

# Estadística Espacial: Tarea 2

*Instituto Tecnológico Autónomo de México*

*Andrea García Tapia cu 104050*

*Edwin Cházaro Argueta cu 153848*

*Andrea Fernández Conde cu 104499*

*29 de abril de 2015*

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Descripción del Área de Estudio</b>	<b>3</b>
<b>3. Metodología</b>	<b>6</b>
3.1. Estadísticos Basados en Conteos . . . . .	8
3.2. Estadísticos Basados en Distancias al Vecino Próximo . . . . .	9
3.3. Función de Intensidad (primer y segundo orden) . . . . .	10
<b>4. Resultados y discusión</b>	<b>10</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>12</b>
<b>6. Bibliografía</b>	<b>12</b>

## 1. Introducción

Las montañas Azules (en inglés, *Blue Mountains*) son una cadena montañosa localizada en el noroeste de los Estados Unidos, que se extiende largamente por el este del estado de Oregón y el sudeste de Washington. Tiene una superficie muy accidentada y seca de 10,500 km<sup>2</sup> que se extiende desde el este y sureste de Pendleton, Oregon hasta el río Snake con la frontera de Idaho.

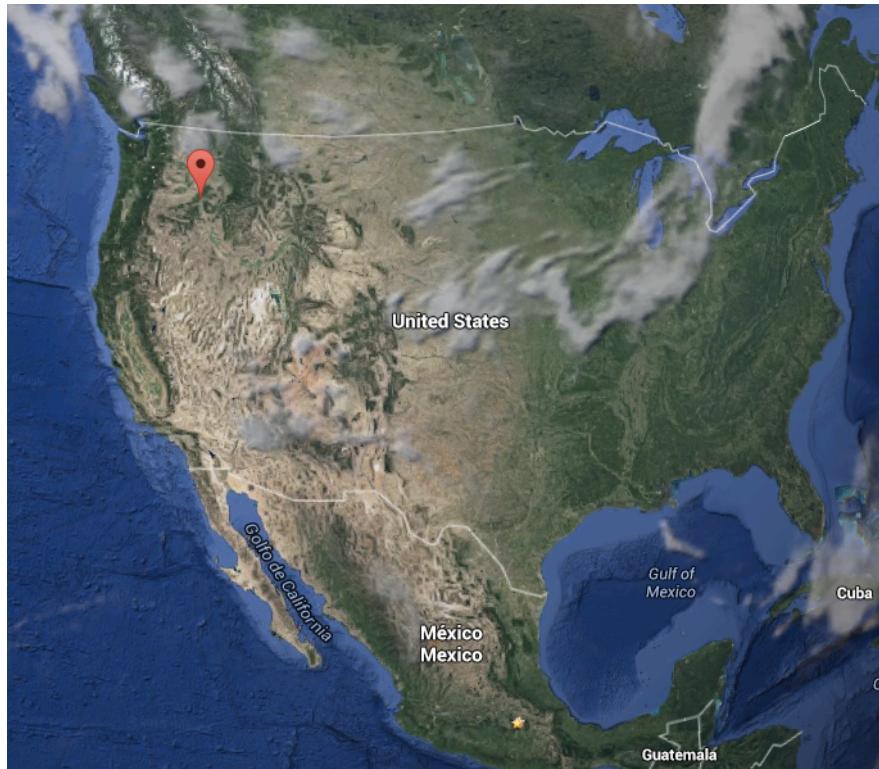


Figura 1: Ubicación geográfica de las montañas azules.

Las Montañas Azules contienen 3 parques nacionales y varias áreas naturales protegidas tales como el Malheur National Forest, Umatilla National Forest, Wallowa-Whitman National Forest, Umatilla Wilderness, North Fork John Day Wilderness, Strawberry Mountain Wilderness y la Monument Rock Wilderness<sup>1</sup>.

Dada su geografía y vegetación la zona de las Montañas Azules es propensa a incendios. La información que comprende este estudio corresponde a incendios que comenzaron entre el 01 de abril de 1986 al 31 de julio de 1993 en los 3 estados que abarca la zona de las Montañas Azules (Oregon, Washington e Idaho).

<sup>1</sup> Blue Mountains [http://geonames.usgs.gov/apex/f?p=gnispq:3:0::NO::P3\\_FID:1154280](http://geonames.usgs.gov/apex/f?p=gnispq:3:0::NO::P3_FID:1154280).



Figura 2: Parques nacionales de la zona.

## 2. Descripción del Área de Estudio

Se cuenta con tres fuentes de datos: información de incendios, información geográfica y los polígonos que definen el área.

De 5834 incendios en la zona se cuenta con la coordenada geográfica, la fecha (día, mes y año), tamaño, elevación, pendiente, orientación de la ladera donde ocurrió el incendio (*aspect*) y vegetación (*veg9*). A partir de esas variables se genera la variable de estación (*estac*) considerando como puntos de corte para los mismos el 21 de marzo, 21 de junio, 21 de septiembre y 21 de diciembre. Asimismo, se categorizan las variables de elevación y orientación de la ladera con 6 cortes equidistantes en el rango de su dominio. Los datos modificados se ejemplifican en el Cuadro 1.

Toda la región se caracteriza en la información geográfica y poligonal adicional. En la primera se incluyen coordenadas (latitud, longitud y elevación), orientación de la ladera, pendiente y vegetación en 8089. En la segunda se definen polígonos a partir de 2130 coordenadas.

lon	lat	yr	mo	day	size	elev	slope	aspect	dia	veg9	mo2	day2	estac	elev_cat	aspect_cat
764.49	816.11	86	4	14	0.10	1463	2	302.00	13	1	04	14	Primavera	(1.15e+03,1.53e+03)	(299,359)
569.35	747.68	86	5	20	0.20	1310	3	26.00	49	5	05	20	Primavera	(1.15e+03,1.53e+03)	(-1.36,59)
542.17	700.37	86	5	26	0.10	1707	2	168.00	55	6	05	26	Primavera	(1.53e+03,1.91e+03)	(119,179)
640.66	753.46	86	5	28	5.00	1400	8	228.00	57	5	05	28	Primavera	(1.15e+03,1.53e+03)	(179,239)
510.35	646.56	86	5	29	11.00	1405	2	43.00	58	8	05	29	Primavera	(1.15e+03,1.53e+03)	(-1.36,59)
538.01	741.06	86	5	30	0.10	1404	2	252.00	59	1	05	30	Primavera	(1.15e+03,1.53e+03)	(239,299)

Cuadro 1: Muestra de los datos a utilizar.

Para determinar las relaciones existentes entre las características geográficas y la ocurrencia de incendios, se realizaron una serie de exploraciones gráficas. En la Figura 3 se superponen los incendios (amarillo) en el terreno coloreado por altitud (se establece un rango de colores en el que el mínimo es verde claro y el máximo es café). El tamaño de los círculos amarillos refiere a la extensión del mismo.

A partir de la Figura 3 se observa un indicativo claro de la existencia de una relación importante entre los incendios y la altitud. Aunque las únicas áreas libres de amarillo (incendios) son las de altitud baja, no es claro que los incendios se concentren en las zonas de mayor altitud. Al contrario, parece haber un rango de elevación a la baja y a la alta que inhibe la existencia de incendios. Para clarificar la relación entre estas dos variables, se grafica por año la elevación categorizada contra la proporción de incendios.

En la Figura 4 se observa que la mayoría de los incendios se concentran en un rango de elevación de entre 1150 a 1920 (categorías 3 y 4 en la variable generada). Para otras altitudes, la cantidad de incendios es mucho menor. Al refinar la relación e introduciendo la estación, se observa que ésta se mantiene para las distintas estaciones. En la Figura 5 se grafica a la variable categórica de elevación contra el número de incendios por estación y segmentado por año.

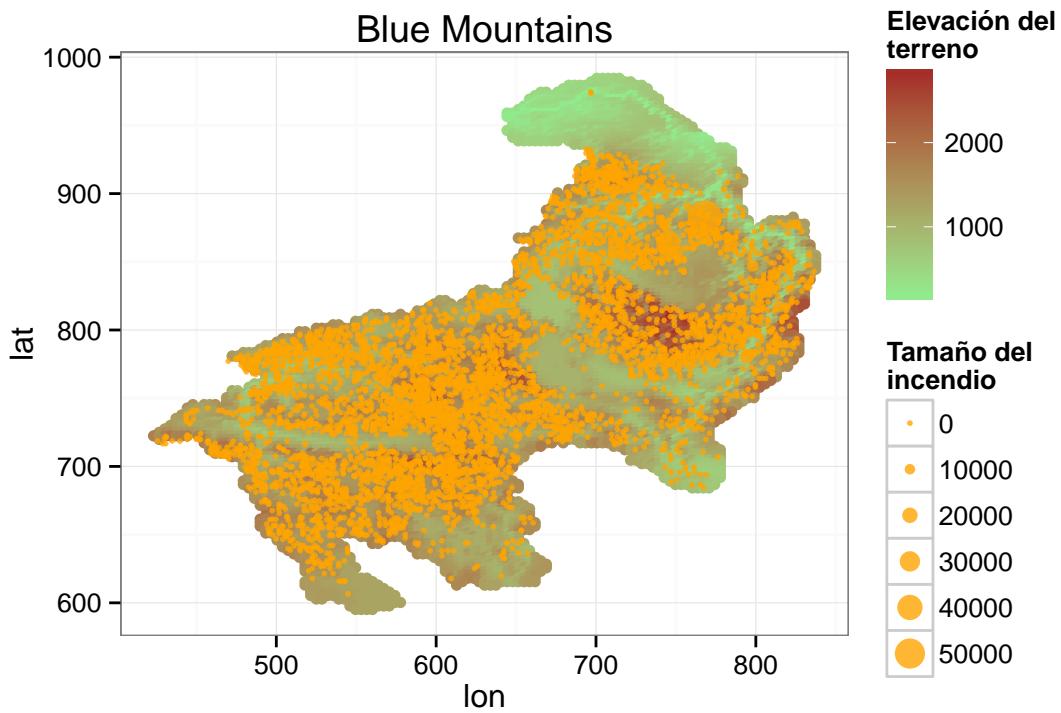


Figura 3: Mapa de elevación y tamaño de incendios de la zona.

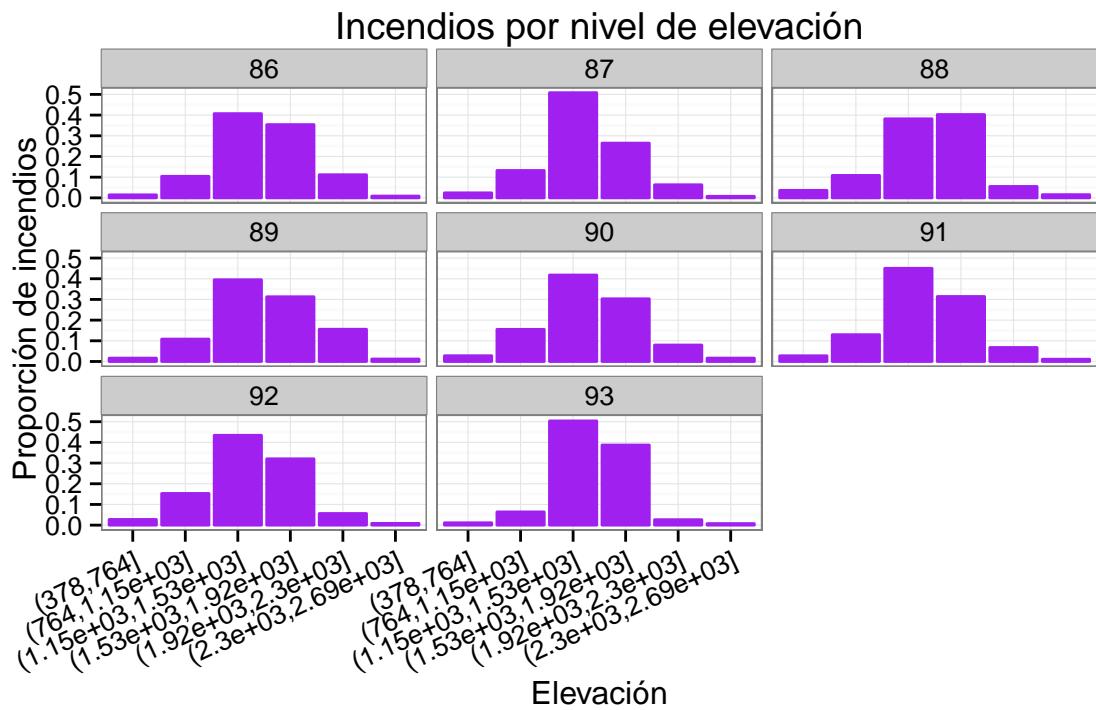


Figura 4: Proporción de incendios por nivel de elevación y año

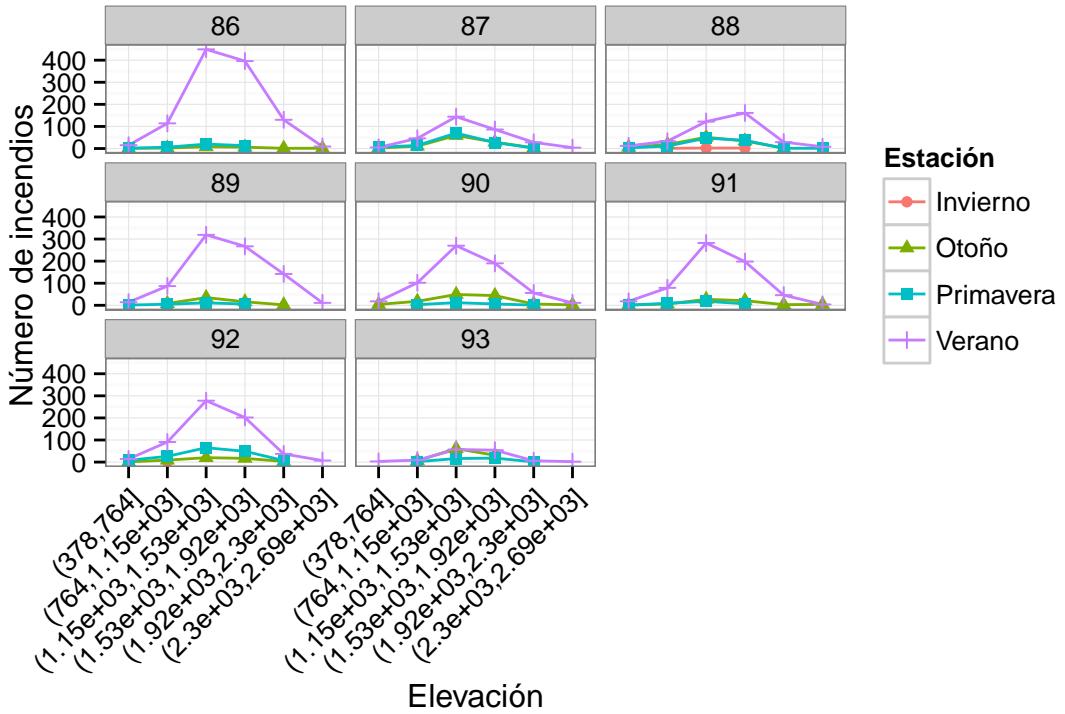


Figura 5: Número de incendios por elevación, año y estación.

Lo primero que se resalta de la Figura 5 es que en el invierno la cantidad de incendios es muy limitada y en el verano es considerablemente mayor que en el resto de las estaciones. Esto tiene que ver con las variaciones de temperatura a lo largo del año. Ahora bien, la asociación entre las categorías 3 y 4 de elevación y la cantidad de incendios se mantiene con algunas variaciones entre años. Para entender mejor la asociación observada, se estudia más a detalle las posibles causas de esta relación.

Los incendios están asociados al tipo de vegetación y por ende a la altitud, fenómenos meteorológicos como las sequías también son un factor que favorecen los incendios. Existen diferentes maneras de medir la severidad de las sequías, para este estudio utilizamos el Índice de Severidad de Sequía de Palmer (PDSI) que mide la sequedad relativa o humedad que afectan a las economías sensibles al agua.

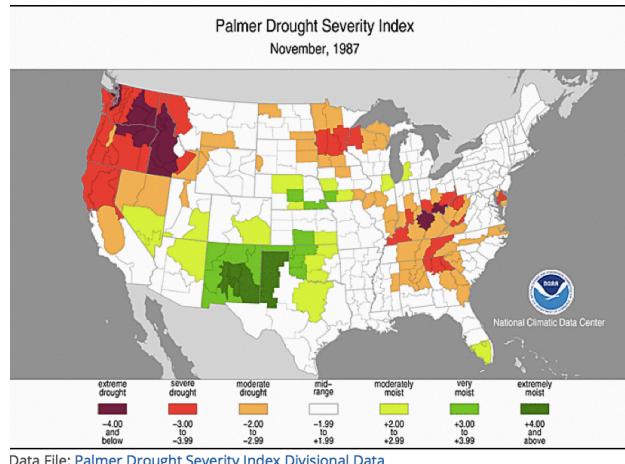


Figura 6: Índice de Palmer de severidad en sequías, 1987<sup>2</sup>.

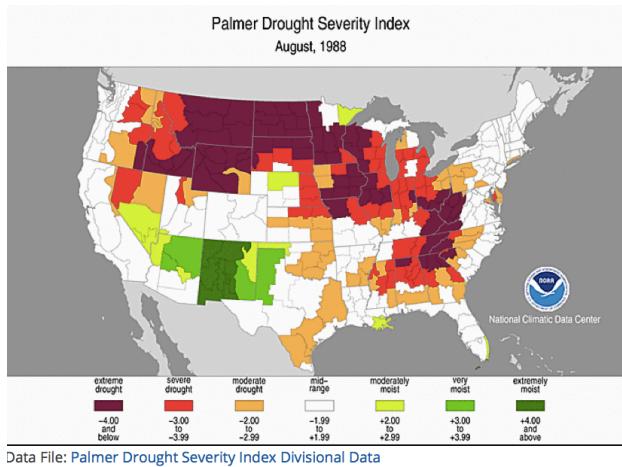


Figura 7: Índice de Palmer de severidad en sequías, 1988.

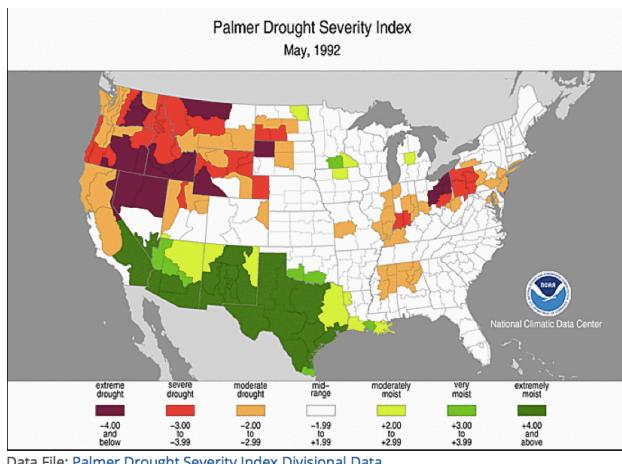


Figura 8: Índice de Palmer de severidad en sequías, 1989.

Podemos observar que en verano y primavera ocurren más incendios, y en el 4 y 5 corte de elevación. Si lo analizamos por año<sup>3</sup> en 1986 hubo más incendios en verano , esto se debe a que en ese año hubo fenómeno de *El Niño* de julio de 1886 a marzo de 1988<sup>4</sup>. El fenómeno de “*El Niño*” es una oscilación del sistema océano-atmósfera en el Pacífico tropical que tiene consecuencias importantes para el clima en todo el mundo<sup>5</sup> mientras que en lugares cercanos al trópico genera tormentas tropicales, en el norte genera sequías.

Mapas por Estación y elevación

### 3. Metodología<sup>6</sup>

En los procesos puntuales nos interesa saber si el conjunto de puntos distribuidos en una área fija fue generado por un proceso estocástico. Existen tres tipos de patrones: *regulares*, *aleatorios* o *clusters*. Para

<sup>3</sup><http://www.ncdc.noaa.gov/temp-and-precip/drought/historical-palmers/phd/198304-199307>

<sup>4</sup>[http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis\\_monitoring/ensostuff/ensoyears.shtml](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensostuff/ensoyears.shtml)

<sup>5</sup><http://www.pmel.noaa.gov/tao/elniño/el-nino-story.html>

<sup>6</sup>Esta sección se basó en las notas de clase “Procesos Puntuales” impartidas por el Dr. Carlos Díaz

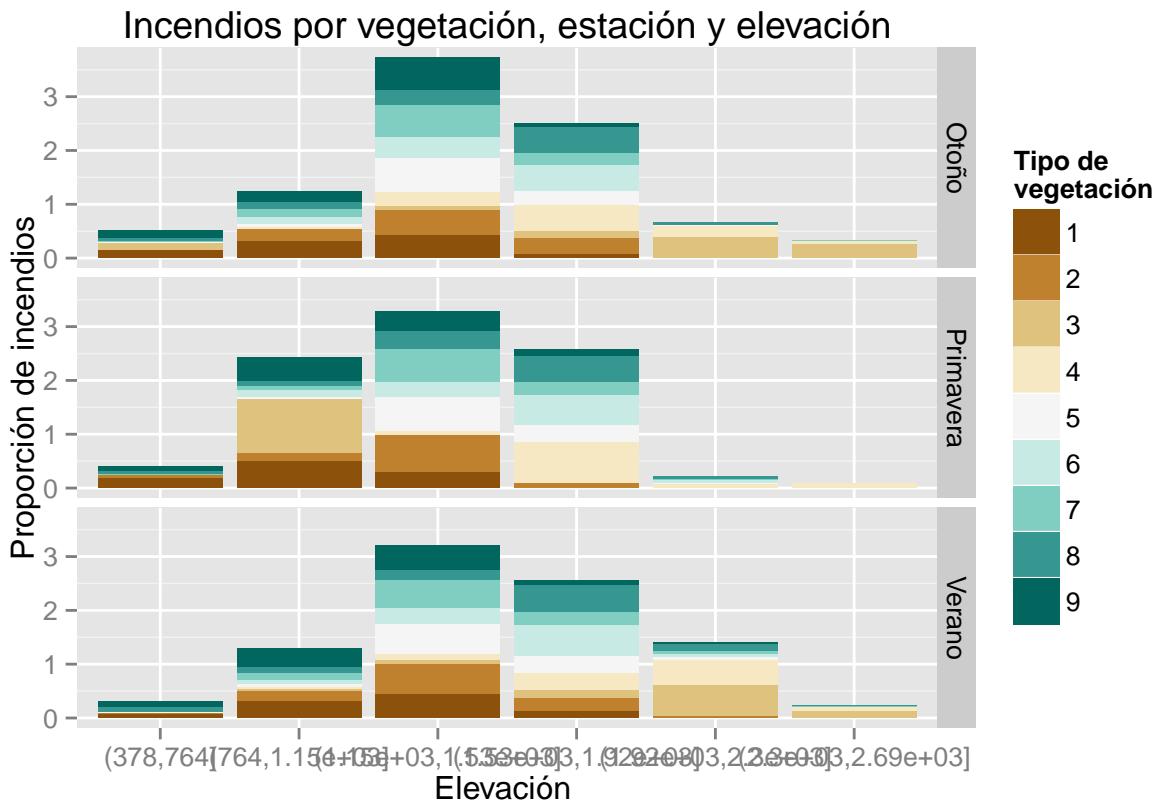


Figura 9: Incendios por elevación, tipo de vegetación y estación.

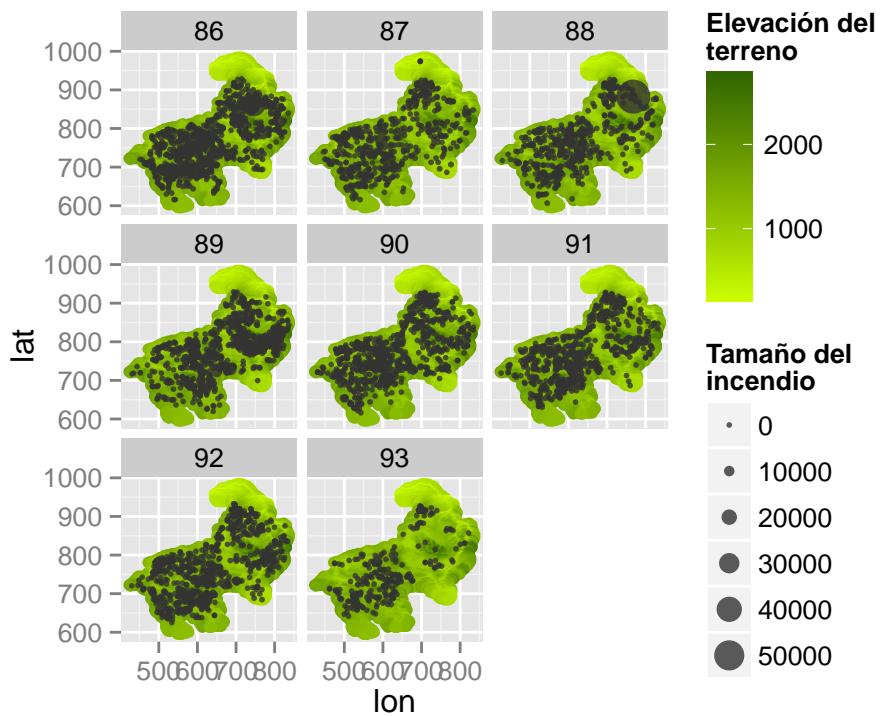


Figura 10: Mapa del tamaño de incendios por terreno.

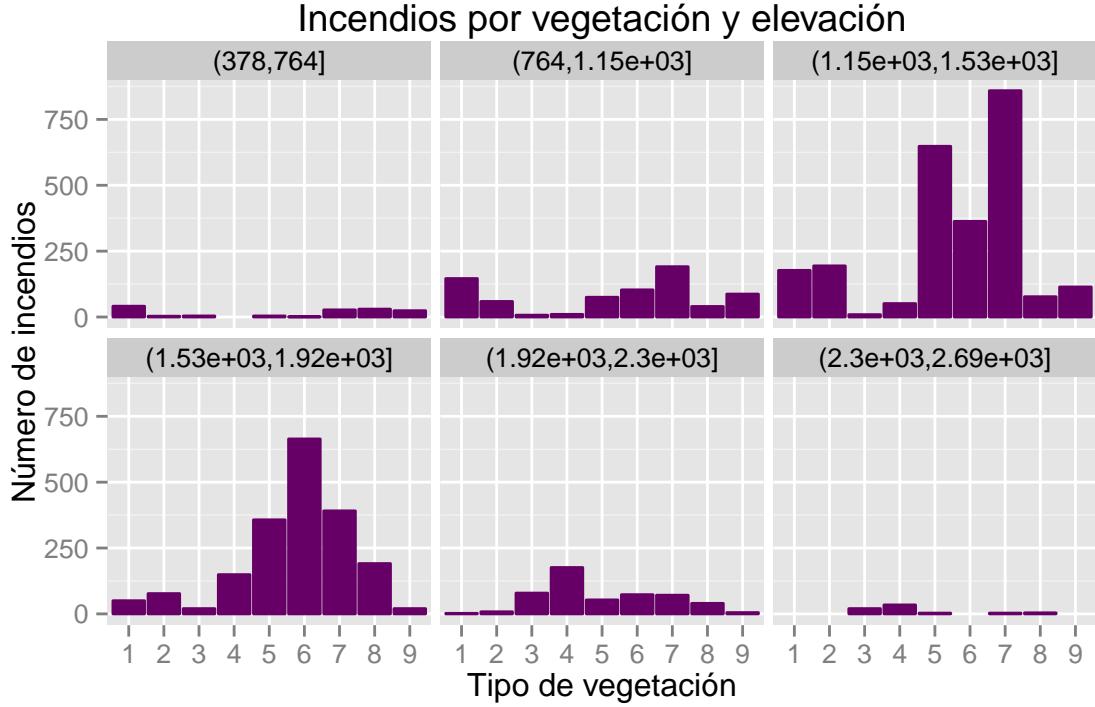


Figura 11: Incendios por elevación, vegetación y estación.

poder determinar qué tipo de patrón siguen es necesario hacer pruebas de Aleatoriedad Espacial Completa (AEC o *CSR* en inglés).

La AEC se puede definir como un proceso Poisson homogéneo (PPH) en  $\mathbb{R}^n$ , esto es, el número de puntos contenidos en cualquier región  $A$ ,  $N(A)$ , sigue una distribución Poisson con media  $\lambda|A|$ ; donde  $|A|$  es el área de la región  $A$  y  $\lambda$  es el parámetro de intensidad del proceso y además los puntos en la región  $A$  se distribuyen de manera aleatoria e independiente con distribución uniforme en  $A$ . Esto significa que si esta hipótesis fuera cierta, entonces los eventos (incendios en este caso) ocurren totalmente al azar, de forma constante en la región y que no hay interacción entre eventos.

Existen dos tipos de estadísticos: los basados en conteos, los basados en proximidad con el vecino y los basados en propiedades de la función de intensidad (primer y segundo orden). El primer estadístico es el filtro para definir si existe AEC, si se rechaza la hipótesis de AEC se utilizan los otros dos para poder definir si es un patrón regular o un patron agregado (cluster)

### 3.1. Estadísticos Basados en Conteo

Entre los estadísticos usados para probar AEC están los basados en conteos. Suponemos una partición de la región de interés  $A$  en  $m$  cuadrantes y en cada uno hay  $n_1, n_2, \dots, n_m$  eventos. El estadístico más básico es la *Razón Varianza Media* (VMR en inglés)

$$VMR = \frac{Varianza(y)}{Media(y)}, y = N$$

Si  $VMR < 1$  indica uniformidad en los eventos o puntos,  $VAR(Y) = 0$  perfectamente uniforme ,  $VMR > 1$  indica culster y si  $VMR = 1$  indica aleatoriedad.

Existe otra medida basada en conteos llamada *índice de dispersión*, el índice se define como

$$I = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - \bar{n})^2}{(m-1)\bar{n}}$$

que bajo AEC debe tomar valor igual a 1.

Otro estadístico que se usa es

$$I' = \frac{(m-1) \sum_{i=1}^m (c_i - \bar{c})^2}{\bar{c}} = (m-1)I$$

Bajo AEC  $I' \sim \chi^2_{(m-1)}$ , por lo que se rechaza la hipótesis de AEC al nivel de significancia  $\alpha$  si  $I' > \chi^2_{(m-1)(1-\alpha)}$ .

### 3.2. Estadísticos Basados en Distancias al Vecino Próximo

También existen otros basados en distancias entre puntos o eventos, uno de ellos es el vecino más cercano, ya sea desde un punto  $x$  del patrón observado, o desde un punto arbitrario.

Por último la  $K$  de Ripley, se define como<sup>7</sup>

$$K(h) = \frac{1}{\lambda} \mathbb{E}.$$

Para el caso del método basado en distancias se define la variable aleatoria  $D$  como la distancia de un evento arbitrario al evento más cercano, entonces, bajo AEC,

$$\mathbb{P}(D > d) = 1 - e^{-\lambda\pi d^2}.$$

Entonces la media y la varianza de  $D$  son  $\mathbb{E}[D] = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}$  y  $Var[D] = \frac{4-\pi}{4\lambda\pi}$ . Por esto, si se defina  $\bar{D}$  como la media muestral de las distancias, asumiendo  $n$  v.a.i.i.d., se tiene que  $\mathbb{E}[\bar{D}] = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}$  y  $Var[\bar{D}] = \frac{4-\pi}{4n\lambda\pi}$ ; por lo que centrando

$$Z = \frac{\bar{D} - 1/(2\sqrt{\lambda})}{\sqrt{(4-\pi)/(4n\lambda)}} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} N(0, 1).$$

Así, si  $n$  es grande, el IC para AEC tendrá la forma  $\bar{D} \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{(4-\pi)(4n\lambda)}$ .

En el caso de la  $K$  de Ripley, si hubiera AEC entonces  $K(h) = \pi h^2$ , pues el número de puntos dentro de un radio  $h$  debe ser proporcional al área del círculo de radio  $h$ . Si los datos estuvieran en conglomerados, uno esperaría que  $K(h) > \pi h^2$ , mientras que si hubiera algún tipo de repulsión se esperaría que  $K(h) < \pi h^2$ . La versión muestral de la  $K$  de Ripley es

$$\hat{K}(h) = \frac{|A|}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \frac{I_h(d_{ij})}{w_{ij}}$$

donde  $m$  es el número de eventos en  $A$ ,  $w_{ij}$  es la proporción del círculo con centro en  $i$  y que pasa por  $j$  que está dentro de  $A$ ,  $d_{ij}$  es la distancia entre los puntos  $i$  y  $j$ ,  $I$  es la función indicadora para la distancia  $d_{ij}$ .

Muchas veces se usa la función  $L(h) = \sqrt{\frac{K(h)}{\pi}} - h$ , pues la varianza de  $L$  es aproximadamente constante bajo AEC. En la práctica se grafica  $t - \hat{L}(t)$  contra  $t$ , la cual, en el caso de AEC, deberá ser aproximadamente una línea horizontal en el cero.

---

<sup>7</sup># extra de eventos dentro de una distancia  $h$  a un evento arbitrario

Si se rechaza la hipótesis de AEC, se deben considerar procesos no homogéneos. La extensión más simple es el Proceso Poisson no homogéneo (PPNH), el cual cumple los mismos principios de el PPH, excepto que la función de intensidad depende del sitio,  $\lambda(x)$ . Entonces, para un área  $B \subset A$ , se tiene que

$$\mathbb{E}[N(B)] = \int_B \lambda(u) du$$

y

$$\mathbb{P}(N(b) = n) = \frac{[\int_B \lambda(u) du]^n \exp^{\int_B \lambda(u) du}}{n!}$$

A este modelo se le pueden agregar más covariables referentes al sitio; por ejemplo, la elevación y la humedad del sitio.

### 3.3. Función de Intensidad (primer y segundo orden)

Tomado  $dx$  como una pequeña región que contiene el punto x la función de intensidad de **primer orden** es

$$\lambda(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{E[N(dx)]}{|dx|}$$

y la de **segundo orden** es

$$\lambda_2(x, y) = \lim_{dx, dy \rightarrow 0} \frac{E[N(dx)N(dy)]}{|dx||dy|}$$

La intensidad de primer orden  $\lambda$  se interpreta como el número esperado de eventos por unidad de área mientras que la segunda tiene una interpretación más complicada. Hay dos maneras de estimarla : métodos no paramétricos y métodos paraéticos, En el primero no hay ningun modelo involucrado y por lo general se usan conteos de cuadrantes o estimación por kernel. Los segundos utilizan un modelo paramétrico y de utiliza la Máxima Verosimilitud o Máxima Pseudoverosimilitud.

## 4. Resultados y discusión

La razón varianza-media (VMR) va a depender del número de cuadrantes en los que se divide el área de estudio. Si dividimos el área de las Montañas Azules en cuadrantes de 50 y de 100 nos da un  $VMR_{50} = 5,85$  y  $VMR_{100} = 2,49$  ambos son mayor a 1 por lo cual rechazamos AEC, indicando que existe un patrón de cluster par a los incendios de la región de las Montañas Azules .

Para corroborar este resultado elaboramos otra prueba (índice de dispersión)  $I'_{50} = 7217,54$  y con 100  $I'_{100} = 1,17 \times 10^4$ , y para una  $\alpha = 0,01$ , se tiene que  $\chi^2_{(m-1)(1-\alpha)} = 1153,44$ , con esta prueba también se rechaza AEC.

Como se pudo observar en la primera sección ,los incendios varían por año, estación y altitud (relacionada con la vegetación). Si repetimos este análisis por año

Para cada año se tienen las siguientes razones varianza- media:  $VMR_{89} = 2,64$ ,  $VMR_{90} = 1,87$ ,  $VMR_{91} = 2,35$ ,  $VMR_{92} = 2,16$ ,  $VMR_{93} = 1,8$ . Dado que todos son mayores a 1 se rechaza AEC.

El siguiente paso es calcular la K de Ripley

En esta prueba también se rechaza AEC pues las gráficas no representan una línea recta horizontal y la  $\hat{K}(h) > \pi h^2$  para la mayoría de los valores de  $h$ , por lo que podemos concluir que los incendios en la zona de la Montaña Azul tienden a estar conglomerados. El siguiente paso es usar un modelo para los procesos

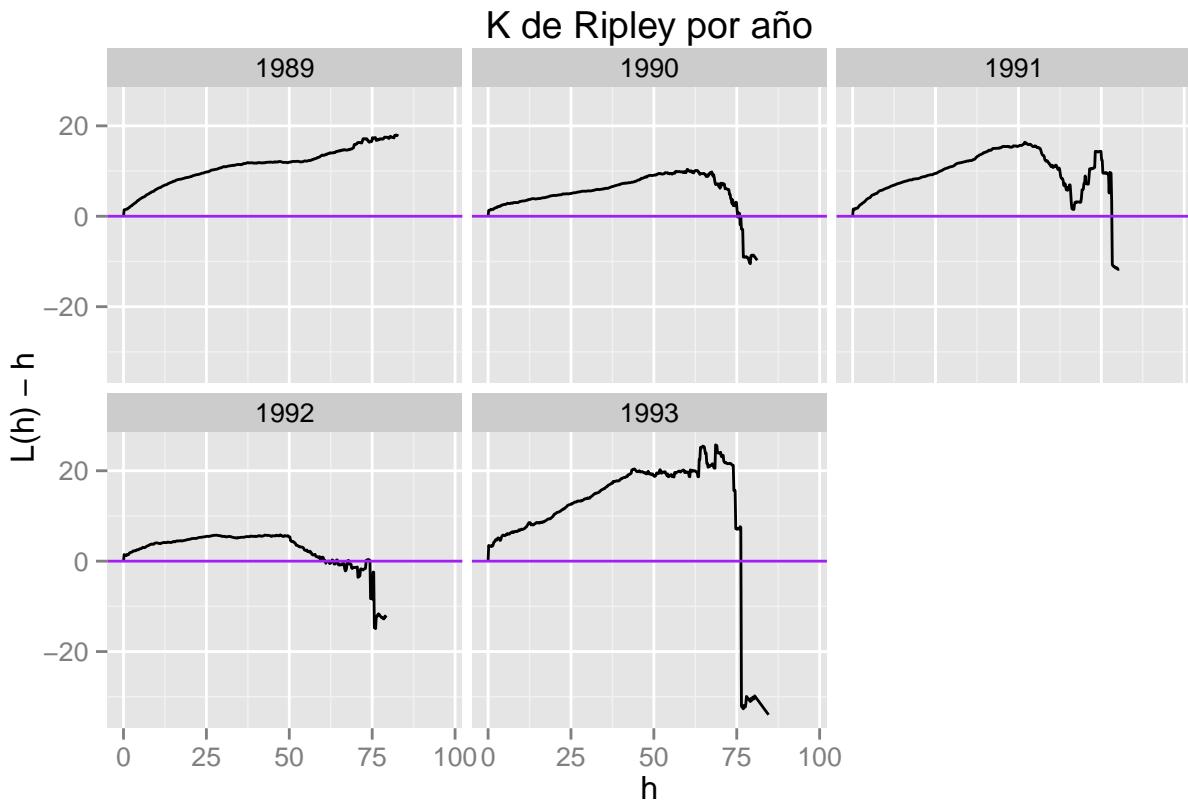


Figura 12: K de Ripley por año.

poisson no homogeneos, dado que los incendios varian por estación se procede a hacer un modelo dividido por las estaciones<sup>8</sup>.

Variable	Primavera	Verano	Otoño
1 (Intercept)	-6.0455	-4.5907	-6.4547
2 elev	0.0008	0.0011	0.0005
3 veg2	0.3144	0.9371	1.5863
4 veg3	-2.1611	0.3994	1.4133
5 veg4	0.0490	0.9965	2.1328
6 veg5	1.0946	1.1414	2.2086
7 veg6	0.9322	1.1416	2.2091
8 veg7	1.0725	0.8351	1.9053
9 veg8	0.8040	0.8122	1.8772
10 veg9	-0.4654	-0.2850	-0.1966
11 slope	-0.0837	-0.0517	-0.0886

Cuadro 2: Coeficientes de los modelos ajustados

Para los tres modelos el coeficiente de elevación es cercano a cero por lo que podemos concluir que no incide mucho en los incendios, mientras que por el contrario el tipo de vegetación impacta positivamente. Esto puede ser debido a que la vegetación y el nivel de elevación estan relacionados. Los coeficientes de vegetación varían por estación esto no indica que en otoño haya más incendios sino que en otoño ese tipo de vegetación es más propensa a incendios. Esto tiene sentido debido a que en la humedad en otoño es menor que en verano o primavera.

<sup>8</sup>El invierno se excluyó por tener pocos incendios.

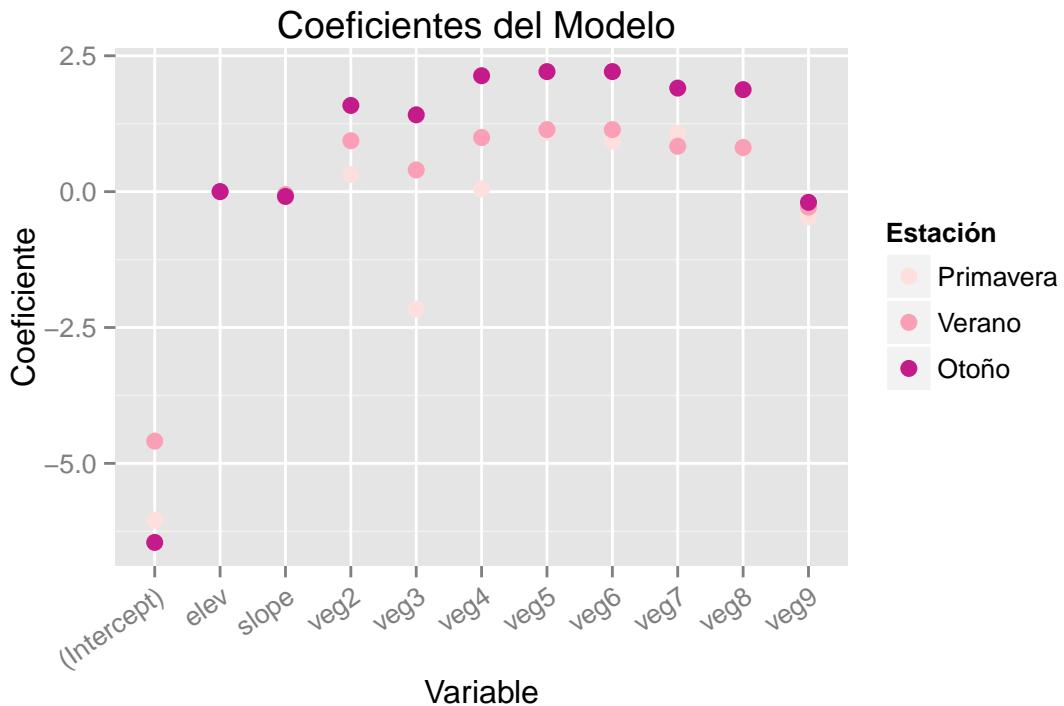


Figura 13: Coeficientes de los modelos ajustados por estación.

## 5. Conclusiones

En el análisis exploratorio se detectó una relación entre tipo de vegetación la estación del año, la altitud y los incendios. Sin embargo en los modelos sólo se pudo corroborar la relación entre tipo de vegetación, estación y el riesgo de incendio. Uno podría creer que la altitud afectaba dado la saturación de oxígeno pero al parecer en los cortes que se realizaron par a la altitud no afectan al riesgo de incendio.

En la segunda parte del estudio se analizó qué tipo de proceso puntual siguen los incendios por medio de pruebas de Aleatoriedad Espacial Completa (AEC). Se encontró que los incendios siguen un proceso de culster.

Los procesos Cluster son una familia importante de los procesos puntuales y se definen como un modelo que genera pequeños cúmulos de eventos, con media local mayor a la de un Proceso Poisson No Homogéneo. Uno de los factores que apoyan este resultado es que la vegetación forma conglomerados por características del área tales como elevación y pendiente, el mayor número de incendios ocurre entre 1150 m y 1920 m de altura.

## 6. Bibliografía

- Rogerson, P.A., 2006. Statistical Methods of Geography. 2nd ed. Sage. London. Chap. 2.6, 10.1,10.2
- Fotherington, A.S., C. Brunsdon, and M. Charlton, 2000. Quantitative Geography. Sage, London. Chap. 2, Chap. 6.-6.3.
- David O'Sullivan and David Unwin (2003) Geographical Information Analysis, Wiley, chapter 4, plus chapter 3 for the curious
- Ian Smalley and David Unwin (1968) The formation and shape of drumlins and their distribution and orientation in drumlin fields, Journal of Glaciology, 7, pp. 377–390; -Alan R. Hill (1973) The distribution of

drumlins in County Down, Ireland, Annals, AAG, 63 (2). pp. 226–240. -Human geographers may also like Trevor Bailey and Anthony Gatrell (1995) Interactive spatial data analysis, Longman, chapter 3.

-NOAA (National Oceanographic and Atmospheric Administration. n.d. North American drought:A paleo perspective. Online: [http://www.ngdc.noaa.gov/paleo/drought/drght\\_history.html](http://www.ngdc.noaa.gov/paleo/drought/drght_history.html)

-William M. Ciesla & Andrew C. Mason (2005), DISTURBANCE EVENTS IN AMERICA'S FORESTS: An Analysis of Criterion 3, Indicator 15 of the Montreal Process—Criteria and Indicators of Sustainable Forestry—2003 Unated States Department of Agriculture

-Conanp, Conafor, FMCN, USFS, CMF, GIZ 2012. Guía para la Elaboración de Programas de Manejo del Fuego en Áreas Naturales Protegidas y Sitios de Interés (Guía Rápida), México. 60 pp.