



LENTES GRAVITACIONALES EN ASTROFÍSICA Y COSMOLOGÍA

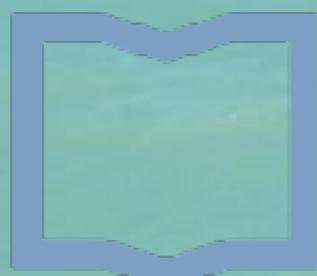
MARTÍN MAKLER

ICAS/IFICI/CONICET & UNSAM Y CBPF

ICAS

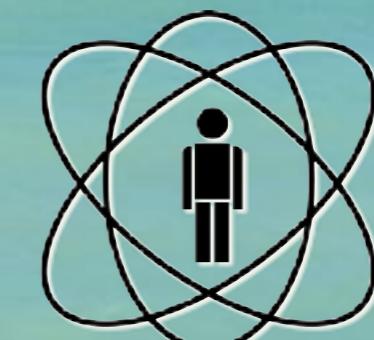


CONICET



Instituto de
Ciencias Físicas

ICIFI-ECYT_UNSAM-CONICET



CBPF

SOBRE EL CURSO

Descripción del curso:

- Formato: clases teóricas (expositivas) + prácticas (guías de ejercicios)[presencial/zoom]
- Prácticas: desarrollos + cuentas + “cosas nuevas” (analítico, programación)
- Método de evaluación (prácticas + trabajo final/ponencia oral)

Slack:

- Discusiones, anuncios, etc.
- Compartir bibliografía, envío de los contenidos

Hoy:

- Poco de historia, deflexión de la luz, pantallazo del curso, lentes puntuales y microlentes, primer práctica

Distribución de las clases

- 4 partes (no iguales) con un nivel inicial diferente de RG/cosmología para sus fundamentos

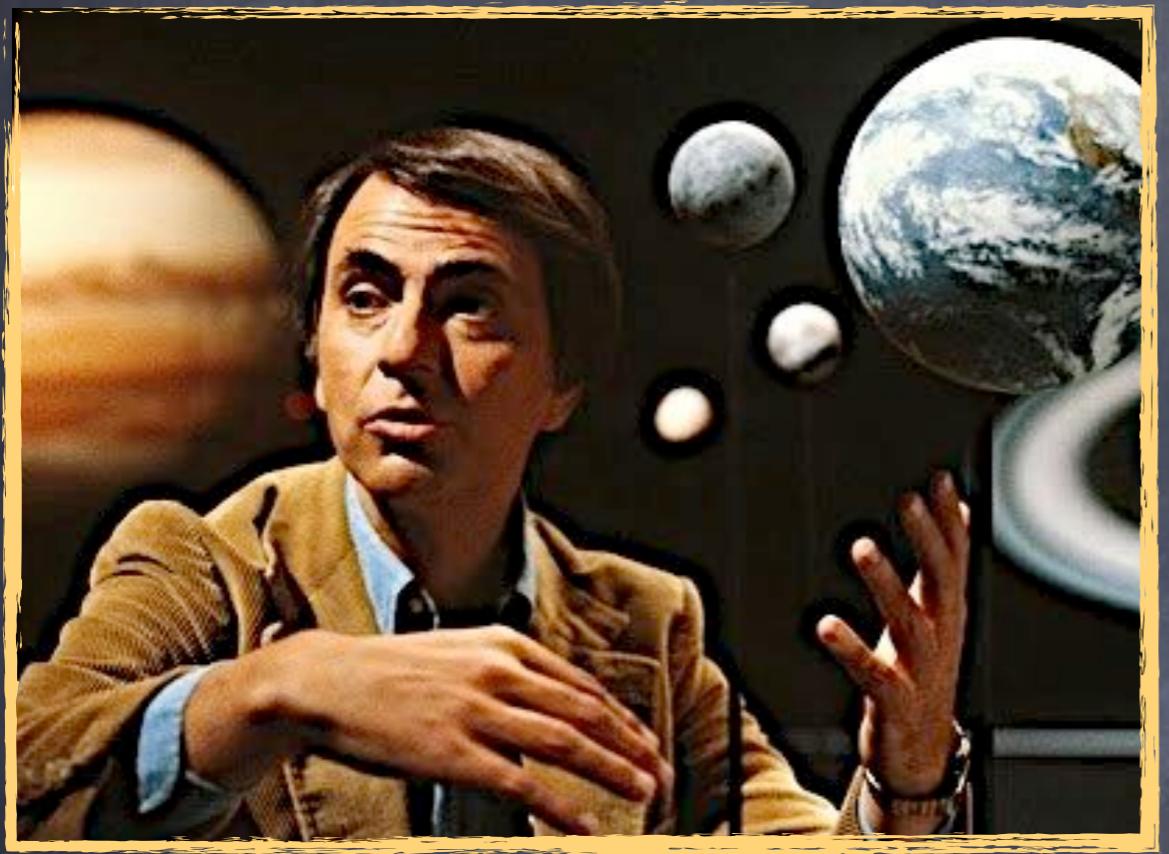
Bibliografia y referencias sugeridas

- Gravitational Lensing and Microlensing, Mollerach S., Roulet E., 2002, World Scientific
- Introduction to Gravitational Lensing Lecture scripts, Massimo Meneghetti, https://www.ita.uni-heidelberg.de/~jmerten/misc/meneghetti_lensing.pdf
- Introduction to Gravitational Lensing With Python Examples, Massimo Meneghetti, 2021, Springer-Verlag
- Lecture notes and slides, Massimo Meneghetti, 2017, <http://pico.oabo.inaf.it/~massimo/teaching.html>
- Gravitational Lensing, Dodelson S., 2017, Cambridge University Press
- Gravitational Lenses, Schneider P., Ehlers J., Falco E.E., 1992, Springer-Verlag
- Gravitational Lensing: Strong, Weak & Micro, Proceedings of the 33rd Saas-Fee Advanced Course, Schneider P., Kochanek C., Wambsganss J., 2004, Springer-Verlag
- Modern Cosmology, Dodelson S., 2003, Elsevier Academic Press
- Physical Foundations of Cosmology, Mukhanov V., 2005, Cambridge University Press
- The Early Universe, 1990, Kolb E., Turner M., Addison-Wesley
- Cosmological Physics, Peacock J., 1999, Cambridge University Press

Gravitational Lensing and Microlensing

Silvia Mollerach & Esteban Roulet

World Scientific



“Cualquier pregunta es
un grito para conocer al
mundo, no hay preguntas
tontas”

Carl Sagan

Una motivación para la deflexión de la luz por la gravedad pré-relatividad general

• Relatividad especial

La velocidad de la luz (en el vacío) es una constante fundamental de la naturaleza y es la misma para todo observador!

Nueva visión de la mecánica (física de los movimientos, fuerzas, etc.)

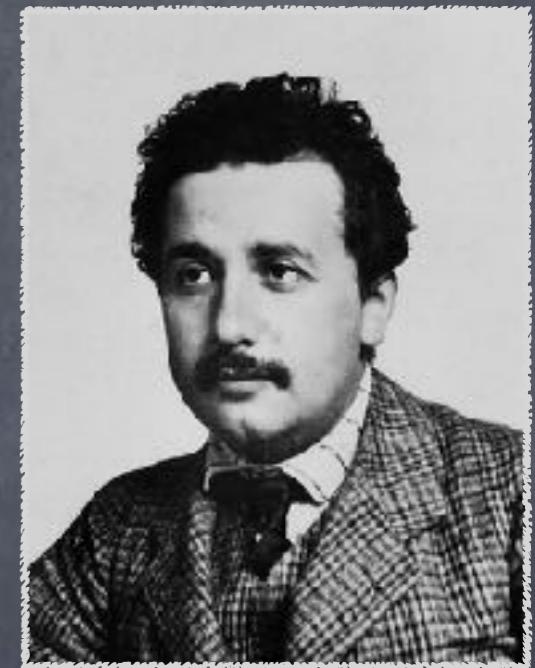
Revolución en el concepto de espacio y de tiempo

→ Mundo quadri-dimensional (Minkowsky)

• Equivalencia masa-energía

$$E = mc^2$$

“Las visiones de espacio y de tiempo que voy a presentar aquí provienen de la física experimental y en eso está su fuerza”



H. Minkowski

Es válida en cualquier escala, pero quedó conocida por la energía nuclear: estrellas, reactores, bombas...

Deflexión de la luz y principio de equivalencia

● 1905 cambió nuestras visiones de espacio, tiempo, masa, energía, luz... Pero la mayor contribución individual de Einstein estaba por venir...

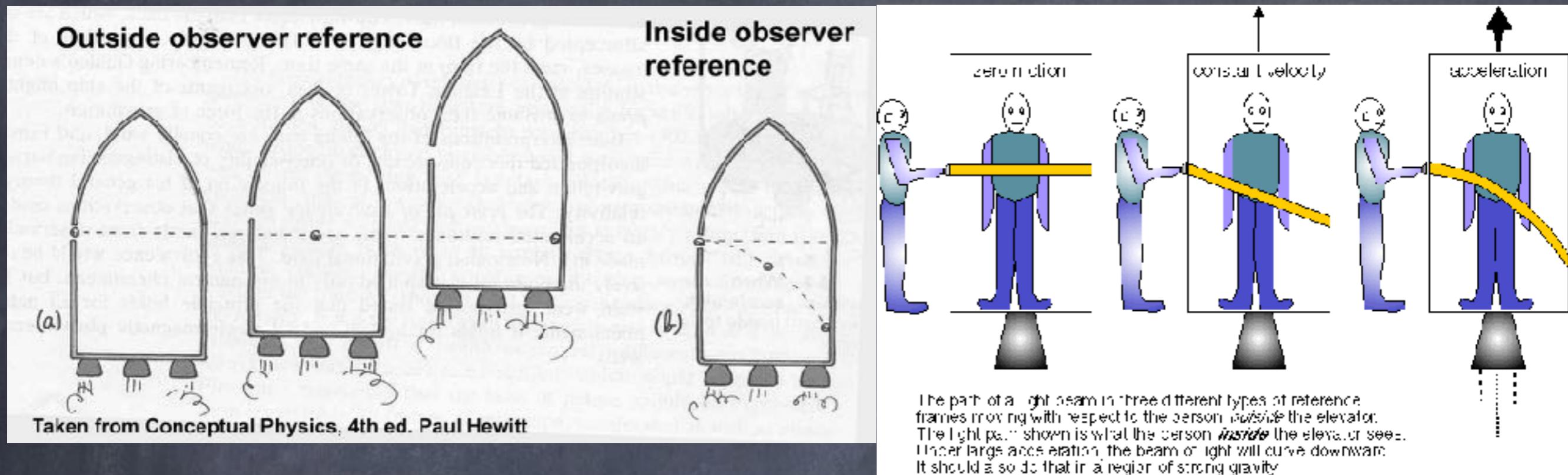
● 1907: principio de equivalencia

Referencial acelerado “=” gravedad

Caída libre “=” sin gravedad



Deflexión de la luz y principio de equivalencia



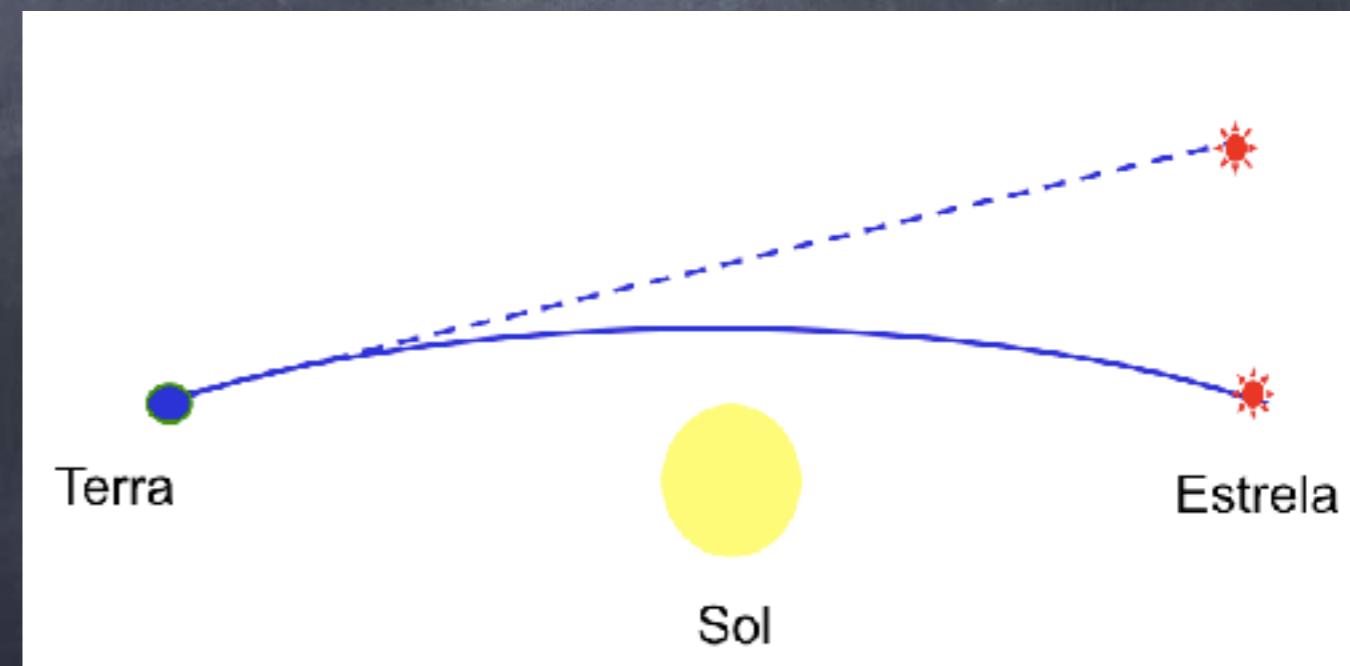
1907: principio de equivalencia

Referencial acelerado “=” gravedad

Caída libre “=” sin gravedad

1911: desvío de la luz

1912: lentes gravitacionales
(pero pensó que no sería observable)



La luz no (siempre) anda en línea recta!

Propagación de la luz en la relatividad general

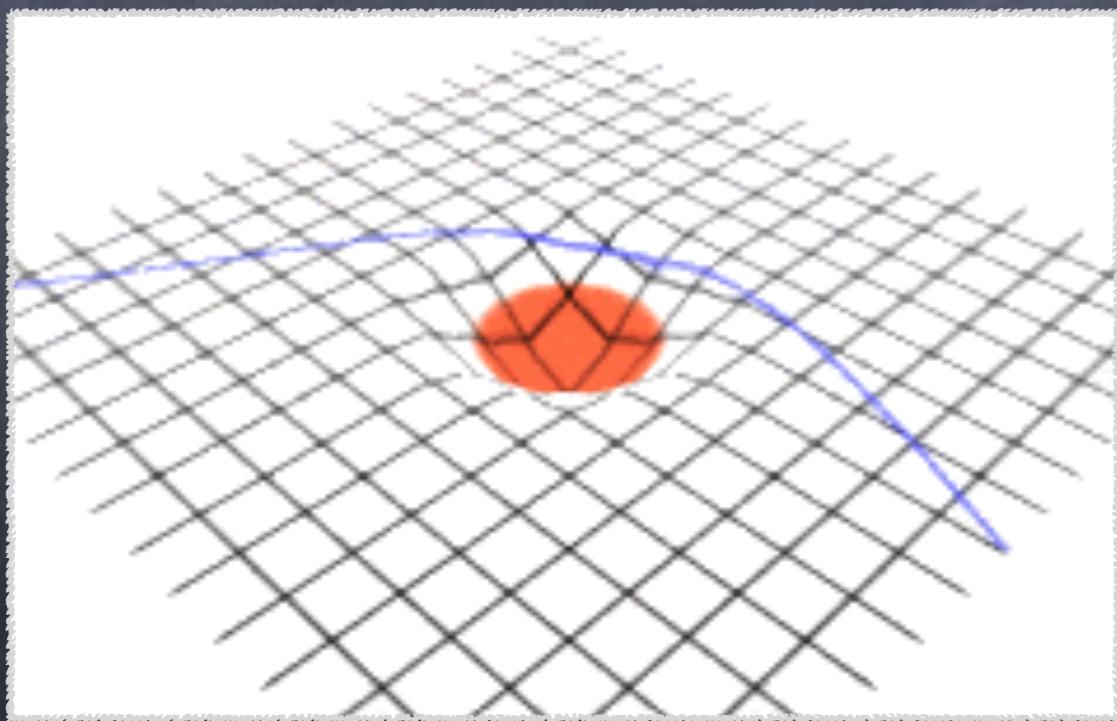
1905: Einstein propone la relatividad restrita

1911: Obtiene el desvío de la luz (igual al newtoniano)

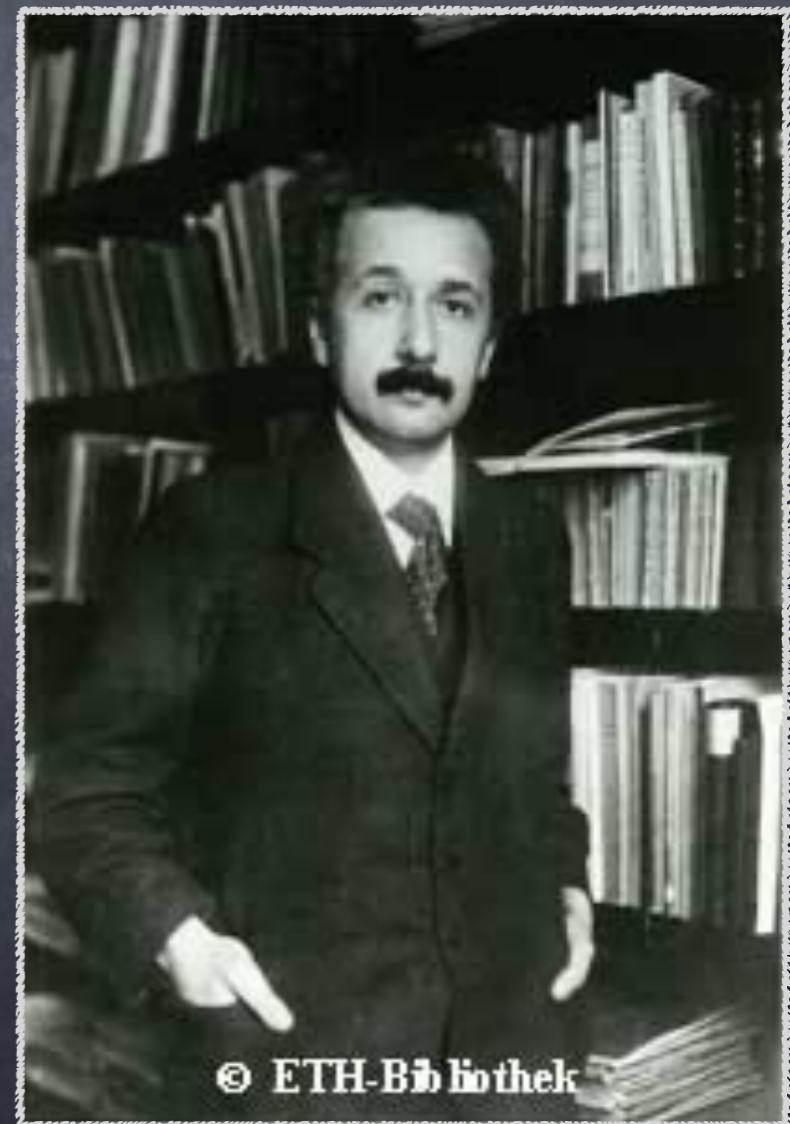
1915: Teoría de la relatividad general (doble del desvío!)

Espacio-tiempo curvo

$$E = mc^2$$



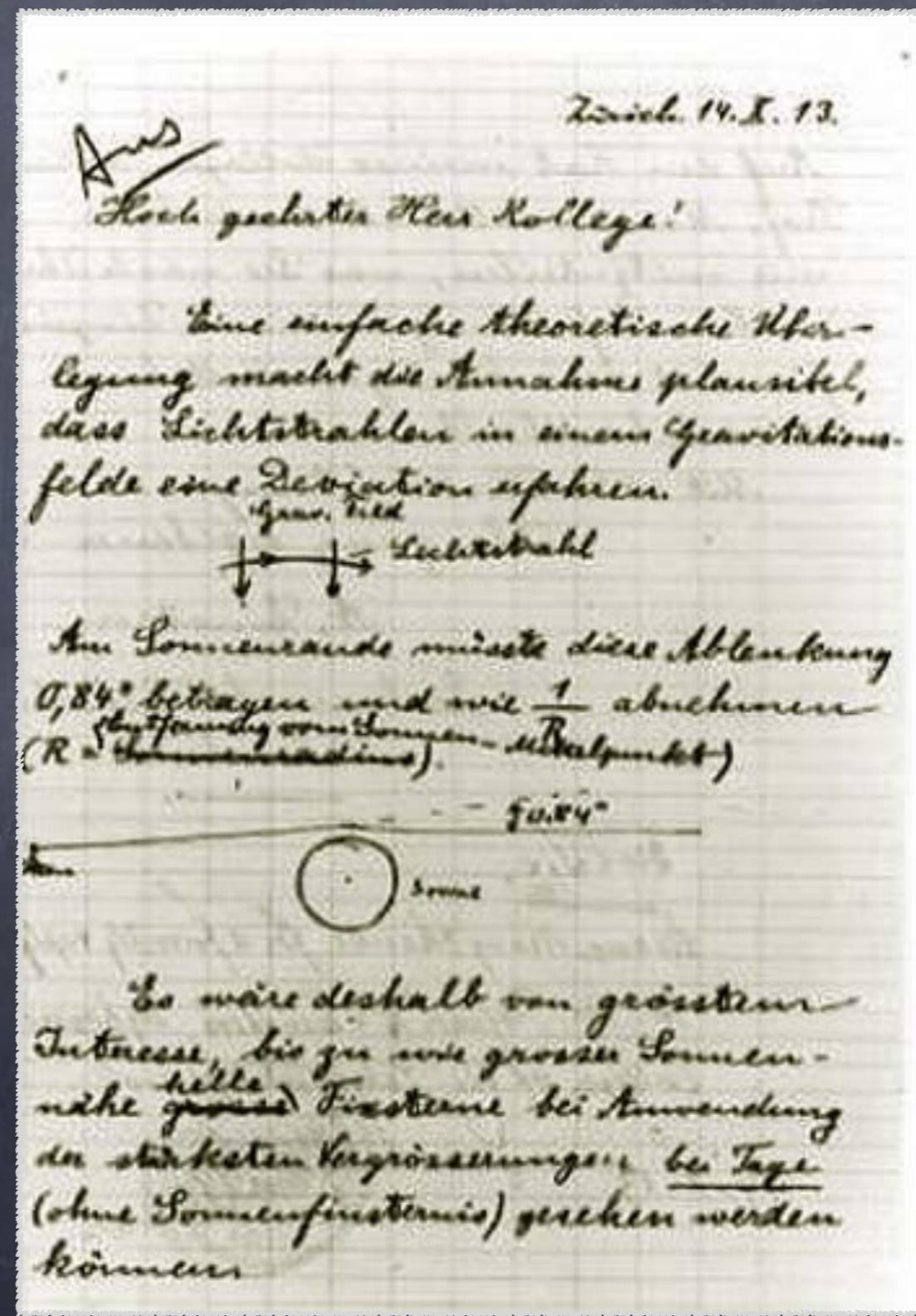
Todo lo que existe “siente” la gravedad:
caigo luego existo



Breve historia de la deflexión de la luz

Detección

1912: Einstein sugiere que astrónomos midan la desviación

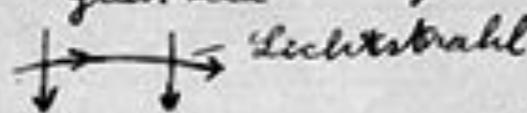


Zürich, 14. X. 13.

Aus

Hoch geachteter Herr Kollege!

Eine einfache theoretische Überlegung macht die Annahme plausibel, dass Lichtstrahlen in einem Gravitationsfelde eine Deviation erfahren.



MOUNT WILSON
ARCHIVES
OBSERVATORY

An Sonnenrände müsste diese Ablenkung $0,84''$ betragen und wie $\frac{1}{R}$ abnehmen (R = Sonnenradius).
Entfernung vom Sonnen-Mittelpunkt

$0,84''$



Es wäre deshalb von grosstem Interesse, bis zu wie grosser Sonnen-nähe ~~helle~~ grosse Finsterne bei Anwendung der stärksten Vergrösserungen bei Tage (ohne Sonnenfinsternis) gesehen werden können.

Auf den Rat meines Kollegen, d. Hres Prof. Maurer bitte ich Sie deshalb, mir mitzuteilen, was Sie nach Ihrer reichen Erfahrung in diesem Dinge für mit den heutigen Mitteln erreichbar halten.

Mit aller Hochachtung

Ihr ganz ergebener

A. Einstein

Technische Hochschule
Zürich.

Dear Sir,

Many, many thanks for a friendly reply to Mr Professor Dr Einstein, my honorable colleague of the Polytechnic school.

14. X. 13

Your truly
Herr Dr. G. F. Herz

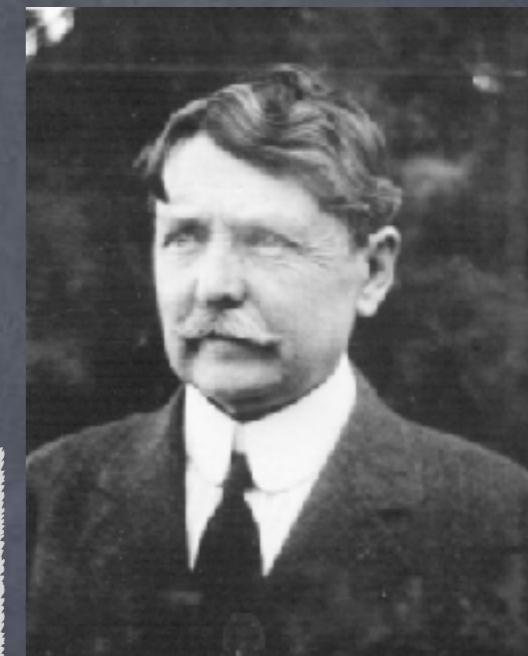


Breve historia de la deflexión de la luz

Detección

1912: Einstein sugiere que astrónomos midan la desviación

1912: Perrine/QAC, expedición para observar el eclipse en Brasil



Breve historia de la deflexión de la luz

Detección

1912: Einstein sugiere que astrónomos midan la desviación

1912: Perrine/QAC, expedición para observar el eclipse en Brasil

“sufrimos un eclipse, en lugar de observar uno”



Breve historia de la deflexión de la luz

Detección

1912: Expedición Argentina para observar el eclipse en Brasil

Uvojo

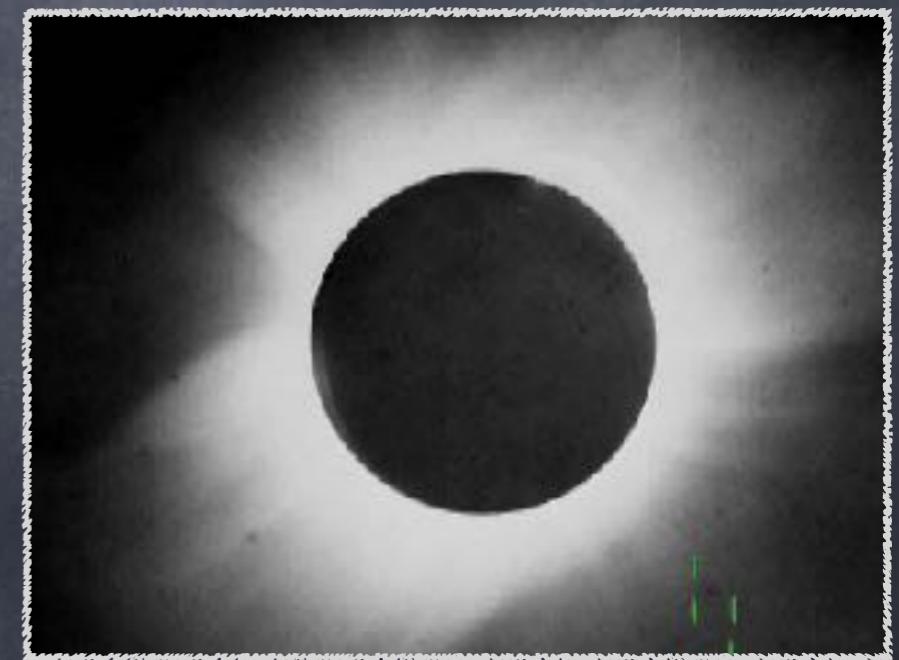
1914: Expedición de Erwin Freundlich para observar eclipse en Crimea

Terminaron presos por la primer guerra mundial

1919: Sobral

Prerrine: sin fondos

Detección del desvío da luz por la gravedad
(tiempo mejor que en la Isla de Príncipe)



"La pregunta que mi mente formuló fue
respondida por el cielo soleado de Brasil"

A. Einstein

Illustrated
London News,
de 22 de
novembro de
1919

"STARLIGHT BENT BY THE SUN'S ATTRACTION": THE EINSTEIN THEORY.

DRAWN BY W. H. MORRISON, FROM MATERIAL SUPPLIED BY DR. CROMMELIN.



THE CURVATURE OF LIGHT: EVIDENCE FROM BRITISH OBSERVERS' PHOTOGRAPHS AT THE ECLIPSE OF THE SUN.

Two results obtained by the British expedition to observe the total eclipse of the Sun last May verified Professor Einstein's theory that light is subject to gravitation. Writing in our issue of November 15, Dr. A. E. Crommelin, one of the British observers, said: "The eclipse was specially favourable for the purpose, there being no fewer than twelve stars bright stars near the limb of the sun. The process of observation consisted in taking photographs of these stars during totality, and comparing them with other plates of the same stars taken when the sun was not in the neighbourhood. ... That if the thought is held by the sun's attraction, the stars on the edge plates would seem to be pulled toward toward with those on the older plates. ... The second Solar eclipse and the one held at Principe agree in supporting Einstein's theory. ... It is an important philosophical question. Straight from an Einstein's quip cannot exist. There are parts of physics which, although accepted as the true, still need

same again taken when the sun was not in the neighbourhood. ... That if the thought is held by the sun's attraction, the stars on the edge plates would seem to be pulled toward toward with those on the older plates. ... The second Solar eclipse and the one held at Principe agree in supporting Einstein's theory. ... It is an important philosophical question. Straight from an Einstein's quip cannot exist. There are parts of physics which, although accepted as the true, still need

A wide-angle photograph of a tropical beach. The foreground is a light brown sandy beach with some scattered debris. The middle ground is filled with the vibrant turquoise water of the ocean, with small white-capped waves breaking near the shore. The background is a clear, pale blue sky meeting the horizon.

LENTES GRAVITACIONALES

VISIONES DIFERENTES

- Einstein 1912: descubre el efecto de lente, pero no lo publica
- Sobral 1919: deflexión de la luz por la gravedad
- Chwolson 1924: primer artículo científico sobre lentes
- Einstein 1936: “forzado” a publicar un artículo

“No es muy probable que se pueda observar este fenómeno”



Therefore, there is no great chance of observing this phenomenon, even if dazzling by the light of the much nearer star B is disregarded. This apparent amplification of q by the lens-like action of the star B is a most curious effect, not so much for its becoming infinite, with x vanishing, but since with increasing distance D of the observer not only does it not decrease, but even increases proportionally to \sqrt{D} .

ALBERT EINSTEIN

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY,
PRINCETON, N. J.

VISIONES DIFERENTES

- Einstein 1912: descubre el efecto de lente, pero no lo publica
- Sobral 1919: deflexión de la luz por la gravedad
- Chwolson 1924: primer artículo científico sobre lentes
- Einstein 1936: “forzado” a publicar un artículo
“No es muy probable que se pueda observar este fenómeno”
- Zwicky 1937: optimista

“La probabilidad de que se encuentren nebulosas actuando como lentes gravitacionales es prácticamente una certeza”



- Walsh, Carswell, Weymann 1979:
Descubierta del primer quasar lenteado
(imagen doble de QSO 0957+561)



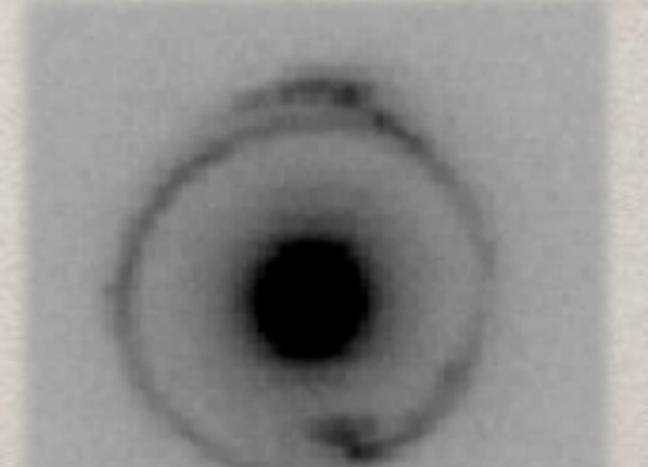
DESCUBRIMIENTOS

- Roger Lynds e Vahe Petrosian 1986, Soucail, Fort, & Picat 1987: Descubrimiento de los arcos gravitacionales:

arcos en A370, A2218, CL2244-02

Nadie los había predicho...

- ✿ Hewitt, et al. 1988: anillo de Einstein (radio)
- ✿ Irwin et al. 1989: efecto microlentes en quasares
- ✿ Colaboraciones EROS & MACHO, 1993: primeras detecciones del efecto de microlentes por estrellas
- ✿ Bond et al., 2003: primer detección de planetas!
 - ✿ ~2 planetas con masa de Júpiter a ~3 AU

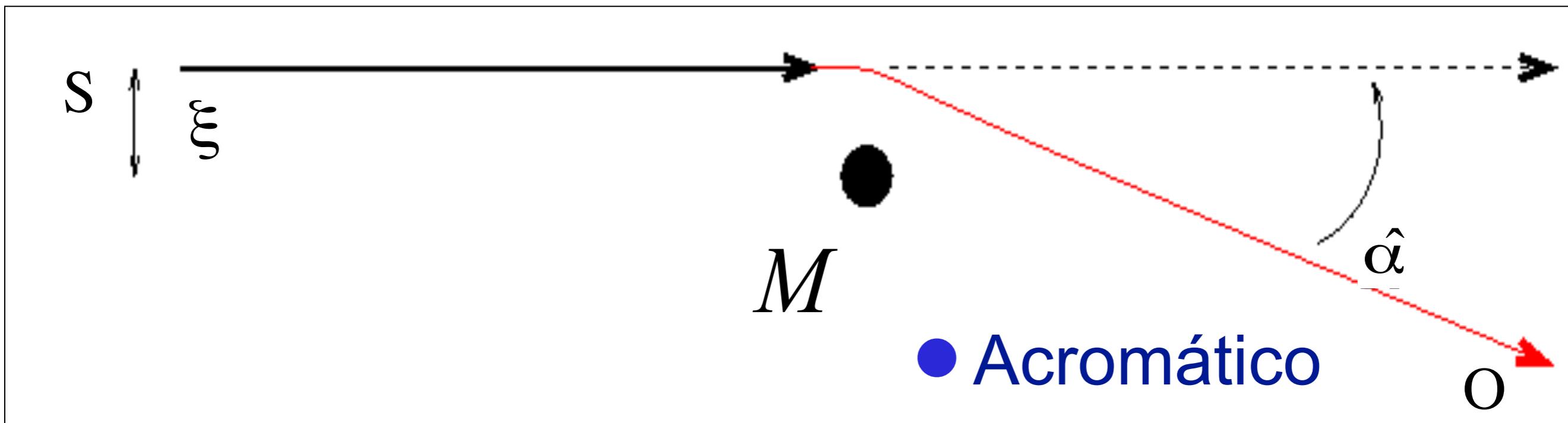


DESVIACIÓN DE LA LUZ POR LA GRAVEDAD

Geodésica nula,
Principio de Fermat

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) d\sigma^2$$

$$\frac{d\sigma}{dt} := c' = \sqrt{\frac{1 + 2\phi/c^2}{1 - 2\phi/c^2}} \simeq c \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right)$$



Desvío causado
por una lente
puntual:

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{\xi}$$

● Acromático

(factor 2 en
comparación con
“Newton”)

Efecto débil y fuerte de lente

observador

Non-Linear

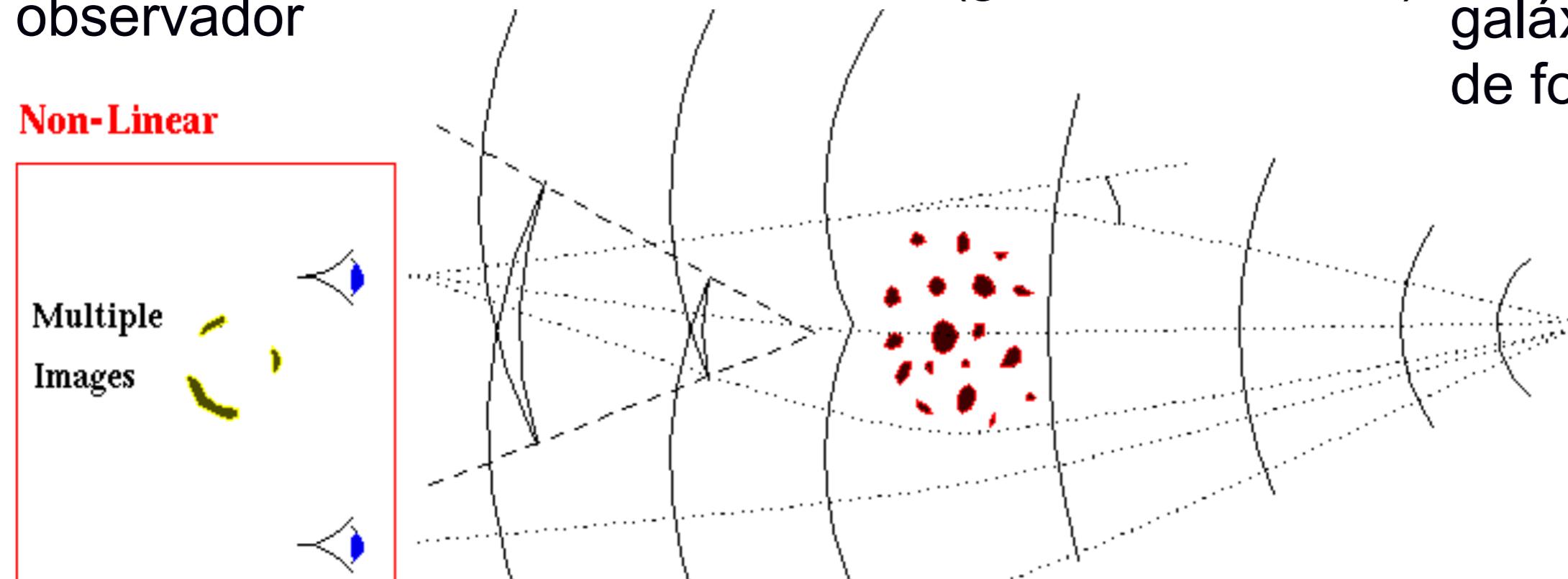
Multiple Images

Arclets

Weak Shear

Lente (galáxia o cúmulo)

galáxia
de fondo



Desvío por una
lente puntual:

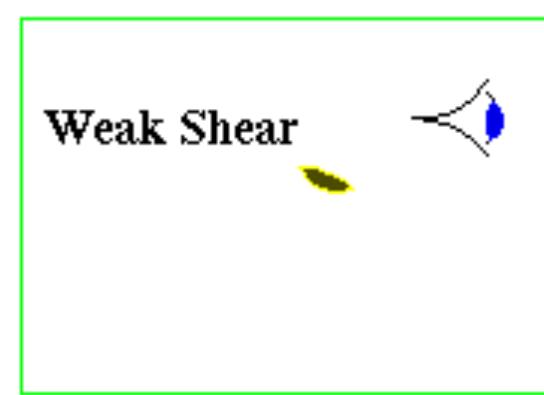
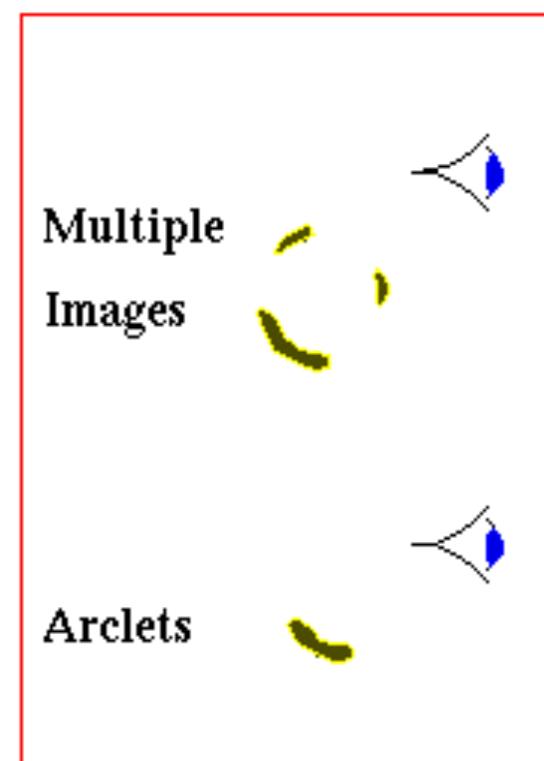
$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{\xi}$$

Linear

Efecto débil y fuerte de lente

observador

Non-Linear



Linear

Lente (galáxia o cúmulo)

galáxia
de fondo

$$\vec{\theta} = \vec{\beta} + \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}} \nabla_{\theta} \psi(\vec{\theta})$$

distancias cosmológicas
(cosmología)

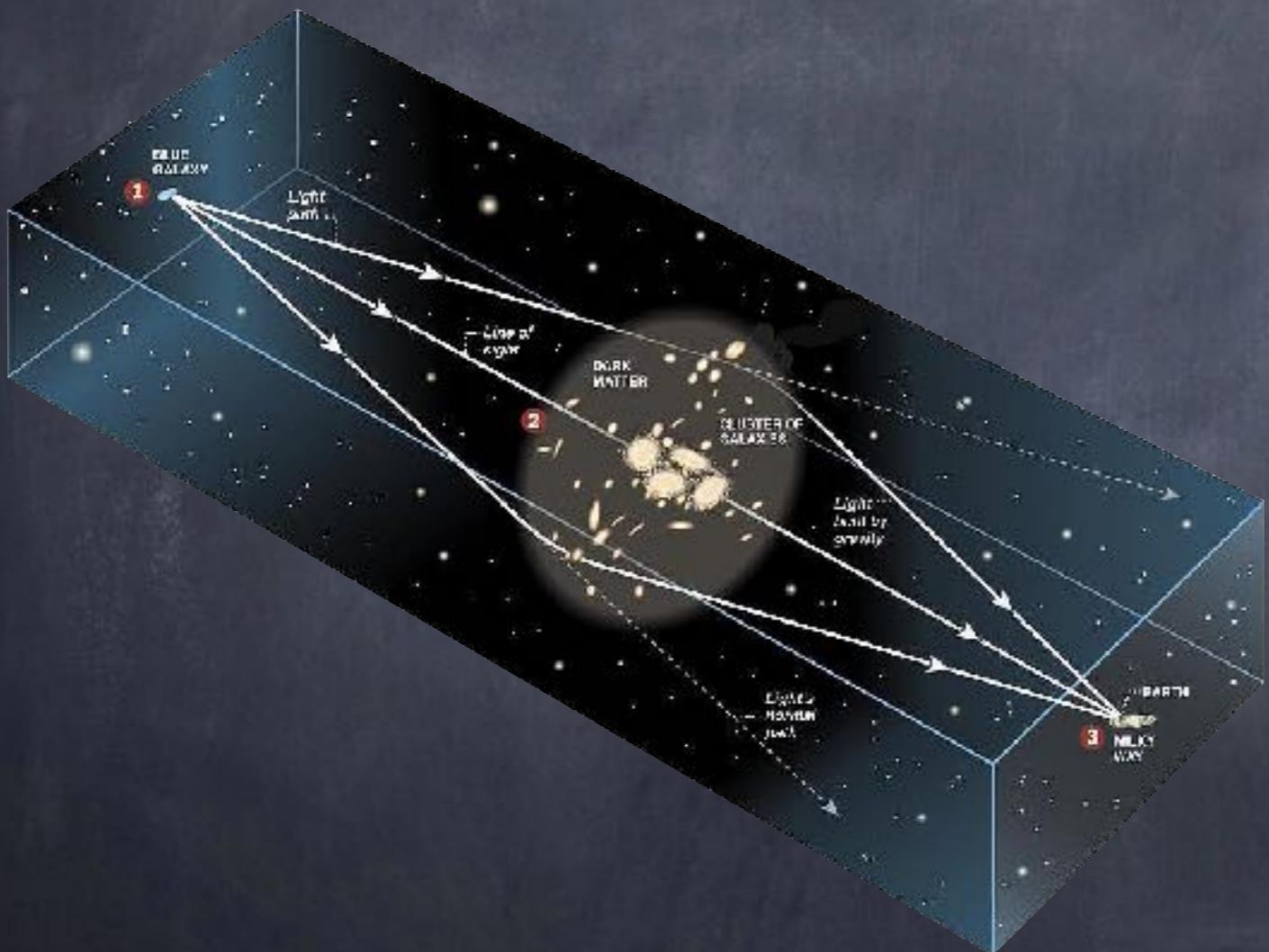
$$D_{LS} = D_A(z_L, z_S) \dots$$

$$\psi = \int_0^{r_{\text{source}}} \phi(\xi, r) dr$$

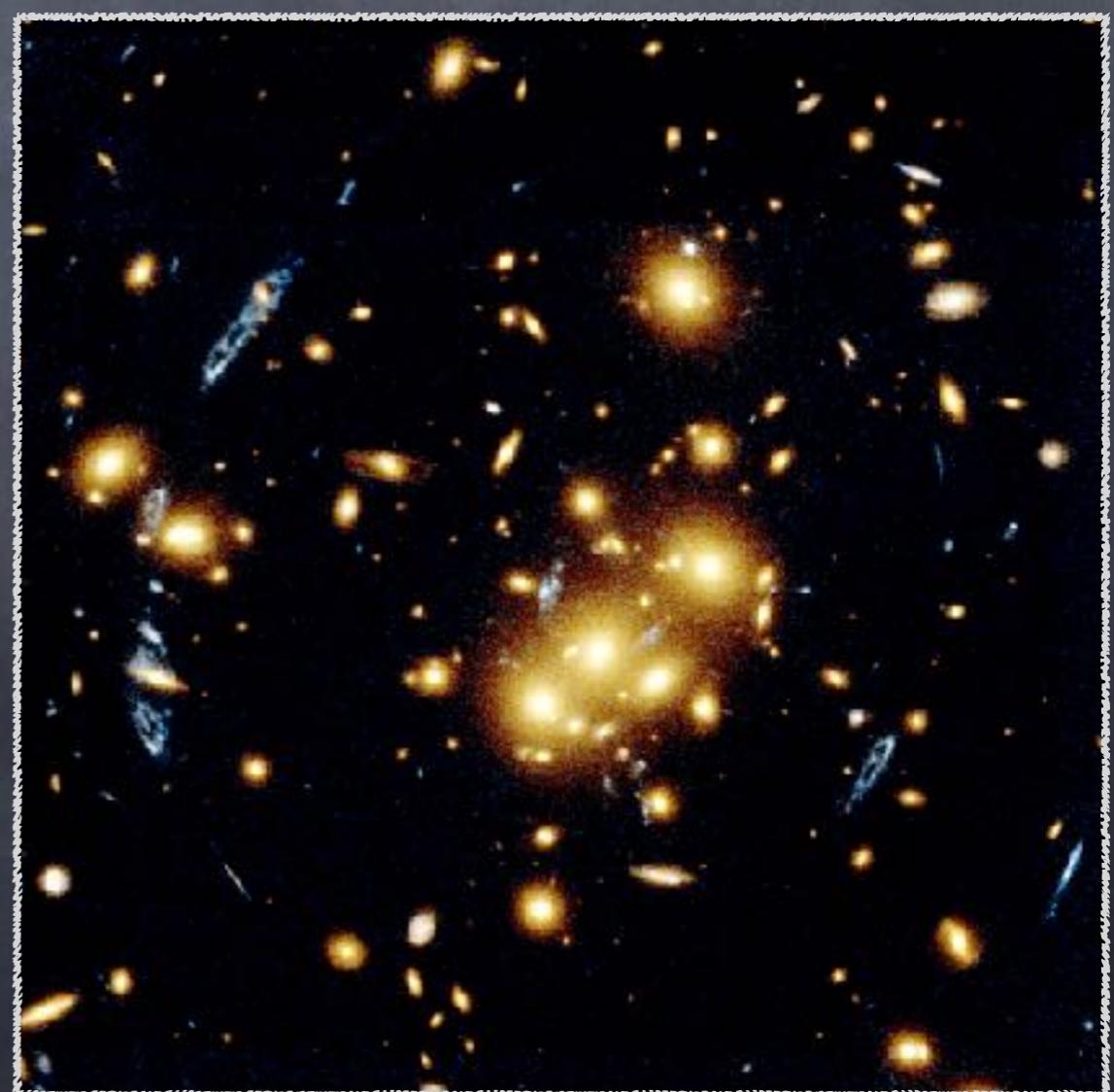
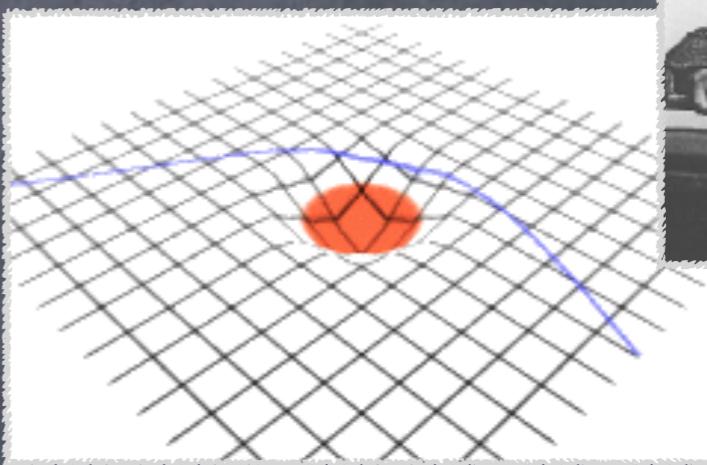
potencial gravitacional
(astrofísica)

Lentes Gravitacionales

“deformación” de la trayectoria de la luz por el espacio-tiempo curvo

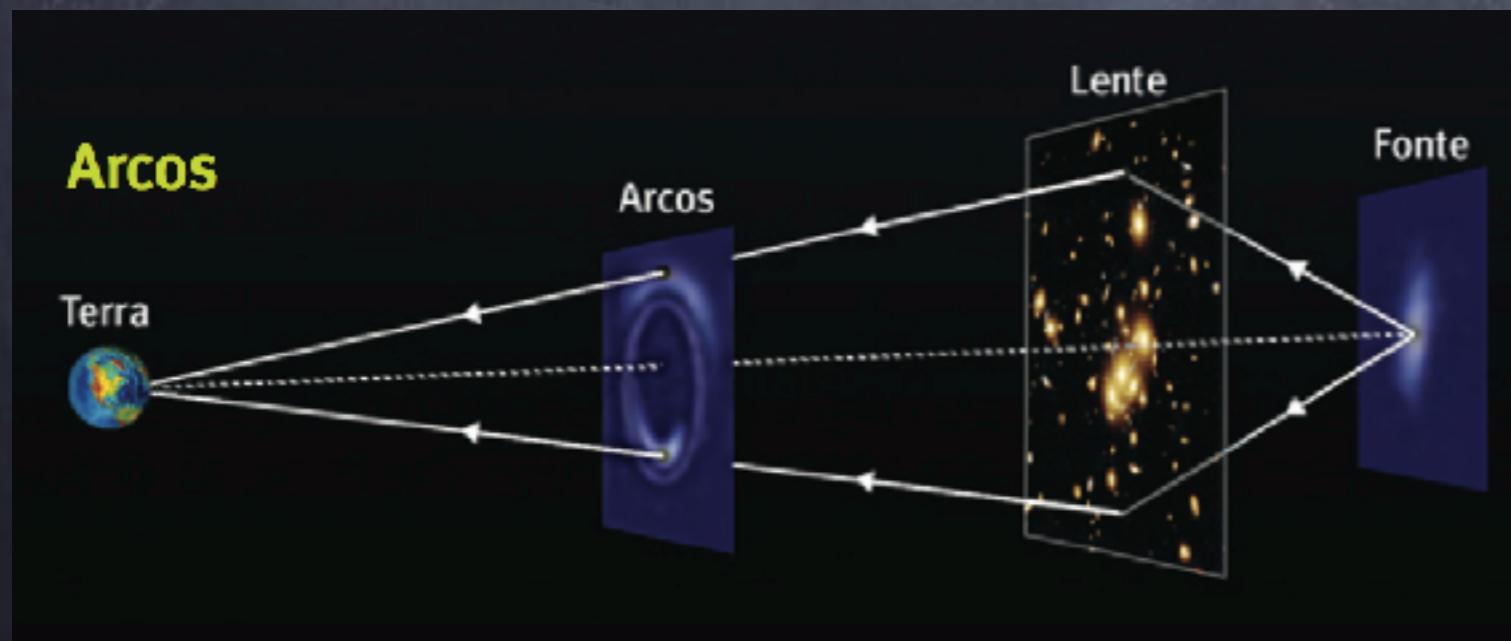


Imágenes múltiples
Mirages gravitacionales

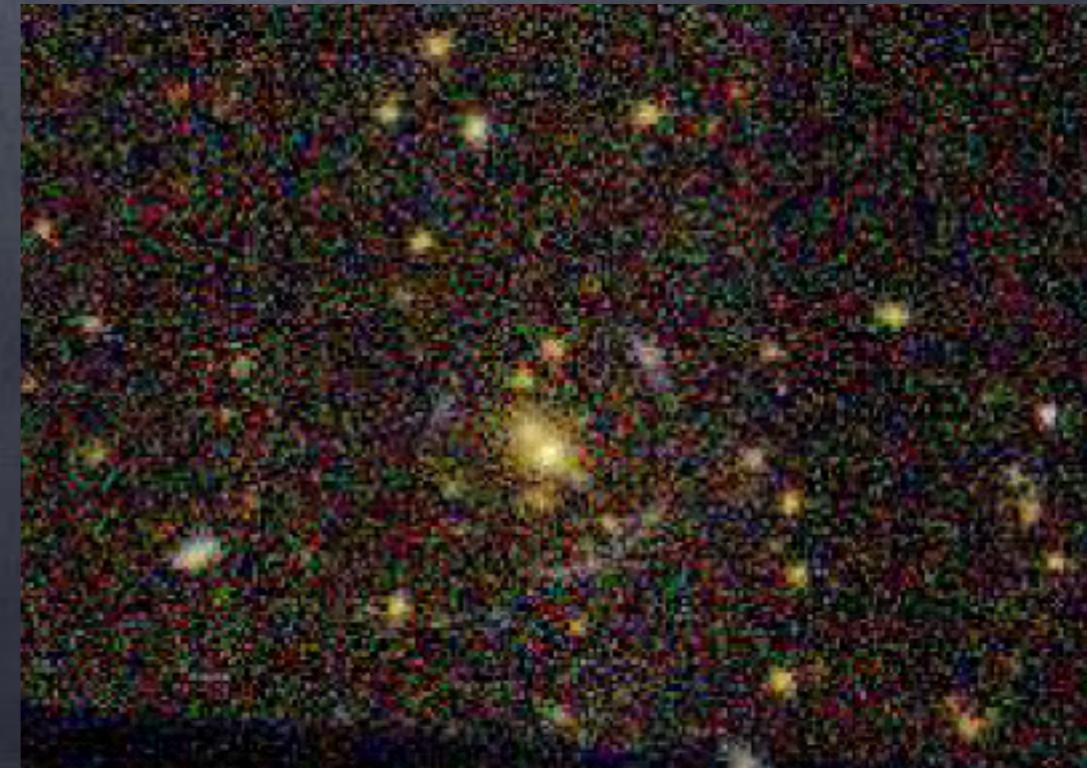


Efecto fuerte de lentes

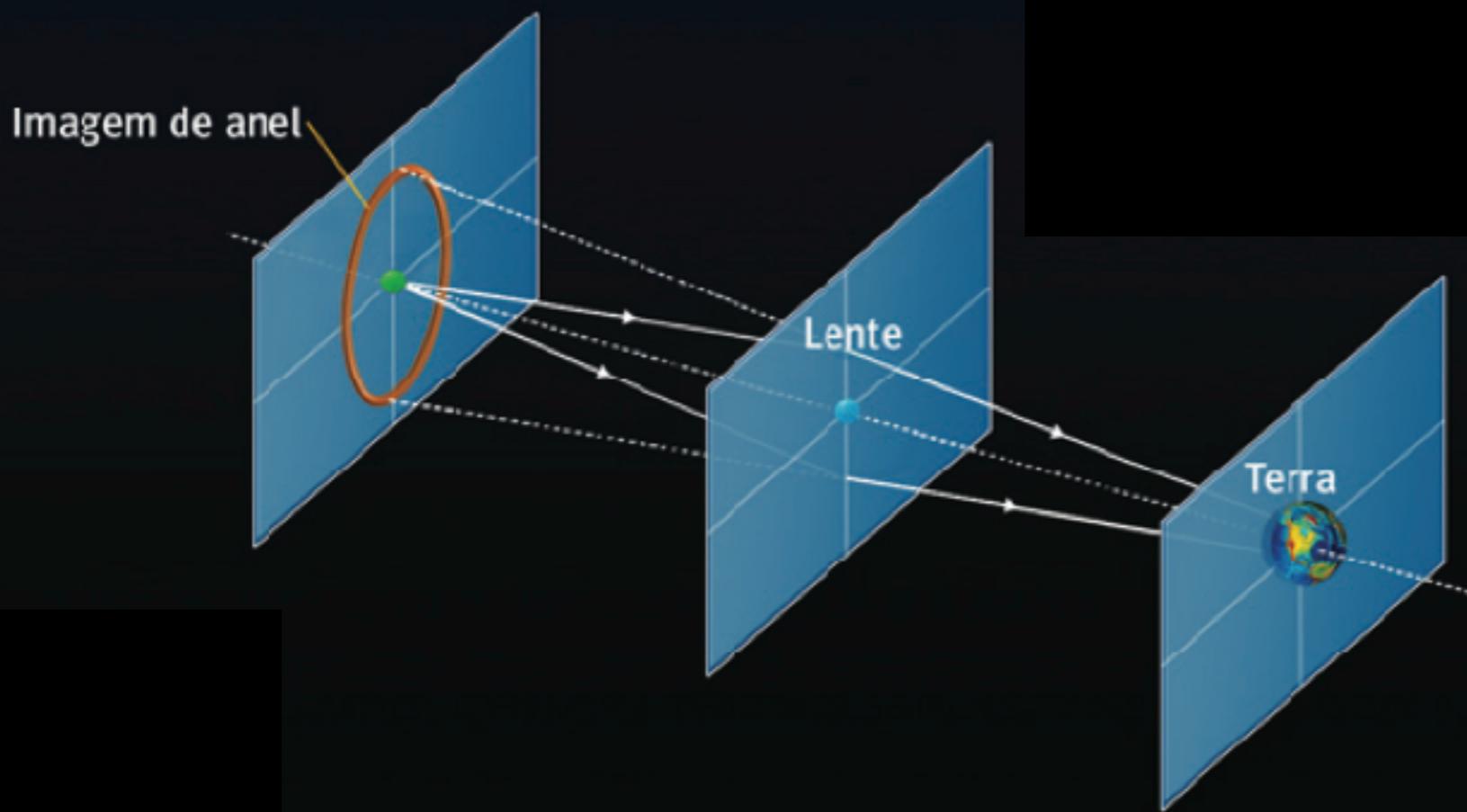
- Imágenes múltiples, grandes deformaciones, magnificación, retraso temporal
 - Imágenes múltiples permiten reconstruir la distribución de masa de la lente y la forma de las fuentes!
 - Trayectoria de la luz en el espacio curvo
 - brillo superficial conservado
 - acromático
 - estrutura de galaxias y cúmulos → materia oscura y bariones
 - informaciones complementares sobre la cosmología y tests de la gravedad
- } **Telescópios gravitacionales**



efecto fuerte de lentes, **gravedad débil**



“Anillos de Chwolson-Einstein”

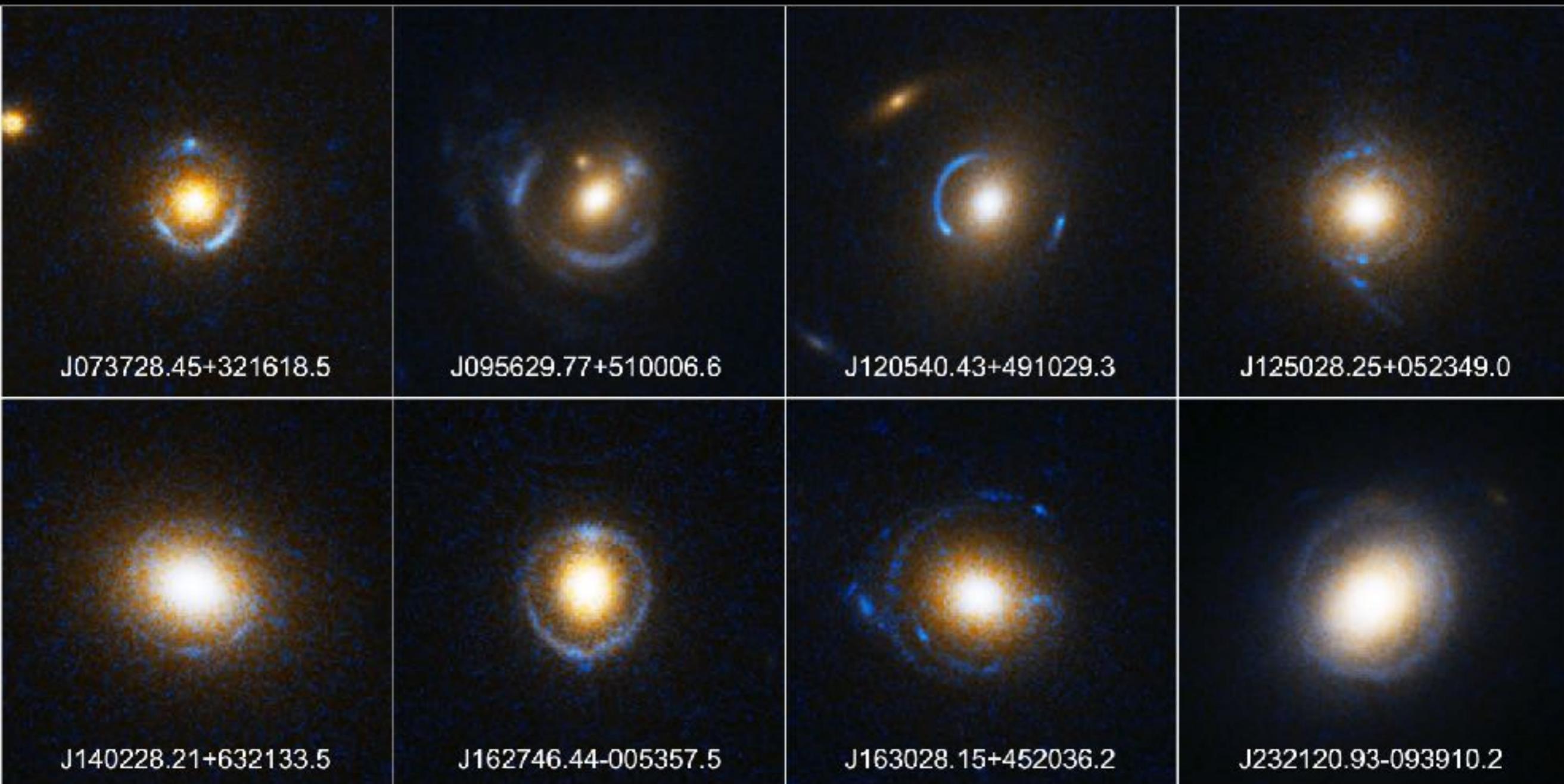


NASA/JES A. BOLTON AND SLACS TEAM

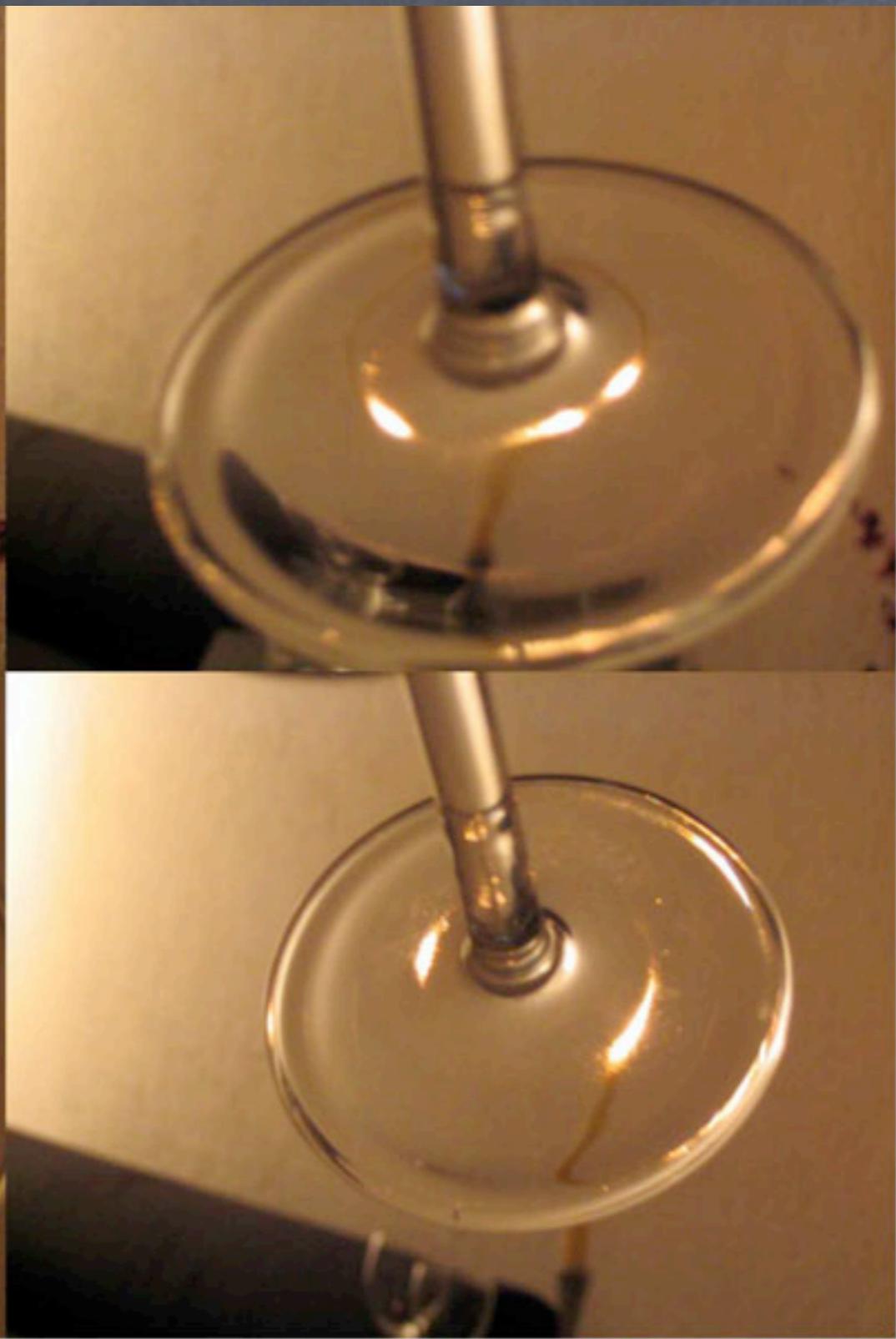
Anéis de Chwolson-Einstein
observados pelo telescópio
espacial Hubble

- Cuando una galaxia hace de lente para otra galaxia más distante
Si hay alineamiento aproximado, se produce la imagen de un anillo

“Anillos de Chwolson-Einstein”



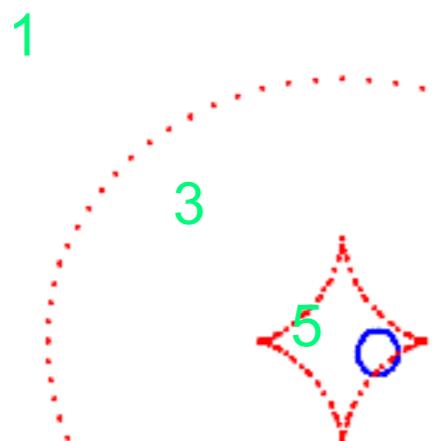
Einstein Ring Gravitational Lenses
Hubble Space Telescope • Advanced Camera for Surveys



Arcos e Imágenes Múltiples

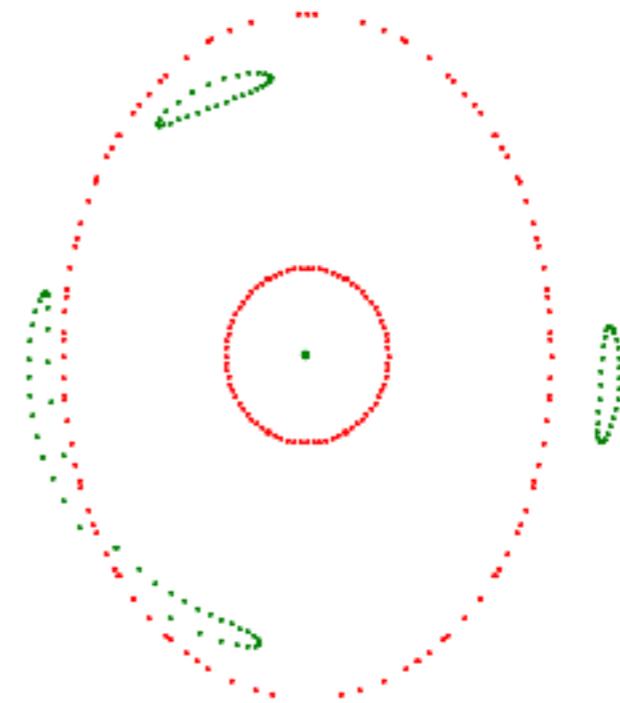
Pedro Ferreira, MM

cáusticas



Plano de las fuentes

curvas críticas

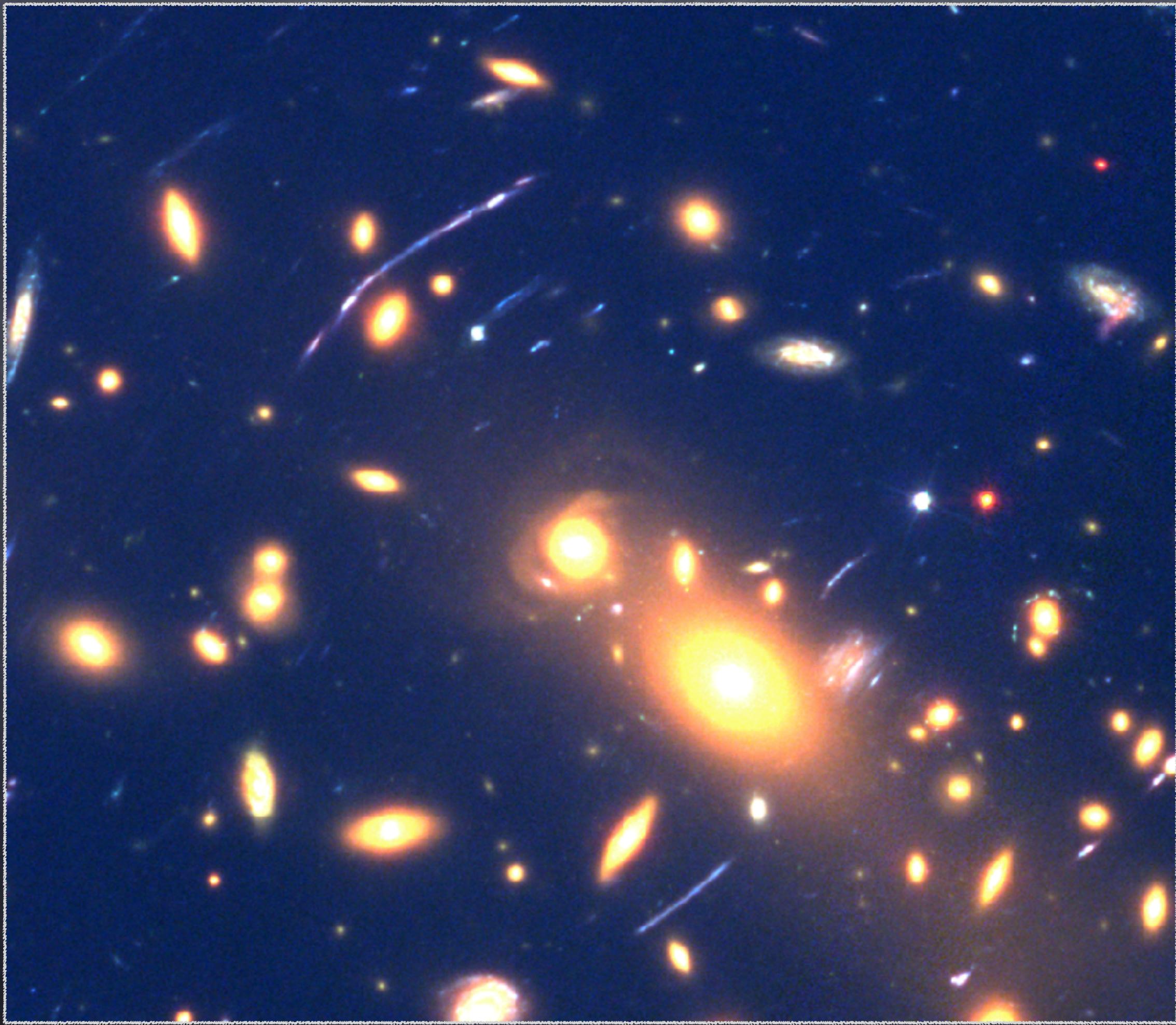


Plano de la lente/imágenes

Macrolenteamiento - Efecto Fuerte



Arcos Gravitacionales



Una miráda de fenómenos

Intensidad

● Efecto fuerte

- Grandes magnificaciones
- Imágenes múltiples
- Distorsiones
 - Anillos
 - Arcos

● Efecto débil

- Pequeña “rotación”
- Pequeña magnificación
- Detectado estadísticamente

+

sombra de agujeros negros, *femtolensing*, ondas gravitacionales....

Escala angular

● Micro-lentes

- Matéria oscura
- Búsqueda de planetas

● Mili-lentes

- Quasares

● “Macro-lentes”

- Galaxias
- Cúmulos
- Estructuras en grandes escalas

Una miráda de fenómenos

Las lentes gravitacionales

- Efecto de las lentes gravitacionales
 - Percepción de la magnitud
 - Percepción de la forma
 - Desplazamiento angular
- desarrollar herramientas para hacer física muy interesante
- + sombra de agujeros negros, femtolensing, ondas gravitacionales....

ESTRUCTURA GENERAL

Parte I: Introducción, visión general y microlentes gravitacionales

[GR, SL][lentes puntuales, astrofísica, materia oscura]

- Introducción a las lentes gravitacionales y sus aplicaciones actuales
- Deflexión de la luz y ecuación de la lente
- Lentes puntuales
- Mapeo de lentes, magnificación, cáusticas y curvas críticas
- Lentes binarias
- Curvas de luz de microlentes y microlentes por astrometria
- Mas allá de la lente puntual y movimientos uniformes (efectos de segunda orden)
- Estadística de lentes

ESTRUCTURA GENERAL

Parte II: lentes por galáxias y cúmulos de galáxias
[background cosmology, weak & strong][objetos astrofísicos + cosmología]

- ❑ Revisión cosmología de fondo (ecuación de la lente en un universo en expansión)
- ❑ Modelos de lentes extensas
- ❑ Retraso temporal
- ❑ Efecto débil de lentes (fundamentos do *weak lensing*, regímenes y métodos)

ESTRUCTURA GENERAL

Parte III: lensing a nivel cosmológico

[perturbaciones, week lensing]

- ❑ Revisión de cosmología: de la expansión del Universo a la formación de estructuras
- ❑ Mas allá del plano único: lentes y estructura en gran escala
- ❑ *Lensing* de la radiación cósmica de fondo

ESTRUCTURA GENERAL

Parte VI: Tópicos avanzados

[gravedad fuerte, ondas gravitacionales, Maxwell]

- Lentes en gravedad modificada
- Gravedad fuerte: “sombras de agujeros negros”
- Lensing* de ondas gravitacionales
- Lentes en óptica ondulatória

The background of the image is a wide-angle photograph of a tropical beach. The sky is a clear, pale blue. Below it, the ocean is a vibrant turquoise color, with small white-capped waves breaking near the shore. The sandy beach in the foreground is light tan and appears relatively clean.

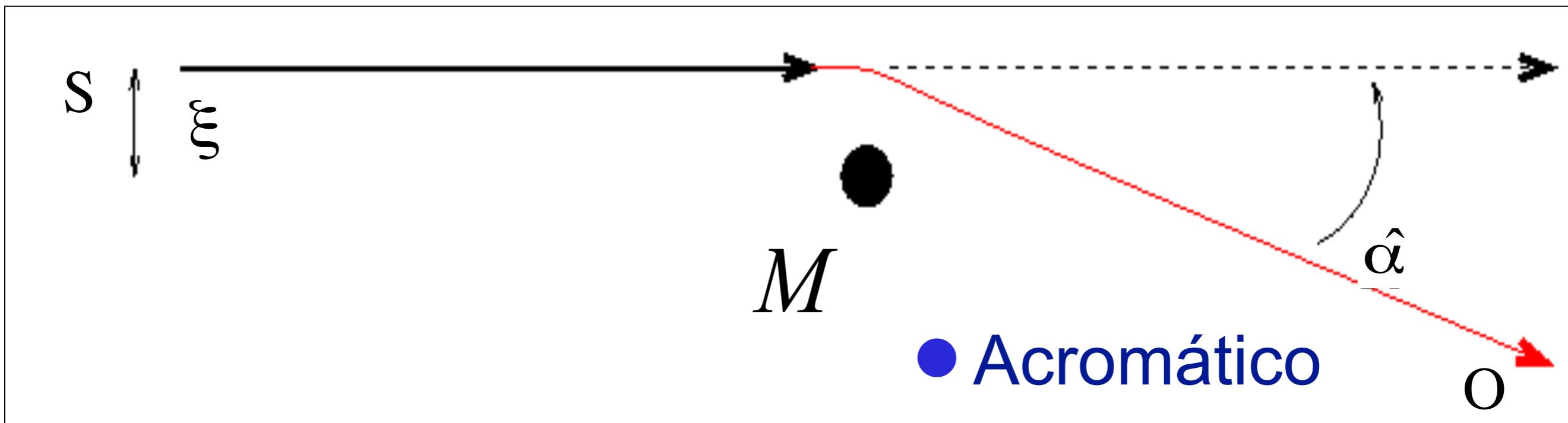
ECUACIÓN DE LA LENTE Y LENTE PUNTUAL

DESVIACIÓN DE LA LUZ POR LA GRAVEDAD

Geodésica nula,
Principio de Fermat

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) d\sigma^2$$

$$\frac{d\sigma}{dt} := c' = \sqrt{\frac{1 + 2\phi/c^2}{1 - 2\phi/c^2}} \simeq c \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right)$$



Desvío causado
por una lente
puntual:

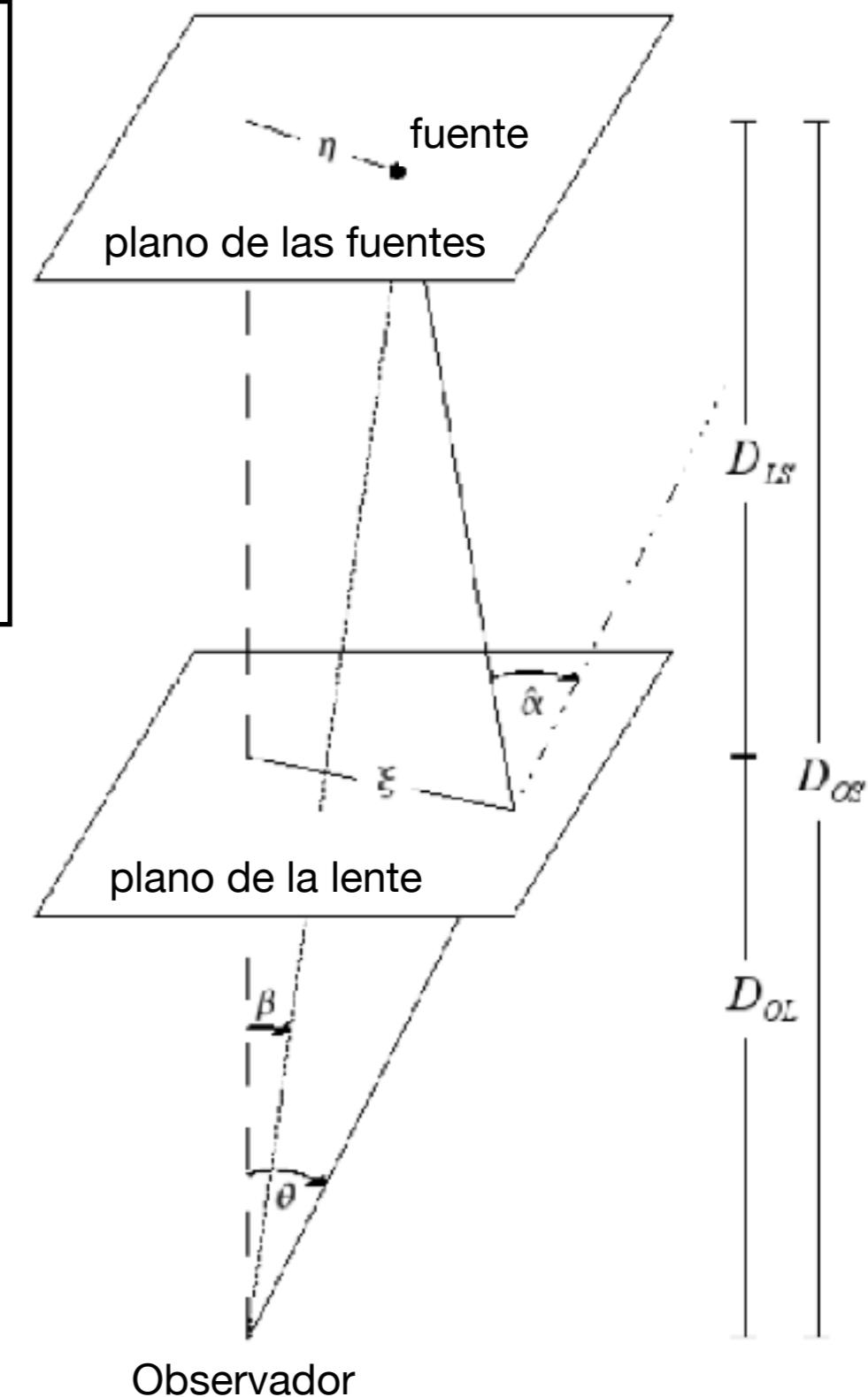
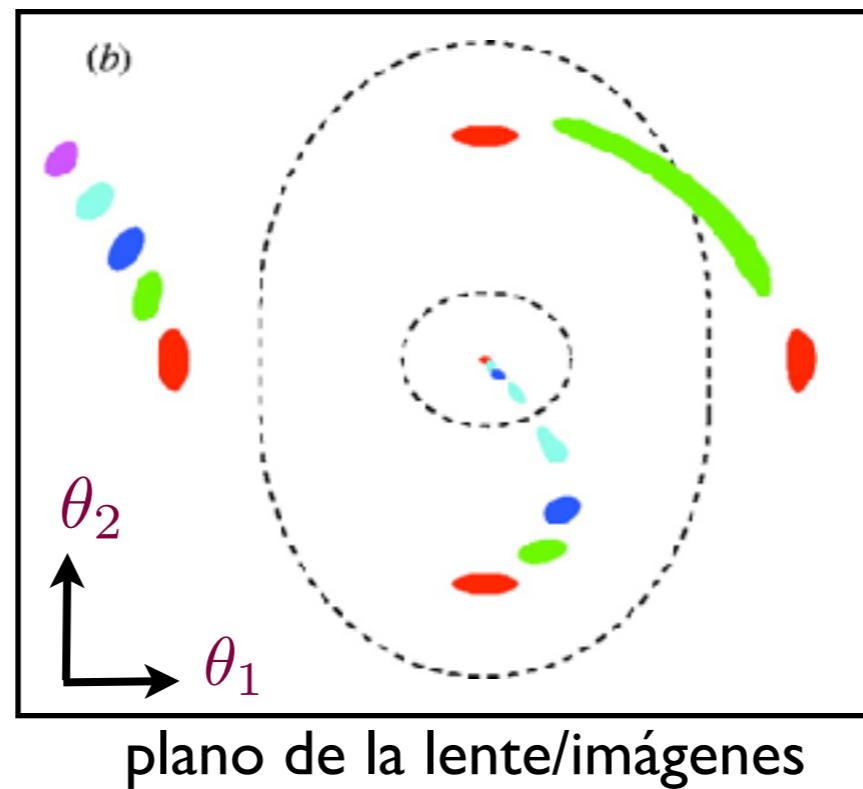
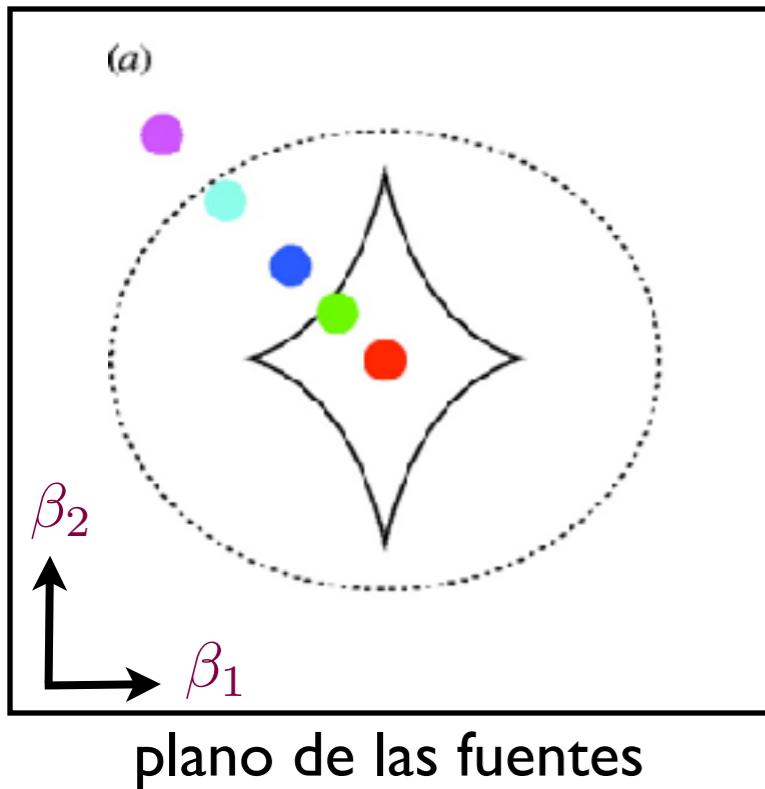
$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{\xi}$$

● Acromático

(factor 2 en
comparación con
“Newton”)

Geometría del efecto de lentes por plano único

(condiciones: campo débil, único plano, óptica geométrica)



coordinadas físicas
(distancia)

η

coordinadas
angulares

β

coordinadas
adimensionales

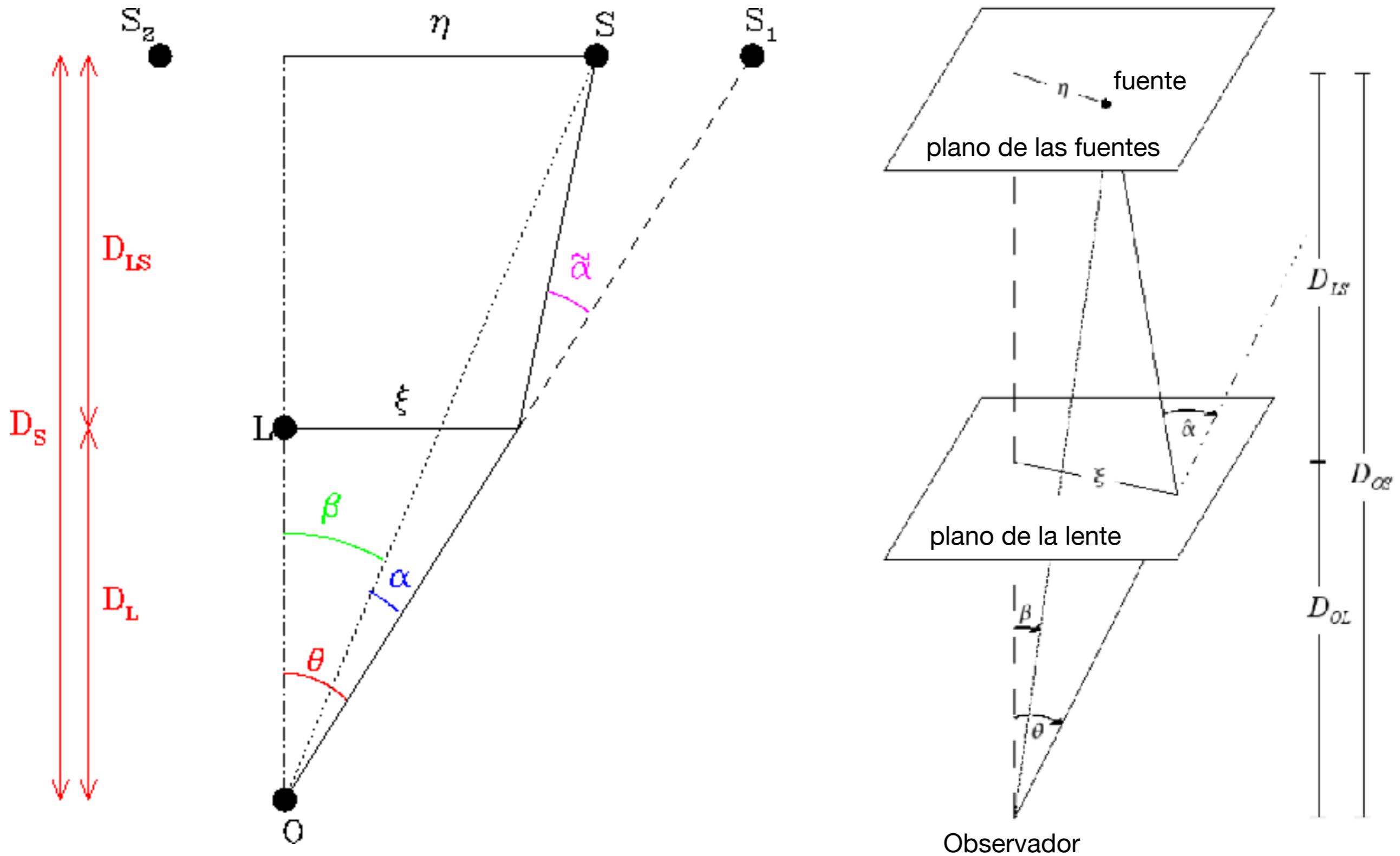
y

ξ

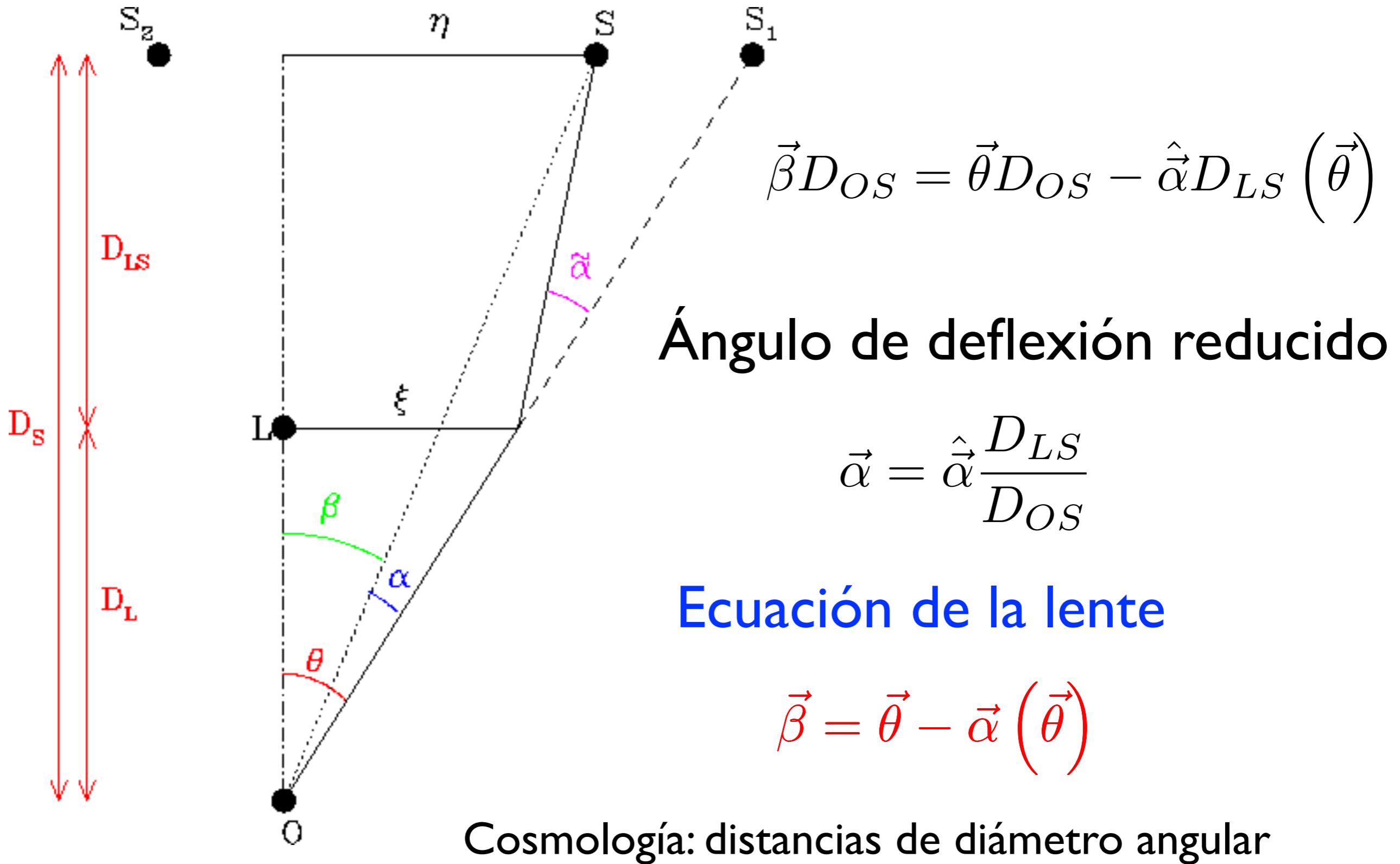
θ

x

Geometría del efecto de lentes por plano único



La ecuación de la lente



Lente puntual

Lente puntual

$$\hat{\vec{\alpha}} = \frac{4GM}{c^2\xi} \hat{\xi}$$

$\xleftarrow{D_{OL}\theta}$

Angulo de deflexión reducido

$$\vec{\alpha} = \frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \frac{4GM}{c^2\theta} \hat{\theta}$$

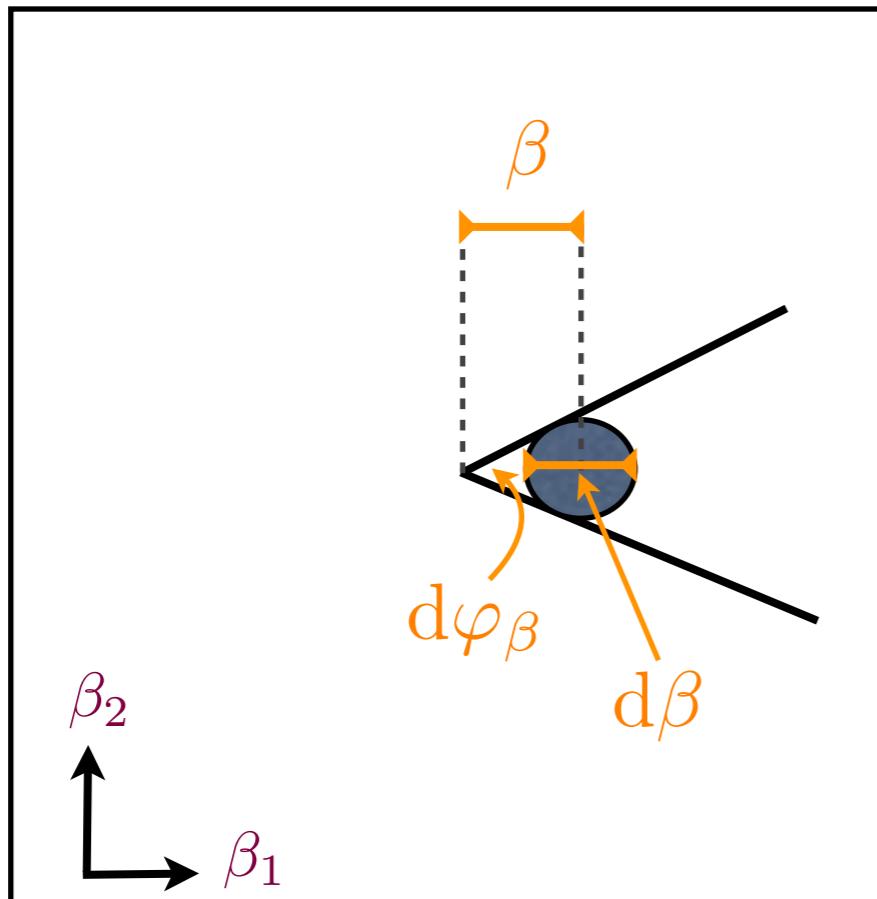
Ecuación de la Lente

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}$$

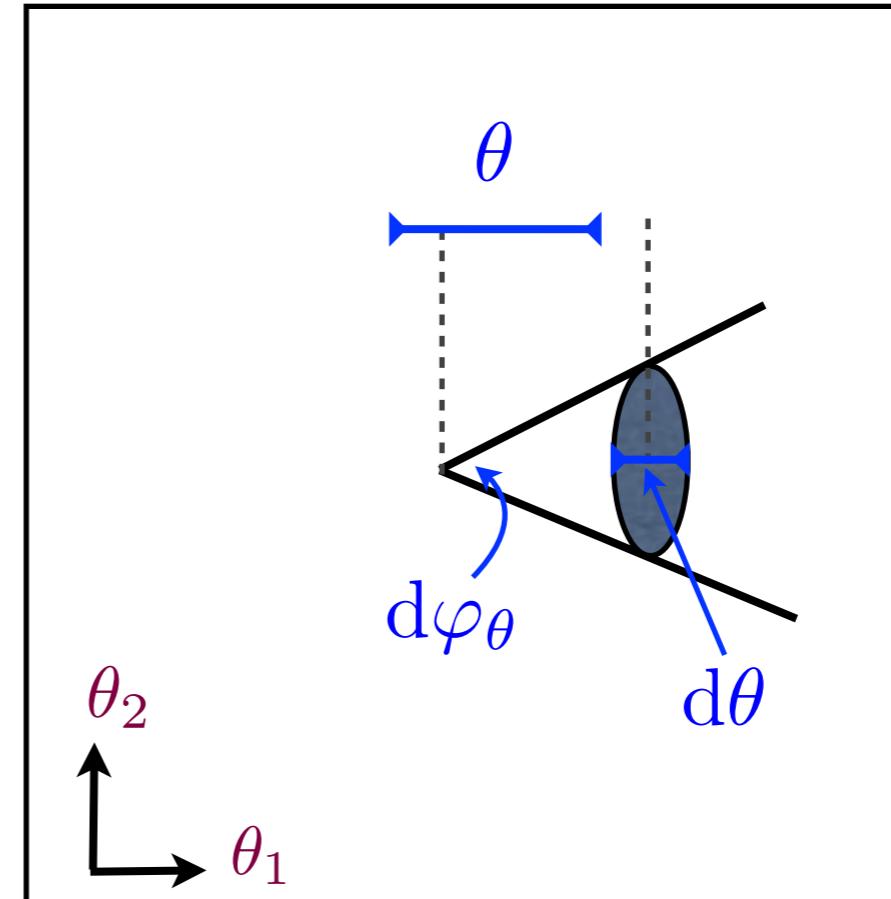
Ángulo de Einstein

$$\theta_E = \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \frac{4GM}{c^2}}$$

Magnificación



Plano de las fuentes



plano de la lente/índices

Longitud radial

$$d\beta$$

$$d\theta$$

Magnificación
radial

$$\frac{d\theta}{d\beta}$$

Longitud tangencial

$$\beta d\varphi_\beta$$

$$\theta d\varphi_\theta$$

Magnificación
tangencial
 $= 1$

$$\frac{d\varphi_\theta}{d\varphi_\beta} \frac{\theta}{\beta}$$

Imágenes y Magnificación

Ecuación de la Lente $\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}$

Soluciones $\theta_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta^2} \right)$

Magnificación $\mu = \frac{\theta}{\beta} \frac{d\theta}{d\beta}$

Imágenes y Magnificación

Ecuación de la Lente

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}$$

Soluciones

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta^2} \right)$$

Magnificación

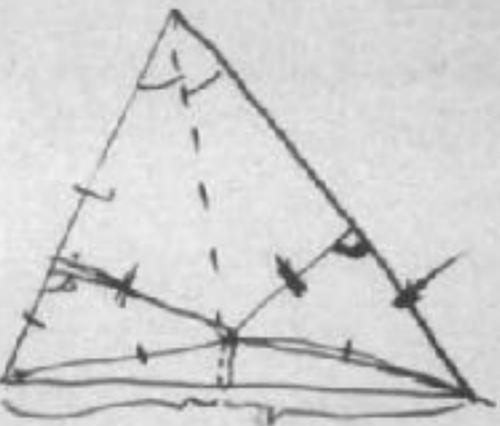
$$\mu_{1,2} = \left(1 - \left[\frac{\theta_E}{\theta_{1,2}} \right]^4 \right)^{-1} = \frac{1}{2} \pm \frac{u^2 + 2}{2u\sqrt{u^2 + 4}}$$

Distancia em unidades del ángulo de Einstein $u = \beta/\theta_E$

Magnificación total

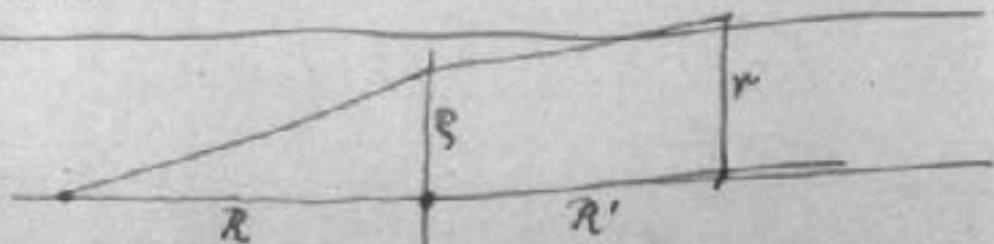
$$\mu = |\mu_1| + |\mu_2| = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}$$

Alle Dreiecke sind gleichschenklig.



herstellerbild

Berlin-Hohensee,
Maschin Friedrichstr. 33.



$$r = s \frac{R+R'}{R} - \frac{R\alpha}{s}$$

$$r_0 = s_0 - \frac{1}{s_0} \quad \dots \text{(1)}$$

$$s_0^2 = s^2 \frac{R+R'}{RR'\alpha}$$

$$\begin{aligned} \text{Endgl. } r &= \dots - \frac{R\alpha}{s} = \dots - \frac{R\alpha}{s_0} \sqrt{\frac{R+R'}{RR'\alpha}} \\ &= \dots - \frac{1}{s_0} \sqrt{\frac{R}{R}(R+R')\alpha} \end{aligned}$$

†

s nach innen
negative α nur mit
aus für stark abgebogene
Strahl.

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= r \sqrt{\frac{R\alpha}{R(R+R')\alpha}} \\ s_0 &= s \sqrt{\frac{R+R'}{RR'\alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

1) gibt zwei Werte für s_0 .

Von hier an Indexp weglassen.

$$2 + r^2 = s^2 + \frac{1}{s^2}$$

$$f = \varphi + \frac{\pi^2}{4}$$

$$df = \left(1 - \frac{\pi^2}{s^2}\right) d\varphi = \left(1 - \frac{1}{s^2}\right) d\varphi$$

$$R df = \pm H d\varphi$$

$$R = \pm \frac{H}{1 - \frac{1}{s^2}}$$

$$R_{\text{tot}} = H \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{s^2}} + \frac{1}{\frac{1}{s^2} - 1} \right\} \quad \dots \text{(3)}$$

Kleinmerg gibt relative Helligkeit.

$$\frac{s_1^4}{s_1^4 - 1} \quad r = \frac{1}{x} - x$$

$$\left\{ \right\} = \frac{1}{1 - x_1^4} + \frac{1}{x_2^4 - 1}$$

DISCUSSION

LENS-LIKE ACTION OF A STAR BY THE DEVIATION OF LIGHT IN THE GRAVITATIONAL FIELD

SOME time ago, R. W. Mandl paid me a visit and asked me to publish the results of a little calculation, which I had made at his request. This note complies with his wish.

The light coming from a star *A* traverses the gravitational field of another star *B*, whose radius is R_o . Let there be an observer at a distance D from *B* and at a distance x , small compared with D , from the extended central line \overline{AB} . According to the general theory of relativity, let α_o be the deviation of the light ray passing the star *B* at a distance R_o from its center.

For the sake of simplicity, let us assume that \overline{AB} is large, compared with the distance D of the observer from the deviating star *B*. We also neglect the eclipse (geometrical obscuration) by the star *B*, which indeed is negligible in all practically important cases. To permit this, D has to be very large compared to the radius R_o of the deviating star.

It follows from the law of deviation that an observer situated exactly on the extension of the central line \overline{AB} will perceive, instead of a point-like star *A*, a luminous circle of the angular radius β around the center of *B*, where

$$\beta = \sqrt{\alpha_o \frac{R_o}{D}}.$$

It should be noted that this angular diameter β does

not decrease like $1/D$, but like $1/\sqrt{D}$, as the distance D increases.

Of course, there is no hope of observing this phenomenon directly. First, we shall scarcely ever approach closely enough to such a central line. Second, the angle β will defy the resolving power of our instruments. For, α_o being of the order of magnitude of one second of arc, the angle R_o/D , under which the deviating star *B* is seen, is much smaller. Therefore, the light coming from the luminous circle can not be distinguished by an observer as geometrically different from that coming from the star *B*, but simply will manifest itself as increased apparent brightness of *B*.

The same will happen, if the observer is situated at a small distance x from the extended central line \overline{AB} . But then the observer will see *A* as two point-like light-sources, which are deviated from the true geometrical position of *A* by the angle β , approximately.

The apparent brightness of *A* will be increased by the lens-like action of the gravitational field of *B* in the ratio q . This q will be considerably larger than unity only if x is so small that the observed positions of *A* and *B* coincide, within the resolving power of our instruments. Simple geometric considerations lead to the expression

$$q = \frac{l}{x} \cdot \frac{1 + \frac{x^2}{2l^2}}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{4l^2}}},$$

where

$$l = \sqrt{\alpha_o D R_o}.$$

BRIEF HISTORY

- Einstein 1911-12: Einstein's predictions and the first intent of observation
- Sobral 1919: light deflection by gravity
- Chwolson 1924: first paper on gravitational lensing
- Einstein 1936: lensing by stars

“Of course, there is not much hope of observing this phenomenon directly”

Therefore, there is no great chance of observing this phenomenon, even if dazzling by the light of the much nearer star B is disregarded. This apparent amplification of q by the lens-like action of the star B is a most curious effect, not so much for its becoming infinite, with x vanishing, but since with increasing distance D of the observer not only does it not decrease, but even increases proportionally to \sqrt{D} .

ALBERT EINSTEIN

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY,
PRINCETON, N. J.

Curva de luz de microlente

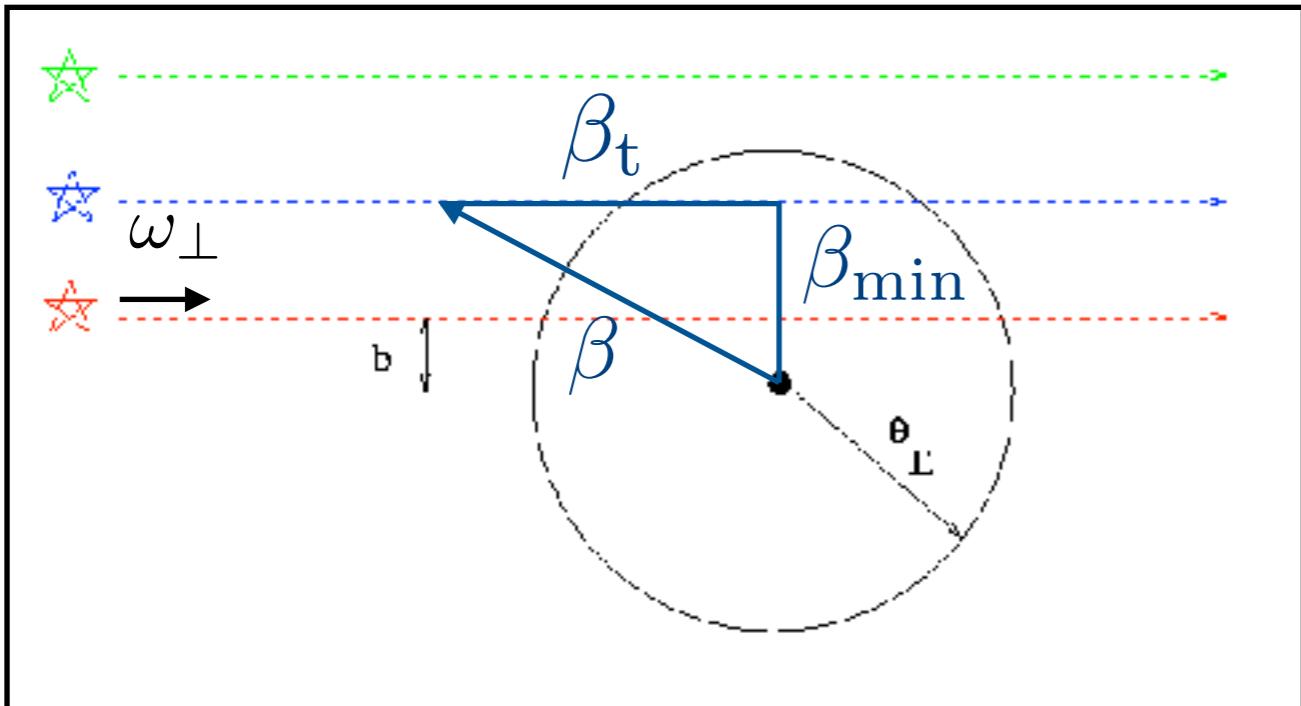
Magnificación de lente puntual:

$$\mu = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}} \quad u = \beta/\theta_E$$

Radio (angular) de Einstein:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \frac{4GM}{c^2}}$$

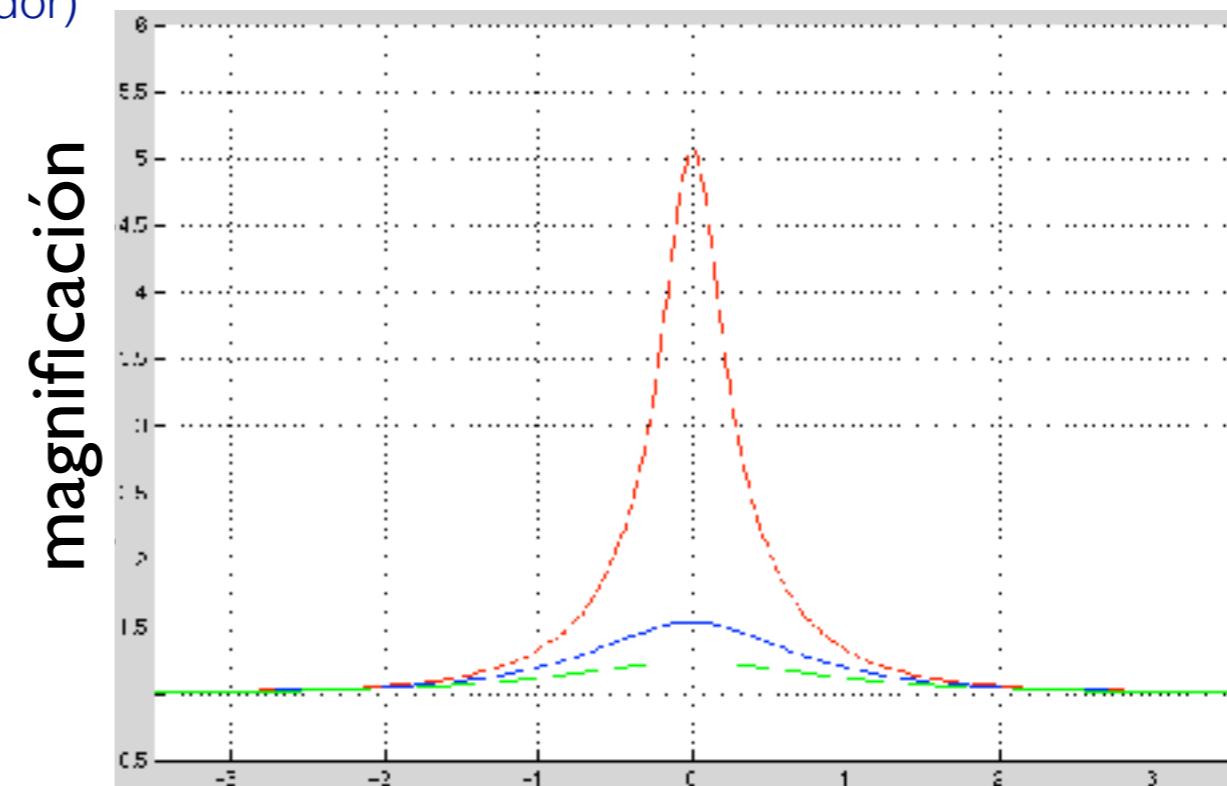
ω_{\perp} : velocidad angular entre lente y fuente (relativa al observador)



Plano de las fuentes

$$\beta_t = \omega_{\perp} t = \frac{v_{\perp}}{D_{OL}} t$$

$$u(t) = \sqrt{u_{\min}^2 + \left(\frac{v_{\perp} t}{\theta_E D_{OL}}\right)^2} = \sqrt{u_{\min}^2 + \left(\frac{t}{t_E}\right)^2}$$

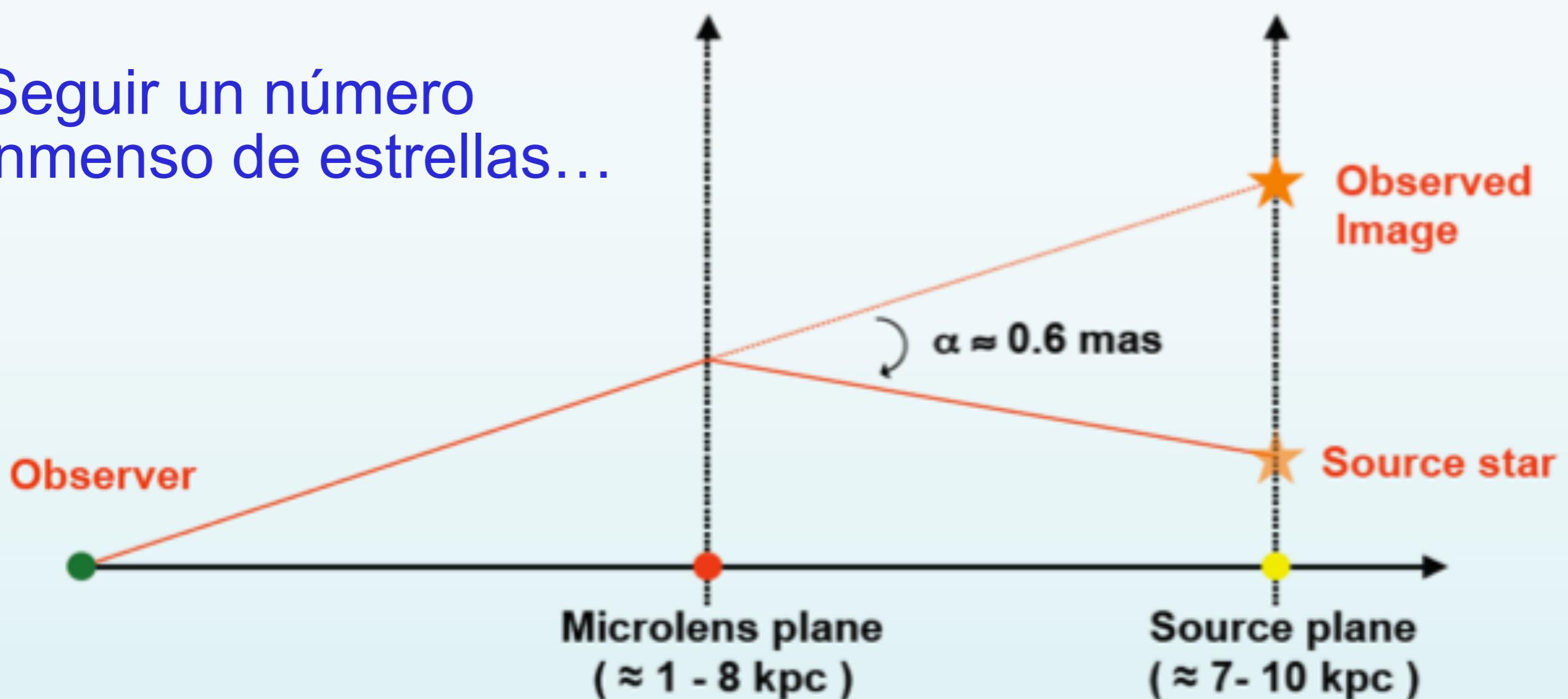


Tiempo en unidades del tiempo de Einstein

$$t_E = \frac{\theta_E D_{OL}}{v_{\perp}}$$

Microlentes en la Galaxia

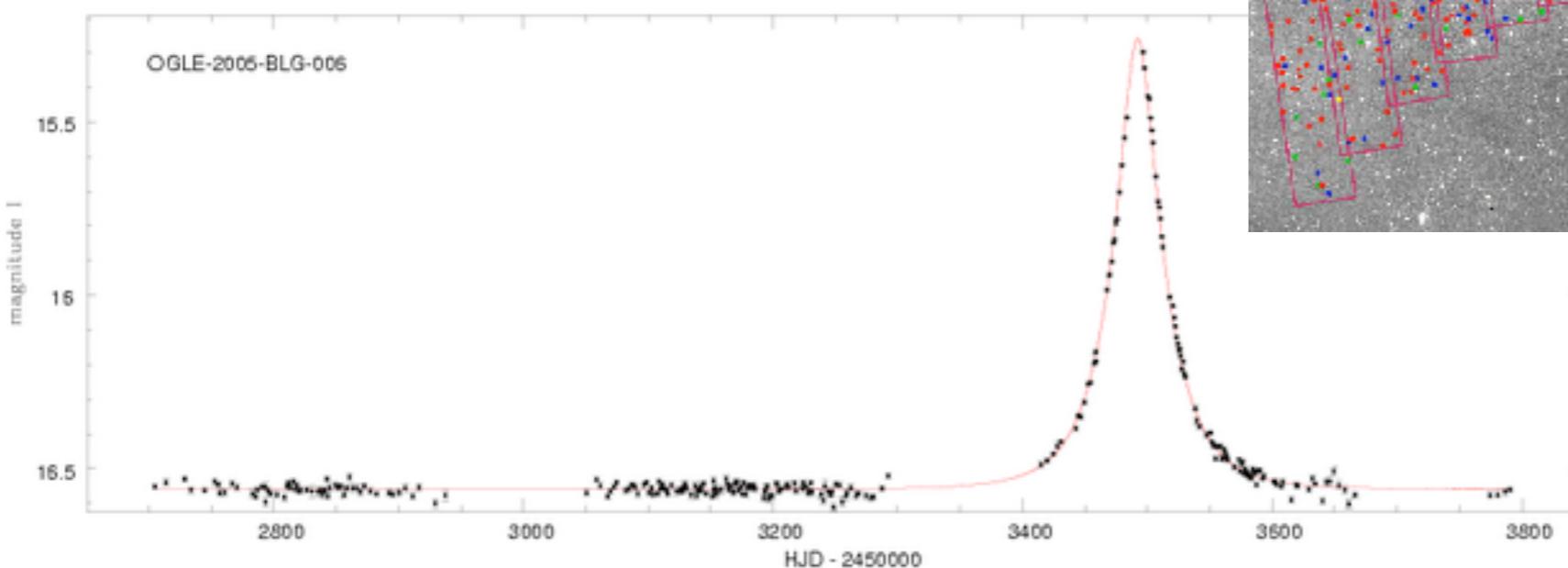
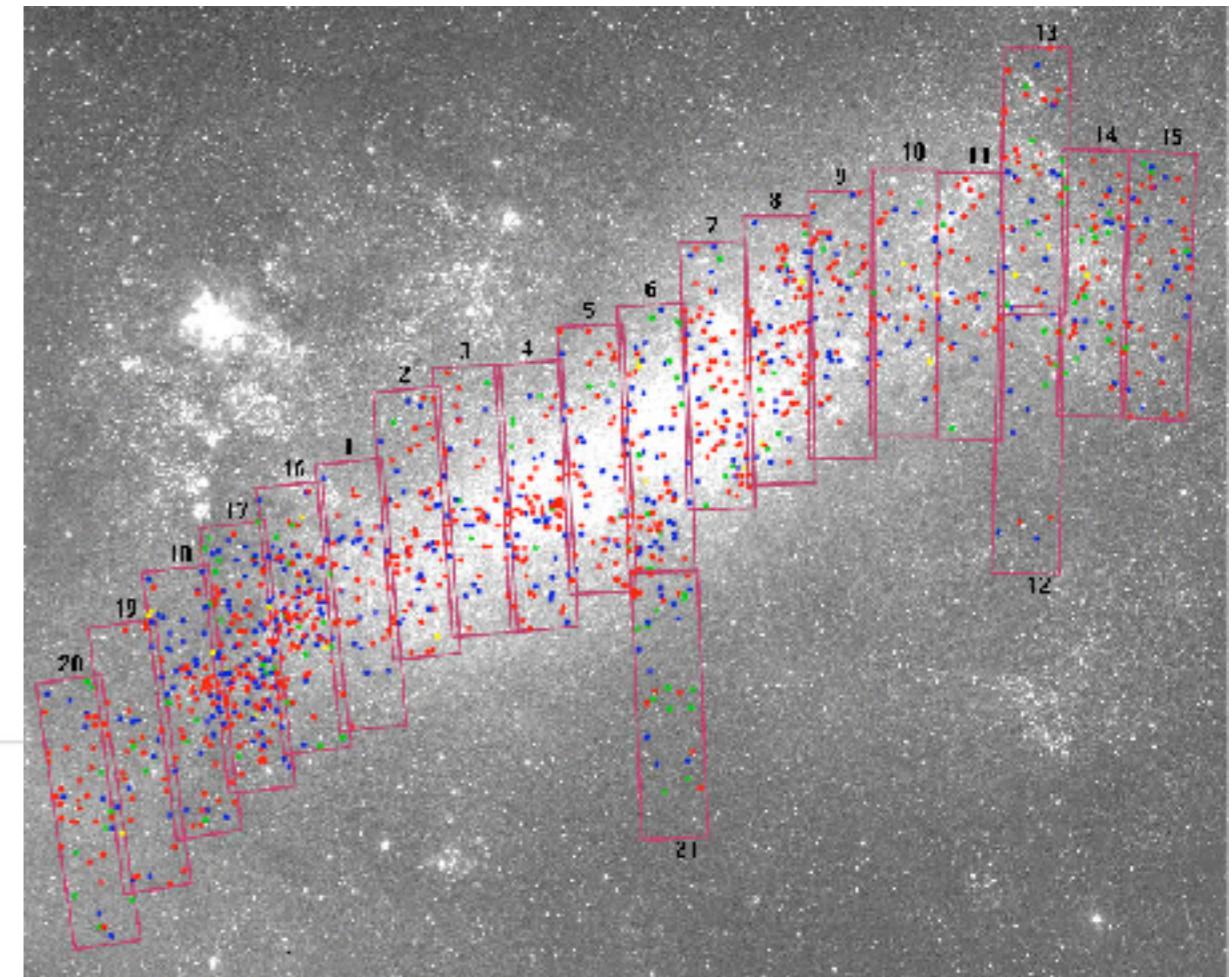
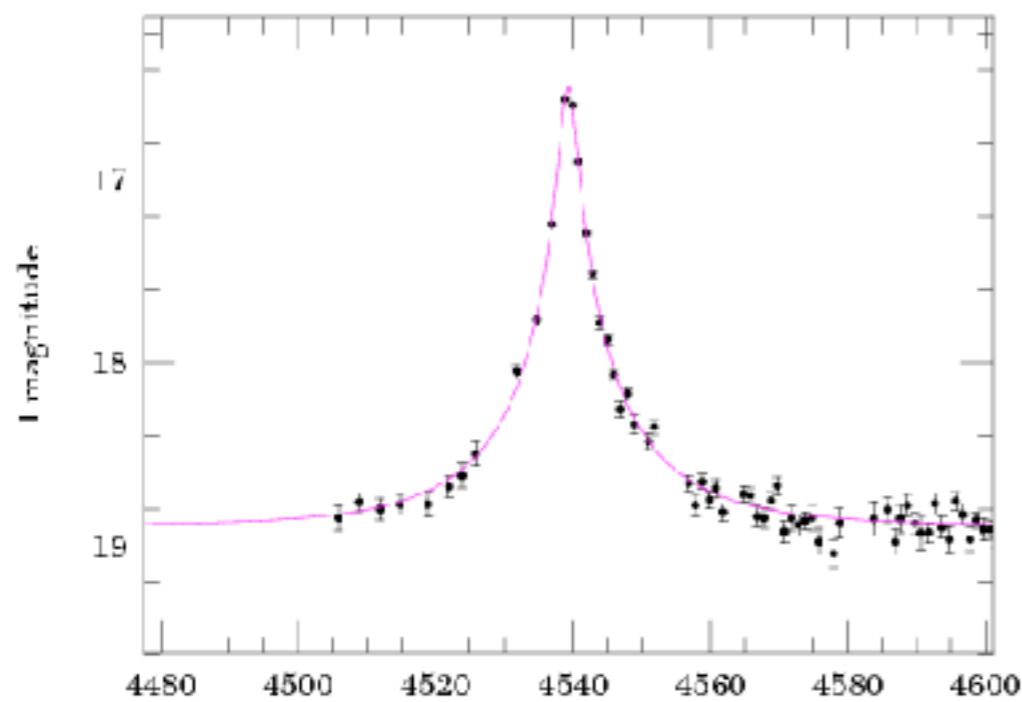
Seguir un número
inmenso de estrellas...



Einstein estaba equivocado: observaciones de *microlensing*

Projects MACHO, OGLE, EROS...

OGLE-2008-BLG-060



$$t_E \equiv D_d \theta_E / v_{\perp}$$

degeneraciones

Qué es el *microlensing* (galáctico)?

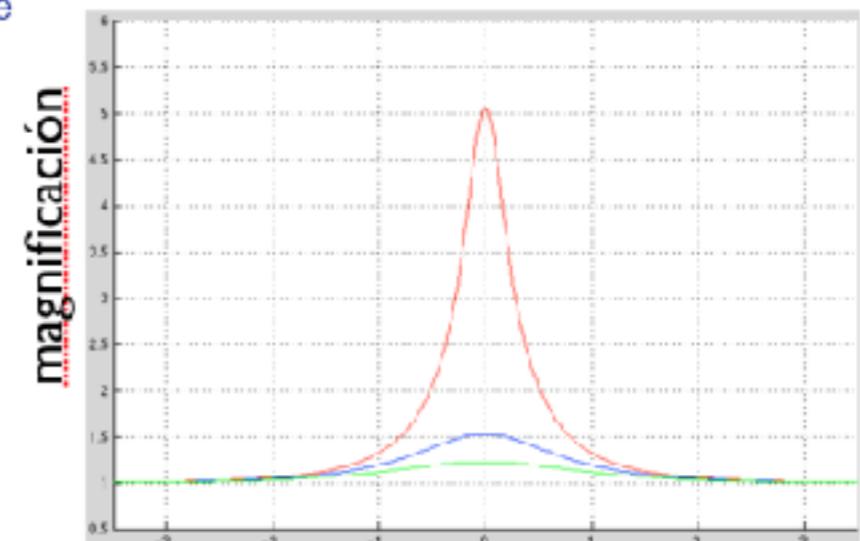
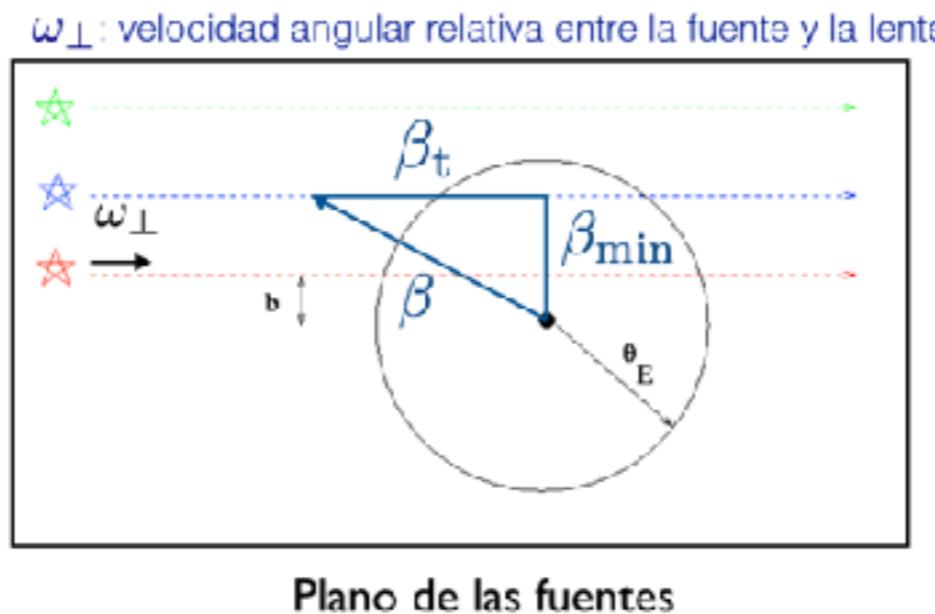
$$\mu = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}$$

$$u = \beta/\theta_E$$

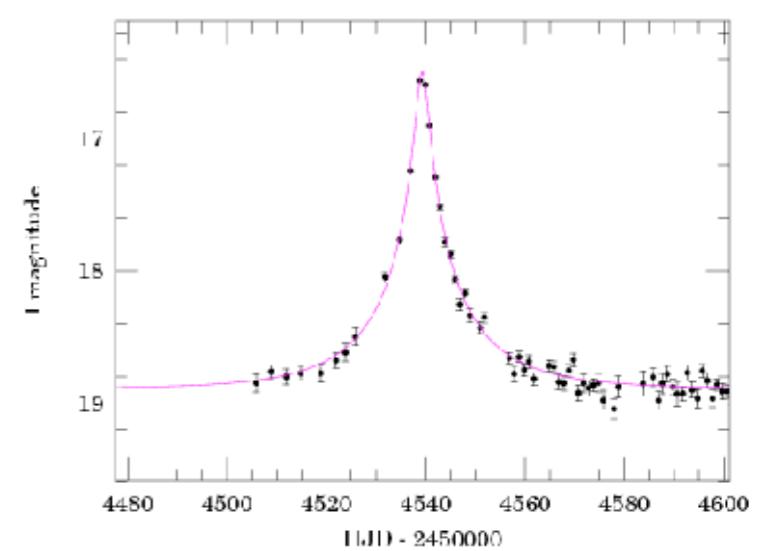
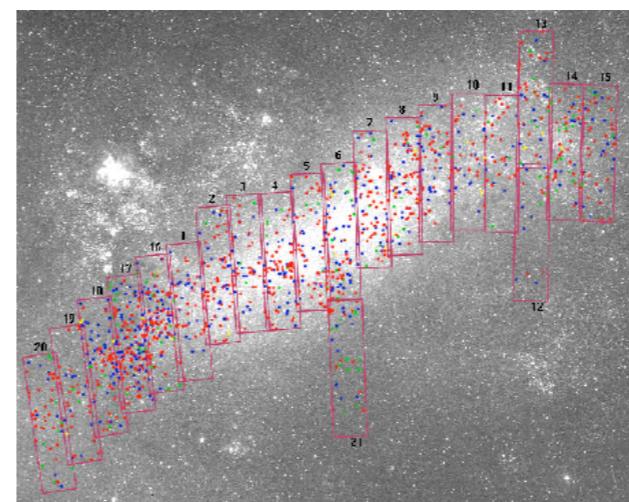
Angulo de Einstein

$$\theta_E = \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}}} \frac{4GM}{c^2}$$

- Magnificación de la luz de una estrella distante causada por el efecto fuerte de lente gravitacional de una masa más próxima



- Por el movimiento relativo, se observa la variación de la magnitud de la estrella en función del tiempo
- Requiere monitorear un gran número de estrellas (Einstein pensó que era imposible medir ese efecto)



También microlensing de cuásares por estrellas en galaxias lentes

Microlensing por lente compuesta

- Ecuación de la lente

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \mu_A (\vec{\theta} - \vec{\theta}_A) \frac{\theta_E^2}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_A|^2} - \mu_B (\vec{\theta} - \vec{\theta}_B) \frac{\theta_E^2}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_B|^2}$$

$$\mu_i = \frac{M_i}{M_1 + M_2}$$

θ_E : radio (angulo) de Einstein calculado usando la massa total $M_1 + M_2$

Ejercicio

Mapeo de lentes

► mapeo imagen → fuente

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \theta_j} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$$

► autovalores:

$$\mu_1 = \frac{1}{1 - \kappa + \gamma}, \mu_2 = \frac{1}{1 - \kappa - \gamma}$$

► plano único

► magnificación local y
razón axial:

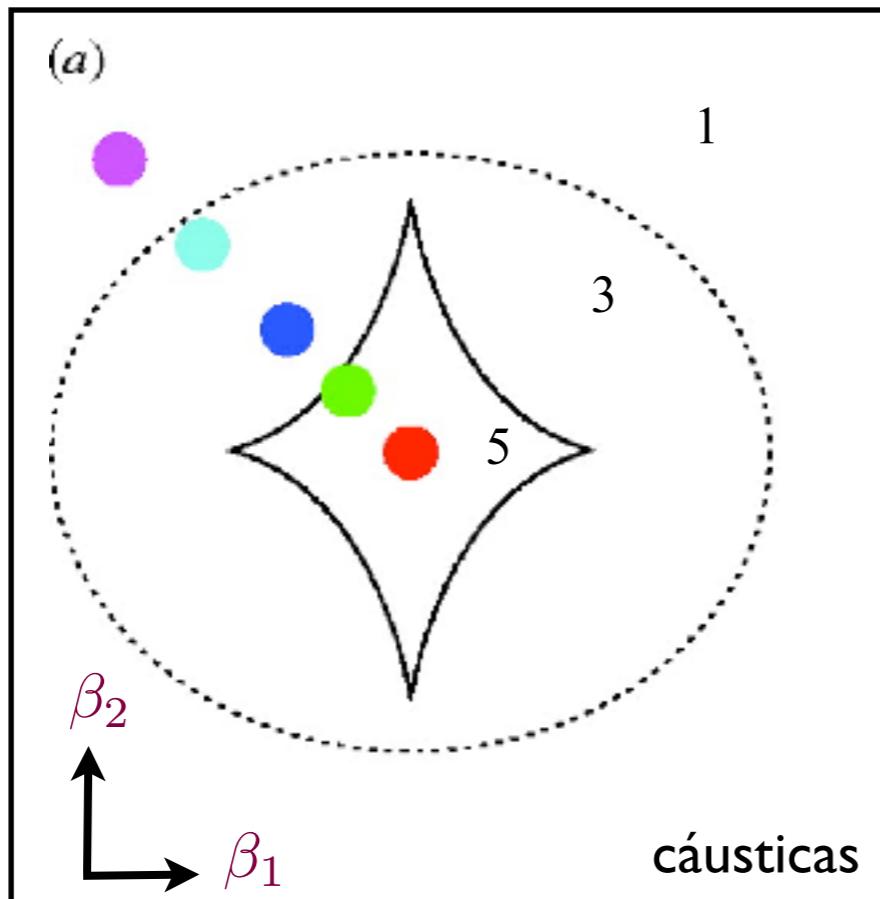
$$\mu = \mu_1 \mu_2$$

$$r = \left| \frac{\mu_1}{\mu_2} \right|$$

Cáusticas y curvas críticas

► mapeo imagen → fuente

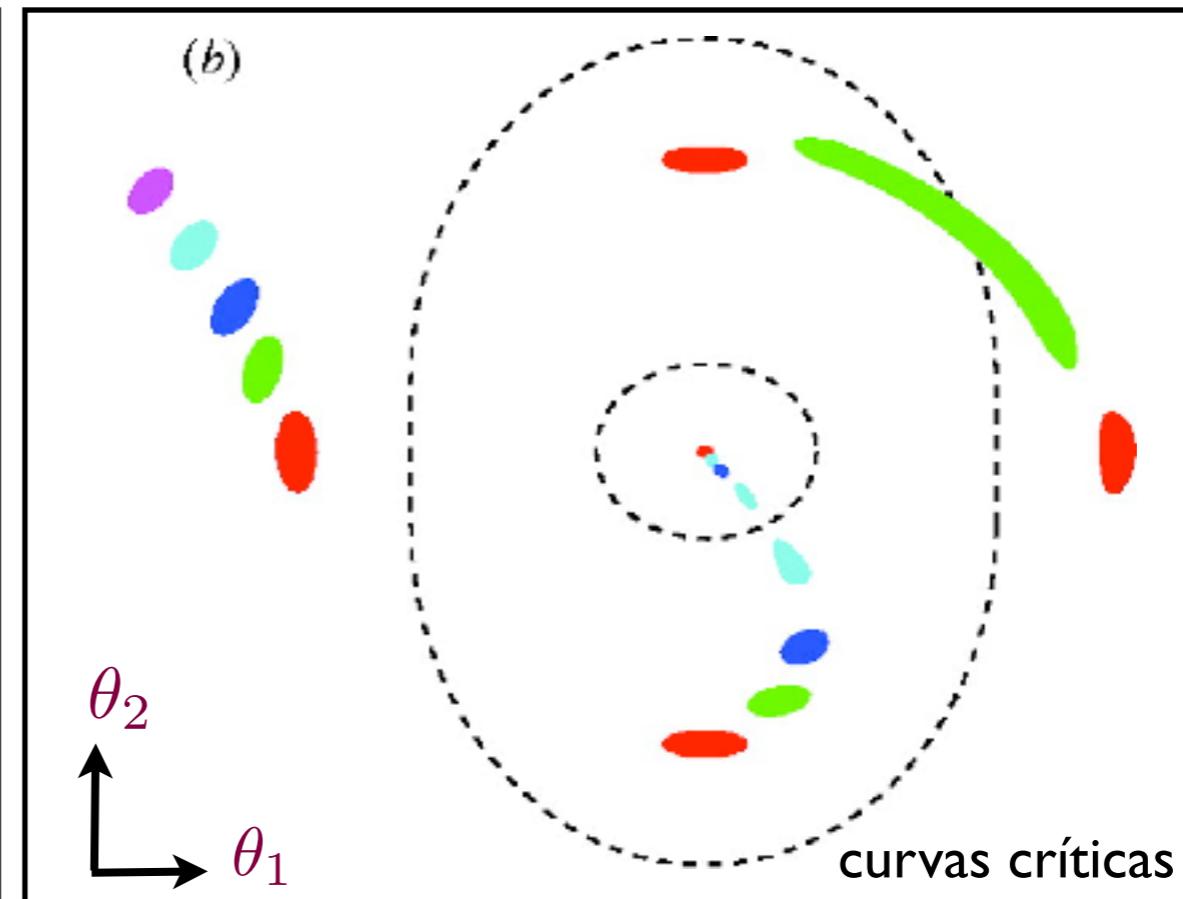
$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \theta_j} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$$



Plano de las fuentes

► autovalores:

$$\mu_1 = \frac{1}{1-\kappa+\gamma}, \mu_2 = \frac{1}{1-\kappa-\gamma}$$



plano de la lente/imágenes

Los números en el plano de las fuentes indican la multiplicidad de las imágenes

Microlensing por lente compuesta

- Ecuación de la lente

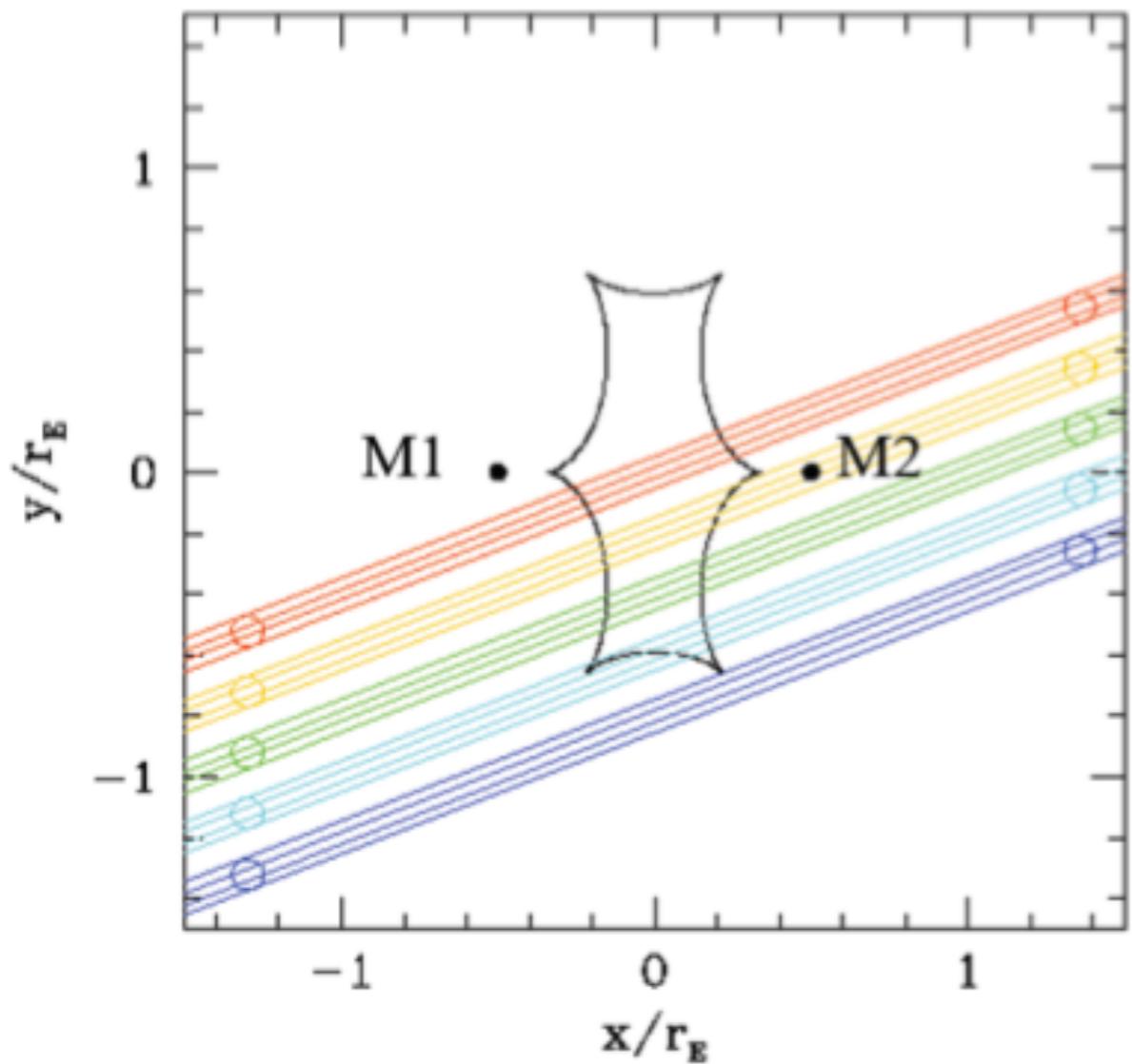
$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \mu_A (\vec{\theta} - \vec{\theta}_A) \frac{\theta_E^2}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_A|^2} - \mu_B (\vec{\theta} - \vec{\theta}_B) \frac{\theta_E^2}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_B|^2}$$

$$\mu_i = \frac{M_i}{M_1 + M_2}$$

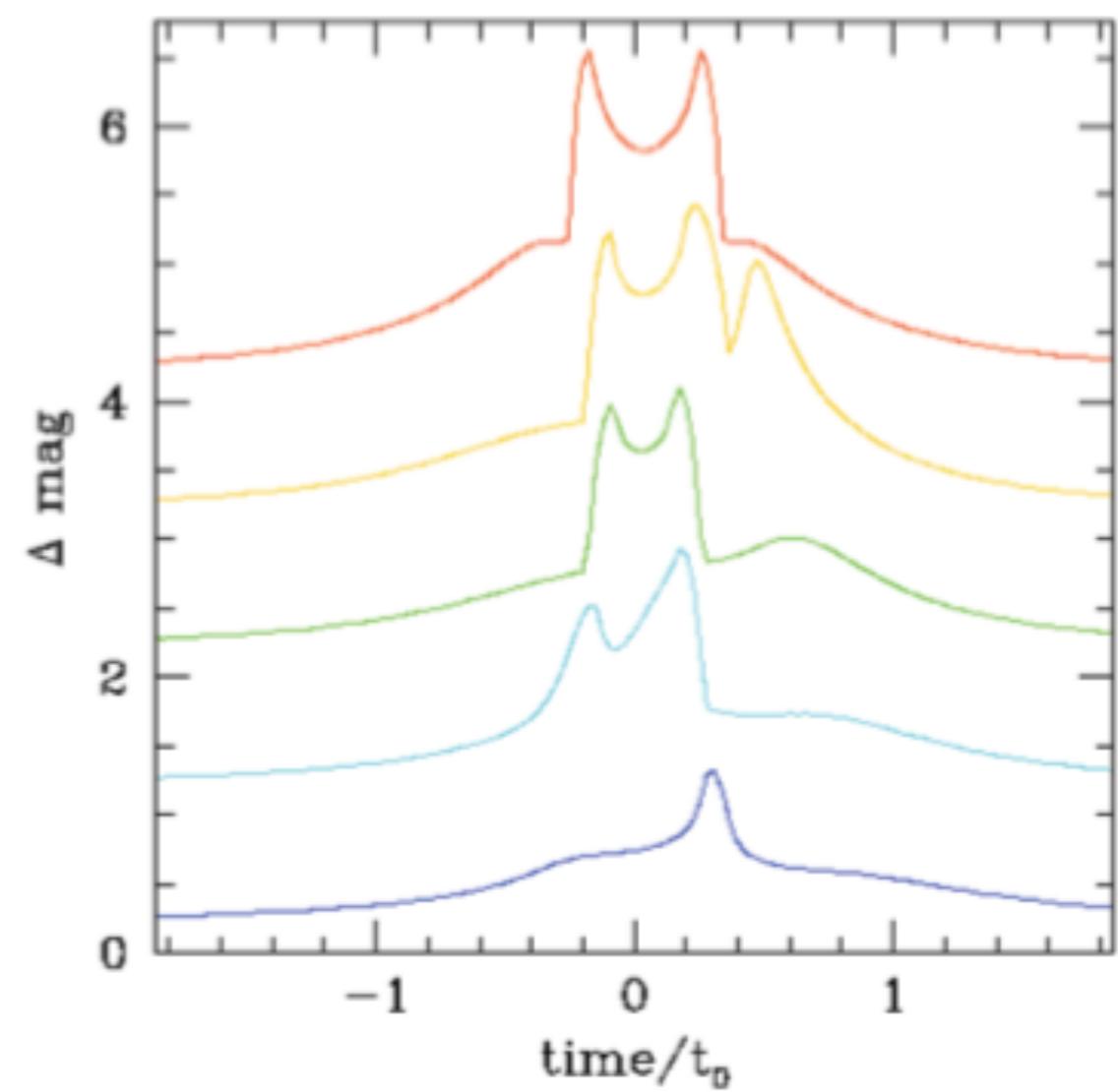
θ_E : radio (angulo) de Einstein calculado usando la massa total $M_1 + M_2$

Microlente por lente compuesta

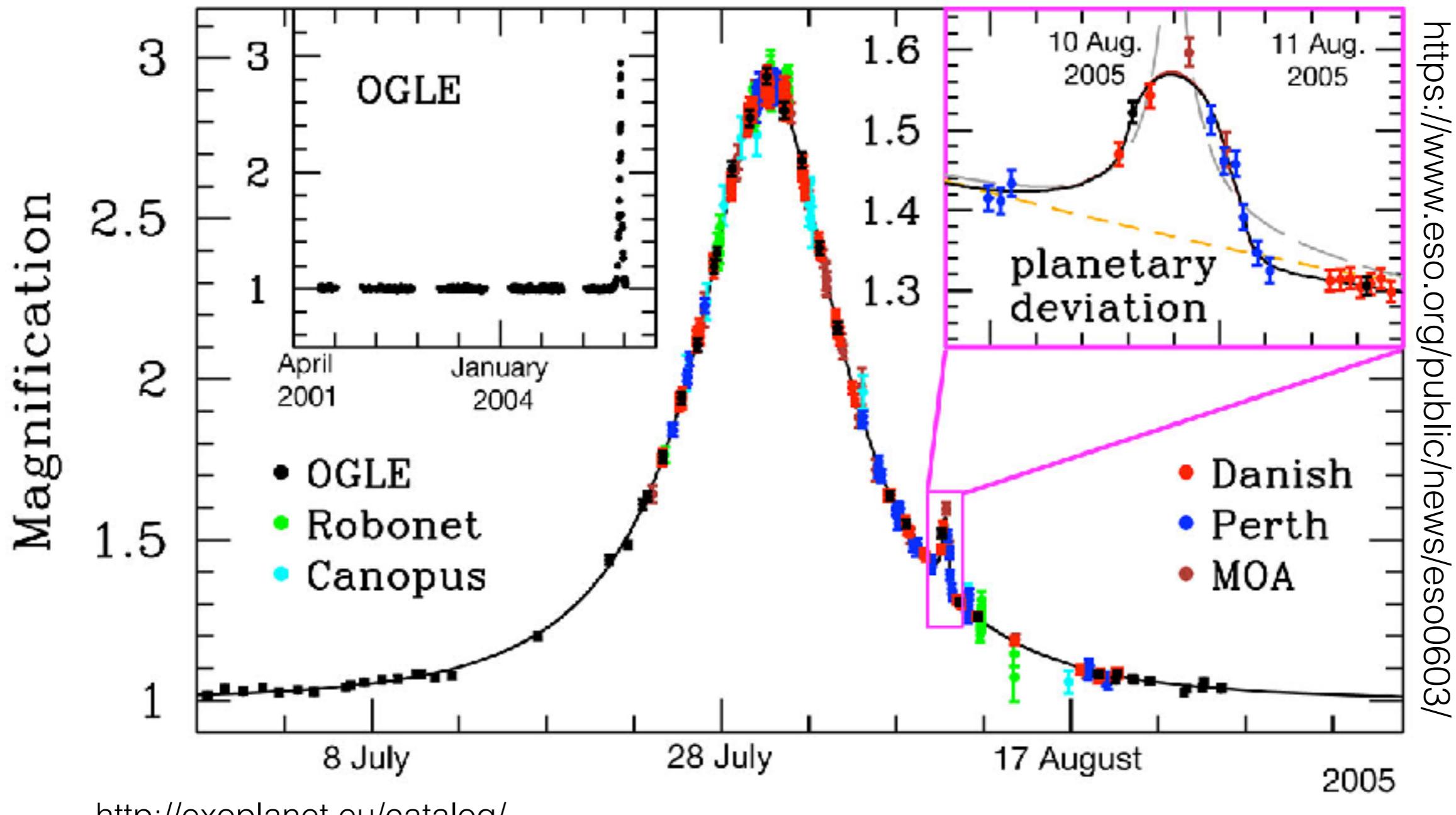
- Estructura de la cáustica



- Curvas de luz



Exoplanetas



- más de 300 exoplanetas descubiertos
- Anomalías planetarias características
- Necesitan cadencia mayor

$$t_E \equiv D_d \theta_E / v_{\perp}$$

Romper degeneraciones
con otros observables

Próximas clases

Revisión y Lentes binárias

Efectos de orden más alta

❑ Fuente finita

❑ Fuente uniforme circular

❑ Oscurecimiento de borde

❑ Efectos de paralaje

❑ Movimiento de la Tierra

❑ Satélites

❑ xallarap

Estadística de lentes