POKER

Aleksandra Niedziela

2023-04-28

WAŻNE

Rozważania te są czysto teoretycznie, nie mają one na celu zachęcania do hazardu. Jeżeli podejmujesz się gier hazardowych zachowaj dużą ostrożność, są one zaprojektowane tak, abyś przegrał i przy tym stracił jak największą ilość pieniędzy, w nich zawsze jesteś na przegranej pozycji!

Układy kart

W pokerze wyróżniamy 10 układów:

Układ	Nazwa angielska	Przykład	Opis
Poker królewski	Royal flush	A♣ K♣ Q♣ J♣ 10♣	Poker złożony z kart od asa do dziesiątki, najwyższy możliwy układ w grze.
Poker	Straight flush	7♦ 8♦ 9♦ 10♦ J♦	Strit w kolorze. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa gracz z wyższą wysoką kartą.
Kareta	Four of a kind (Quads)	9♥ 9♠ 9♣ 9♦ 3♦	Cztery karty o tej samej wartości. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa gracz z mocniejszymi kartami, z których złożył układ. Gdy nadal nie można wyłonić zwycięzcy, decyduje wysoka karta.
Ful (także **full**)	Full house	6♦ 6♠ 6♥ 3♣ 3♠	Układ składający się z trójki i pary. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa gracz z silniejszą trójką.
Kolor	Flush	2♥ 7♥ J♥ A♥ 4♥	Pięć kart w tym samym kolorze, nienastępujących po sobie. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa układ z lepszą wysoką kartą.
Strit	Straight	3♦ 4♣ 5♦ 6♠ 7♥	Pięć kart następujących po sobie, przy czym co najmniej jedna musi być w innym kolorze. As może być zarówno najwyższą kartą (strit A-K-D-W-10), jak i najniższą (strit A-2-3-4-5), jednak zakazane jest tworzenie stritów, w których as ma podwójną rolę (np. K-A-2-3-4) – taki układ jest wtedy wysoką kartą. Wygrywa układ z silniejszą wysoką kartą.
Trójka	Three of a kind	8♥ 8♠ 8♣ 2♣ 10♦	Trzy karty tej samej wartości. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa gracz z mocniejszą wartością kart, z których ułożył trójkę. Gdy nadal nie można wyłonić zwycięzcy, decyduje wysoka karta.
Dwie pary	Two pair	Q♦ Q♠ 5♥ 2♣ 5♠	Układ składający się z dwóch różnych par. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa gracz z mocniejszą starszą parą. Gdy starsze pary są takie same, o wygranej decyduje młodsza para. Gdy nadal nie można wyłonić zwycięzcy, decyduje wysoka karta.
Para	One pair	K♣ K♦ 7♣ 2♠ J♥	Dwie karty o takiej samej wartości. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa układ z silniejszą parą. Gdy pary są takie same, o wygranej decyduje wysoka karta.
Wysoka karta	High card	Q♦ 7♠ 5♥ 3♣ 10♠	Każdy układ kart, który nie kwalifikuje się do powyższych układów. Gdy kilku graczy ma podany układ, wygrywa układ z najwyższą kolejną kartą.

Figure 1: Układy w Pokerze od nasilniejszego do najsłabszego

Policzmy prawdopodopodobieństwo każdego z układów. Mamy $\binom{52}{5} = 2598960$ wszystkich możliwych układów.

Poker Królewski

Pokera Królewskiego możemy ułożyć na 4 sposoby. Jest to układ: (10, J, Q, K, A), w każdym kolorze da się wybrać jeden taki układ stąd mamy: $\binom{4}{1} = 4$ możliwości.

Poker

Wybieramy kartę, od której będzie zaczynał się układ - aby było to 5 kart "po kolei" możemy zacząć maksymalnie od 10. Poker może zaczynać się od asa, jednak as może być jedynie pierwszą lub ostatnią kartą. Następnie wybieramy kolor. Mamy: $\binom{10}{1}\binom{4}{1}$ - 4 = 5108

Czwórka

Wybieramy jedną z 13 figur, piąta karta może być dowolna - wybieramy ją z 48 pozostałych. Mamy $\binom{13}{1}\binom{48}{1}$ = 624

Full house

Wybieramy karty które stworzą trójkę, jedną z 13 figur oraz 3 z 4 kolorów, następnie dopieramy parę - jedną z pozostałych 12 figur oraz 2 z 4 kolorów. Mamy $\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{1}\binom{4}{2} = 3744$

Kolor

Wybieramy 5 figur z 13 jednego koloru, oraz 1 z 4 kolorów. Musimy jednak odjąć liczbę pokerów, ponieważ też są one kolorami. Mamy $\binom{13}{5}\binom{4}{1}$ - 4 - 36 = 5108

Strit

Strita możemy zacząć maksymalnie od 10, stąd mamy 10 możliwości, następnie wybieramy kolor każdej z kart. Jednak każdy poker jest stritem, stąd odejmujemy ich liczbę. Mamy $\binom{10}{1}\binom{4}{1}^5$ - 5108 - 4 = 10200

Trójka

Wybieramy 1 z 13 figur, która utworzy trójkę oraz 3 kolory spośród 4. Żadna z pozostałych dwóch kart nie może być trójką, także wybieramy 2 figury spośród 12, w dwóch dowolnych kolorach. Mamy $\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{2}\binom{4}{1}^2$ = 54912

Dwie Pary

Wybieramy dwie z 13 figur, oraz 2 z 4 kolorów dla każdej pary kart. Ostatnia karta nie może być jedną z już wcześniej wybranych figur, czyli możemy ją wybrać na 11 sposobów, gdyby się powtórzyła mielibyśmy fulla. Może być ona w dowlonym kolorze. Mamy $\binom{13}{2}\binom{4}{2}^2\binom{11}{1}\binom{4}{1} = 123552$

Para

Parę będzie tworzyć jedna figura spośród 13 w 2 z 4 kolorów. Następnie spośród pozostałych 12 figur wybieramy w 3, w dowolonym z 4 kolorów. Mamy $\binom{13}{1}\binom{4}{2}\binom{12}{3}\binom{4}{1}^3 = 1098240$

Wysoka karta

Jeżeli od wszystkich możliwych układów odejmiemy te policzone wyżej otrzymamy ilość wysokich kart. Orzymujemy liczbę 1302540

Prawdopodobieństwo i symulacja

Policzymy teraz prawdopodobieństwo dla każdego z układów - teoretycznie i tworząc symulację. Na potrzeby symulacji, będziemy losować 5 kart oraz sprawdzać przy pomocy poniższej funkcji, jaki jest to układ.

```
sort_card <- function(v){
  sorted_v <- v[order(v$figures, v$colors),]
  return (sorted_v)
}

is_one_colour <- function(hand){
  if(hand[,1][1] == hand[,1][2] &
     hand[,1][2] == hand[,1][3] &
     hand[,1][3] == hand[,1][4] &
     hand[,1][4] == hand[,1][5]){
    return(TRUE)
  } else {
    return(FALSE)
  }
}


is_straight <- function(v){
  hand <- sort_card(v)
  for (i in 1:4){
    if(hand[,2][i] + 1 != hand[,2][i+1]){
      return(FALSE)
    }
  }
  return(TRUE)
}

poker <- function(v){
  hand <- sort_card(v)
  # checks if there is a pair - if there is there's no possibility for straight, colour etc.
  if(hand[,2][1] == hand[,2][2] |
     hand[,2][2] == hand[,2][3] |
     hand[,2][3] == hand[,2][4] |
     hand[,2][4] == hand[,2][5]){
    # checks if there are two pairs
    if((hand[,2][1] == hand[,2][2] &
```

```
        hand[,2][3] == hand[,2][4]) |
       (hand[,2][2] == hand[,2][3] &
        hand[,2][4] == hand[,2][5])){
      # checks if there is a three
      if(hand[,2][1] == hand[,2][3] | hand[,2][3] == hand[,2][5]){
        # two possible options: full or four
        if(hand[,2][1] == hand[,2][4] |
           hand[,2][2] == hand[,2][5]){
          # checks for four, if it is not, then we have a full
          return(3) # Four
        } else {
          return(4) # Full
        }
      }
      return(8) # Two Pair, there's no Three, so it only can be Two Pair
    } else if(hand[,2][1] == hand[,2][3] | hand[,2][3] == hand[,2][5]){
      # Now check for Three, but now without the Two Pair
      return(7) # Three of a kind
    }
    # if there is no Three or Two Pairs, there only can be a One Pair
    return(9)

  } else if(is_one_colour(hand)){ #check for straight, flush
    if(is_straight(hand)){
      if(hand[,2][1] == 10){
        return(1) # Royal flush
      } else {
        return(2) # Straight flush
      }
    } else {
      return(5) # flush
    }
  } else if(is_straight(hand)){
    return(6) # straight
    } else {
      return(10)
  }
}
```

Wyniki obliczeń oraz symulacji możemy przedstawić w tabeli:

Układ	ilość możliwości	prawdopodobieństwo teoretyczne	wynik z symulacji
Poker królewski	4	0.0002	0.0002
Poker	36	0.0014	0.0018
Czwórka	624	0.0240	0.022
Full	3744	0.1441	0.1499
Kolor	5108	0.1965	0.1985
Strit	10200	0.3925	0.3514
Trójka	54912	2.1128	1.3956
Dwie pary	123552	4.7539	3.1908
Para	1098240	42.2569	44.5259

Układ	ilość możliwości	prawdopodobieństwo teoretyczne	wynik z symulacji
Wysoka karta	1302540	50.1177	50.1639

Widzimy, że wartości otrzymane w symulacji, są bliskie wyliczeniom teoretycznym

Wnioski

Znając swoje karty jesteśmy w stanie wyliczyć prawdopodobieństwo naszej wygranej, a dokładniej ile jest silniejszych układów niż te co mamy na ręce.

Przykład

Mając karty: 2 kier, 5 karo, 5 pik, 5 trefl, K karo. Widzimy, że mamy trójkę, teraz musimy zliczyć liczbę układów, które może posiadać nasz przeciwnik. W talii pozostało 47 kart, przeciwnik losuje z nich swoje 5 na $\binom{47}{5}$ Teraz policzmy ile układów jest silniejszych:

- Poker Królewski: 3 układy, poker z kierów, pików i trefli - mając na ręce króla karo, przeciwnik nie może go wykorzystać w swoim układzie.
- Poker: Zobaczmy na każdy z kolorów i zliczmy ile pokerów jesteśmy w stanie ułożyć. Dla każdego koloru mamy 9 układów, ponieważ nie liczymy tego zaczynającego od 10 - to jest poker królewski. Dla kierów odpadają wszystkie wykorzystujące 2 - są takie dwa (A, 2, 3, 4, 5) oraz (2, 3, 4, 5, 6), czyli pozostaje 7 układów. Dla karo odpada 5 układów wykorzystujących 5 oraz 1 układ wykorzystujący króla. Pik, Trefl - mamy 4 układy - odpada po 5 układów wykorzystujących 5. W sumie mamy 7 + 3 + 4 + 4 = 18.
- Czwórka: Możemy ułożyć czwórki z 10 figur (wszystkie poza 5, 2, K). Ostatnią kartę wybieramy spośród pozostałych 43 kart. Co daje nam $10 \cdot 43 = 430$ układów
- Full: Figurę tworzącą trójkę w full-u możemy wybrać na 12 sposobów, a ich kolor w zależności od figury. Poza 2 i Królem, dla których mamy tylko jedną możliwość (posiadamy te figury na ręce) mamy po $\binom{4}{3} = 4$ możliwości, co daje nam $2 + 10 \cdot 4 = 42$ trójek. Teraz sprawdźmy na ile sposobów możemy ułożyć parę. Postępujemy analogicznie - mamy 12 dostępnych figur, dla 2 i Króla kolor możemy wybrać na $\binom{3}{2} = 3$ sposobów, dla pozostałych 10 figur mamy $10 \cdot \binom{4}{2} = 60$ możliwości. W sumie otrzymujemy 66 par, co oznacza że mamy $42 \cdot 66 = 312$ full-i.
- Kolor: Tutaj również rozpatrzymy przypadki dla poszczególnych kolorów. Dla kiera, pika i trefla mamy $\binom{12}{5}$ możliwości, natomiast dla karo $\binom{11}{5}$ możliwości. Musimy jedynie odjąć liczbę pokerów, które również są kolorem, co daje 1236 układów
- Strit: Możemy policzyć ile jest stritów, które wykorzystują karty które mamy na ręce, a następnie odjąć je od wszystkich możliwych układów. Będzie tutaj kilka przypadków. Najpierw policzymy ile układów będzie wykorzystywało 2 i którąś z 5. Możemy zaczynać albo od asa, albo od 2. Gdy zaczynamy od asa - wybieramy go na 4 sposoby, dwójka jest ustalona, następnie mamy dowolną 3 i 4, a potem korzystamy z jednej z 3 piątek, co daje $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 192$ możliwości. Gdy zaczynamy od 2 mamy układ (2, 3, 4, 5, 6) i również mamy 192 możliwości. Teraz policzmy ile jest układów wykorzystujących jedynie 5. Mamy następujące możliwości: (3, 4, 5, 6, 7), (4, 5, 6, 7, 8), (5, 6, 7, 8, 9). W każdej sytuacji 4 figury mogą być dowolnego koloru, a 5 wybieramy te co mamy na ręce, co daje $3 \cdot 4^4 \cdot 3 = 2304$ układów. Układy wykorzystujące Króla to (9, 10, J, Q, K) oraz (10, J, Q, K, A), gdzie 4 z kart są dowolnego koloru, co daje $2 \cdot 4^4 = 512$. Sumując wszytskie możliwości otrzymujemy 3200. Czyli stritów możemy ułożyć 10200 - 3200 = 7000

- Trójka: Zauważmy, że wygrywające trójki musi tworzyć figura, wyższa od 3. Jest ich 9, kolory dla każdej z nich możemy wybrać na $\binom{4}{3}$ sposoby. Poza Królem, jest tylko jedna kombinacja, jako że jednego mamy już na ręce. Musimy dobrać jeszcze dwie karty. W przypadku, gdy trójkę tworzy król musimy rozważyć kolejne przypadki: gdy jedną z tych kart będzie 2 - wybierzemy ją na 3 sposoby, kolejną kartą może być dowoloną kart, która nie jest 2, jest ich 40, co daje 120 możliwości. Gdy żadna z kart nie będzie 2 lub 5 wybieramy 2 spośród 10 figur, w dowolnym kolorze, co daje nam $\binom{10}{2} * 4^2$. Gdy jedna karta będzie 5, jako że w tali pozostała tylko jedna 5, druga karta może być dowolna, jednak w sytuacji, jak jedna karta była 2 zliczyliśmy 3 z tych sytuacji, więc zostaje nam 41 - 3 = 38 możliwości. Teraz policzmy ile jest możliwości gdy trójki nie tworzą Króle, a 6, 7, 8, 9, 10, J, Q lub A. Rozważmy przypadki: dwie karty to 2 i K - mamy $3 \cdot 3 = 9$ możliwości, 2 występuje, ale nie ma Króla, ani 5. Z 43 odrzucamy 7 kart (Króle, 5 oraz figurę która tworzy trójkę) - mamy $3 \cdot (43 - 7)$, K występuje, ale nie ma 2, ani 5 - liczba możliwości jest taka sama jak w poprzednim przypadku. Jedna z dwóch kart to 5, a druga nie jest 2 ani Królem. Pozostaje 43 - 6 = 37 kart do wyboru. Gdy żadna z dwóch kart nie jest ani 5, ani 2, ani Królem mamy $\binom{9}{2} \cdot 4^2$. Sumując mamy 27406 możliwości

Każda inna kombinacja nie wymieniona wyżej będzie słabsza od naszej ręki. Co oznacza, że wygrywamy w 1675899 przypadkach, co daje 97.874 % prawdopodobieństwa wygranej.

Widzimy, że dla każdego układu możemy obliczyć prawdopodobieństwo wygranej, obliczenia się komplikują, gdy w pokera gra większa liczba graczy. Jest to gra oparta na prawdopodobieństwie i da się ustalić (nie wiem czy skutecznie, poker to także gra psychologiczna) jakie mamy sznase na wygraną oraz jaką stawkę obstawić.