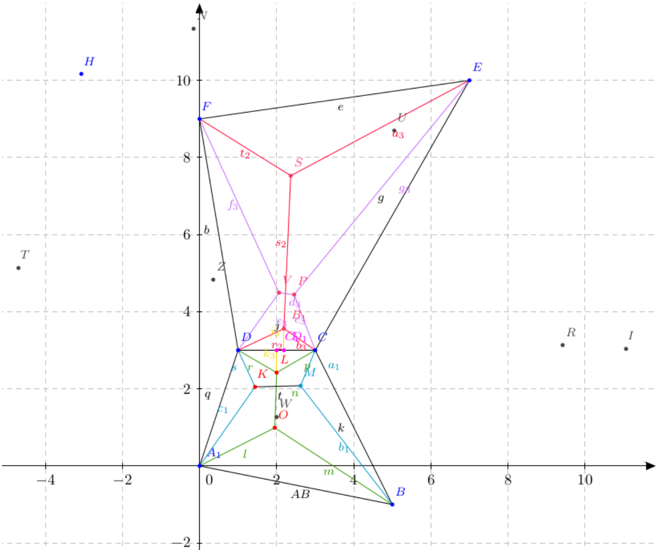
Els grafs: xarxes, camins i connexions

De la matemàtica discreta a la realitat

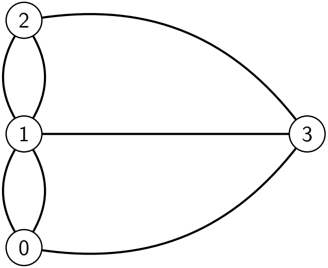
Aniol Garcia i Serrano

Presentació del treball, Gener 2017

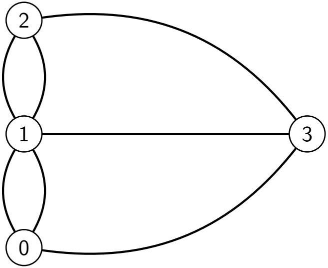
El meu primer graf

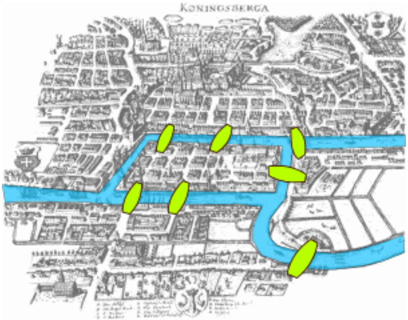


El primer graf



El primer graf





Breu història

Leonhard Euler

Gottfried W. Leibniz

Els grafs: xarxes, camins i connexions

De la matemàtica discreta a la realitat

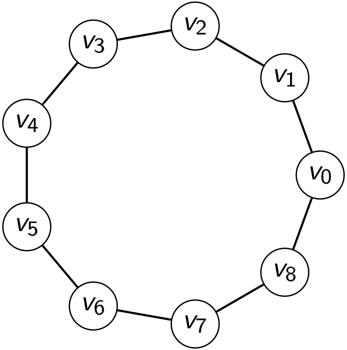
Aniol Garcia i Serrano

Presentació del treball, Gener 2017

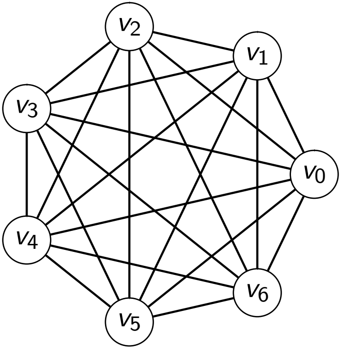
Objectius

- Conèixer la teoria de grafs
- Estudiar i implementar algorismes
- Mostrar-ne algunes de les aplicacions

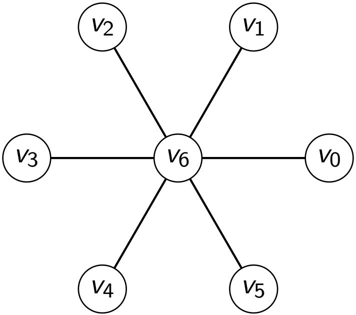
Tipus de grafs



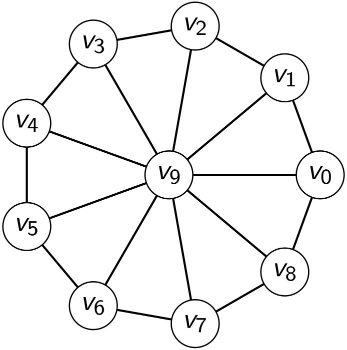
Cicle



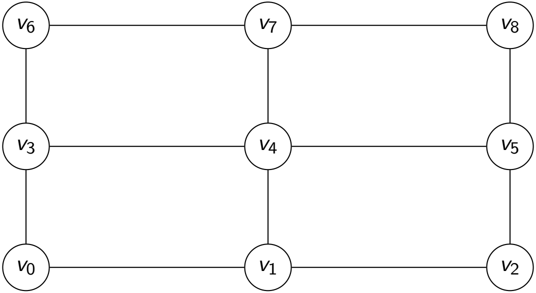
Complet



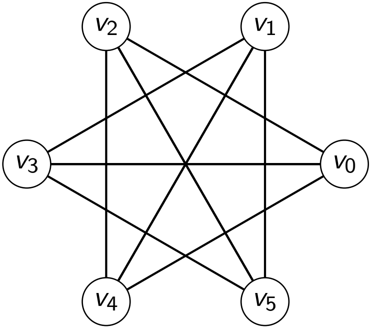
Estrella



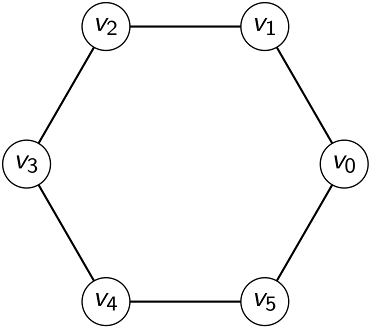
Roda



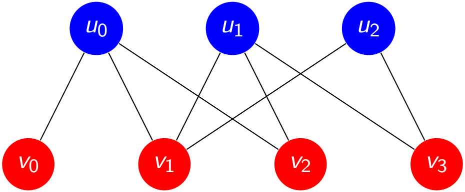
Xarxa



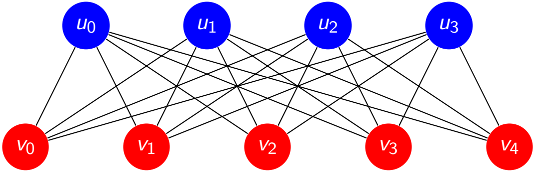
Graf G



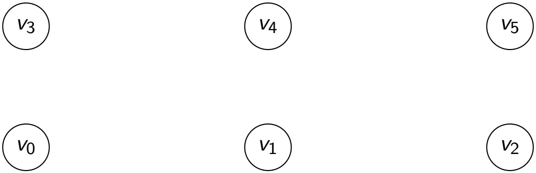
Complementari de G



Bipartit

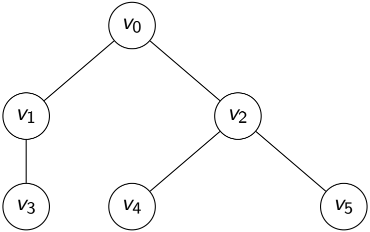


Bipartit complet

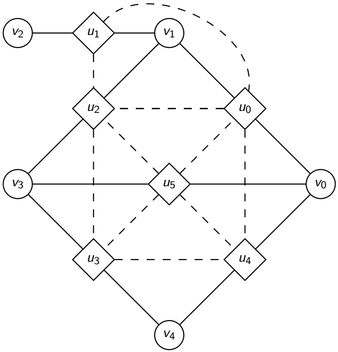


Buit

Nul



Arbre



Graf Lineal

Propietats i demostracions

A tall d'exemple:

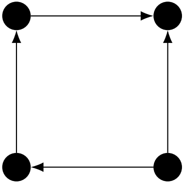
Propietat: El graf lineal d'un graf amb n nodes, e arestes i amb vèrtexs de graus $g(v_i)$ té $n' = e$ nodes i e' arestes, on

$$e' = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} g(v_i)^2 - e$$

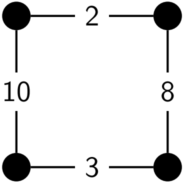
Demostració: Cada node v_i amb grau $g(v_i)$ del graf original generarà un graf complet de $g(v_i)$ nodes ($K_{g(v_i)}$). Un graf complet té $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)}{2}$ arestes, per tant, en aquest cas se'n generen $\frac{g(v_i)(g(v_i)-1)}{2}$. Però això es compleix per a cada vèrtex, i llavors podem escriure

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} g(v_i)(g(v_i)-1) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(g(v_i)^2 - g(v_i)) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} g(v_i)^2 - \underbrace{\frac{1}{2}\underbrace{\sum_{i=0}^{n} g(v_i)}_{2|E|}}_{|E|} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} g(v_i)^2 - e$$

Altres classificacions



Graf dirigit



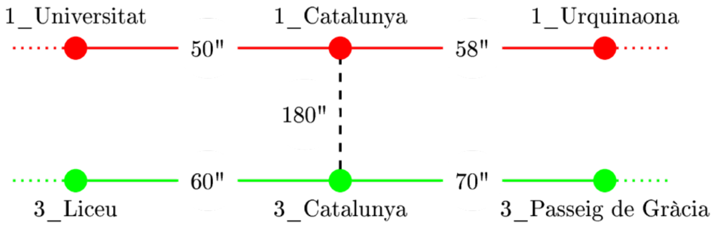
Graf ponderat

Algorismes

- Camins
  - Euler
  - Hamilton
  - Dijkstra
  - Bellman-Ford
  - Floyd-Warshall
- MST
  - Kruskal
  - Prim
- Exploració
  - DFS

Plantejament

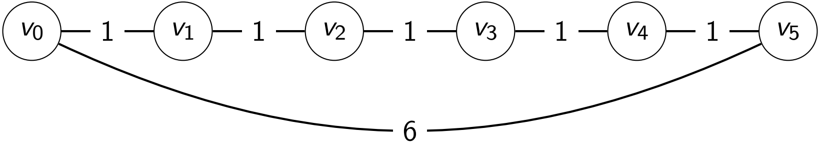
Organització



```
def metro(Adj, inici, final, k): #on k és el temps de parada acada estació
    recorregut=[]

    print "Punt inicial:", inici.decode("ISO-8859-15")

    print "Punt final:", final.decode("ISO-8859-15")

    dist, tree = OrderedDijkstra(Adj, inici, k)

    i = final
    while tree[i] != inici:
        recorregut.append(tree[i])
        i = tree[i]

    recorregut.append(inici)
    recorregut.reverse()

    total= dist[final]-k

    print "Temps amb estacions del recorregut:", dist[final], "Temps real:", total

    if total < 60:
        print "Temps total del recorregut:",int(total), "segons"
    else:
        minuts = total/60
        segons = (total%60)
        print "Temps total del recorregut:", int(minuts),"minuts i", int(segons), "segons"

    print "Recorregut:",
    print "[",
    for i in range(0,len(recorregut)):
        print recorregut[i].decode("ISO-8859-15")+",",

    print final.decode("ISO-8859-15"),"]"
```

```python
def OrderedDijkstra(Adj, s, k):
    Q = dict.fromkeys(Adj.keys(), float("inf"))
    dist = dict.fromkeys(Adj.keys(), float("inf"))
    tree = {}
    Q[s] = 0
    while Q:
        u = min(Q, key=Q.get)
        dist[u] = Q[u]
        for v in Adj[u]:
            if v in Q:
                if Q[v] > Q[u] + Adj[u][v]:
                    Q[v] = Q[u] + Adj[u][v] + k
                    tree[v] = u
        Q.pop(u)

    return dist, tree
```

```
graf_metro={"1_Hospital de Bellvitge":{"1_Bellvitge":90}, "1_Bellvitge":{"1_Hospital de Bellvitge":90, "1_Av. Carrilet":100},"1_Av. Carrilet":{"1_Bellvitge":100, "1_Rbla. Just Oliveras":65, "
    8_L'Hospitalet - Av. Carrilet":180}, "1_Rbla. Just Oliveras":{"1_Av. Carrilet":65, "1_Can Serra":60}, "1_Can Serra":{"1_Rbla. Just Oliveras":60, "1_Florida":60}, "1_Florida":{"1_Can Serra":60, "
    1_Torrassa":60}, "1_Torrassa":{"1_Florida":60, "1_Santa Eulàlia":85, "9S_Torrassa":240}, "1_Santa Eulàlia":{"1_Torrassa":85,"1_Mercat Nou":75}, "1_Mercat Nou":{"1_Santa Eulàlia":75, "1_Plaça de Sants
    ":60}, "1_Plaça de Sants":{"1_Mercat Nou":60, "1_Hostafrancs":50, "5_Plaça de Sants":282}, "1_Hostafrancs":{"1_Plaça de Sants:":50, "1_Espanya":55}, "1_Espanya":{"1_Hostafrancs":55, "1_Rocafort":60,
    "3_Espanya":209, "8_Espanya":120}, "1_Rocafort":{"1_Espanya":60, "1_Urgell":55}, "1_Urgell":{"1_Rocafort":55, "1_Universitat":58}, "1_Universitat":{"1_Urgell":58, "1_Catalunya":50, "2_Universitat":
    144}, "1_Catalunya":{"1_Universitat":50, "1_Urquinaona":58, "3_Catalunya":180, "6_Catalunya":360, "7_Catalunya":360}, "1_Urquinaona":{"1_Catalunya":58, "1_Arc de Triomf":85, "4_Urquinaona":256}, "
    1_Arc de Triomf":{"1_Urquinaona":85, "1_Marina":54}, "1_Marina":{"1_Arc de Triomf":54, "1_Glòries":80}, "1_Glòries":{"1_Marina":80, "1_Clot":78}, "1_Clot":{"1_Glòries":78,"1_Navas":65, "2_Clot":120},
     "1_Navas":{"1_Clot":65, "1_La Sagrera":80}, "1_La Sagrera":{"1_Navas":80, "1_Fabra i Puig":89, "5_La Sagrera":100, "9N_La Sagrera":178, "10_La Sagrera":178}, "1_Fabra i Puig":{"1_La Sagrera":89, "
    1_Sant Andreu":101}, "1_Sant Andreu":{"1_Fabra i Puig":101, "1_Torras i Bages":88}, "1_Torras i Bages":{"1_Sant Andreu":88, "1_Trinitat Vella":77}, "1_Trinitat Vella":{"1_Torras i Bages":77, "1_Baró
    de Viver":60}, "1_Baró de Viver":{"1_Trinitat Vella":60, "1_Santa Coloma":83}, "1_Santa Coloma":{"1_Baró de Viver":83, "1_Fondo":84}, "1_Fondo":{"1_Santa Coloma":84, "9N_Fondo":140}, "2_Paral·lel":{"
    2_Sant Antoni":80, "3_Paral·lel":83}, "2_Sant Antoni":{"2_Paral·lel":80, "2_Universitat":66}, "2_Universitat":{"2_Sant Antoni":66, "2_Passeig de Gràcia":80, "1_Universitat":144}, "2_Passeig de Gràcia
    ":{"2_Universitat":80, "2_Tetuan":95, "3_Passeig de Gràcia":360, "4_Passeig de Gràcia":120}, "2_Tetuan":{"2_Passeig de Gràcia":95, "2_Monumental":93}, "2_Monumental":{"2_Tetuan":93, "2_Sagrada
    Família":63}, "2_Sagrada Família":{"2_Monumental":63, "2_Encants":114, "5_Sagrada Família":178}, "2_Encants":{"2_Sagrada Família":114, "2_Clot":53}, "2_Clot":{"2_Encants":53, "2_Bac de Roda":89, "
    1_Clot":120}, "2_Bac de Roda":{"2_Clot":89, "2_Sant Martí":61}, "2_Sant Martí":{"2_Bac de Roda":61, "2_La Pau":74}, "2_La Pau":{"2_Sant Martí":74, "2_Verneda":76, "4_La Pau":60}, "2_Verneda":{"2_La
    Pau":76, "2_Artigues Sant Adrià":81}, "2_Artigues Sant Adrià":{"2_Verneda":81, "2_Sant Roc":91}, "2_Sant Roc":{"2_Artigues Sant Adrià":91, "2_Gorg":60}, "2_Gorg":{"2_Sant Roc":60, "2_Pep Ventura":58,
     "10_Gorg":78}, "2_Pep Ventura":{"2_Gorg":58, "2_Badalona Pompeu Fabra":74}, "2_Badalona Pompeu Fabra":{"2_Pep Ventura":74}, "3_Zona Universitària":{"3_Palau Reial":67, "9S_Zona Universitària":265},
    "3_Palau Reial":{"3_Zona Universitària":67, "3_Maria Cristina":65}, "3_Maria Cristina":{"3_Palau Reial":65, "3_Les Corts":68}, "3_Les Corts":{"3_Maria Cristina":68, "3_Plaça del Centre":63}, "
    3_Plaça del Centre":{"3_Les Corts":63, "3_Sants Estació":57},"3_Sants Estació":{"3_Plaça del Centre":57, "3_Tarragona":55, "5_Sants Estació":232},"3_Tarragona":{"3_Sants Estació":55, "3_Espanya":65},
     "3_Espanya":{"3_Tarragona":65, "3_Poble Sec":67, "1_Espanya":209, "8_Espanya":360}, "3_Poble Sec":{"3_Espanya":67, "3_Paral·lel":70}, "3_Paral·lel":{"3_Poble Sec":70, "3_Drassanes":72, "2_Paral·lel"
    :83}, "3_Drassanes":{"3_Paral·lel":72, "3_Liceu":75}, "3_Liceu":{"3_Drassanes":75, "3_Catalunya":60}, "3_Catalunya":{"3_Liceu":60, "3_Passeig de Gràcia":70, "1_Catalunya":180, "6_Catalunya":180, "
    7_Catalunya":180}, "3_Passeig de Gràcia":{"3_Catalunya":70, "3_Diagonal":77, "2_Passig de Gràcia":360, "4_Passeig de Gràcia":238}, "3_Diagonal":{"3_Passeig de Gràcia":77, "3_Fontana":75, "5_Diagonal"
    :217, "6_Provença":360, "7_Provença":360}, "3_Fontana":{"3_Diagonal":75, "3_Lesseps":55}, "3_Lesseps":{"3_Fontana":55, "3_Vallcarca":85}, "3_Vallcarca":{"3_Lesseps":85, "3_Penitents":90}, "
    3_Penitents":{"3_Vallcarca":90, "3_Vall d'Hebron":80}, "3_Vall d'Hebron":{"3_Penitents":80, "3_Montbau":62, "5_Vall d'Hebron":204}, "3_Montbau":{"3_Vall d'Hebron":62, "3_Mundet":64}, "3_Mundet":{"
    3_Montbau":64, "3_Valldaura":78}, "3_Valldaura":{"3_Mundet":78, "3_Canyelles":79}, "3_Canyelles":{"3_Valldaura":79, "3_Roquetes":94}, "3_Roquetes":{"3_Canyelles":94, "3_Trinitat Nova":84}, "
    3_Trinitat Nova":{"3_Roquetes":84, "4_Trinitat Nova":210, "11_Trinitat Nova":210}, "4_Trinitat Nova":{"4_Via Júlia":99, "3_Trinitat Nova":210, "11_Trinitat Nova":0}, "4_Via Júlia":{"4_Trinitat Nova":
    99, "4_Llucmajor":87}, "4_Llucmajor":{"4_Via Júlia":87, "4_Maragall":161}, "4_Maragall":{"4_Llucmajor":161, "4_Guinardó Hospital de Sant Pau":88, "5_Maragall":191}, "4_Guinardó Hospital de Sant Pau":
    {"4_Maragall":88, "4_Alfons X":86}, "4_Alfons X":{"4_Guinardó Hospital de Sant Pau":86, "4_Joanic":77}, "4_Joanic":{"4_Alfons X":77, "4_Verdaguer":89}, "4_Verdaguer":{"4_Joanic":89, "4_Girona":86, "
    5_Verdaguer":218}, "4_Girona":{"4_Verdaguer":86, "4_Passeig de Gràcia":83}, "4_Passeig de Gràcia":{"4_Girona":83, "4_Urquinaona":92, "2_Passeig de Gràcia":120, "3_Passeig de Gràcia":238}, "
    4_Urquinaona":{"4_Passeig de Gràcia":92, "4_Jaume I":60, "1_Urquinaona":256}, "4_Jaume I":{"4_Urquinaona":60, "4_Barceloneta":78}, "4_Barceloneta":{"4_Jaume I":78, "4_Ciutadella Vila Olímpica":82}, "
    4_Ciutadella Vila Olímpica":{"4_Barceloneta":82, "4_Bogatell":113}, "4_Bogatell":{"4_Ciutadella Vila Olímpica":113, "4_Llacuna":62}, "4_Llacuna":{"4_Bogatell":62, "4_Poblenou":64}, "4_Poblenou":{"
    4_Llacuna":64, "4_Selva del Mar":66}, "4_Selva del Mar":{"4_Poblenou":66, "4_El Maresme Fòrum":86}, "4_El Maresme Fòrum":{"4_Selva del Mar":86, "4_Besòs Mar":65}, "4_Besòs Mar":{"4_El Maresme Fòrum":
    65, "4_Besòs":67}, "4_Besòs":{"4_Besòs Mar":67, "4_La Pau":76}, "4_La Pau":{"4_Besòs":76, "2_La Pau":60}, "5_Cornellà Centre":{"5_Gavarra":90}, "5_Gavarra":{"5_Cornellà Centre":90, "5_Sant Ildefons":
    85}, "5_Sant Ildefons":{"5_Gavarra":85, "5_Can Boixeres":74}, "5_Can Boixeres":{"5_Sant Ildefons":74, "5_Can Vidalet":90}, "5_Can Vidalet":{"5_Can Boixeres":90, "5_Pubilla Cases":83}, "5_Pubilla
    Cases":{"5_Can Vidalet":83, "5_Collblanc":105}, "5_Collblanc":{"5_Pubilla Cases":105, "5_Badal":70, "9S_Collblanc":240}, "5_Badal":{"5_Collblanc":70, "5_Plaça de Sants":74}, "5_Plaça de Sants":{"
    5_Badal":74, "5_Sants Estació":79, "1_Plaça de Sants":282}, "5_Sants Estació":{"5_Plaça de Sants":79, "5_Entença":73, "3_Sants Estació":232}, "5_Entença":{"5_Sants Estació":73, "5_Hospital Clínic":64
    }, "5_Hospital Clínic":{"5_Entença":64, "5_Diagonal":78}, "5_Diagonal":{"5_Hospital Clínic":78, "5_Verdaguer":78, "3_Diagonal":217, "6_Provença":180, "7_Provença":180}, "5_Verdaguer":{"5_Diagonal":78
    , "5_Sagrada Família":75, "4_Verdaguer":218}, "5_Sagrada Família":{"5_Verdaguer":75, "5_Sant Pau Dos de Maig":85, "2_Sagrada Família":178}, "5_Sant Pau Dos de Maig":{"5_Sagrada Família":85, "5_Camp
    de l'Arpa":63}, "5_Camp de l'Arpa":{"5_Sant Pau Dos de Maig":63, "5_La Sagrera":93}, "5_La Sagrera":{"5_Camp de l'Arpa":93, "5_Congrés":85, "1_La Sagrera":100, "9N_La Sagrera":233, "10_La Sagrera":
    233}, "5_Congrés":{"5_La Sagrera":85, "5_Maragall":60}, "5_Maragall":{"5_Congrés":60, "5_Virrei Amat":60, "4_Maragall":191}, "5_Virrei Amat":{"5_Maragall":60, "5_Vilapicina":74}, "5_Vilapicina":{"
    5_Virrei Amat":74, "5_Horta":75}, "5_Horta":{"5_Vilapicina":75, "5_El Carmel":78}, "5_El Carmel":{"5_Horta":78, "5_El Coll La Teixonera":80}, "5_El Coll La Teixonera":{"5_El Carmel":80, "5_Vall
    d'Hebron":81}, "5_Vall d'Hebron":{"5_El Coll La Teixonera":81, "3_Vall d'Hebron":204}, "6_Catalunya":{"6_Provença":120, "1_Catalunya":360, "3_Catalunya":180, "7_Catalunya":5}, "6_Provença":{"
    6_Catalunya":120, "6_Gràcia":120, "3_Diagonal":360, "5_Diagonal":180, "7_Provença":5}, "6_Gràcia":{"6_Provença":120, "6_Sant Gervasi":60, "7_Gràcia":5}, "6_Sant Gervasi":{"6_Gràcia":60, "6_Muntaner":
    120, "7_Plaça Molina":5}, "6_Muntaner":{"6_Sant Gervasi":120, "6_La Bonanova":60}, "6_La Bonanova":{"6_Muntaner":60, "6_Les Tres Torres":120}, "6_Les Tres Torres":{"6_La Bonanova":120, "6_Sarrià":60}
    , "6_Sarrià":{"6_Les Tres Torres":60, "6_Reina Elisenda":120}, "6_Reina Elisenda":{"6_Sarrià":120},"7_Catalunya":{"7_Provença":120,"1_Catalunya":360,"3_Catalunya":180,"6_Catalunya":5},"7_Provença":{"
    7_Catalunya":120, "7_Gràcia":120, "3_Diagonal":360, "5_Diagonal":180, "6_Provença":5},"7_Gràcia":{"7_Provença":120,"7_Plaça Molina":60,"6_Gràcia":5},"7_Plaça Molina":{"7_Gràcia":60,"7_Pàdua":120, "
    6_Sant Gervasi":5},"7_Pàdua":{"7_Plaça Molina":120,"7_El Putxet":60},"7_El Putxet":{"7_Pàdua":60, "7_Av. Tibidabo":60}, "7_Av. Tibidabo":{"7_El Putxet":60}, "8_Espanya":{"8_Magòria La Campana":120, "
    1_Espanya":120, "3_Espanya":360}, "8_Magòria La Campana":{"8_Espanya":120, "8_Ildefons Cerdà":120}, "8_Ildefons Cerdà":{"8_Magòria La Campana":120, "8_Europa Fira":120}, "8_Europa Fira":{"8_Ildefons
    Cerdà":120, "8_Gornal":120, "9S_Europa Fira":180}, "8_Gornal":{"8_Europa Fira":120, "8_Sant Josep":120}, "8_Sant Josep":{"8_Gornal":120, "8_L'Hospitalet - Av. Carrilet":60}, "8_L'Hospitalet - Av.
    Carrilet":{"8_Sant Josep":60, "8_Almeda":180, "1_Av. Carrilet":180}, "8_Almeda":{"8_L'Hospitalet - Av. Carrilet":180, "8_Cornellà - Riera":120}, "8_Cornellà - Riera":{"8_Almeda":120, "8_Sant Boi":180
    }, "8_Sant Boi":{"8_Cornellà - Riera":180, "8_Molí Nou - Ciutat Cooperativa":120}, "8_Molí Nou - Ciutat Cooperativa":{"8_Sant Boi":120}, "9N_La Sagrera":{"9N_Onze de Setembre":116, "1_La Sagrera":178
    , "5_La Sagrera":233, "10_La Sagrera":5}, "9N_Onze de Setembre":{"9N_La Sagrera":116, "9N_Bon Pastor":115, "10_Onze de Setembre":5}, "9N_Bon Pastor":{"9N_Onze de Setembre":114, "9N_Can Peixauet":125,
     "10_Bon Pastor":5}, "9N_Can Peixauet":{"9N_Bon Pastor":125, "9N_Santa Rosa":65}, "9N_Santa Rosa":{"9N_Can Peixauet":65, "9N_Fondo":87}, "9N_Fondo":{"9N_Santa Rosa":87, "9N_Esglèsia Major":72, "
    1_Fondo":140}, "9N_Esglèsia Major":{"9N_Fondo":72, "9N_Singuerlín":76}, "9N_Singuerlín":{"9N_Esglèsia Major":76, "9N_Can Zam":103}, "9N_Can Zam":{"9N_Singuerlín":103}, "9S_Aeroport T1":{"9S_Aeroport
    T2":240}, "9S_Aeroport T2":{"9S_Aeroport T1":240, "9S_Mas Blau":80}, "9S_Mas Blau":{"9S_Aeroport T2":80, "9S_Parc Nou":120}, "9S_Parc Nou":{"9S_Mas Blau":120, "9S_Cèntric":85}, "9S_Cèntric":{"
    9S_Parc Nou":85, "9S_El Prat Estació":95}, "9S_El Prat Estació":{"9S_Cèntric":95, "9S_Les Moreres":150}, "9S_Les Moreres":{"9S_El Prat Estació":150, "9S_Mercabarna":100}, "9S_Mercabarna":{"9S_Les
    Moreres":100, "9S_Parc Logístic":120}, "9S_Parc Logístic":{"9S_Mercabarna":120, "9S_Fira":125}, "9S_Fira":{"9S_Parc Logístic":125, "9S_Europa Fira":70}, "9S_Europa Fira":{"9S_Fira":70, "9S_Can Tries
    Gornal":70, "8_Europa Fira":180}, "9S_Can Tries Gornal":{"9S_Europa Fira":70, "9S_Torrassa":75}, "9S_Torrassa":{"9S_Can Tries Gornal":75, "9S_Collblanc":110, "1_Torrassa":240}, "9S_Collblanc":{"
    9S_Torrassa":110, "9S_Zona Universitària":105, "5_Collblanc":240}, "9S_Zona Universitària":{"9S_Collblanc":105, "3_Zona Universitària":265}, "10_La Sagrera":{"10_Onze de Setembre":116, "1_La Sagrera"
    :178, "5_La Sagrera":233, "9N_La Sagrera":5}, "10_Onze de Setembre":{"10_La Sagrera":116, "10_Bon Pastor":115, "9N_Onze de Setembre":5}, "10_Bon Pastor":{"10_Onze de Setembre":115, "10_Llefià":133, "
    9N_Bon Pastor":5}, "10_Llefià":{"10_Bon Pastor":133, "10_La Salut":59}, "10_La Salut":{"10_Llefià":59, "10_Gorg":111}, "10_Gorg":{"10_La Salut":111, "2_Gorg":78}, "11_Trinitat Nova":{"11_Casa de
    l'Aigua":43, "3_Trinitat Nova":210, "4_Trinitat Nova":0}, "11_Casa de l'Aigua":{"11_Trinitat Nova":43, "11_Torre Baró Vallbona":111}, "11_Torre Baró Vallbona":{"11_Casa de l'Aigua":111, "11_Ciutat
    Meridiana":60}, "11_Ciutat Meridiana":{"11_Torre Baró Vallbona":60, "11_Can Cuiàs":45}, "11_Can Cuiàs":{"11_Ciutat Meridiana":45}}
```


v_0
1
v_1
1
v_2
1
v_3
1
v_4
1
v_5
6

Exemple d'execució

```
metro(metro_barcelona, "4_Llucmajor", "9S_Aeroport T1", 25)
```

```
Punt inicial: 4_Llucmajor
Punt final: 9S_Aeroport T1
Temps net del recorregut: 3565
Temps total del recorregut: 59 minuts i 25 segons
Recorregut: [ 4_Llucmajor, 4_Maragall, 4_Guinardó Hospital de
 ↪   Sant Pau, 4_Alfons X, 4_Joanic, 4_Verdaguer, 5_Verdaguer,
 ↪   5_Diagonal, 5_Hospital Clínic, 5_Entença, 5_Sants Estació,
 ↪   5_Plaça de Sants, 5_Badal, 5_Collblanc, 9S_Collblanc,
 ↪   9S_Torrassa, 9S_Can Tries Gornal, 9S_Europa Fira, 9S_Fira,
 ↪   9S_Parc Logístic, 9S_Mercabarna, 9S_Les Moreres, 9S_El Prat
 ↪   Estació, 9S_Cèntric, 9S_Parc Nou, 9S_Mas Blau, 9S_Aeroport
 ↪   T2, 9S_Aeroport T1 ]
```

Conclusions

- Objectius assolits.
- Podem trobar grafs a una gran quantitat d'àmbits i amb moltes aplicacions diferents.
- Importància de la computació en procediments matemàtics.
- Queda molta feina per fer.

Programari lliure

- Ubuntu i Debian com a S.O.
- Python com a llenguatge de programació
- LaTeX i els seus paquets per a la redacció de la memòria
- Git com a sistema de control de versions
- Geogebra, Spyder, Scilab, Vim, Meld... i molts d'altres!

Més informació del treball a

aniolgarcia.github.io/grafs

Moltes gràcies!

Aniol Garcia i Serrano
aniolgarcia@gmail.com