

1 Camins i algorismes

Sovint, quan utilitzem un graf per modelitzar quelcom, ens interessa poder-hi fer algunes operacions. Podem, per exemple, voler trobar un camí entre dos punts, recórrer el graf sencer o trobar el camí més curt per anar d'un vèrtex a un altre. Per aquest motiu utilitzem els camins, que trobarem o generarem mitjançant diversos algorismes. En aquesta secció mostraré diverses maneres de recórrer un graf, torbant la manera més eficient per a cada cas.

1.1 Grafs ponderats i dirigits

Grafs ponderats

Els grafs ponderats són grafs on cada aresta e està associada a un nombre $w(e)$ anomenat pes o cost, tal que $w(e) \in \mathbb{R}$. El pes pot representar diverses quantitats, segons el que es vulgui modelitzar. Moltes vegades s'utilitza per representar distàncies, però si per exemple modelitzem una xarxa de distribució d'aigua, ens pot interessar representar el cabal de les canonades, o en una xarxa de bus, la densitat de trànsit de cada tram.

Grafs dirigits

Els grafs dirigits són grafs les arestes dels quals només admeten una direcció. D'aquesta manera, una aresta $e_0 = (v_0, v_1) \neq e_1 = (v_1, v_0)$, contràriament als grafs no dirigits. DE fet, no necessàriament ha d'existir una aresta contrària a una altra. Aquest tipus de grafs poden ser útils per representar carreteres, o moviments vàlids en algun joc.

1.2 Camins

Un camí p és una seqüència finita i ordenada d'arestes que connecta una seqüència ordenada de vèrtexs. Un camí p de longitud k (expressat com a $l(p) = k$) entre el vèrtex inicial v_0 i el vèrtex final v_k sempre que $v_0 \neq v_k$ és una successió de k arestes i $k + 1$ vèrtexs de la forma $\overline{v_0, v_1}, \overline{v_1, v_2}, \dots, \overline{v_{k-1}, v_k}$. Per definició, també es pot representar un camí p entre v_0 i v_k com a successió de vèrtex $p = v_0 v_1 \dots v_k$. En aquest cas, pot ser tractat com un graf elemental P_n . Un cas especial és quan el camí comença i acaba al mateix vèrtex ($v_0 = v_k$). Llavors el camí és un cicle, i és l'equivalent a un graf cicle C_n . Quan un camí té totes les arestes diferents, s'anomena simple, i si a més té tots els vèrtexs diferents, s'anomena elemental.

En els grafs, ponderats, la longitud d'un camí $c = v_0, v_1, \dots, v_n$ no es defineix pel nombre d'arestes per on passa el camí, sinó fent el sumatori dels pesos de les arestes

$$\text{longitud}_w(c) = \sum_{i=0}^{n-1} w(\overline{v_i, v_{i+1}})$$