

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ
НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ «ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ»

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2
курса «Информатика»

Вариант 55

Выполнил студент:

Берестовский Святослав Сергеевич
группа: Р3111

Преподаватель:

Малышева Татьяна Алексеевна

Санкт-Петербург, 2021 г.

Содержание

2. Синтез помехоустойчивого кода	2
2.1. Задание	2
2.2. Основная часть	2
2.2.1. Схемы декодирования	2
2.2.2. Декодирование полученных сообщений	3
2.2.3. Вычисление минимального числа проверочных разрядов и ко- эффициента избыточности	5
2.2.4. Скрипт осуществляющий декодирование кода Хэмминга	5
2.3. Выводы	6
Литература	7

Лабораторная работа 2

Синтез помехоустойчивого кода

2.1. Задание

Таблица : Сообщения, полученные в виде кода Хэмминга (7;4)

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
41.	1	1	1	0	0	1	0
72.	0	0	0	1	1	0	1
104.	0	1	1	0	1	1	1
24.	1	0	1	0	0	0	1

1. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
2. Показать, имеются ли в принятых сообщениях ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильные сообщения.

Таблица : Сообщение, полученное в виде кода Хэмминга (15;11)

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}
55.	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1

3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщения.
5. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности

2.2. Основная часть

2.2.1. Схемы декодирования

Таблица : Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4).

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	S_1
2		X	X			X	X	S_2
4				X	X	X	X	S_3

Таблица : Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	S_1
2		X	X			X	X			X	X			X	X	S_2
4				X	X	X	X					X	X	X	X	S_3
8								X	X	X	X	X	X	X	X	S_4

2.2.2. Декодирование полученных сообщений

Таблица : Сообщение №1

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
41.	1	1	1	0	0	1	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Синдром последовательности $S = (0, 1, 1)$ соответствует конфигурации ошибок 0000010, некорректен бит i_3

Исправленное сообщение: 1110000

Полезная нагрузка: 1000

Таблица : Сообщение №2

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
72.	0	0	0	1	1	0	1

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Синдром последовательности $S = (0, 1, 1)$ соответствует конфигурации ошибок 0000010, некорректен бит i_3

Исправленное сообщение: 0001111

Полезная нагрузка: 0111

Таблица : Сообщение №3

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
104.	0	1	1	0	1	1	1

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Синдром последовательности $S = (1, 0, 1)$ соответствует конфигурации ошибок 0000100, некорректен бит i_2

Исправленное сообщение: 0110011

Полезная нагрузка: 1011

Таблица : Сообщение №4

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
24.	1	0	1	0	0	0	1

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Синдром последовательности $S = (1, 0, 1)$ соответствует конфигурации ошибок 0000100, некорректен бит i_2

Исправленное сообщение: 1010101

Полезная нагрузка: 1101

Таблица : Сообщение №5

Номер	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}
55.	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1

$$\begin{aligned}
S_1 &= r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0 \\
S_2 &= r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \\
S_3 &= r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0 \\
S_4 &= r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1
\end{aligned}$$

Синдром последовательности $S = (0, 1, 0, 1)$ соответствует конфигурации ошибок 0000100, некорректен бит i_6

Исправленное сообщение: 010001101010011

Полезная нагрузка: 00111010011

2.2.3. Вычисление минимального числа проверочных разрядов и коэффициента избыточности

$$\begin{cases} m = (41 + 72 + 104 + 24 + 55) * 4 = 1184 \\ 2^k \geq k + m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1184 \\ k \geq \log_2(k + m + 1) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k \geq \log_2(k + 1185) \Leftrightarrow \log_2 2^k \geq \log_2(k + 1185) \Leftrightarrow 2^k \geq k + 1185$$

Минимальное целое число проверочных разрядов k равно 11.

$$\text{Коэффициент избыточности} = \frac{r}{r+m} = \frac{11}{11+1184} \approx 0.009205$$

2.2.4. Скрипт осуществляющий декодирование кода Хэмминга

Исходный код скрипта, осуществляющего декодирование кода Хэмминга, доступен на моем GitHub: <https://github.com/anim3boy/itmo-labs/blob/main/computer-science/lab-2/script.py>.

Ради интереса, я уместил весь код в одну строку (по этой причине листинг кода отсутствует).

```

/mnt/c/wsl/itmo-labs/computer-science/lab-2(main*) » python3 script.py
One line python3 Hamming code decoder by @nime_boy
> 010001101110011
Wrong bit: 10
Decoded string: 00111010011

```

Рис. : Скриншот фрагмента сессии в ZSH

2.3. Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я разобрался с основными принципами синтеза помехоустойчивого кода на примере кода Хэмминга, потренировался в его декодировании, а также написал однострочник осуществляющий декодирование кода Хэмминга на Python.

Литература

- [1] Hamming Code - Wikipedia [Электронный ресурс] — https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_code — (дата обращения: 1.10.2021).
- [2] Код Хэмминга. Пример работы алгоритма / Хабр [Электронный ресурс] — <https://habr.com/ru/post/140611> — (дата обращения: 1.10.2021).