

2
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(Государственный технический университет)

факультет №3

кафедра «Информационные технологии»

«УТВЕРЖДАЮ»

Зав. кафедрой 308

профессор, д. т. н.

Шаронов А. В.

«30» января 2006 г.

Кинематическая модель, описывающая движение в динамическом режиме. Небольшие искажения в движении, обусловленные ошибкой в воспроизведении сигналов, не нарушают правильность работы алгоритма дополнительного зеркального отображения.

Система определения координаты движущегося объекта работает при жестких ограничениях, связанных с необходимостью воспроизведения движений.

Вероятность правильной работы – вероятность $P_{\text{прав}} = 0.95$.

Лабораторная работа №2
«Расчет программы локализации неисправностей»

по курсу «Технический контроль и диагностика систем ЛА»

количество часов: 8

Автор:
доц., к.т.н. Пискунов В. А.

Москва, 2006 г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определить последовательность выполнения проверок из заданного множества проверок $\Pi = \{\pi_j\}$, обращающий в \min (или \max) выбранный критерий.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Критерий синтеза программы технической диагностики.

Программа работы АСК в процессе локализации неисправностей определяет последовательность контроля параметров, принадлежащих выбранной совокупности выходов объекта, которая должна быть достаточной для локализации, по крайней мере, всех одиночных отказов.

Назовем операцию контроля любого из этих параметров проверкой, обозначая её $\{\pi_j\}$, где j – номер контролируемого параметра. Тогда для любого объекта с помощью выделенной минимально достаточной совокупности параметров определяется множество проверок $\Pi = \{\pi_j\}$, которые будем называть разрешенными. Все эти проверки «разрешены» функциональными связями объекта, контролируемого в динамическом режиме. Любые другие проверки требуют разрывов функциональных связей и воспроизведения сигналов, которые действуют в работающем объекте, что связано с дополнительными материально-техническими и временными затратами.

Основным критерием, который рационально выбрать при жестких требованиях к быстродействию АСК является среднее время локализации неисправностей в объекте, определяемое соотношением $\tau_{л.н.} = \sum_{i=1}^m q_i^* \cdot \tau_{л.н. i}$, где q_i^* – вероятность отказа i -го функционального элемента; $\tau_{л.н. i}$ – время, необходимое для локализации отказа i -го функционального элемента.

Программа работы АСК в процессе локализации неисправностей, синтезированная по критерию минимума среднего времени $\bar{\tau}_{л.н.}$, называется оптимальной.

Процесс построения оптимальной программы при большом числе функциональных элементов объекта оказывается достаточно трудоёмким. Поэтому, если требования к быстродействию АСК не очень жесткие, то вместо оптимальной программы можно использовать квазиоптимальную программу, которая обеспечивает получение среднего времени обнаружения, не сильно отличающегося от минимального.

В данном случае используется информационный критерий, требующий для каждой, последовательно включаемой в программу поиска отказов проверки, максимизации величины

$$F_j = \frac{I(\pi_j)}{\tau_j} \quad (2)$$

где $I(\pi_j)$ – информация, получаемая при выполнении j -ой проверки; τ_j – время, необходимое для контроля j -го параметра. F_j представляет собой удельную информацию, приходящуюся на единицу времени контроля.

Упрощение вычислений при введении критерия (2) достигается за счет того, что оно производится для надежной проверки, а не для схемы в целом, как этого требовал критерий минимума среднего времени.

Как оптимальная, так и квазиоптимальная программы могут построены только в том случае, когда известны все определяющие значения выбранных критериев величины. В частности, должны быть известны априорные условные вероятности отказов

функциональных элементов q_i^* . Если АСК предназначается для объекта, находящегося в стадии разработки, то может оказаться, что величины q_i^* ещё не определены. Тогда синтез программы работы АСК в режиме локализации неисправностей может осуществляться с помощью так называемого *min*-го критерия.

Этот критерий обеспечивает минимизацию времени локализации неисправности в самом неблагоприятном случае, когда отказывает функциональный элемент, требующий для локализации отказа наибольших временных затрат. Т.е. критерий минимакса позволяет из всех возможных программ такую, которая обеспечивает минимизацию наибольших временных затрат $\tau_{\text{л.н.}}$. Критерий минимакса может быть записан в виде

$$T_{\text{л.н.}} = \min_d \{\max_i \tau_{\text{л.н.}}^{(id)}\} \quad (3)$$

Здесь $T_{\text{л.н.}}$ – наибольшее для рассматриваемой программы время локализации неисправности; d и i – номера программы локализации и функционального элемента соответственно.

Формула (3) предписывает внутри d -ой схемы выбрать такое i , которое обращает в $\max_i \tau_{\text{л.н.}}^{(i)} = \tau_{\text{л.н.}, i}$, а затем из всех возможных d выбрать такое, для которого $\tau_{\text{л.н.}}^{(id)}$ минимально. Выбранное d определяет номер программы, которую будем называть оптимальной по критерию минимакса.

Минимаксный критерий в принципе может быть сформулирован в том случае, когда условные вероятности отказов q_i^* известны. Тогда он обеспечивает минимизацию наибольших и наивероятнейших временных затрат, связанных с локализацией одиночных отказов. Соотношение, определяющее минимаксный критерий в этом случае

$$T_{\text{л.н.}} = \min_d \{\max_i [q_i^* \cdot \tau_{\text{л.н.}}^{(id)}]\} \quad (4)$$

Синтез квазиоптимальных программ локальных неисправностей в заданном объекте.

Рассмотрим сначала методику синтеза квазиоптимальной программы АСК в режиме локализации неисправностей с использованием информационного критерия. Пусть для заданного объекта вышеописанным способом определена минимально-достаточная совокупность разрешенных проверок $\Pi = \{\pi_j\}$. Для каждой из этих проверок, входящих в эту совокупность, используя критерий (2) можно вычислить эффективность при этом информация, доставляемая j -ой проверкой, определяется по аналогии:

$$I(\pi_j) = H(S_k) - H(S_k/\pi_j) = H(S_k) - [P(\pi_j^+) \cdot H(S_k/\pi_j^+) + P(\pi_j^-) \cdot H(S_k/\pi_j^-)] \quad (5)$$

где $H(S_k), H(S_k/\pi_j)$ – априорная и апостериорная энтропия исходного состояния объекта соответственно; $H(S_k/\pi_j^+)$ – условная апостериорная неопределенность при условии, что проверка π_j дала положительный результат; $H(S_k/\pi_j^-)$ – условная апостериорная неопределенность при условии, что проверка π_j дала отрицательный результат; $P(\pi_j^+)$ и $P(\pi_j^-)$ – вероятности получения положительного и отрицательного результата проверки π_j .

Для исходной неопределенности объекта, предполагая, что в нем могут возникать только одиночные отказы, имеем:

$$H(S_k) = -\sum_{i=1}^m q_i \cdot \log_2 q_i \quad (6)$$

Для современных систем, интенсивность отказов которых невелика, будем иметь

$$q_i \approx \frac{\lambda_i}{\Lambda} = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} \quad (7)$$

Условная апостериорная энтропия, соответствующая положительному результату проверки, определяется по формуле Шеннона

$$H(S_k / \pi_j^+) = - \sum_{i \in M_H} \frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i} \cdot \log_2 \frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i} \quad (8)$$

В этой формуле $\frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i}$ есть условная вероятность того, что в множестве элементов,

которые остаются непроверенными после положительного результата проверки π_j отказ происходит по вине i -го функционального элемента.

Априорная вероятность положительного результата j -ой проверки в условиях отсутствия ошибок 1 и 2-го рода

$$P(\pi_j^+) = \sum_{i \in M_H} q_i \quad (9)$$

Пусть код проверки имеет вид: 01011 (в объекте из 5 функциональных элементов π_j охватывает 1 и 3-й элемент). Тогда вероятность положительного результата этой проверки есть произведение того, что в объекте не отказал 1-й функциональный элемент, на условную вероятность того, что не отказал 3-й элемент (при условии, что 1-й исправен). Поэтому

$$P(\pi_j^+) = \left(1 - \frac{\lambda_1}{\Lambda}\right) \left(1 - \frac{\lambda_3}{\Lambda - \lambda_1}\right) = \frac{\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5}{\Lambda} = q_2 + q_4 + q_5 \quad (10)$$

Аналогичным образом находятся величины

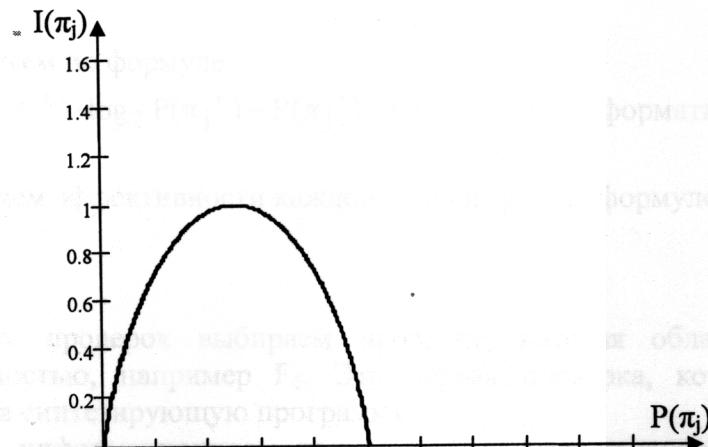
$$H(S_k / \pi_j^-) = - \sum_{i \in M_H} \frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i} \cdot \log_2 \frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i} \quad (11)$$

$$P(\pi_j^-) = 1 - \sum_{i \in M_H} q_i$$

Учитывая найденные выражения, получим

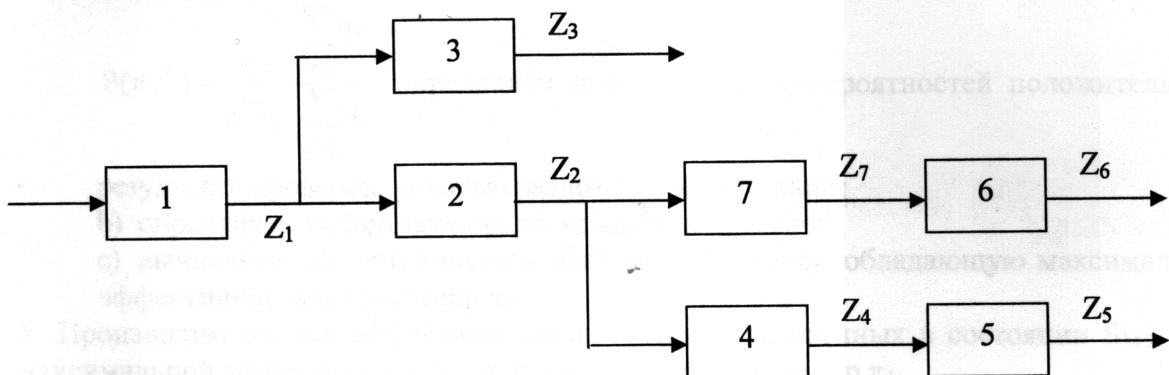
$$I(\pi_j) = -P(\pi_j^+) \cdot \log_2 P(\pi_j^+) - P(\pi_j^-) \cdot \log_2 P(\pi_j^-) \quad (12)$$

На рис.1 приведен график, построенный по формуле (12), из которого видно, что информация максимальна для проверки, охватывающей функциональные элементы с суммарной условной вероятностью отказов, равной 0.5

Рис. 1. График зависимости $I(\pi_j) = f [P/\pi_j^+]$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Последовательность расчета программы локализации рассмотрим на объекте контроля:



1. Определяем минимально-достаточную совокупность выходов, составляющую минимизированную матрицу неисправностей объекта. Она имеет вид:

№ отказавшего функционального элемента	№ проверок	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7
1		0	0	0	0	0
2		1	0	0	0	0
3		0	1	1	1	1
4		1	0	0	1	1
5		1	1	0	1	1
6		1	1	1	0	1
7		1	1	1	0	0

Выходы Z_1 и Z_2 , соответствующие проверкам π_1 и π_2 являются разветвляющимися и поэтому исключены при минимизации. Столбцы этой таблицы соответствуют кодам разрешенных проверок.

2. Оцениваем эффективность всех разрешенных в исходном состоянии проверок. Для этого:

а) вычисляем по формуле

$$P(\pi_j^+) = \sum_{i \in M_H} q_i \text{ для заданных значений } q_i;$$

б) определяем по формуле

$I(\pi_j) = -P(\pi_j^+) \cdot \log_2 P(\pi_j^+) - P(\pi_j^-) \cdot \log_2 P(\pi_j^-)$ информативность каждой из проверок;

в) вычисляем эффективности каждой из проверок по формуле

$$F_j = \frac{I(\pi_j)}{\tau_j}$$

Из всех проверок выбираем проверку, которая обладает максимальной эффективностью, например F_6 . Это первая проверка, которая должна быть включена в синтезирующую программу.

3. Определяем информационное состояние, соответствующее положительному результату, например π_6 , перемножая код исходного состояния S_0 на код проверки π_6

$$S_{345} = 1111111 \times 0011100 = 0011100$$

Находим информационное состояние, соответствующее отрицательному результату проверки, перемножая код исходного состояния S_0 на код инверсной проверки π_6

$$S_{1267} = 1111111 \times 1100011 = 1100011$$

4. Производим оценку эффективностей для проверок в состоянии S_{345}

а) по формуле

$$P(\pi_j^+) = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in M_H}} \frac{q_i}{\sum_{i \in M_H} q_i}$$

определяем новые значения вероятностей положительного результата проверок, которые разложены в состоянии;

б) определяем информативность каждой из проверок;

в) вычисляем эффективности и выбираем проверку, обладающую максимальной эффективностью, например π_4 .

5. Производим оценку эффективности проверок, разрешенных в состоянии S_{345} , и по максимальной эффективности выбираем проверку, например π_4 .

6. Находим информационное состояние, которое получается после выполнения проверок π_4 в состоянии

$$0011100 \times 0010111 = 0010100 = S_{35}$$

$$0011100 \times 1101000 = 0001000 = S_4$$

Состояние S_4 имеет код с одной единицей, указывающей на отказ 4-го функционального элемента. Этим состоянием заканчивается 4-я ветвь программы поиска.

7. Производим оценку эффективностей проверок, разрешенных в состоянии S_{35} . Выбираем проверку π_5

$$S_3 = 0010100 \times 0010011 = S_3 = 0010000$$

$$S_5 = 0010100 \times 1101100 = S_5 = 0000100$$

Состояния S_3 и S_5 в кодах имеют одну единицу, поэтому являются конечными.

8. Находим информационные состояния, которые получаются после выполнения проверки π_5 в состоянии S_{1267}

$$1100011 \times 0010011 = 0000011 = S_{67}$$

$$1100011 \times 1101100 = 1100000 = S_{12}$$

9. Производим оценку эффективностей проверок, разрешенных в состоянии S_{67} , и выбираем проверку π_7 . Информационное состояние после проверки π_7 будет

$$0000011 \times 0011110 = 0000010 = S_6$$

$$0000011 \times 1100001 = 0000001 = S_7$$

В кодах состояний S_6 и S_7 есть по одной единице – они конечны.

10. Рассмотрим состояние S_{12} . Проводя оценку эффективностей проверок, разрешенных в этом состоянии, выбираем проверку π_3

$$1100000 \times 0101111 = 0100000 = S_2$$

$$1100000 \times 1010000 = 1000000 = S_1$$

Информационные состояния S_2 и S_1 – конечны, т.к. их коды имеют по одной единице.

Следовательно, программа локализации неисправностей в объекте, синтезированная по информационному критерию, имеет вид

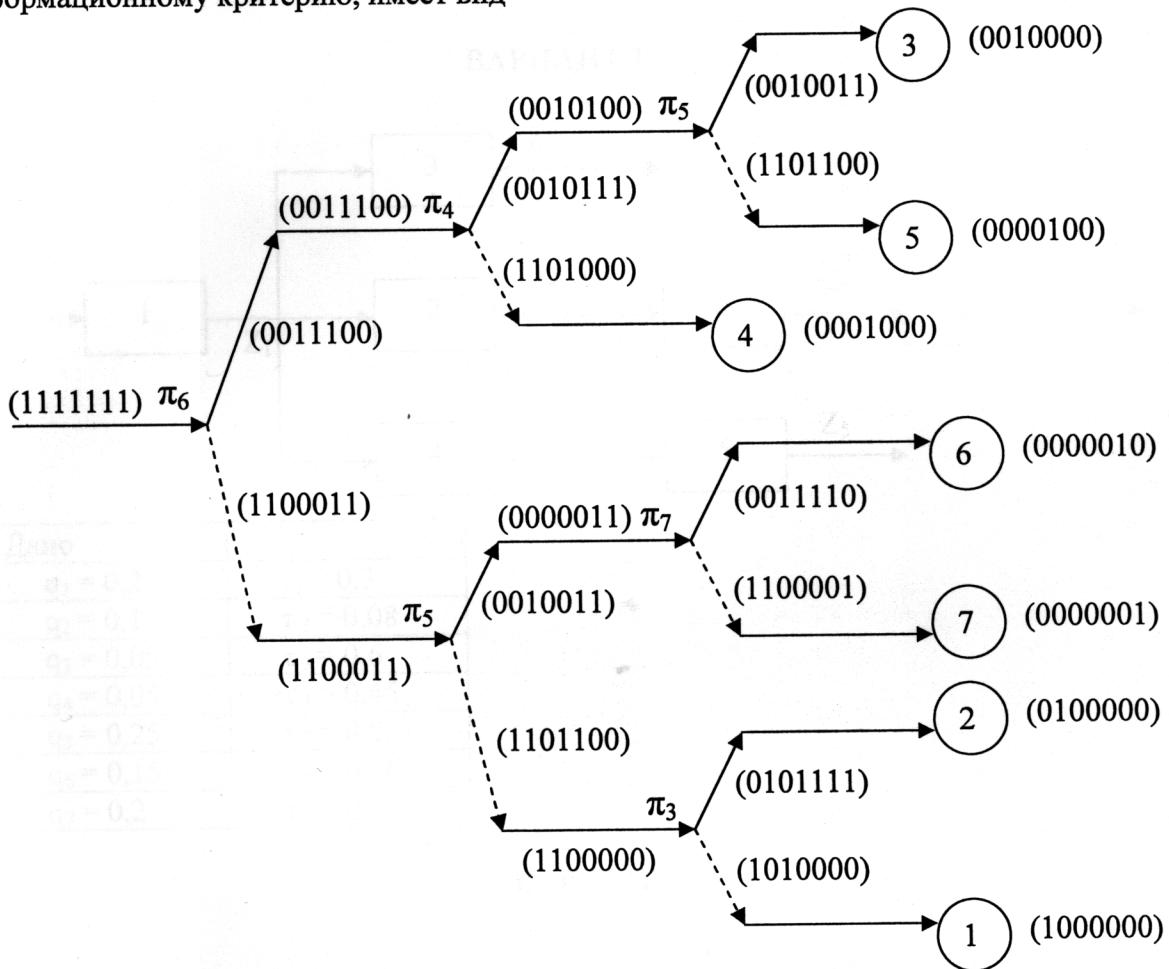


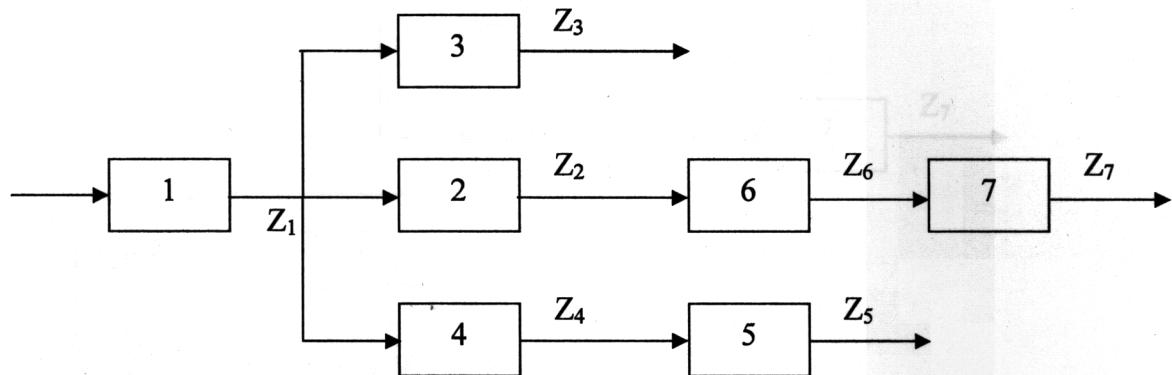
Рис. 2

Исходя из синтезированной программы, имеющей вид, показанный на Рис. 2, можем определить среднее время локализации неисправностей

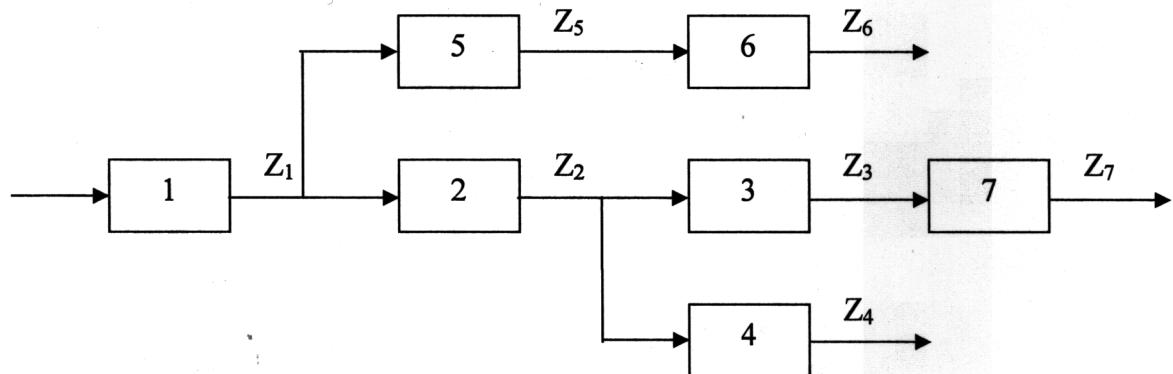
$$\bar{\tau}_{\text{л.н.}} = q_4 \cdot (\tau_6 + \tau_4) + (q_3 + q_5) \cdot (\tau_4 + \tau_5 + \tau_6) + (q_6 + q_7) \cdot (\tau_5 + \tau_6 + \tau_7) + \\ + (\tau_3 + \tau_5 + \tau_6) \cdot (q_1 + q_2)$$

ЗАДАНИЕ

1. Рассчитать квазиоптимальную программу локализации неисправностей в объекте, функциональная модель которого представлена на Рис. 2.
2. Построить дерево локализации неисправностей.
3. Рассчитать среднее время локализации неисправностей.

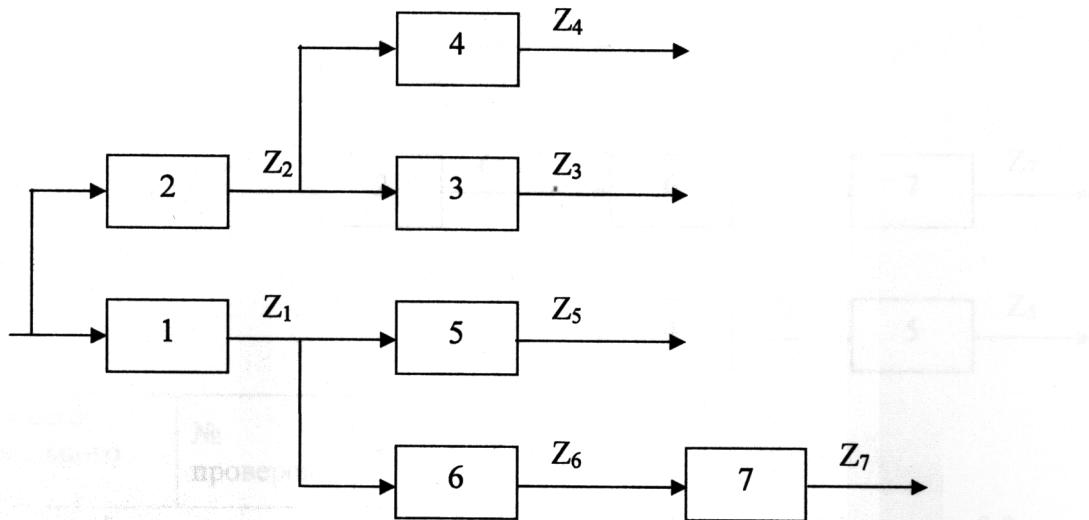
ВАРИАНТ 1

Дано	
$q_1 = 0,2$	$\tau_1 = 0,3$
$q_2 = 0,1$	$\tau_2 = 0,08$
$q_3 = 0,05$	$\tau_3 = 0,6$
$q_4 = 0,05$	$\tau_4 = 0,45$
$q_5 = 0,25$	$\tau_5 = 0,03$
$q_6 = 0,15$	$\tau_6 = 0,16$
$q_7 = 0,2$	$\tau_7 = 0,3$

ВАРИАНТ 2

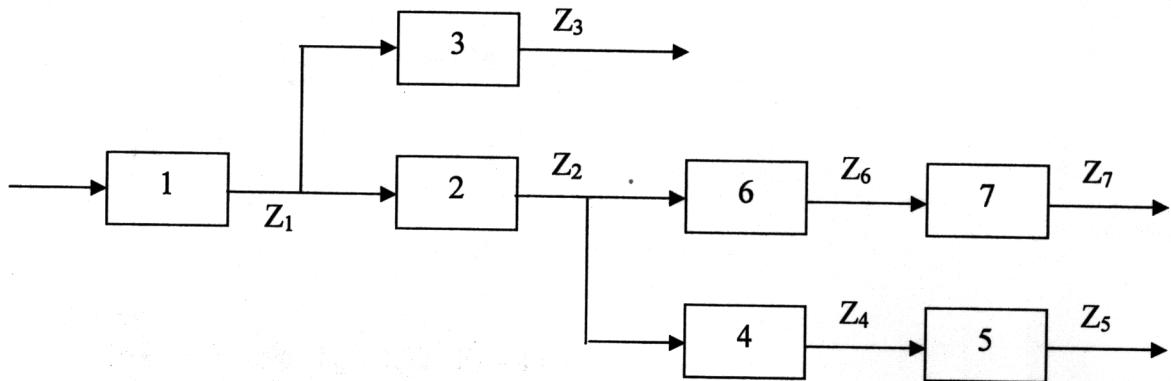
Дано	
$q_1 = 0,15$	$\tau_1 = 0,07$
$q_2 = 0,02$	$\tau_2 = 0,3$
$q_3 = 0,08$	$\tau_3 = 0,3$
$q_4 = 0,25$	$\tau_4 = 0,35$
$q_5 = 0,2$	$\tau_5 = 0,09$
$q_6 = 0,16$	$\tau_6 = 0,15$
$q_7 = 0,14$	$\tau_7 = 0,6$

ВАРИАНТ 3



Дано	
$q_1 = 0,2$	$\tau_1 = 0,3$
$q_2 = 0,2$	$\tau_2 = 0,15$
$q_3 = 0,1$	$\tau_3 = 0,8$
$q_4 = 0,05$	$\tau_4 = 0,46$
$q_5 = 0,15$	$\tau_5 = 0,5$
$q_6 = 0,05$	$\tau_6 = 0,007$
$q_7 = 0,25$	$\tau_7 = 0,3$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ



№ отказавшего функционального элемента	№ проверок	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7
1		0	0	0	0	0
2		1	0	0	0	0
3		0	1	1	1	1
4		1	0	0	1	1
5		1	1	0	1	1
6		1	1	1	0	1
7		1	1	1	0	0

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 0,1 & \tau_1 &= 0,9 \\
 q_2 &= 0,2 & \tau_2 &= 0,7 \\
 q_3 &= 0,2 & \tau_3 &= 0,6 \\
 q_4 &= 0,05 & \tau_4 &= 0,5 \\
 q_5 &= 0,15 & \tau_5 &= 0,8 \\
 q_6 &= 0,05 & \tau_6 &= 0,75 \\
 q_7 &= 0,25 & \tau_7 &= 0,9
 \end{aligned}$$

1. Вычисляем

$$P(\pi_3^+) = q_2 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 = 0,7$$

$$P(\pi_4^+) = q_3 + q_5 + q_6 + q_7 = 0,65$$

$$P(\pi_5^+) = q_3 + q_6 + q_7 = 0,5$$

$$P(\pi_6^+) = q_3 + q_4 + q_5 + q_6 = 0,45$$

$$P(\pi_7^+) = q_2 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 = 0,7$$

2. Вычисляем

$$F_3 = 1,47 \quad F_4 = 1,86 \quad F_5 = 1,25 \quad F_6 = 1,29 \quad F_7 = 1,1$$

F₄ = 1,86 Это 1-ая проверка должна быть включена в программу

3. Находим

$$S_{3567}^+ = 1111111 \times 0010111 = 0010111$$

$$S_{124}^- = 1111111 \times 1101000 = 1101000$$

4. Пересчитываем значения

$$P(\pi_3^+) = \frac{q_5 + q_6 + q_7}{q_3 + q_5 + q_6 + q_7} = 0,69$$

$$P(\pi_5^+) = \frac{q_3 + q_6 + q_7}{q_3 + q_5 + q_6 + q_7} = 0,76$$

$$P(\pi_6^+) = \frac{q_3 + q_5 + q_6}{q_3 + q_5 + q_6 + q_7} = 0,61$$

$$P(\pi_7^+) = \frac{q_5 + q_6 + q_7}{q_3 + q_5 + q_6 + q_7} = 0,69$$

Вычисляем

$$F_3 = 1,48 \quad F_5 = 0,96 \quad F_6 = 1,32 \quad F_7 = 1,03$$

Выбираем π_3

5. Пересчитываем значения

$$P(\pi_3^-) = \frac{q_2 + q_4}{q_1 + q_2 + q_4} = 0,71$$

$$P(\pi_6^-) = \frac{q_4}{q_1 + q_2 + q_4} = 0,14$$

$$P(\pi_7^-) = \frac{q_2 + q_4}{q_1 + q_2 + q_4} = 0,71$$

Вычисляем

$$F_3 = 1,45 \quad F_6 = 0,77 \quad F_7 = 0,64$$

Выбираем π_3

6. Находим состояния для S_{567}

$$0010111 \times 0101111 = 0000111 = S_{567}^+$$

$$0010111 \times 1010000 = 0010000 = S_3^-$$

7. Пересчитываем значения

$$P(\pi_5^+) = \frac{q_6 + q_7}{q_5 + q_6 + q_7} = 0,67$$

$$P(\pi_6^+) = \frac{q_5 + q_6}{q_5 + q_6 + q_7} = 0,44$$

$$P(\pi_7^+) = \frac{q_5 + q_6 + q_7}{q_5 + q_6 + q_7} = 1$$

Вычисляем

$$F_5 = 1,16 \quad F_6 = 0,66 \quad F_7 = 1,10$$

Выбираем π_5

8. Находим состояния для S_{567}

$$0000111 \times 0010011 = 0000011 = S_{67}^+$$

$$0000111 \times 1101100 = 0000100 = S_5^-$$

9. Находим состояния для S_{124}

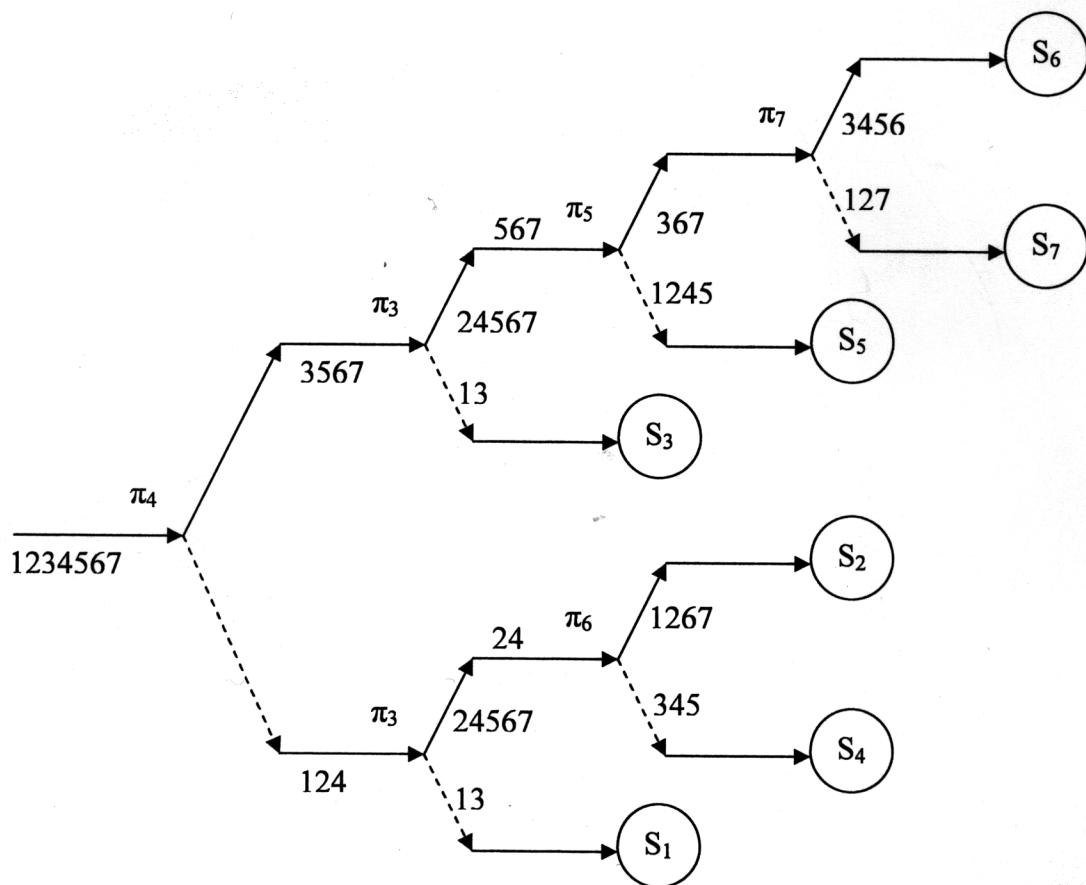
$$1101000 \times 0101111 = 0101000 = S_{24}^+$$

$$1101000 \times 1010000 = 1000000 = S_1^-$$

10. Пересчитываем значения

$$P(\pi_6^+) = \frac{q_4}{q_2 + q_4} = 0,2$$

$$P(\pi_7^+) = \frac{q_2 + q_4}{q_2 + q_4} = 1$$



Среднее время локализации неисправностей

$$\bar{\tau}_{\text{л.н.}} = (q_1 + q_3) \cdot (\tau_3 + \tau_4) + (q_2 + q_4) \cdot (\tau_3 + \tau_4 + \tau_6) + \\ + q_5 \cdot (\tau_3 + \tau_4 + \tau_5) + (q_6 + q_7) \cdot (\tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + \tau_7) = 1,9175$$

Контрольные вопросы

- Почему результат работы данного алгоритма является квазиоптимальным?
- Определение понятия разрешенной проверки?
- Как поставить эксперимент, подтверждающий расчетное среднее время поиска неисправностей?