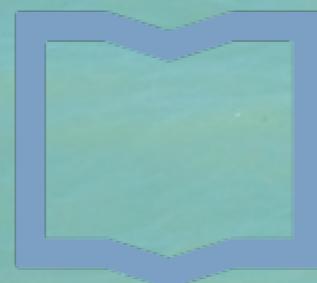


LENTES GRAVITACIONALES EN ASTROFÍSICA Y COSMOLOGÍA

SEMANA - 6

PARTE II: LENTES POR GALÁXIAS Y CÚMULOS DE GALÁXIAS

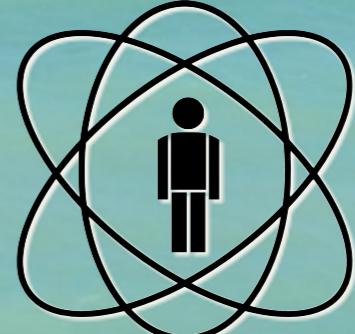
MARTÍN MAKLER
ICAS/IFICI/CONICET & UNSAM Y CBPF



ICAS

Instituto de
Ciencias Físicas
ICIFI-ECYT_UNSAM-CONICET

CONICET



CBPF

ESTRUCTURA GENERAL DE LA MATERIA

Parte II: lentes por galáxias y cúmulos de galáxias

[background cosmology, weak & strong lensing]

[objetos astrofísicos + cosmología]

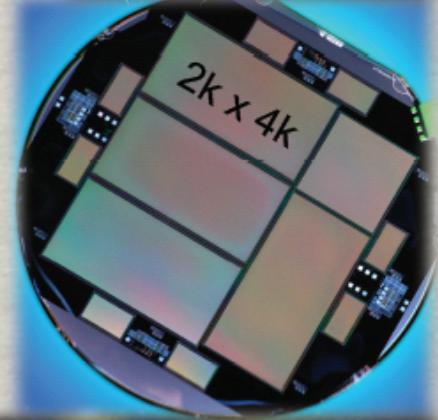
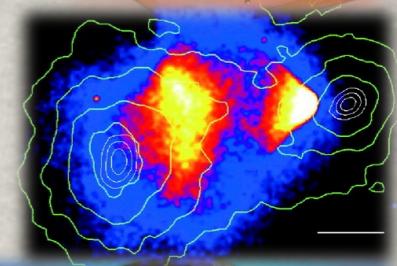
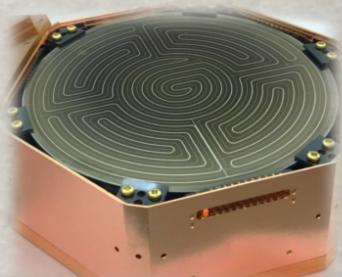
- Revisión cosmología de fondo (ecuación de la lente en un universo en expansión)
- Modelos de lentes extensas
- Retraso temporal
- Efecto débil de lentes (fundamentos do *weak lensing*, regímenes y métodos)

(recordatorio: elegir tema del trabajo final)

PLAN

Hoy: Cosmología en un día
(casi) sin relatividad general

- Redshift y expansión del Universo
- Dinámica y parámetros cosmológicos
- Métrica y distancias
- Energía oscura
- Propagación de la luz y
ecuación de la lente



Fenomenología

**El Universo de la cosmología teórica
Homogéneo e isotropo
Dominado por materia y energía oscuras**

**El universo del astrónomo
Galaxias, gas, estrellas, etc.**



Fenomenología

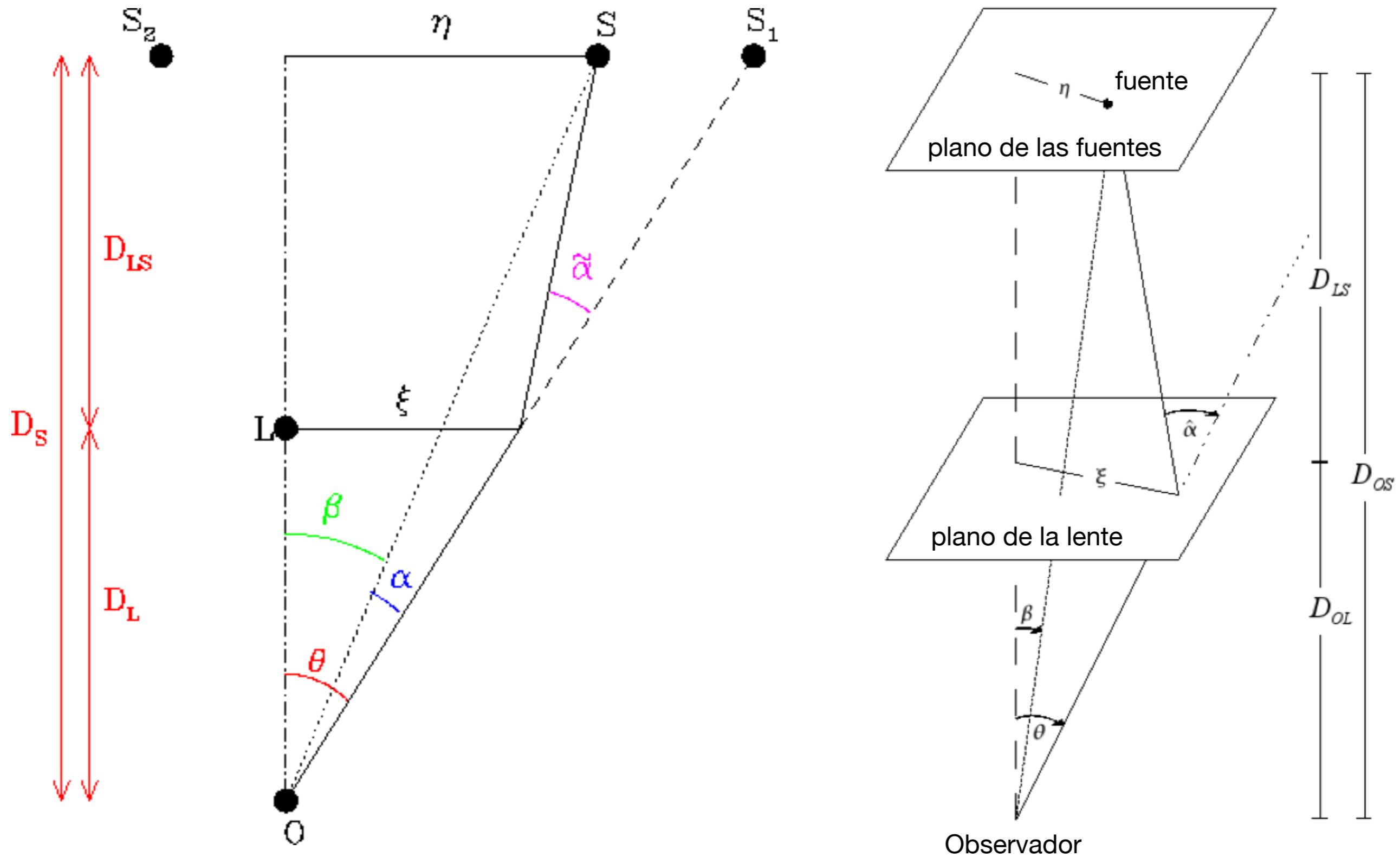
**El Universo de la cosmología teórica
Homogéneo e isótropo
Dominado por materia y energía oscuras**

**El universo del astrónomo
Galaxias, gas, estrellas, etc.**

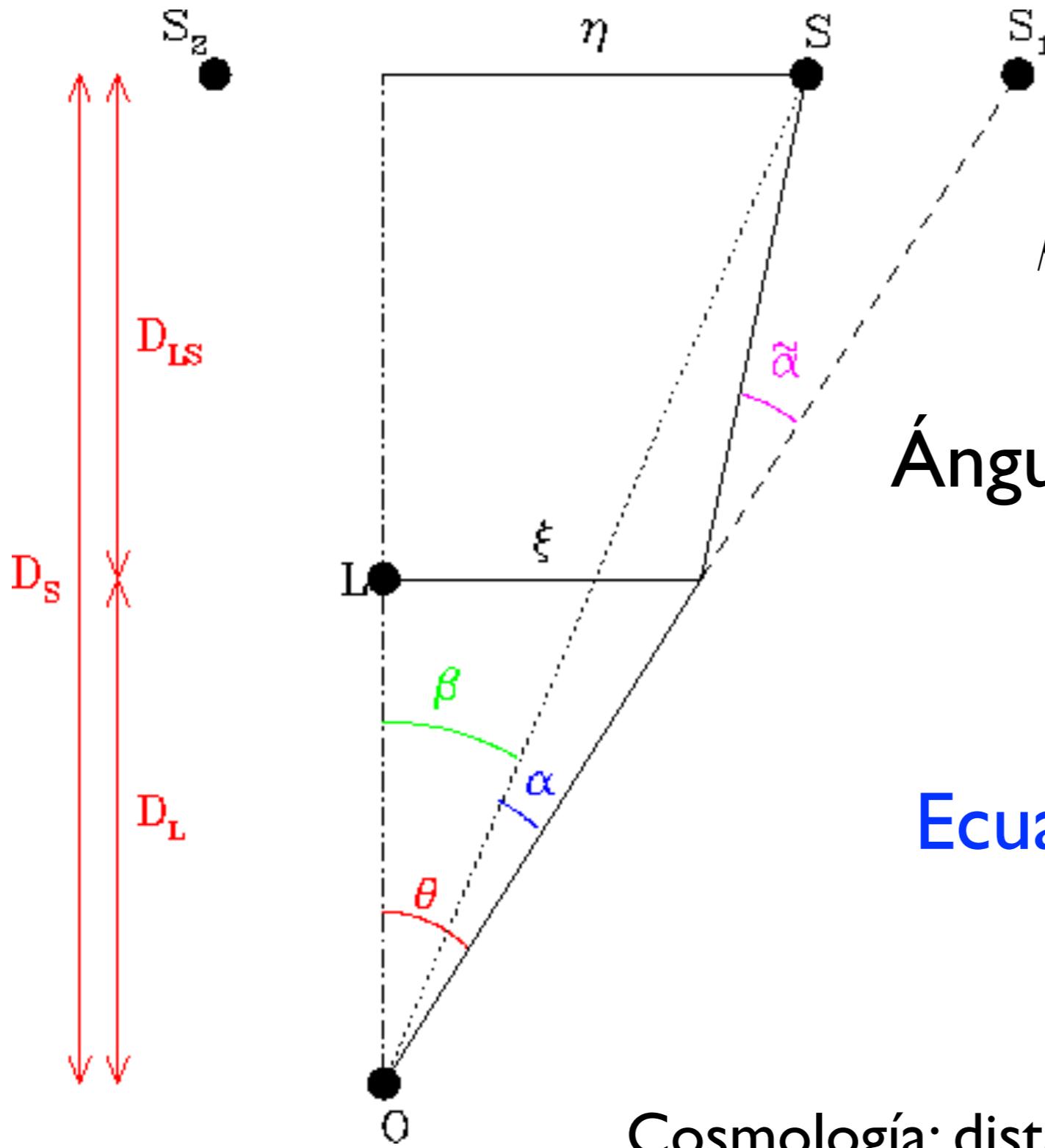
- Recordar: el universo es más homogéneo de lo que parece, hay una expansión cósmica
- Abordaje perturbativo:
 - fondo homogéneo (orden cero)
 - perturbaciones lineales (orden uno)
 - ojo: perturbativo en la métrica (campo), aunque fluctuaciones enormes de densidad
- En este módulo II: una única perturbación

$$\frac{\phi}{c^2} \ll 1$$

Geometría del efecto de lentes por plano único



La ecuación de la lente



$$\vec{\beta} D_{OS} = \vec{\theta} D_{OS} - \hat{\vec{\alpha}} D_{LS} (\vec{\theta})$$

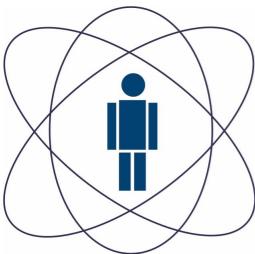
Ángulo de deflexión reducido

$$\vec{\alpha} = \hat{\vec{\alpha}} \frac{D_{LS}}{D_{OS}}$$

Ecuación de la lente

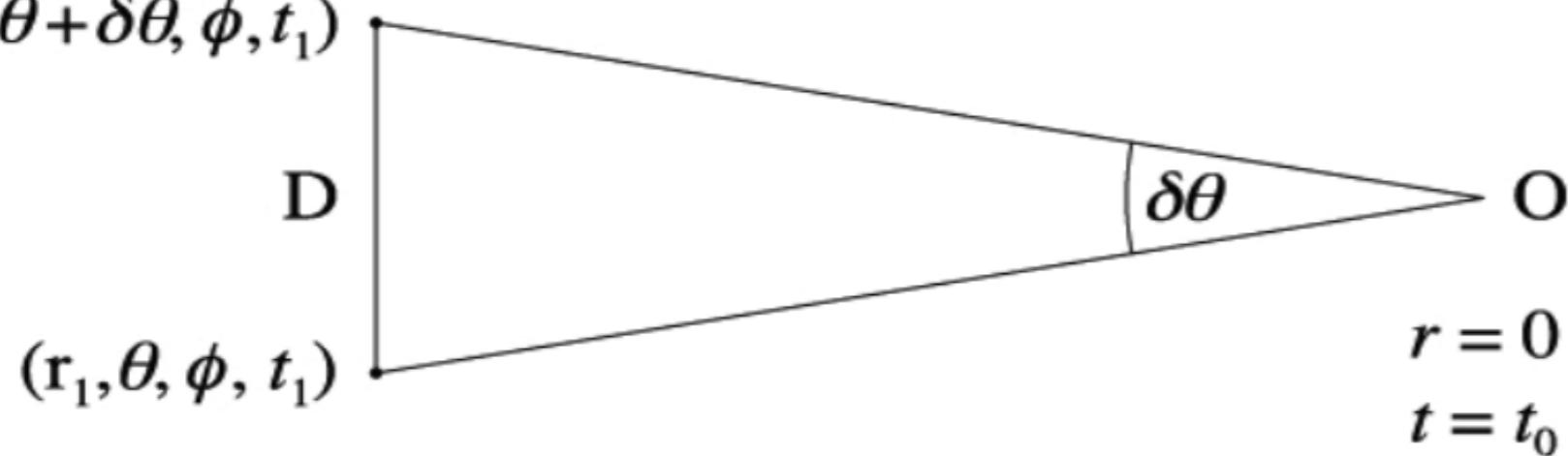
$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha} (\vec{\theta})$$

Cosmología: distancias de diámetro angular



Distancia de diámetro angular

$$(r_1, \theta + \delta\theta, \phi, t_1)$$



$$d_A \equiv \frac{D}{\delta\theta}$$

(para $\delta\theta \ll 1$)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{1}{1 - Kr^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right)$$

luego $D = a(t_1) r_1 \delta\theta$ entonces

$$d_A = a(t_1) r_1$$

$$d_A = c(1+z)^{-1} \frac{1}{\sqrt{|1-\Omega_0|}} S \left(\sqrt{|1-\Omega_0|} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right)$$

¡Queremos entender qué son $H(z)$, los Ω_i y qué se puede medir con lentes gravitacionales!

Telón de fondo + objeto de interés

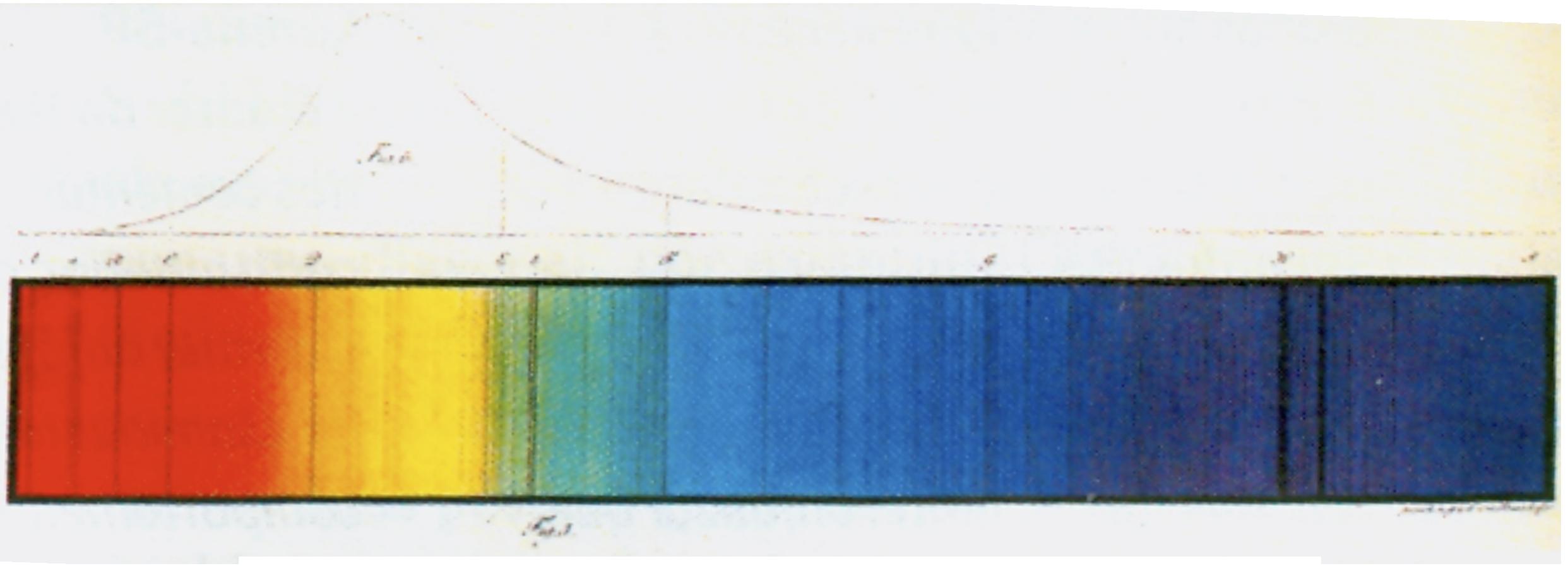
The Dynamical Cosmos

The Expanding Universe

“O universo não é uma idéia minha.
A minha idéia do Universo é que é uma idéia minha.”

Alberto Cuíro

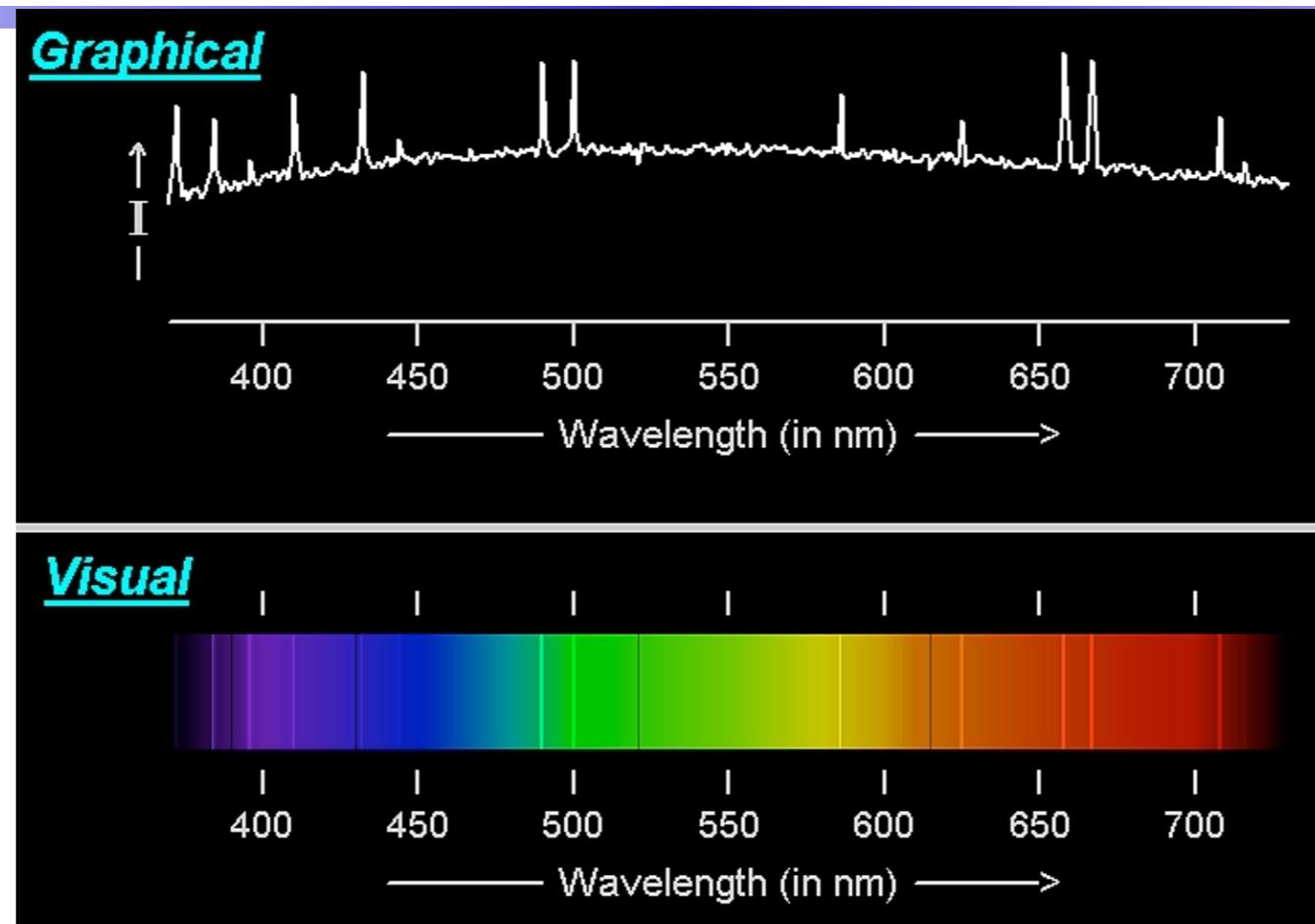
O “nascimento” da astrofísica



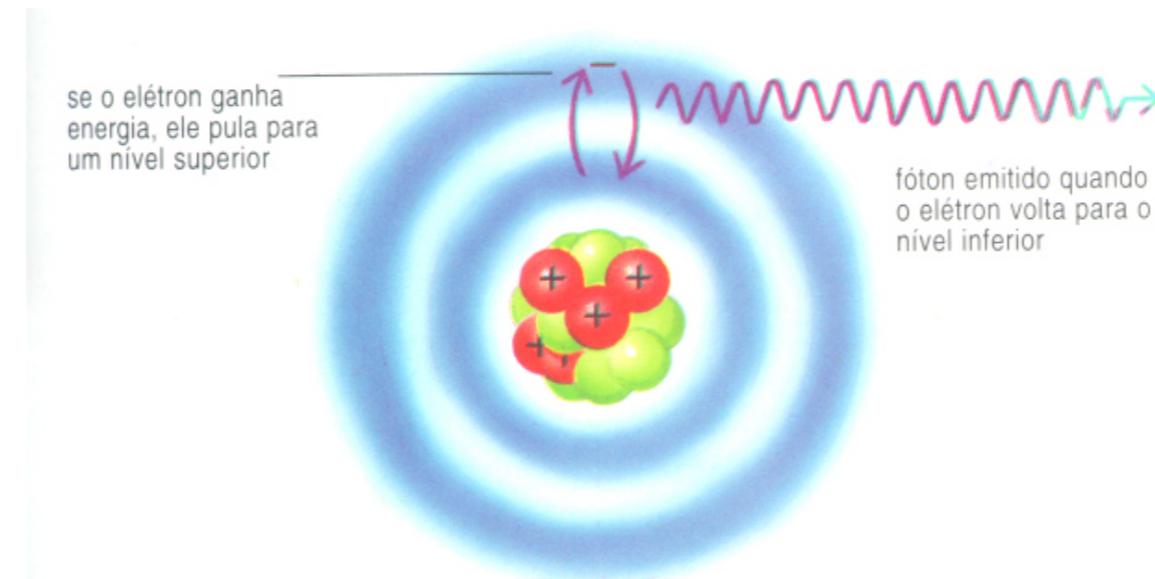
El Espectro del Sol por Joseph von Fraunhofer

**Espectroscopía:
astronomía del siglo XX**

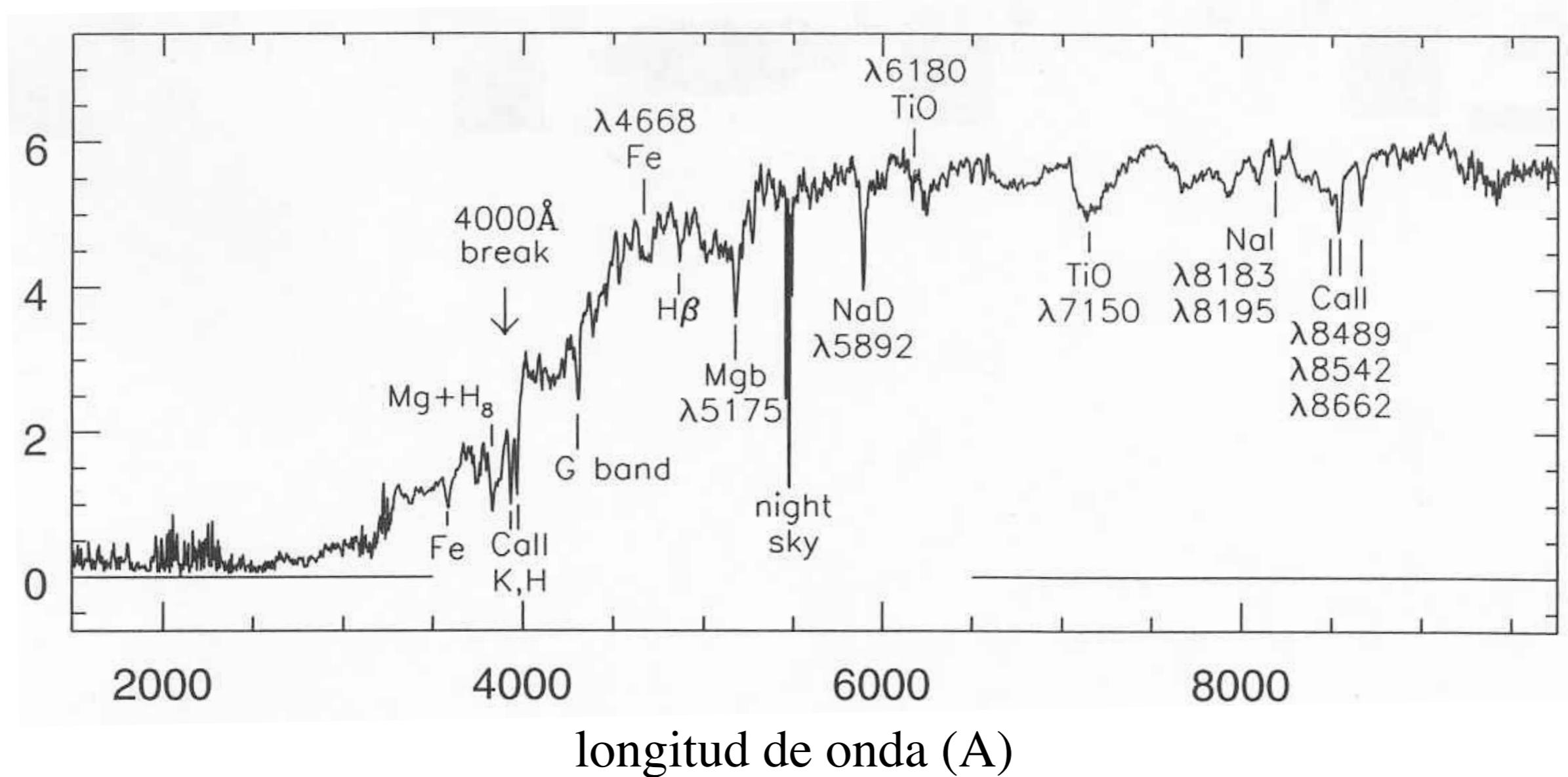
Espectro de Líneas



Líneas de absorción debido a la presencia de gás



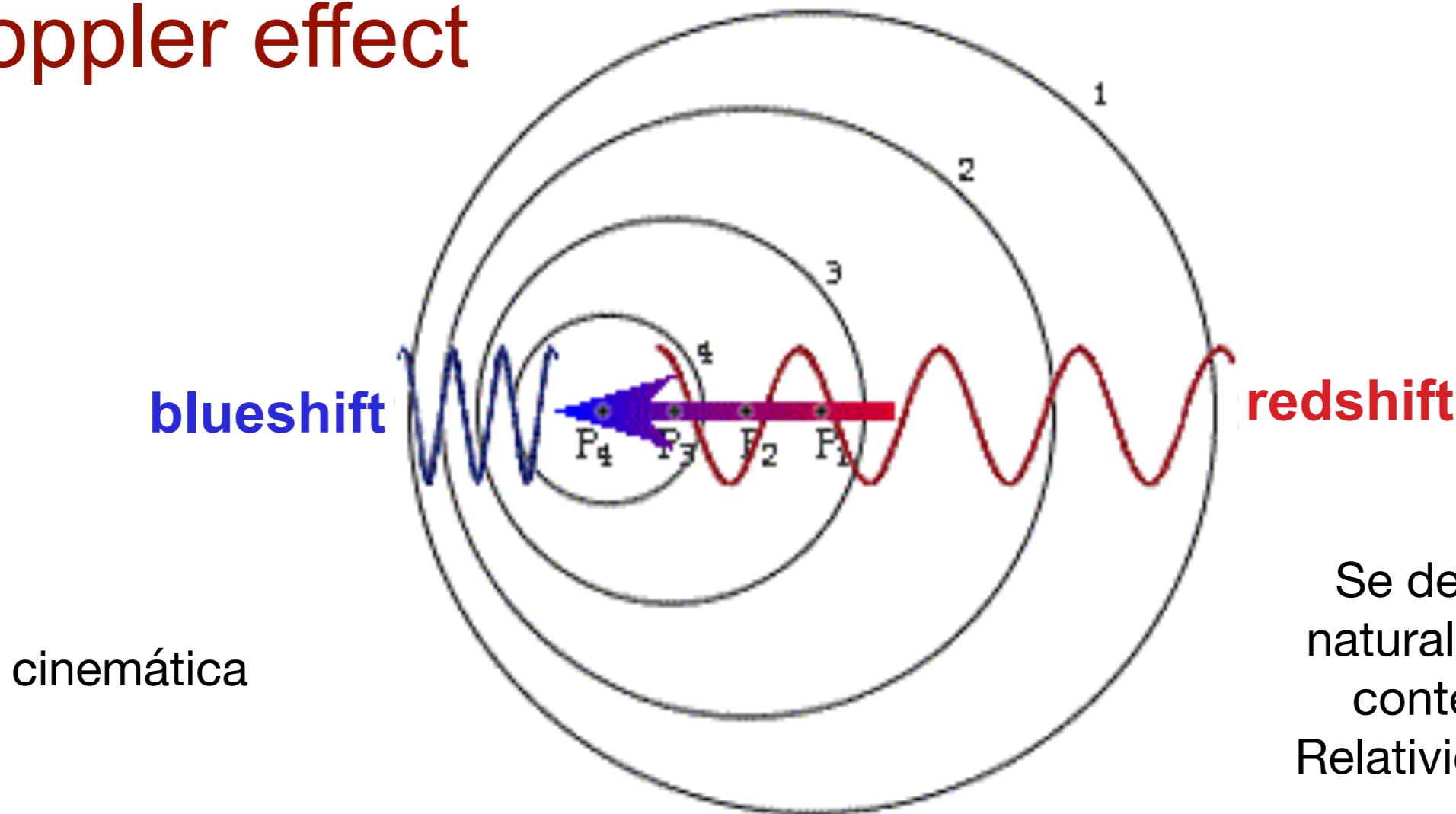
Espectro de Líneas



**Composición química
Hoy en día automatizado!**

Redshift

- Doppler effect



$$z := \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} - 1 \approx v/c, \text{ for } v \ll c$$

Redshift

- Comparación entre medidas en diferentes sistemas de referencia (cinemática)

en el sistema de referencia propio $E = -u^\mu p_\mu$

en el sistema de referencia con prima $E' = -u'^\mu p_\mu$

corrimiento al rojo

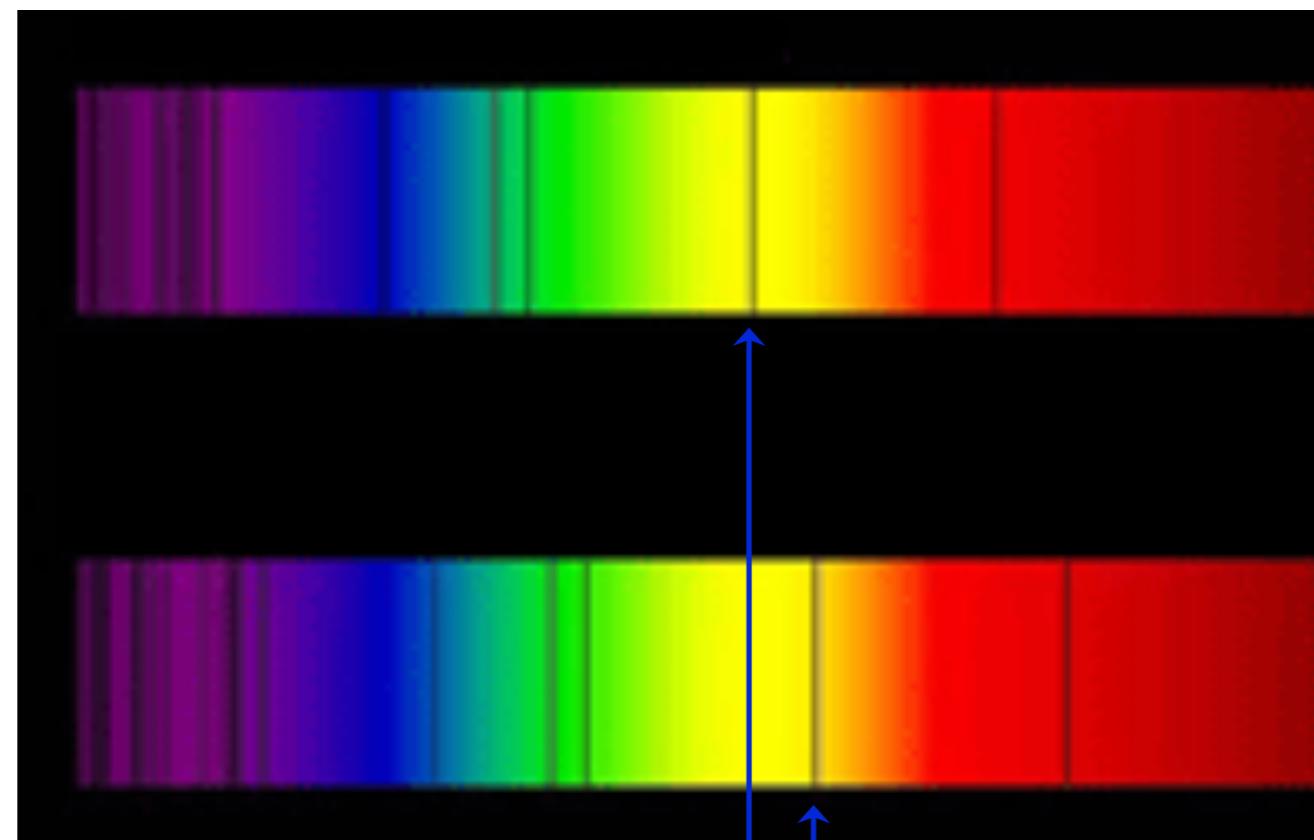
$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = -\frac{\nu' - \nu}{\nu} = -\frac{E' - E}{E}$$

El argumento puede ser fácilmente extendido a ondas que se propagan con número de onda $k_\mu = (\omega, k_1, k_2, k_3)$

Observación: la separación entre Doppler y gravitacional depende del sistema de coordenadas

Redshift

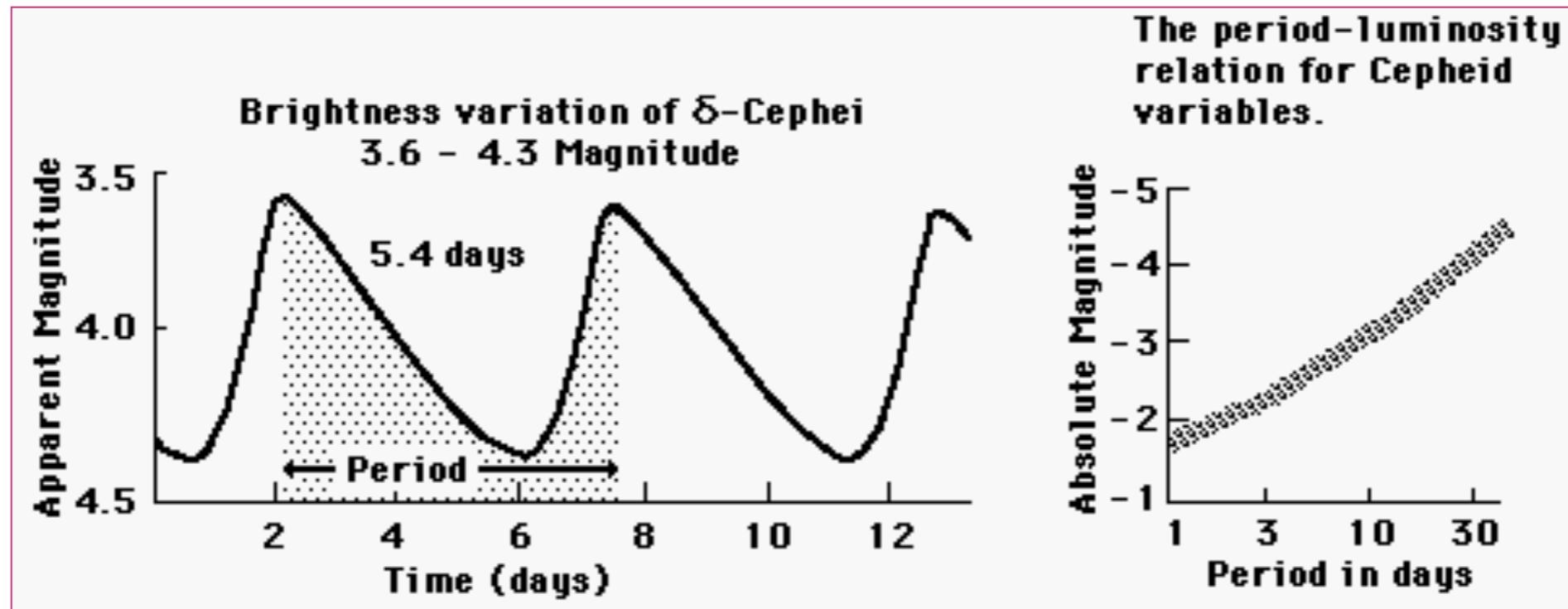
Reference spectrum



Observed spectrum

$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e}$$

La naturaleza de las Galaxias

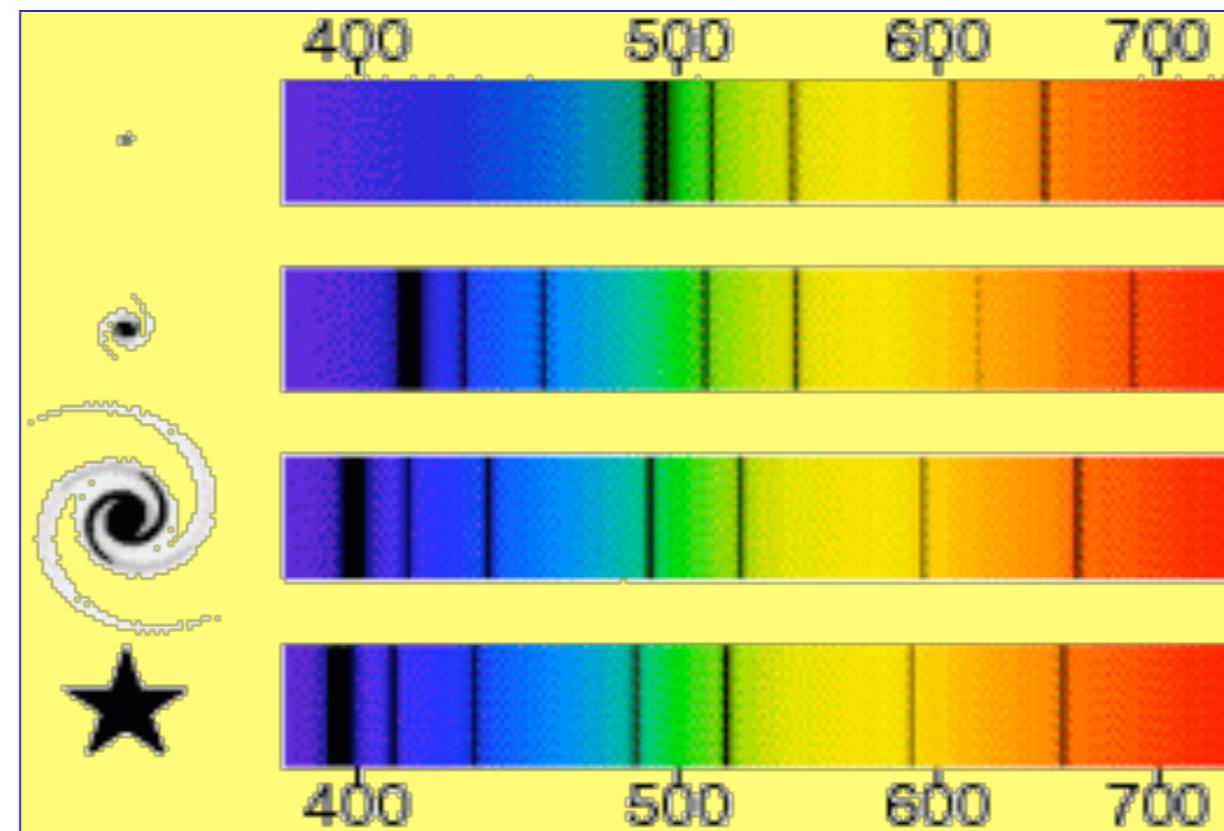


- **Henrietta Leavitt (1912):** relación entre el período de estrellas variables cefeidas y su luminosidad intrínseca
- **Edwin Hubble (1923):** determina la distancia de la “nebulosa” de Andrómeda (M31), usando una estrella cefeida



The Expansion of the Universe

- Henrietta Leavitt (1912): period-luminosity relation of Cepheids -> standard candles
- Vesto Slipher (1917): galaxies are redshifted (13/15)



The Expansion of the Universe

- Henrietta Leavitt (1912): period-luminosity relation of Cepheids -> standard candles
- Vesto Slipher (1917): galaxies are redshifted (13/15)

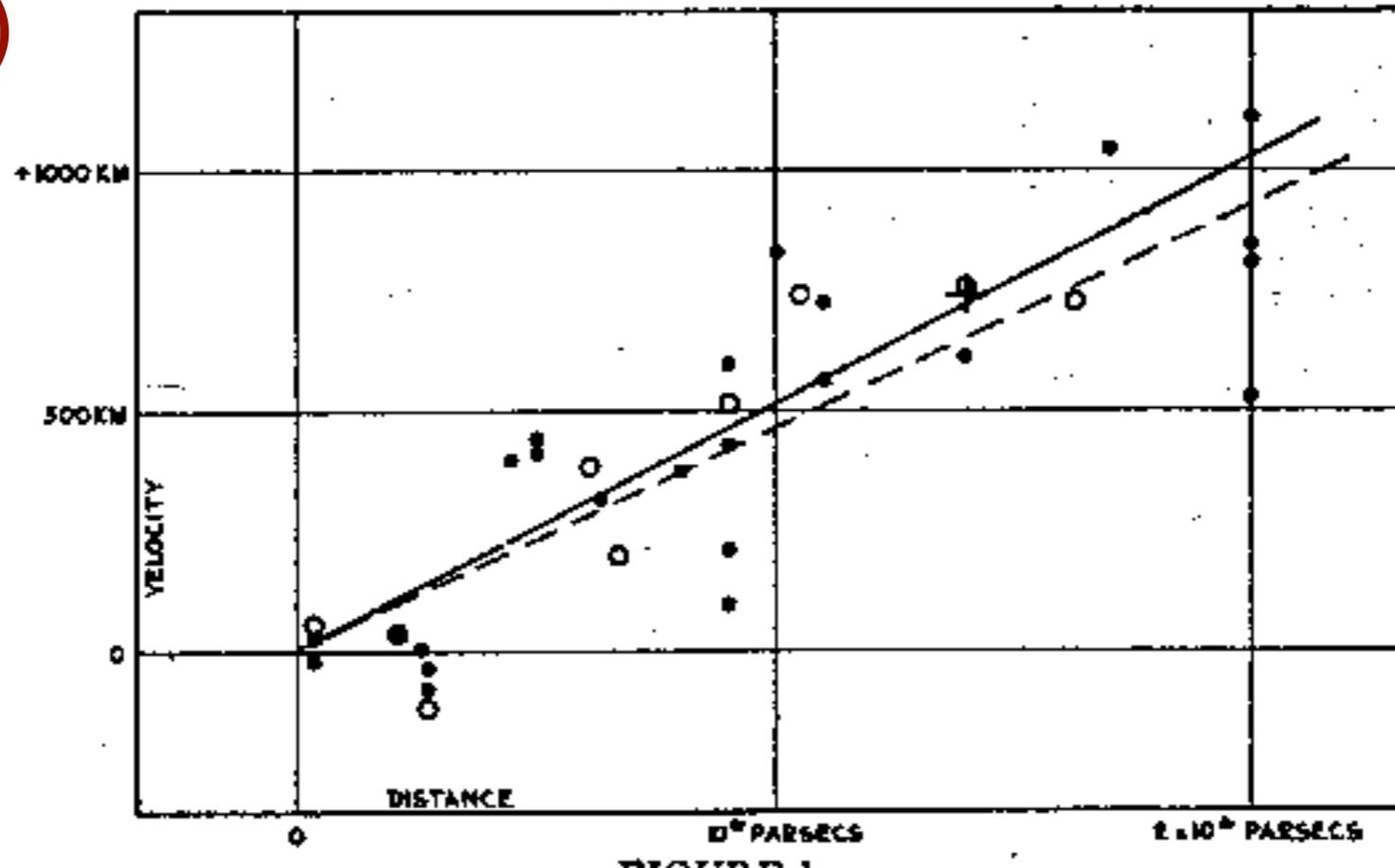
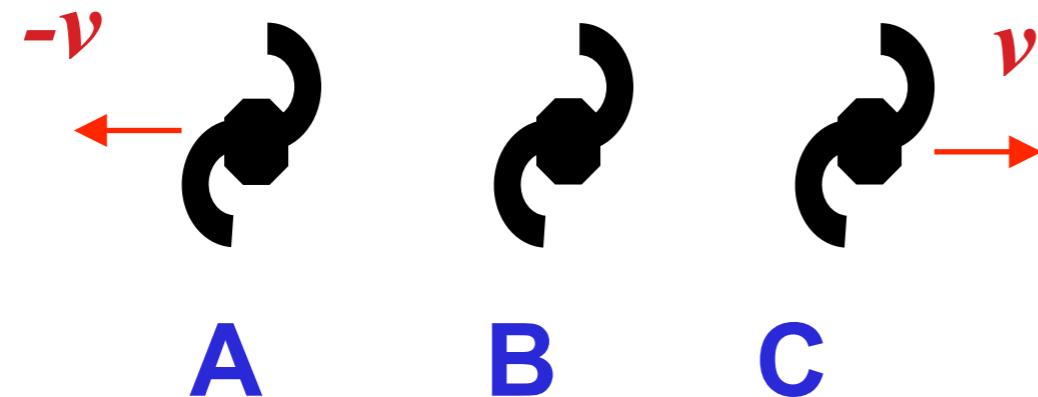


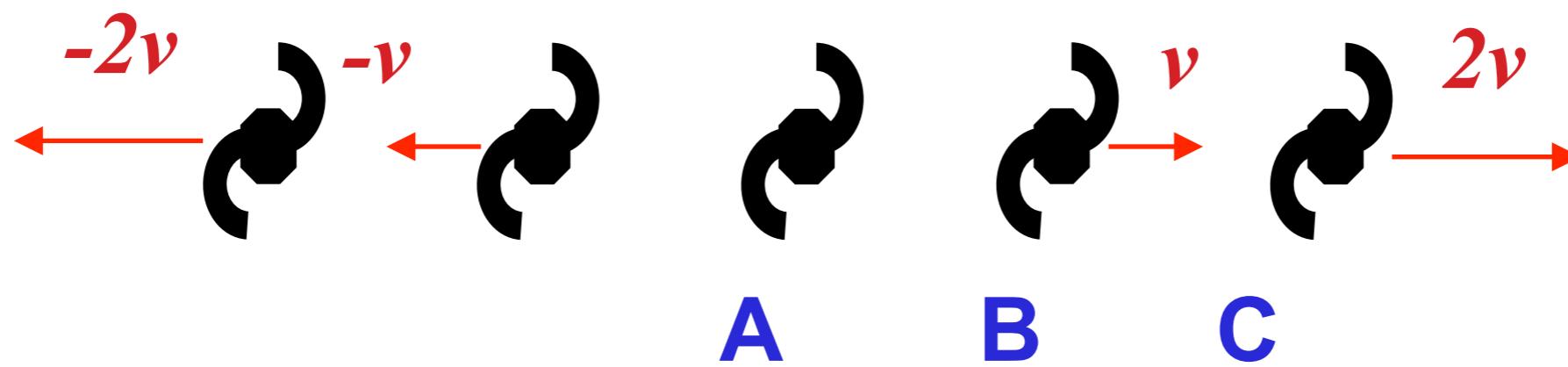
FIGURE 1

- Hubble (1929): discovers the expansion of the Universe

The Expansion of the Universe



With respect to B



With respect to A

Homogeneous and isotropic in large scales

It's not an explosion! Does not have a center!

The Expansion of the Universe I

Homogeneous and isotropic in large scales

It's not an explosion! Does not have a center!

Linear relation:

$$v = H_0 d$$

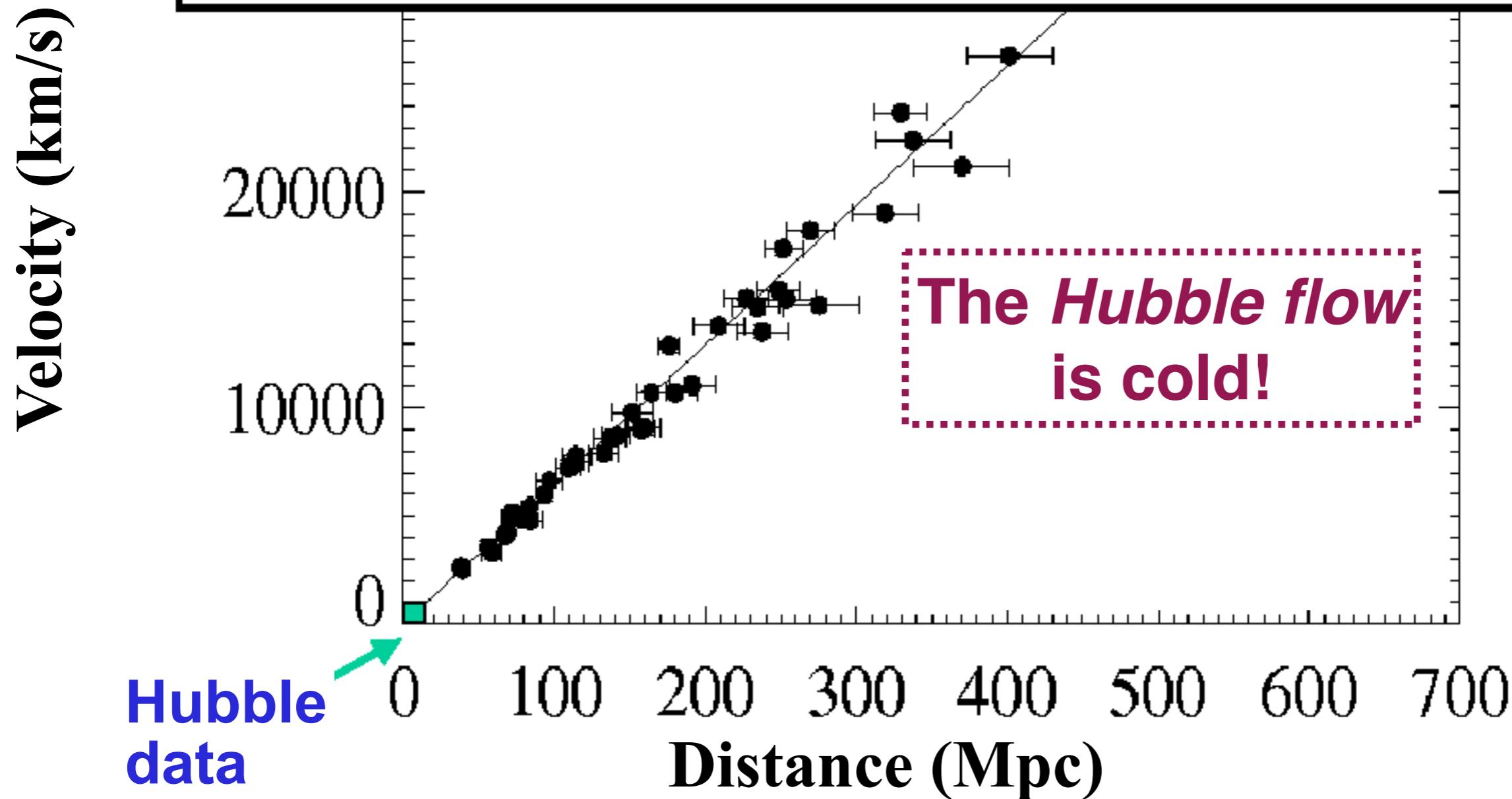
Hubble parameter:

$$H_0 = 100h \text{Km / s / Mpc}$$

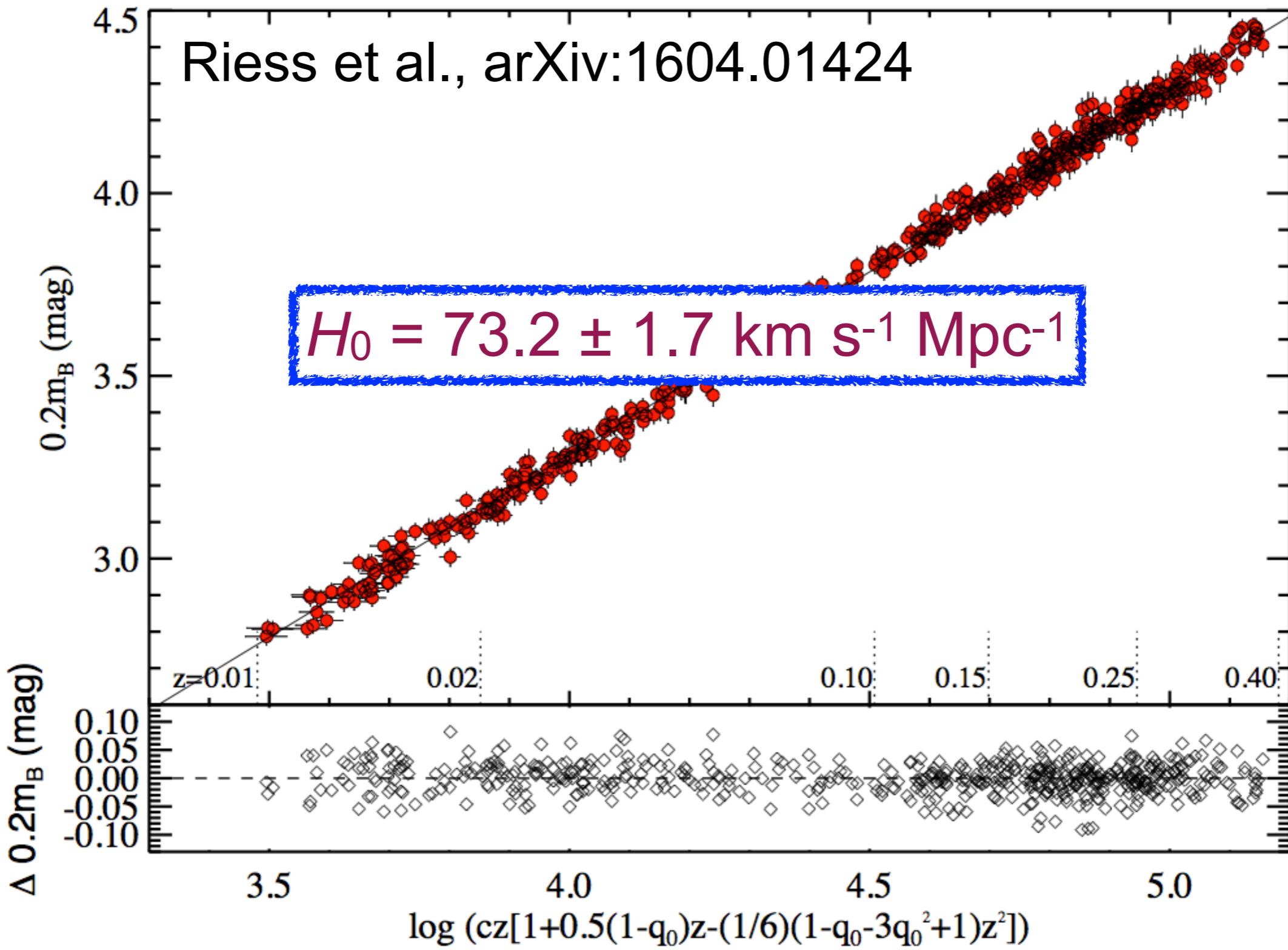
Hubble data: $h = 5$

Hubble Diagram Year 2000 Version

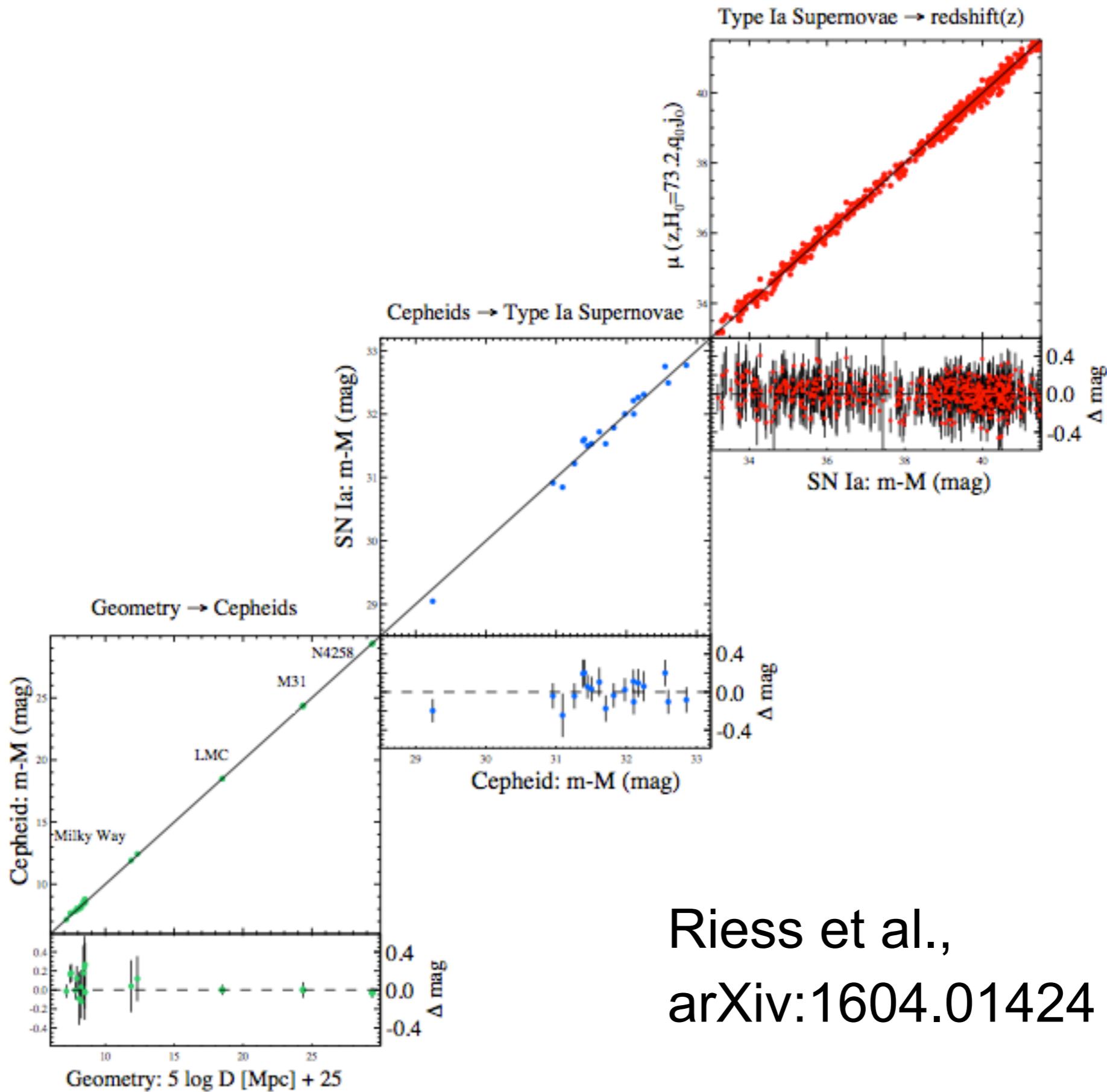
$h = 0.72 \pm 0.08$ Freedman et al. (Hubble Key Project)
astro-ph/0012376 (Astrophys. J. **553**, 47 (2001))



Hubble Diagram 2016 Version



The Cosmic Ladder



Riess et al.,
arXiv:1604.01424

Connecting Kinematics with Dynamics

**The Friedmann Equation and the Content of
the Universe**

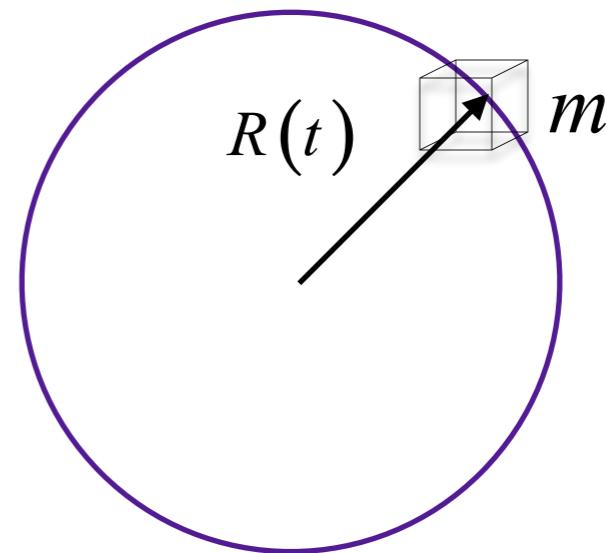
Newtonian Cosmology I: The Friedmann Equations

- Uniform and spherically symmetric distribution:

$$R(t) = a(t)r$$

- “Energy conservation”

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GMm}{R} = E \quad \longrightarrow$$



$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} a^2 \rho - K$$

Friedmann Equation

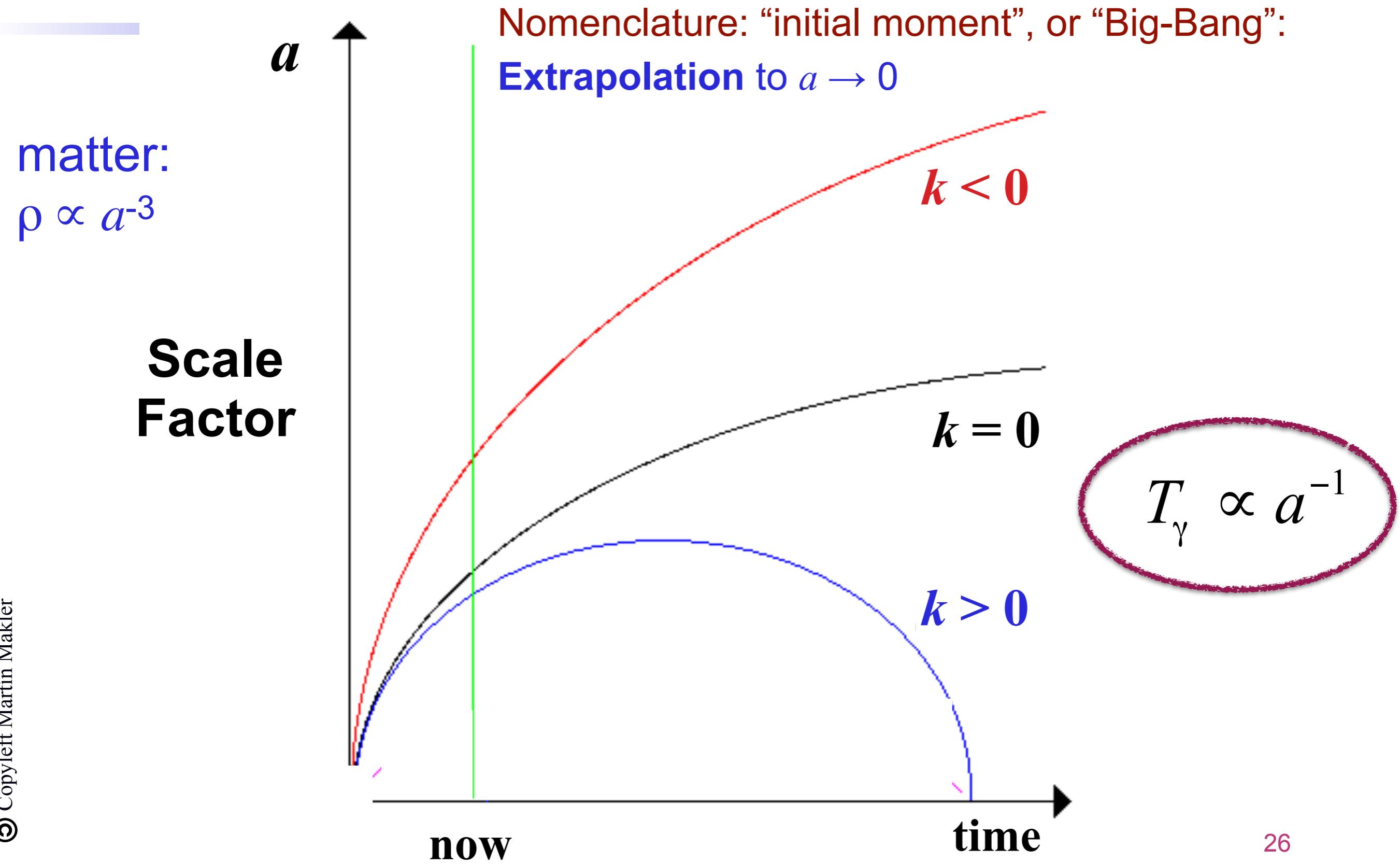
- Knowing $\rho(a)$, we may obtain $a(t)$

- Example I: Matter (particles): $\rho \propto a^{-3}$

$$-K = 0 \quad \longrightarrow \quad a \propto t^{2/3} \quad \text{Einstein - de Sitter}$$

$$-K \neq 0$$

The Evolution of the Universe ($\Lambda = 0$)



Energy Density and Scale Factor

- Energy Conservation

$$dE = -pdV$$

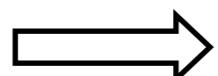
↳ Internal energy

- Energy density: $\rho = \rho_0 + \varepsilon = nmc^2 + \varepsilon$

$$dE = d(\varepsilon V) = a^3 d\varepsilon + \varepsilon 3a^2 da$$

- Conservation of rest mass

$$dMc^2 = d(\rho_0 V) = a^3 d\rho_0 + \rho_0 3a^2 da = 0$$



$$d\rho + 3(\rho + p) \frac{da}{a} = 0$$

Valid also in
General Relativity!

Evolution of the Components

- Energy density conservation for each component

$$d\rho_i + 3(\rho_i + p_i) \frac{da}{a} = 0$$

+

Equation of state

$$p = p(\rho)$$

Example 1: baryons (today), dark matter: $p = 0$

$$\Rightarrow \rho_M \propto a^{-3}$$

Example 2: radiation: $p = \rho/3$

$$\Rightarrow \rho_r \propto a^{-4}$$

$$\rho_\gamma = \sigma T^4 \rightarrow T_\gamma \propto a^{-1}$$

Example 3: “vacuum”: $p = -\rho$

$$\Rightarrow \rho_v = \text{const.}$$

“Termómetro”
del Universo

Solutions of Friedmann's Equation

Friedmann's Equation

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} a^2 \rho - K$$

Energy Conservation

$$\frac{d\rho}{da} + \frac{3}{a}(\rho + p) = 0$$

● $K = 0$

■ *Radiation* $\Rightarrow a \propto t^{1/2}$

■ *Matter* $\Rightarrow a \propto t^{2/3}$ (Einstein-de Sitter)

■ “Vacuum” $\Rightarrow a \propto e^{Ht}$ (De Sitter)

● $K \neq 0$

■ “Empty” $\Rightarrow a \propto t$

Exercise:
 $p = w \rho$

The Multicomponent Universe

Friedmann Equation

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

Non-interacting components
→ Independent energy
conservation for each type



Energy Conservation

$$\frac{d\rho_i}{da} + \frac{3}{a}(\rho_i + p_i) = 0$$

Who “controls” the expansion?

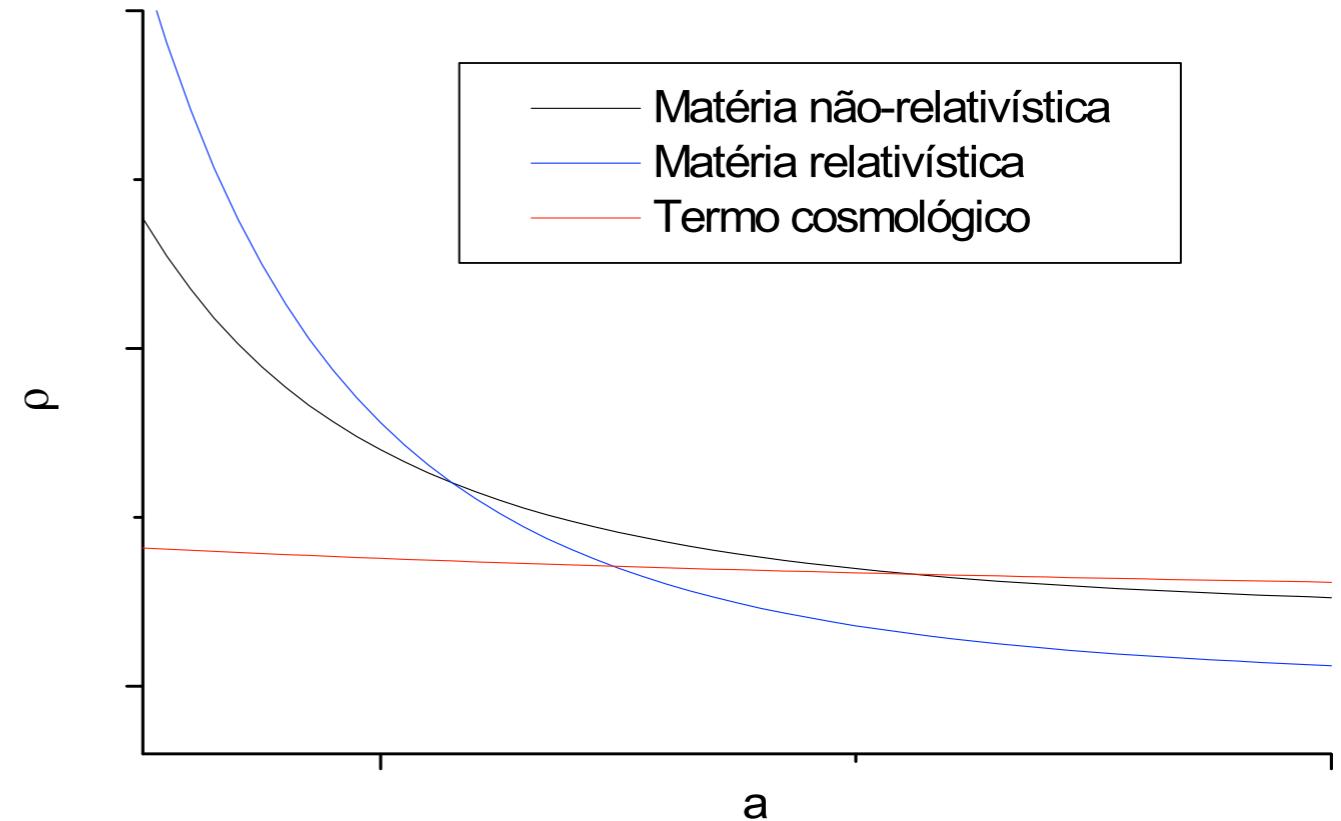
● Behavior of the ingredients

$$\rho_{\text{radiation}} \propto a^{-4}, \rho_{\text{matter}} \propto a^{-3}, \rho_x \propto a^{-3(1+w_x)}, \text{ with } w_x < -1/2$$

Friedmann Equations

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Radiation dominated era
- Matter dominated era
- Curvature dominated?
- Dark Energy Dominated / accelerated expansion



Coincidence problem (x2)

Parámetros Cosmológicos

● Ecuación de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

● Parámetros de densidad

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{con} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{y} \quad \Omega_K = -\frac{K}{(H_0 a_0)^2}$$

● Parámetro de Hubble (modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-4} + \Omega_M \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3} + \Omega_K \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

usando Λ para referirnos a un fluido con $p = -\rho$

Parámetros Cosmológicos

- Ecuación de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parámetros de densidad

$$\Omega_k = 1 - \Omega_0 = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda = \Omega_K = - \frac{K}{(H_0 a_0)^2}$$

- Parámetro de Hubble (modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-4} + \Omega_M \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3} + \Omega_K \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

Parámetros Cosmológicos

● Ecuación de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

Poniendo la constante cosmológica directamente de las ecuaciones de Einstein (y no como un fluido extra)

● Parámetros de densidad

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{con} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{y}$$

$$\Omega_K = -\frac{K}{(H_0 a_0)^2}$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{crit}}$$

● Parámetro de Hubble

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-4} + \Omega_M \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3} + \Omega_K \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

Parámetros Cosmológicos

● Ecuación de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

● Parámetros de densidad

Usando la convención de elegir el factor de escala como siendo 1 ahora, $a_0 = 1$

$$\Omega_k = 1 - \Omega_0 = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda = -\frac{K}{H_0^2}$$

● Parámetro de Hubble (modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

Parámetros Cosmológicos

● Ecuación de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

● Parámetros de densidad

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{with} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{and}$$

$$\Omega_k = -\frac{K}{H_0^2}$$
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{crit}}$$

● Parámetro de Hubble (modelo Λ CDM)

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right]$$

Gran diversidad
de datos actuales

$$\Omega_M \simeq 0.3 \quad \Omega_\Lambda \simeq 0.7$$