

Kural 2'nin Mantıksal Açıklaması (Kör Nokta Kalmayacak!)

“Kapsanması zorunlu” denilen *her bir rotanın* istisnasız bir şekilde denetlenmesini garanti altına alır.

1. Malzemeler (Senin Verilerin)

- **Rotalar (I Kümesi):** Kapsamak istediğin 2 rota var:
 - i_1 : Ankara \rightarrow İzmir Rotası
 - i_2 : Bolu \rightarrow İzmir Rotası
- **Konumlar (J Kümesi):** Sensör koyabileceğin 3 yer var:
 - j_1 : Gerede
 - j_2 : Susurluk
 - j_3 : Manisa
- a_{ij} **Matrisi (Kim Kimi Görüyor?):**
 - i_1 (Ankara \rightarrow İz) rotası: Gerede (j_1), Susurluk (j_2) ve Manisa'dan (j_3) geçer.
 - i_2 (Bolu \rightarrow İz) rotası: Gerede'den (j_1) **GEÇMEZ**, ama Susurluk (j_2) ve Manisa'dan (j_3) geçer.

KURAL A (Rota i_1 için):

Model, i_1 (Ankara \rightarrow İzmir) rotasını alır ve “Bu rotayı hangi konumlar görüyordu?” diye a_{ij} matrisine bakar.

- Gerede (j_1) görüyor mu? Evet ($a_{1,1} = 1$)
- Susurluk (j_2) görüyor mu? Evet ($a_{1,2} = 1$)
- Manisa (j_3) görüyor mu? Evet ($a_{1,3} = 1$)

Şimdi denklemi yazar:

$$(a_{1,1} \cdot x_1) + (a_{1,2} \cdot x_2) + (a_{1,3} \cdot x_3) \geq 1$$

Yani:

$$(1 \cdot x_1) + (1 \cdot x_2) + (1 \cdot x_3) \geq 1$$

- **Bu Denklemin Anlamı:** “Ankara-İzmir rotasını kurtarmak için, Gerede'ye sensör kurma kararın (x_1), Susurluk'a kurma kararın (x_2) veya Manisa'ya kurma kararın (x_3). . . Bu üç karardan **en az bir tanesi 'EVET' (yani 1)** olmalıdır.”
- Eğer üçüne de kurmazsan ($x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$), toplam '0' olur. $0 \geq 1$ denklemi YANLIŞ çıkar ve model bu çözümü reddeder.

KURAL B (Rota i_2 için):

Model, i_2 (Bolu \rightarrow İzmir) rotasını alır ve “Bu rotayı hangi konumlar görüyordu?” diye matrise bakar.

- Gerede (j_1) görüyor mu? Hayır ($a_{2,1} = 0$)
- Susurluk (j_2) görüyor mu? Evet ($a_{2,2} = 1$)
- Manisa (j_3) görüyor mu? Evet ($a_{2,3} = 1$)

Şimdi ikinci denklemi yazar:

$$(a_{2,1} \cdot x_1) + (a_{2,2} \cdot x_2) + (a_{2,3} \cdot x_3) \geq 1$$

Yani:

$$(0 \cdot x_1) + (1 \cdot x_2) + (1 \cdot x_3) \geq 1$$

- **Bu Denklemin Anlamı:** “Bolu-İzmir rotasını kurtarmak için, Susurluk’a kurma kararın (x_2) veya Manisa’ya kurma kararın (x_3)... Bu iki karardan **en az bir tanesi 'EVET' (yani 1)** olmalıdır.”
- **Kritik Detay:** Model burada Gerede’ye sensör kurup kurmamayı (x_1) **umursamaz**. Çünkü $a_{2,1} = 0$. Yani sen Gerede’ye sensör kursan bile ($x_1 = 1$ olsa dahi), $0 \cdot 1 = 0$ olacağı için bu rotanın denetlenmesine zerre faydası olmaz.

3. Modelin Amacıyla Çatışması (Çözüm)

Modelin iki zıt güdüsü vardır:

1. **Kural 1 (Amaç):** “Maliyeti düşür!” (Yani x_1, x_2, x_3 ’ü mümkünse 0 yap).
2. **Kural 2 (Kısıtlar):** “Kör nokta bırakma!” (Yani aşağıdaki iki kuralı da SAĞLA):
 - Kural A: $x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$ (Rota 1’i kurtar)
 - Kural B: $x_2 + x_3 \geq 1$ (Rota 2’yi kurtar)

Model bu iki zıt güdüyü dengeler. “Hem Kural A’yı hem de Kural B’yi aynı anda sağlayan **en az sayıda** x (sensör) hangisidir?” diye bakar.

- “Sadece Gerede’ye kursam ($x_1 = 1$)?”
 - Kural A: $1 + 0 + 0 \geq 1$ (Sağlandı ✓)
 - Kural B: $0 + 0 \geq 1$ (Sağlanmadı! ✗) \rightarrow Geçersiz Çözüm.
- “Sadece Susurluk’a kursam ($x_2 = 1$)?”
 - Kural A: $0 + 1 + 0 \geq 1$ (Sağlandı ✓)
 - Kural B: $1 + 0 \geq 1$ (Sağlandı ✓) \rightarrow **Geçerli Çözüm!**

Model, sadece Susurluk’a ($x_2 = 1$) bir sensör kurarak *tüm rotaları* (hem i_1 ’i hem i_2 ’yi) denetleyebileceğini bulur. Eğer Manisa’nın maliyeti Susurluk’tan daha ucuzsa, cevabı “Manisa’ya kur” olarak da verebilir. Ama sonuçta 1 sensörle bu işi çözebileceğini anlar.

Özetle Kural 2: Belirlediğin her bir rotanın denetimsiz kalmamasını (en az bir sensör tarafından görülmesini) matematiksel olarak garanti altına alan “sigorta” kurallarıdır.