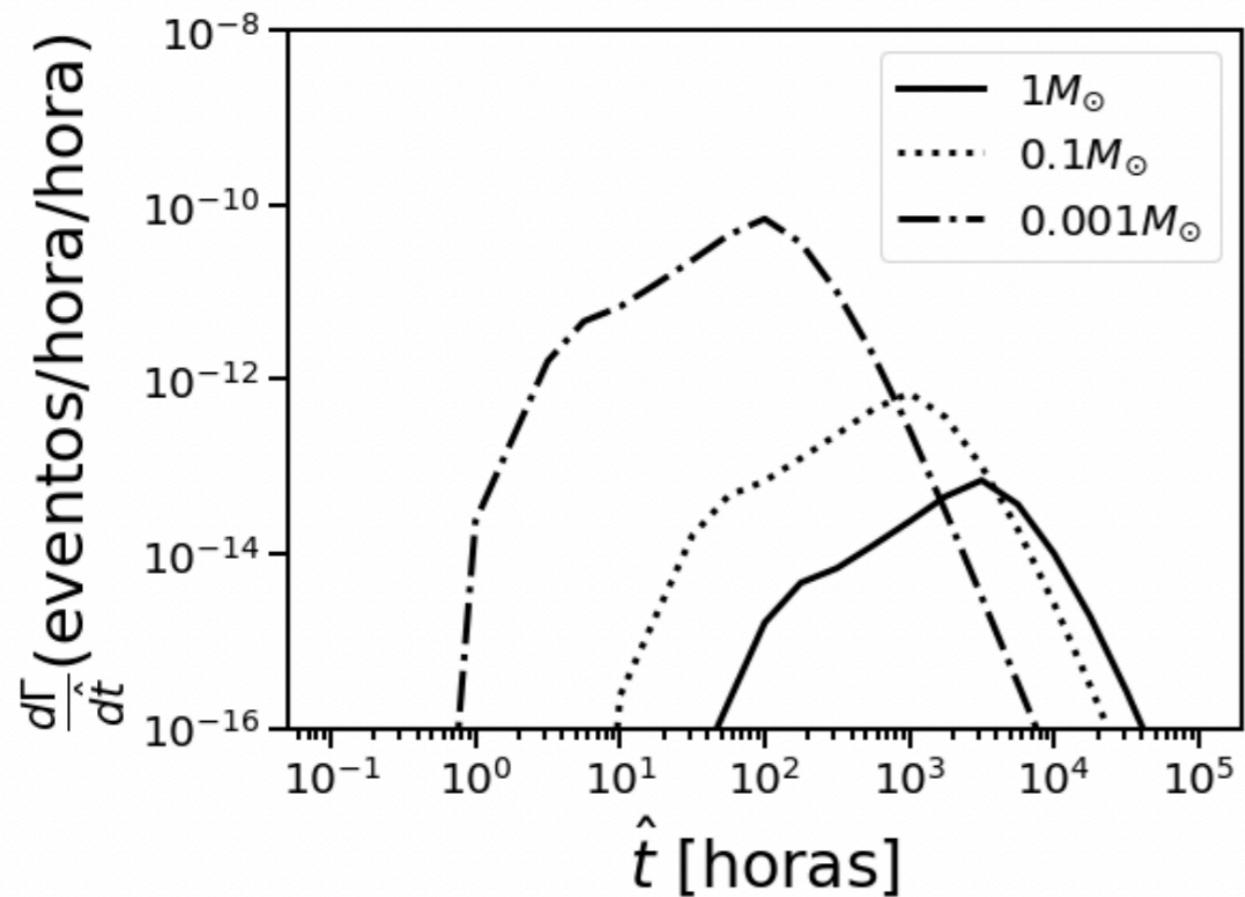


Tasa de eventos

LMC x M31



Tasa de eventos hacia M31

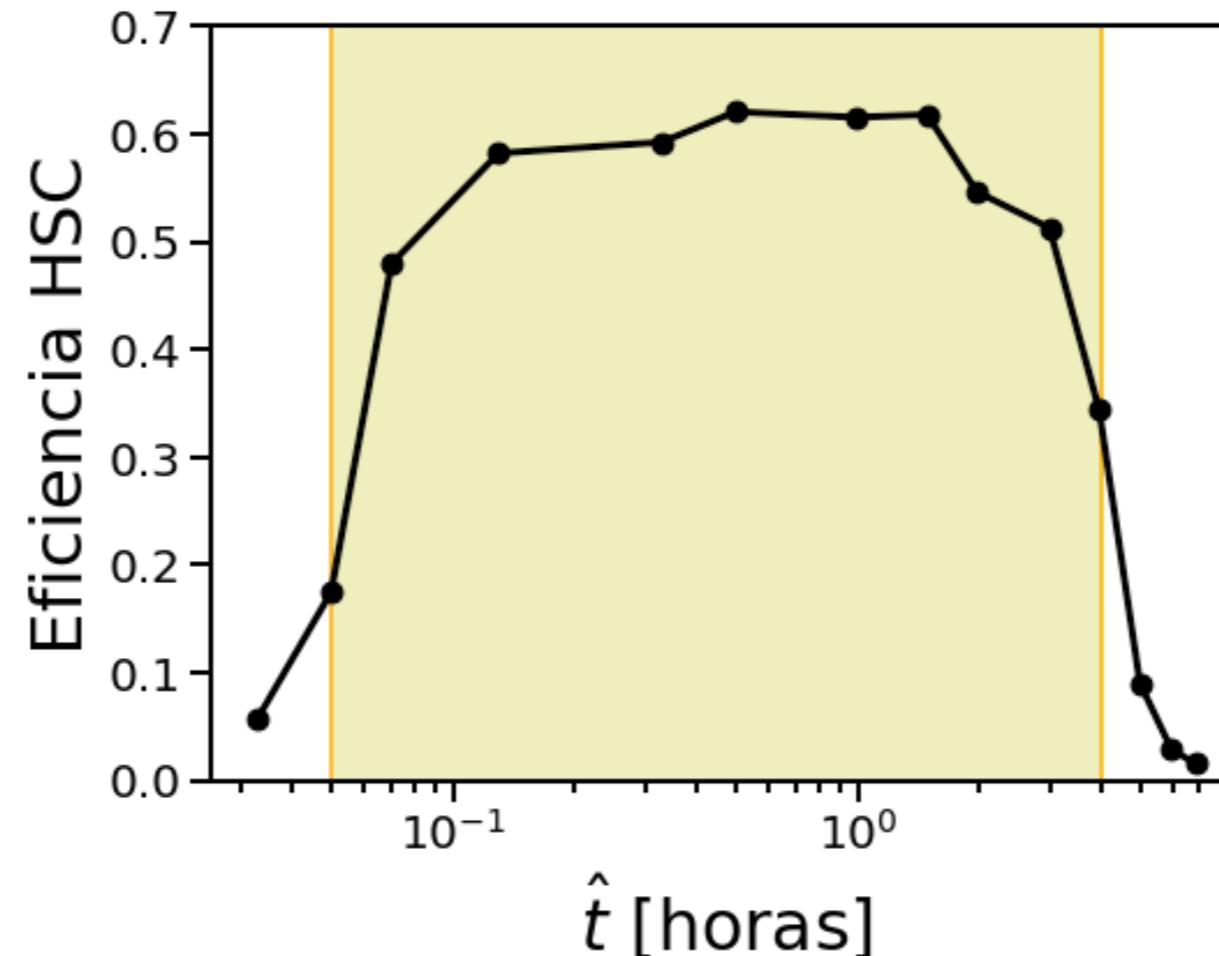


Número esperado de eventos

$$N_{exp} = E \int_0^{\infty} \frac{d\Gamma}{d\hat{t}} d\hat{t}$$
$$E = N_{\text{estrellas}} \times T_{\text{observación}}$$

Ejemplos: $E_{LMC} = 10^7$ estrellas-años $E_{HSC} = 7,0 \times 10^4$ estrellas-años

- **Eficiencia:** fracción que se detecta para cada tiempo característico



Número esperado de eventos

$$N_{exp} = E \int_0^\infty \frac{d\Gamma}{d\hat{t}} d\hat{t}$$

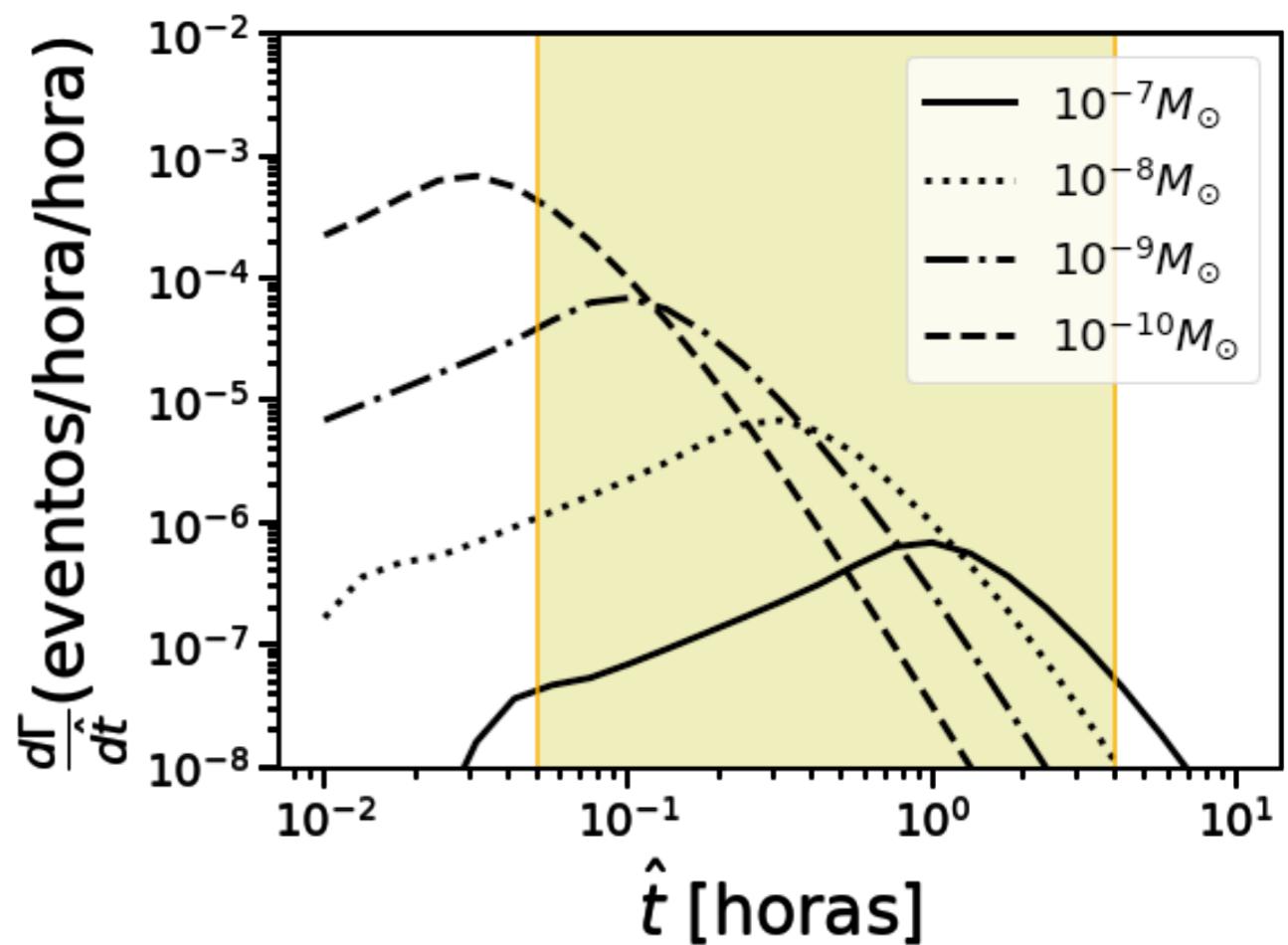
$$E = N_{\text{estrellas}} \times T_{\text{observación}}$$

Ejemplos: $E_{LMC} = 10^7$ estrellas-años

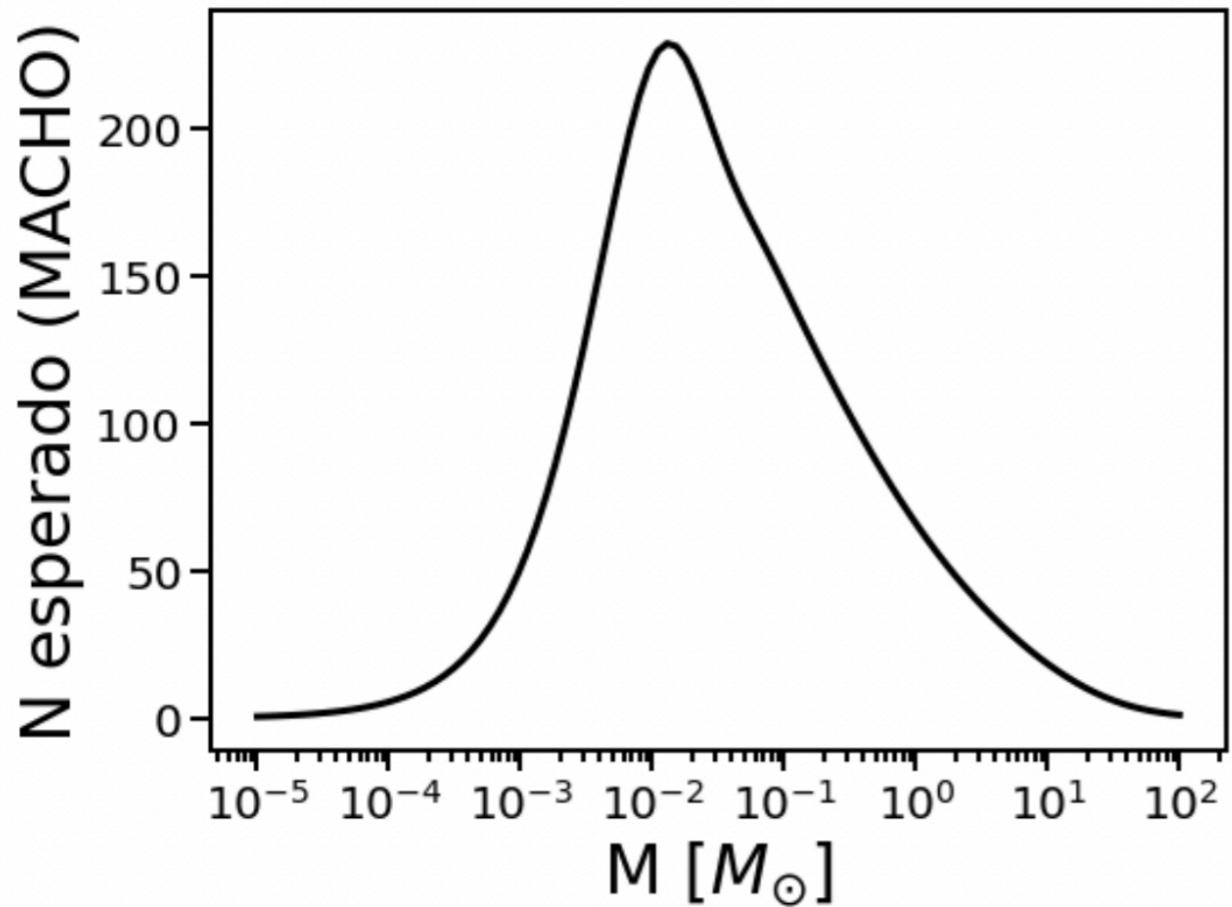
$E_{HSC} = 7,0 \times 10^4$ estrellas-años

- **Eficiencia:** fracción que se detecta para cada tiempo característico

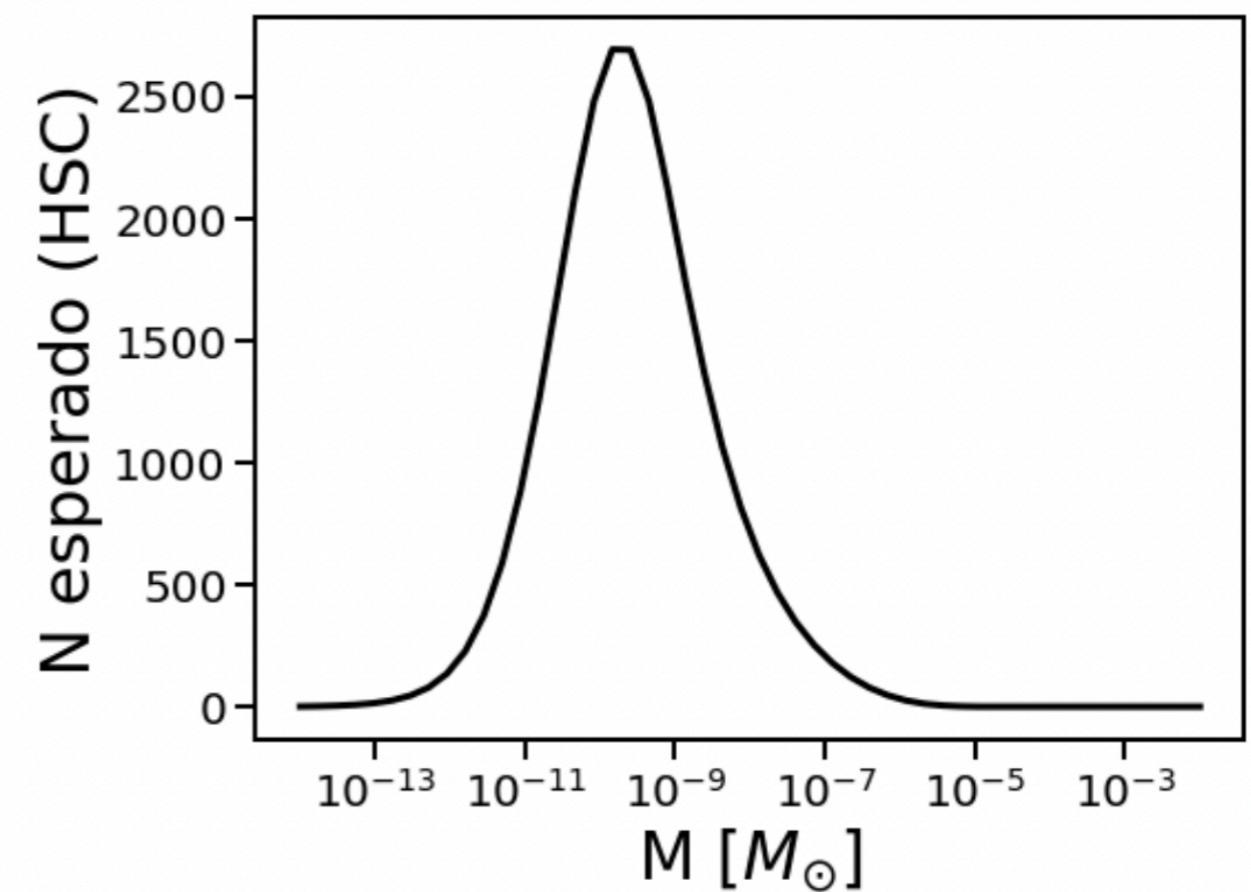
$$N_{exp} = E \int_0^\infty \mathcal{E}(\hat{t}) \frac{d\Gamma}{d\hat{t}} d\hat{t}$$



Número esperado de eventos



(a) Número esperado de eventos de la colaboración *MACHO*, con su eficiencia y la exposición asociada al primer año de observaciones.



(b) Número esperado de eventos para *M31*, con la eficiencia y la exposición de *HSC*.

Expectativa x observación

- Conteo de eventos sigue estadística de Poisson

$$P(N_{obs}|N_{exp}) = \frac{(N_{exp})^{N_{obs}}}{N_{obs}!} e^{-N_{exp}}$$

- Dados N eventos observados, ¿en qué rango limito mi modelo dentro de una cierta probabilidad?
- Ejemplo 95% de nivel de confianza

$$\sum_{k=0}^{N_{obs}} P(k|N_{exp}) < 0,05$$

Expectativa x observación

- ¿Y si el número es significativamente menor al esperado?

$$N_{exp} = f_{DM} N_{exp}^{TOTAL} \quad f_{DM} = \frac{\Omega_{DCO}}{\Omega_{DM}}$$

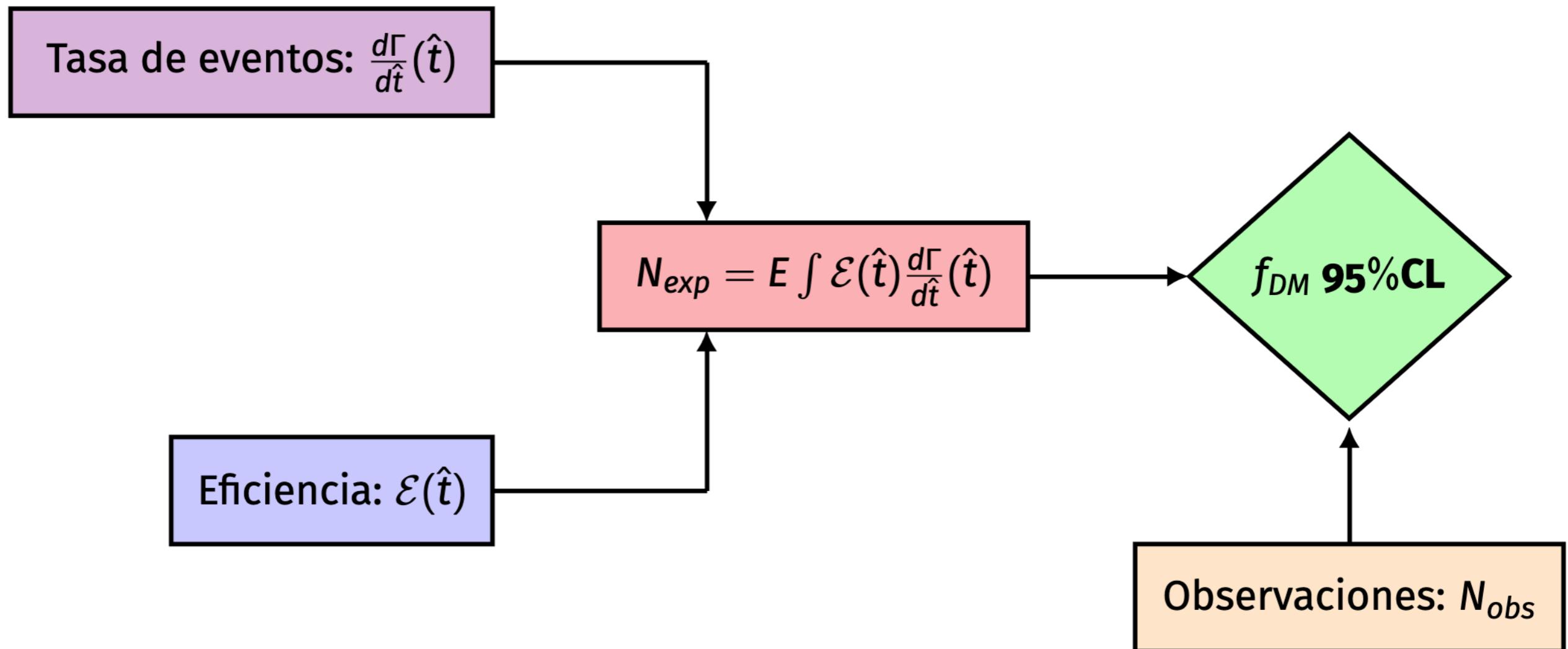
- Ningún evento observado

$$P(0|N_{exp}) = e^{-f_{DM} N_{exp}^{TOTAL}}$$

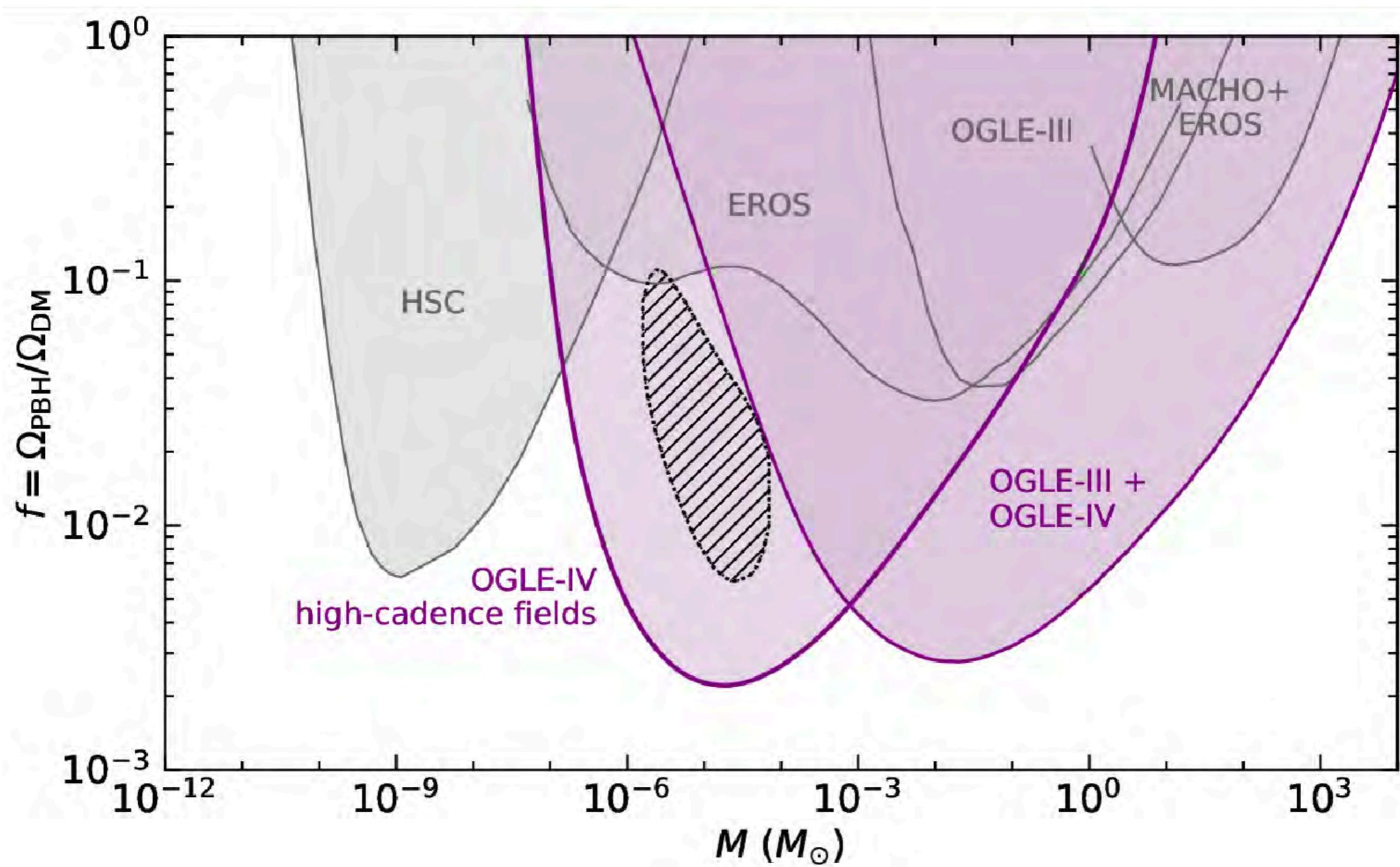
- Excluye $N_{exp} > 3$ en 95% C.L

$$f_{95CL} = \frac{-\ln(0,05)}{N_{exp}^{TOTAL}} \approx \frac{3,0}{N_{exp}^{TOTAL}}$$

Resumen

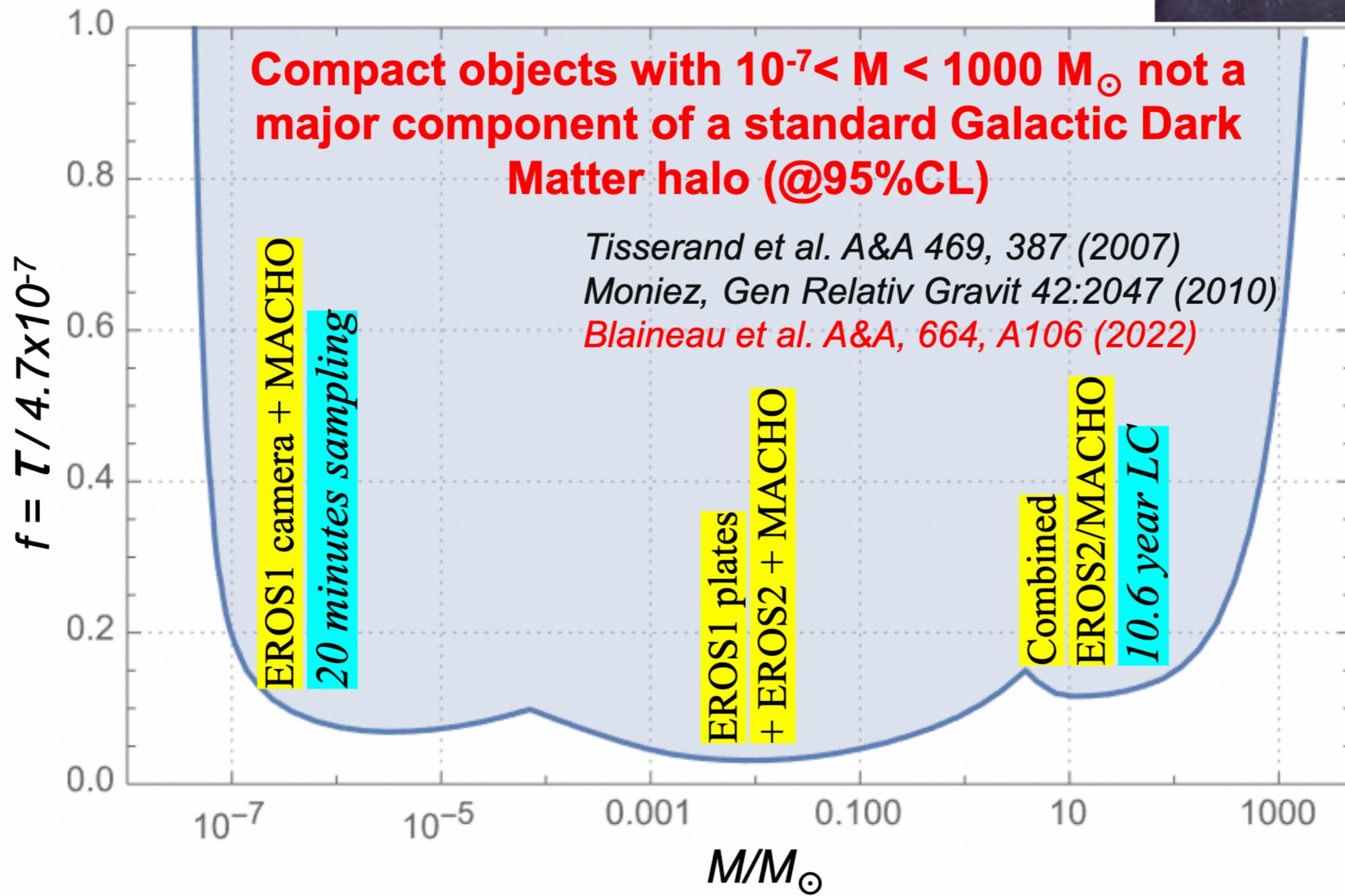


Límites en la abundancia de Materia Oscura



EROS combined results in dark matter

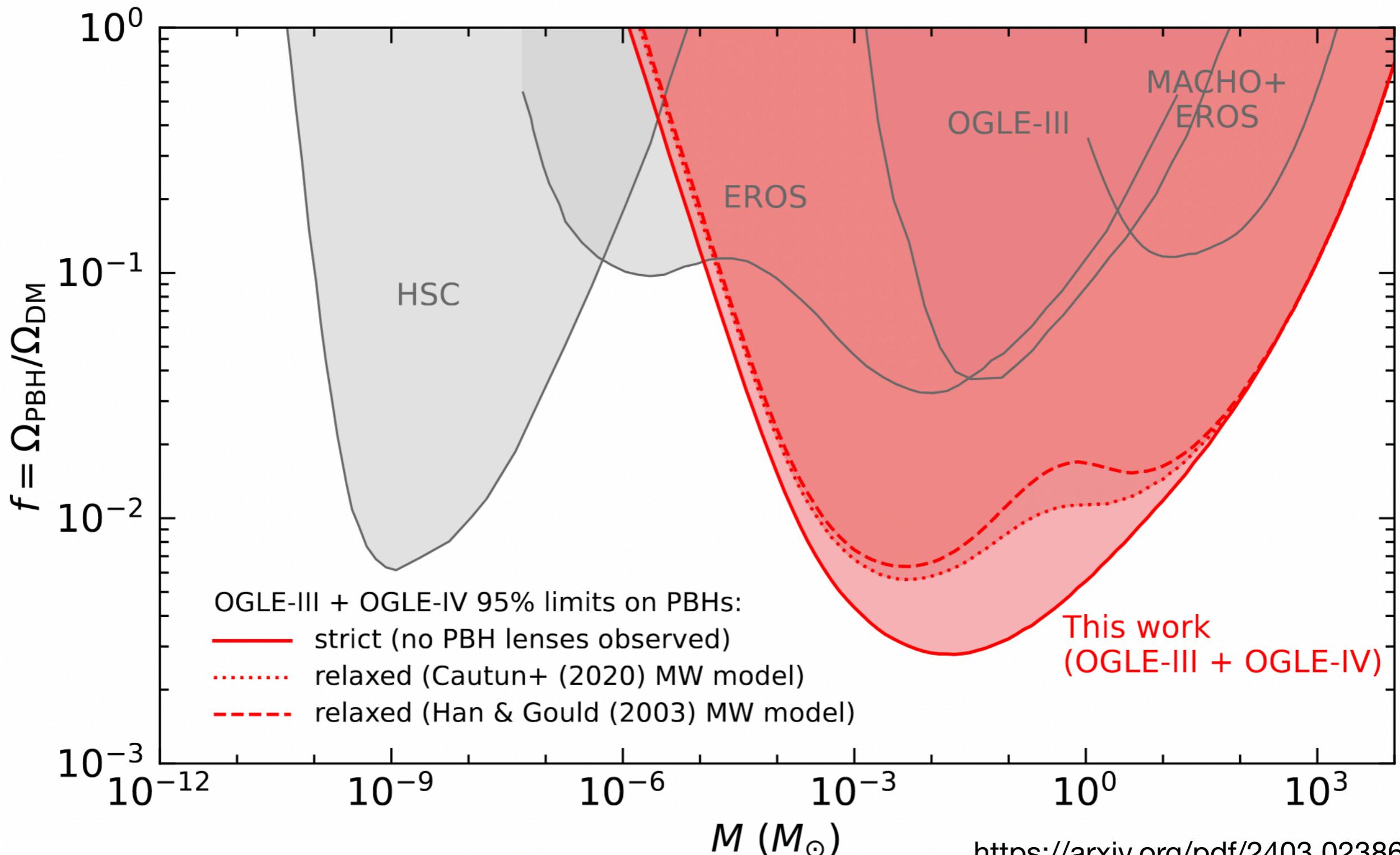
(1) Galactic halo: all data + combine EROS+MACHO toward LMC



Límites actuales

No massive black holes in the Milky Way halo

[Nature](https://www.nature.com/articles/s41586-024-07704-6) volume 632, pages 749–751 (2024), <https://www.nature.com/articles/s41586-024-07704-6>





Microlensing Optical Depth and Event Rate toward the Large Magellanic Cloud Based on 20 yr of OGLE Observations

Przemek Mróz¹ , Andrzej Udalski¹ , Michał K. Szymański¹ , Mateusz Kapusta¹, Igor Soszyński¹ , Łukasz Wyrzykowski¹ , Paweł Pietrukowicz¹ , Szymon Kozłowski¹ , Radosław Poleski¹ , Jan Skowron¹ , Dorota Skowron¹ , Krzysztof Ulaczyk^{1,2} , Mariusz Gromadzki¹ , Krzysztof Rybicki^{1,3} , Patryk Iwanek¹ , Marcin Wrona¹ , and Milena Ratajczak¹ 

¹ Astronomical Observatory, University of Warsaw, Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland; pmroz@astrouw.edu.pl

² Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK

³ Department of Particle Physics and Astrophysics, Weizmann Institute of Science, Rehovot 76100, Israel

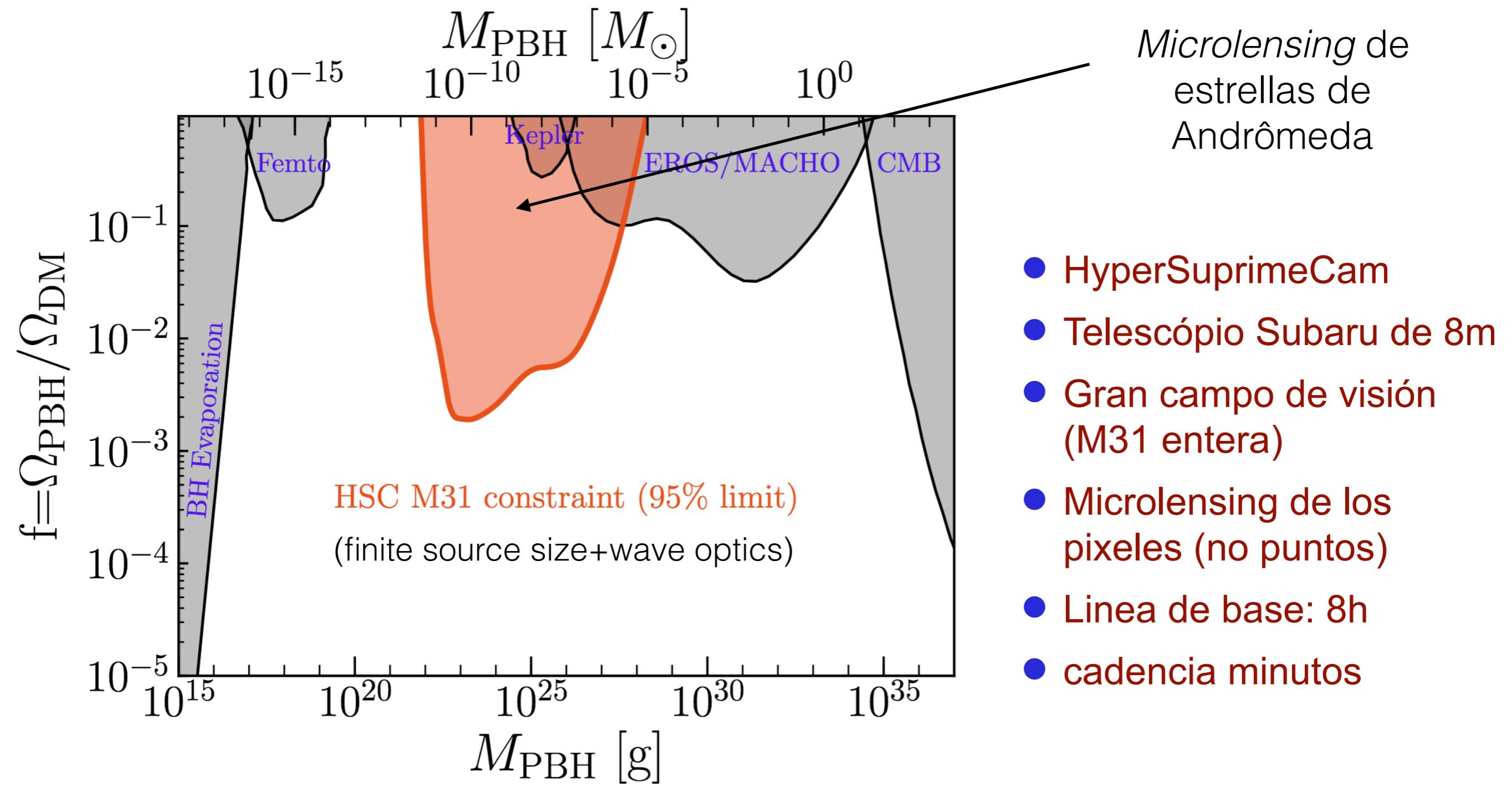
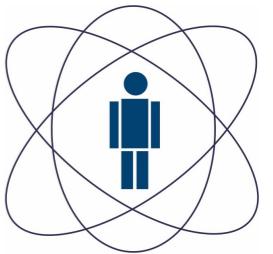
Received 2024 March 3; revised 2024 April 22; accepted 2024 April 22; published 2024 June 24

Abstract

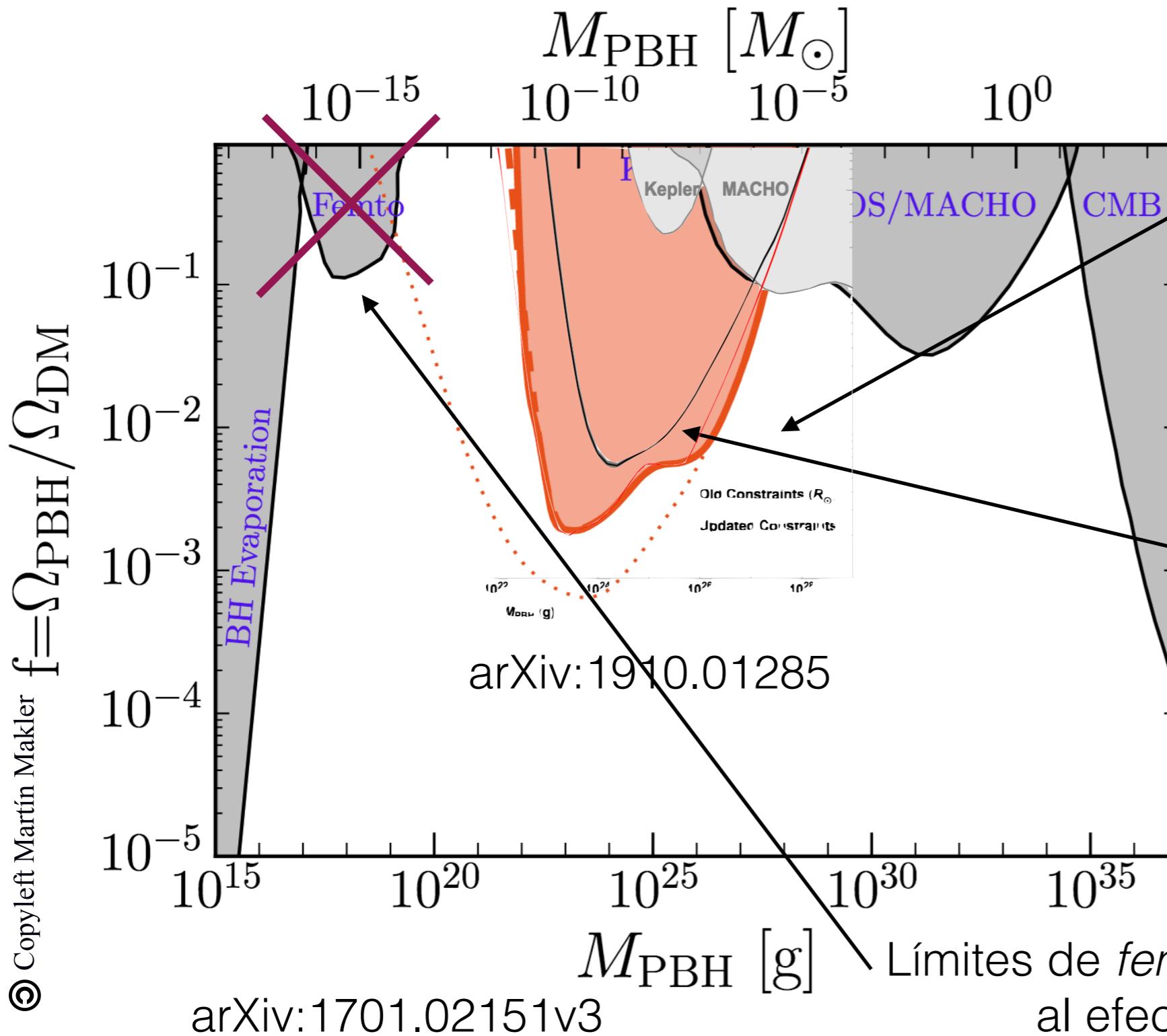
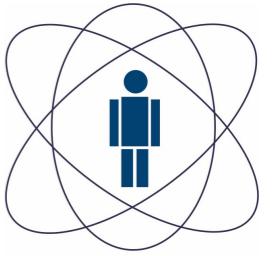
Measurements of the microlensing optical depth and event rate toward the Large Magellanic Cloud (LMC) can be used to probe the distribution and mass function of compact objects in the direction toward that galaxy—in the Milky Way disk, the Milky Way dark matter halo, and the LMC itself. The previous measurements, based on small statistical samples of events, found that the optical depth is an order of magnitude smaller than that expected from the entire dark matter halo in the form of compact objects. However, these previous studies were not sensitive to long-duration events with Einstein timescales longer than 2.5–3 yr, which are expected from massive ($10\text{--}100 M_{\odot}$) and intermediate-mass ($10^2\text{--}10^5 M_{\odot}$) black holes. Such events would have been missed by the previous studies and would not have been taken into account in calculations of the optical depth. Here, we present the analysis of nearly 20 yr long photometric monitoring of 78.7 million stars in the LMC by the Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE) from 2001 through 2020. We describe the observing setup, the construction of the 20 yr OGLE data set, the methods used for searching for microlensing events in the light-curve data, and the calculation of the event detection efficiency. In total, we find 16 microlensing events (13 using an automated pipeline and three with manual searches), all of which have timescales shorter than 1 yr. We use a sample of 13 events to measure the microlensing optical depth toward the LMC $\tau = (0.121 \pm 0.037) \times 10^{-7}$ and the event rate $\Gamma = (0.74 \pm 0.25) \times 10^{-7} \text{ yr}^{-1} \text{ star}^{-1}$. These numbers are consistent with lensing by stars in the Milky Way disk and the LMC itself, and they demonstrate that massive and intermediate-mass black holes cannot comprise a significant fraction of the dark matter.

Microlensing en M31

Resultados en M31



Límites de materia oscura en objetos compactos



Considerando el efecto de fuente finita y óptica ondulatória, el límite es menos restrictivo

Considerando una distribución realista de la dimensión de las estrellas, el límite se vuelve aún menos restrictivo

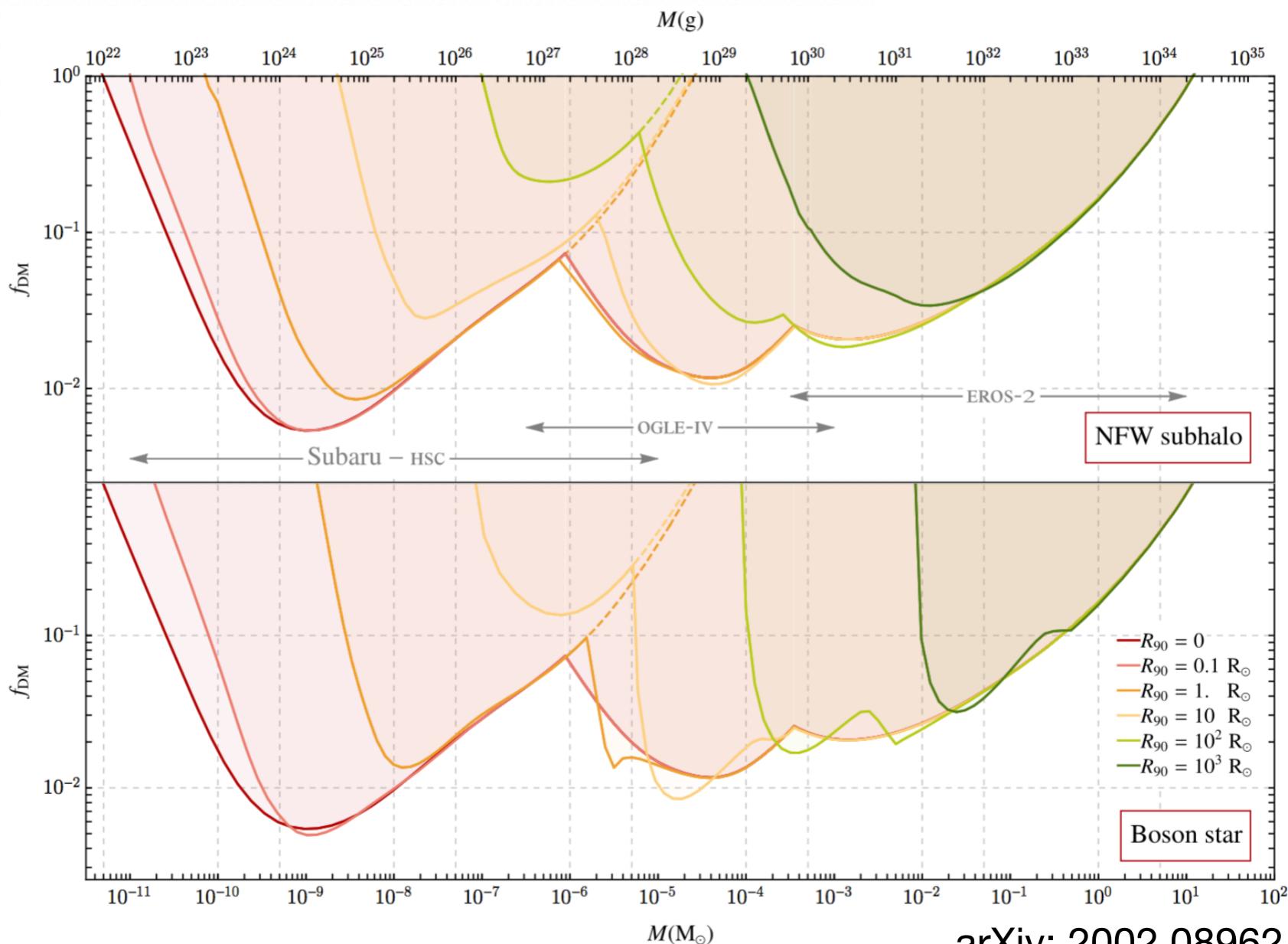
Otros modelos de lentes

Límites por microlensing en matéria oscura extendida

Gravitational microlensing by dark matter in extended structures

Djuna Croon, David McKeen, and Nirmal Raj
Phys. Rev. D **101**, 083013 – Published 8 April 2020

- Matéria oscura en la forma de objetos condensados
 - agujeros negros primordiales
 - estrellas de bosones
 - micro-halos de materia oscura

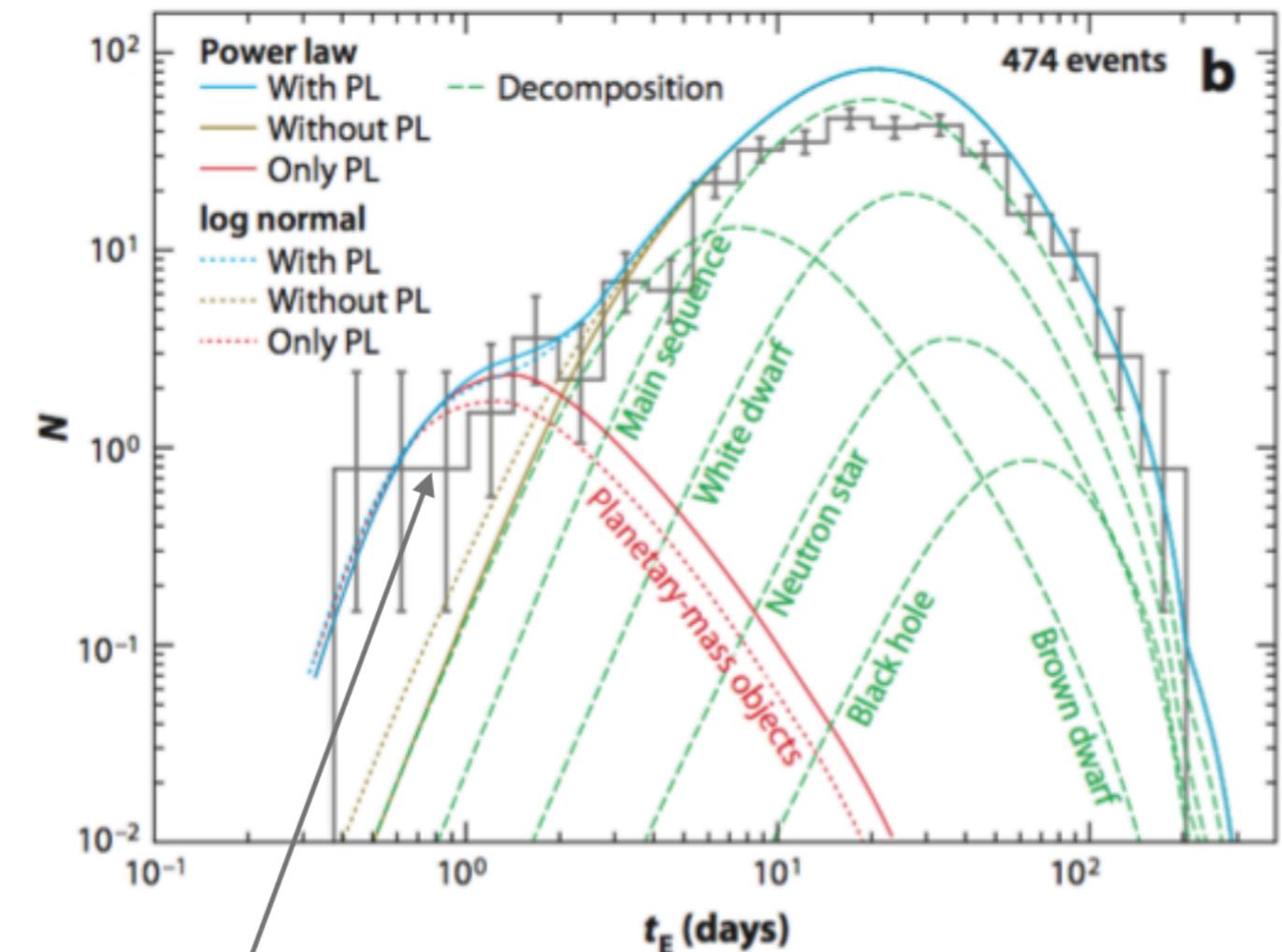
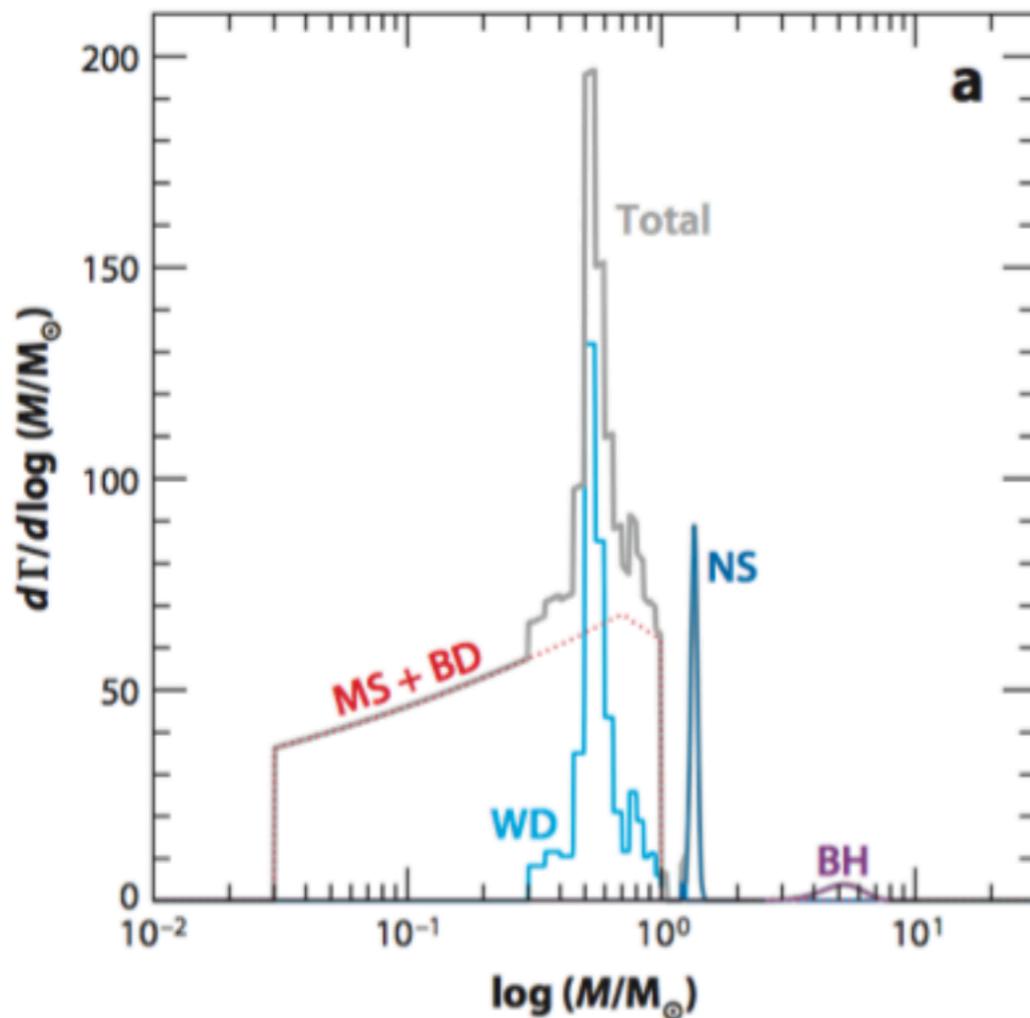


Ver también: *Repository for extended dark matter object constraints*,

Djuna Croon, Sergio Sevillano Muñoz, arXiv:2407.02573

Otras poblaciones de lentes

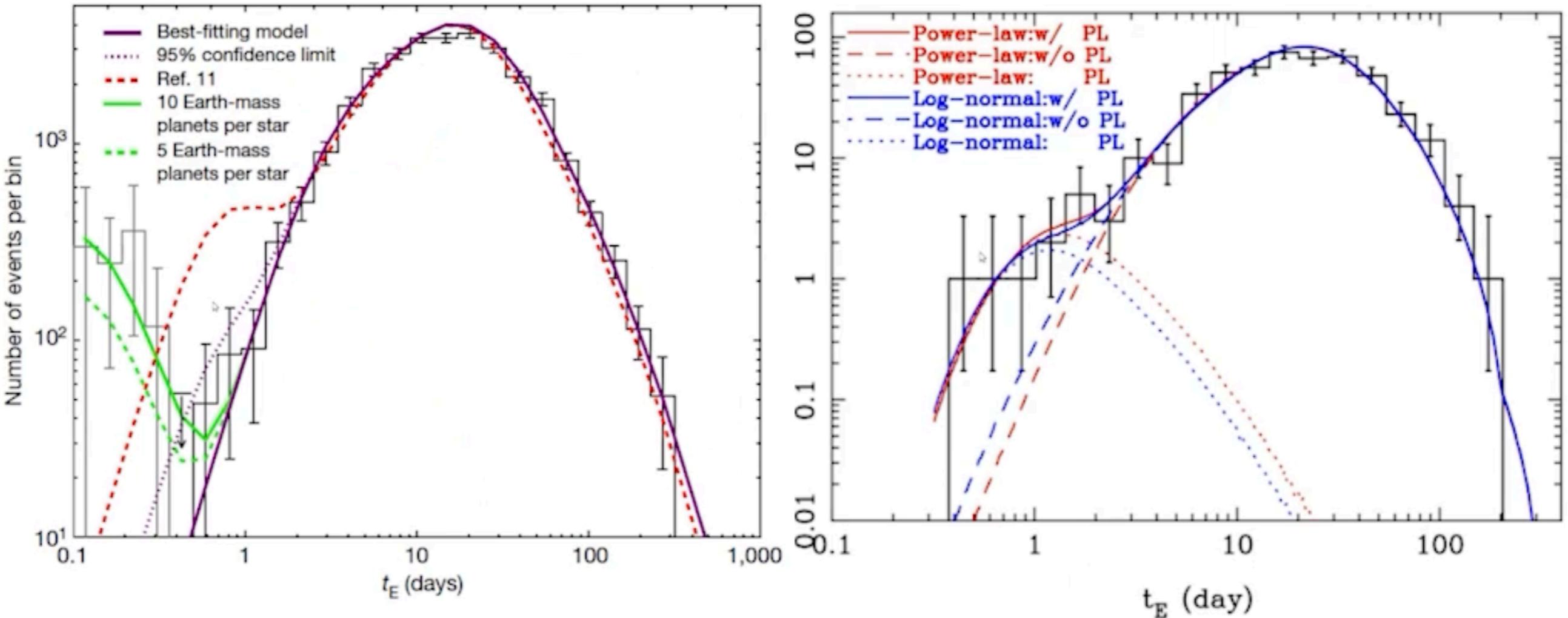
Gaudi, 2012, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 50, 411



Theoretical estimate of the rate of microlensing events towards the galactic bulge

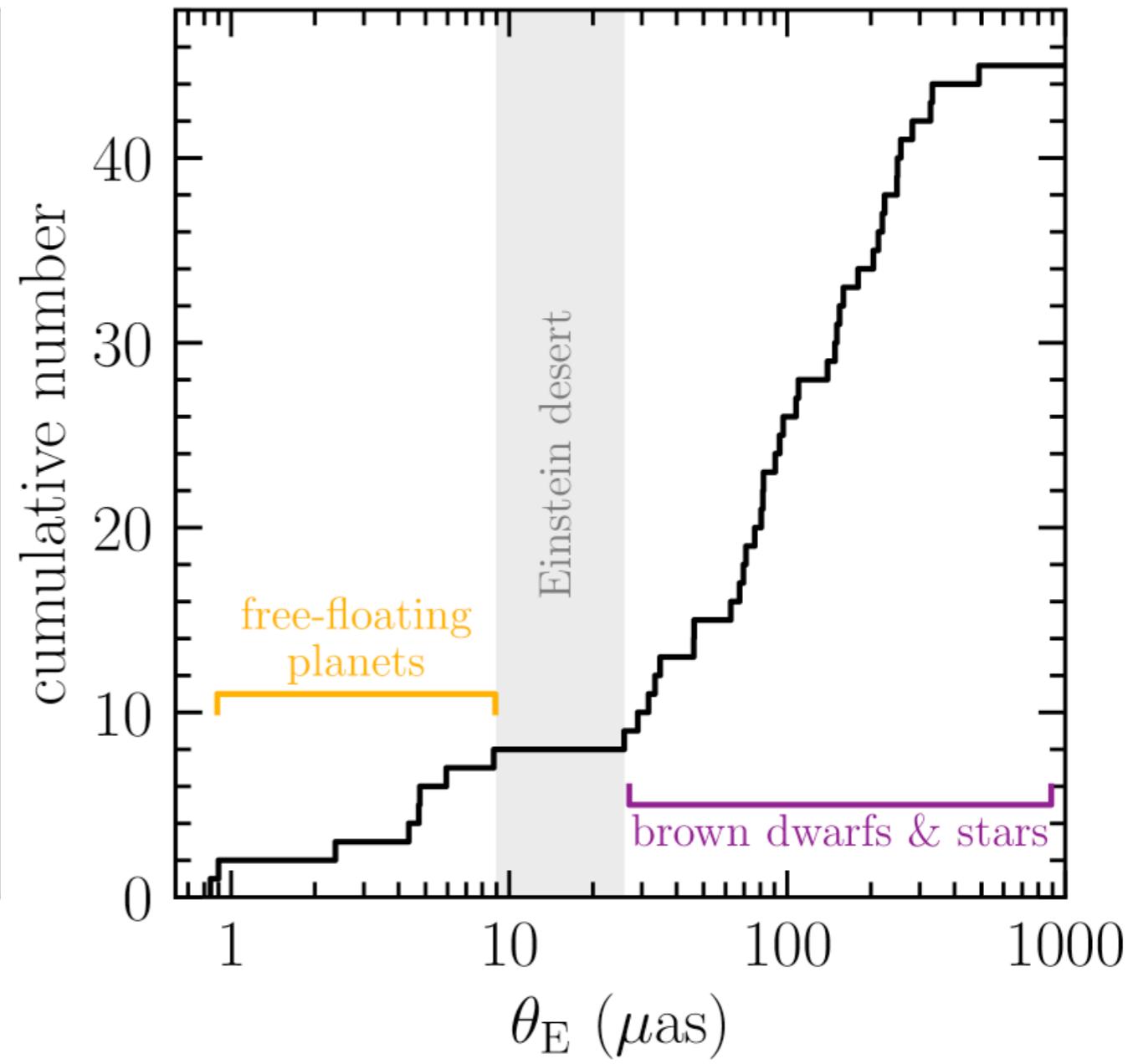
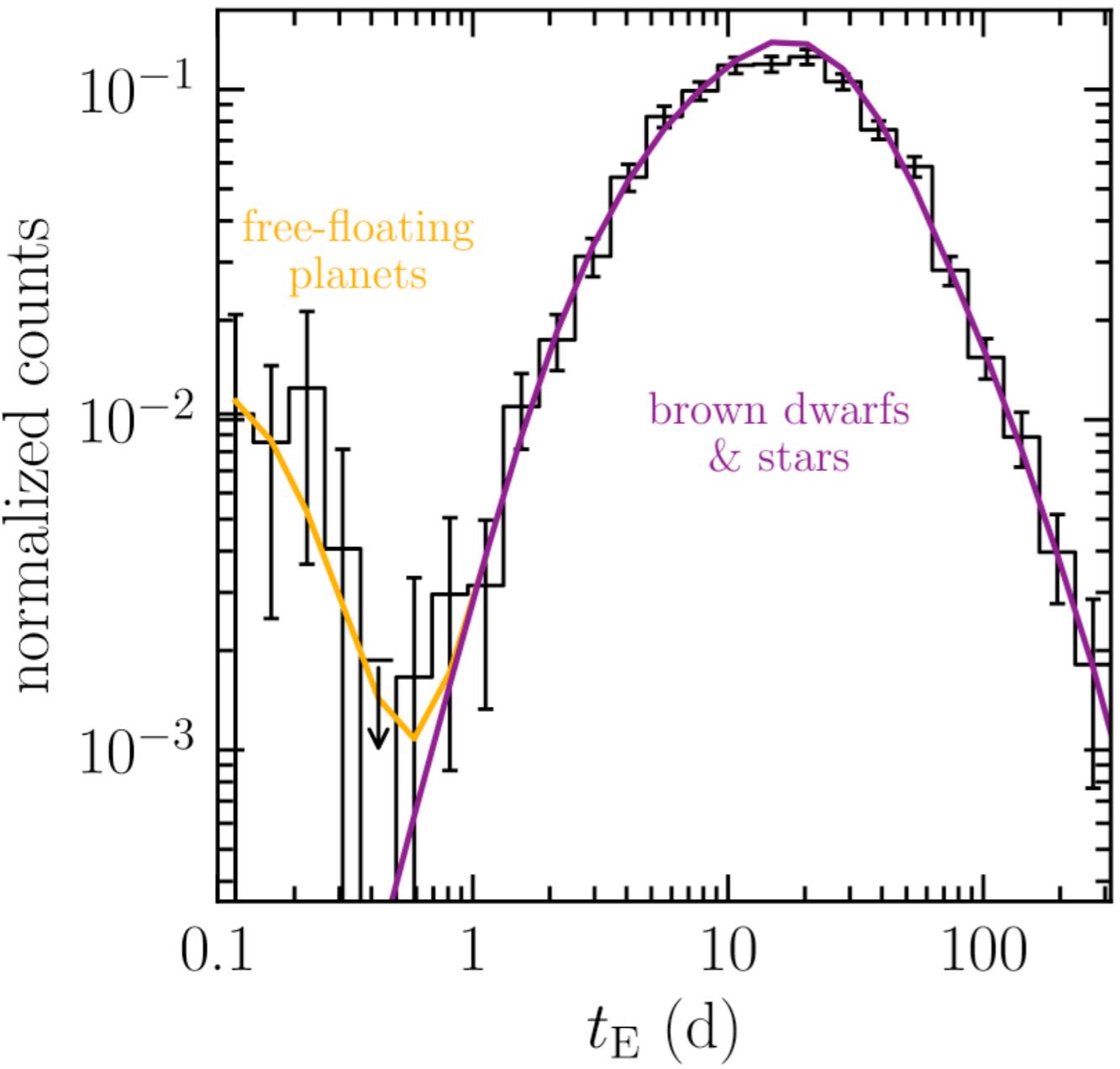
Distribution of microlensing event timescales observed by the MOA collaboration (2006-2007)

Exceso de eventos por planetas?



Mróz et al. (2017)

No hay exceso? Hay exceso para masas menores?

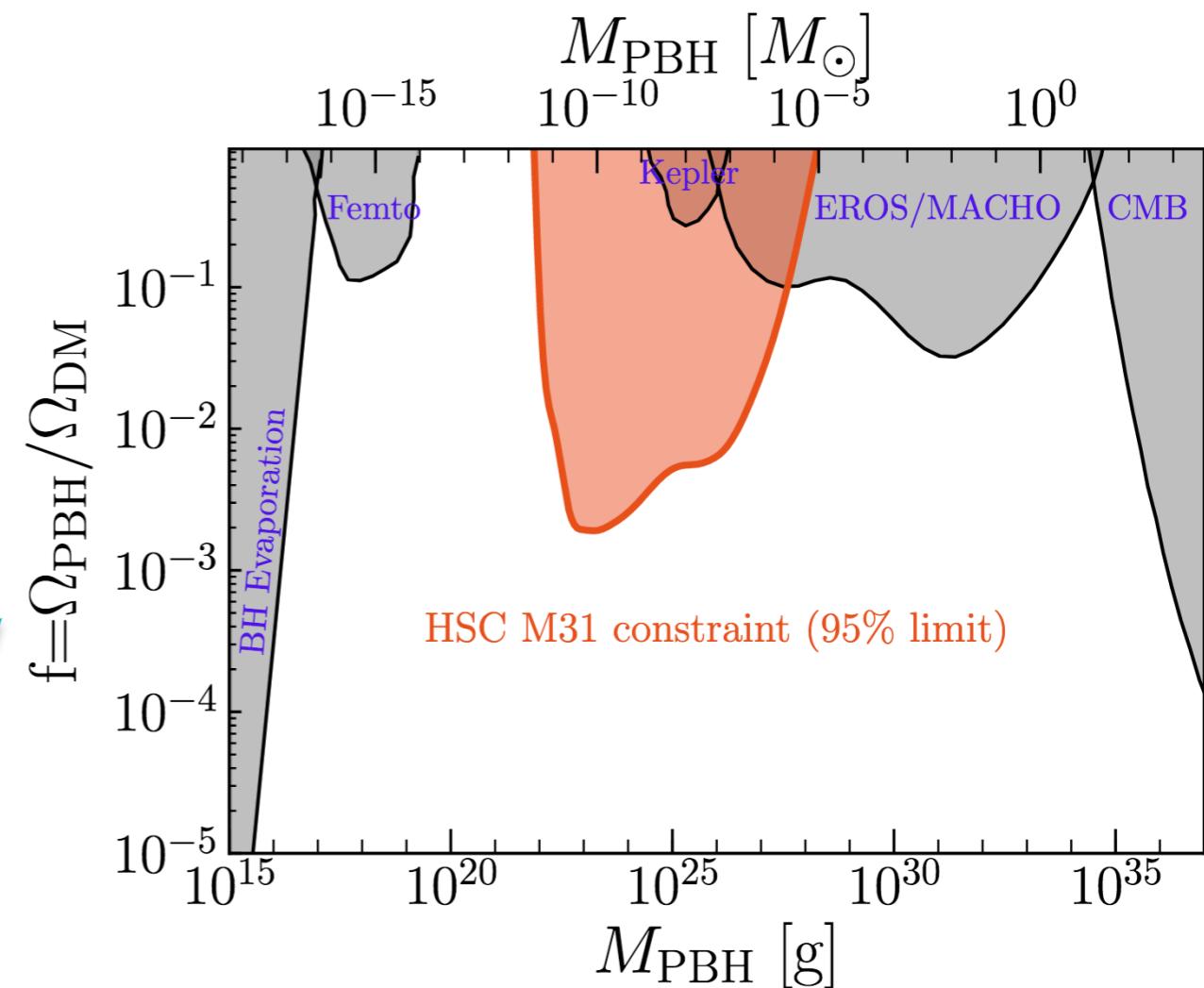


Para pensar

- Para pensar: ¿es realista el cálculo de la estadística de lentes usando un umbral fijo de magnificación? ¿Qué hipótesis conlleva?
- ¿Eso podría llevar a descartar eventos o poner un sesgo de selección?
- ¿Cómo tomar en cuenta la eficiencia de detección, modificando la sección eficaz o agregando una función de selección?
- ¿Qué cambiaria en el cálculo de la tasa de eventos si consideramos el efecto de fuente finita?

Qué se puede estudiar con *microlensing*?

- Descubierta de planetas extra-solares:
 > 200 planetas (> 60 en 2022!)
- Propiedades y distribución de objetos compactos: agujeros negros, estrellas de neutrones, enanas blancas y marrones, estrellas comunes, etc.
- Existencia y propiedades de objetos condensados candidatos a **materia oscura** (agujeros negros primordiales, estrellas de bosones, etc.)
- Límites en la contribución de esos objetos a la materia oscura en el Universo
- En resumen, pueden sondear **cualquier cosa en nuestra galaxia (o en otras galáxias) que sea lo suficientemente condensada y posea masa mayor a la de asteroides!**



arXiv:1701.02151v3

Para pensar

- ¿Qué más se podría medir con microlensing?
- ¿Qué otras aplicaciones podría tener?
- ¿Qué tipo de instrumentación nueva podría llevar a nuevas descubiertas o nuevas medidas en el campo?