

# Оценка распространения рисков по графам

**Рогозина Анна**

Московский Физико-технический институт

Физтех-Школа Прикладной математики и Информатики

Кафедра интеллектуальных систем

**Научный руководитель:**

д. ф.-м. н.

Воронцов Константин Вячеславович

28 апреля 2021 г.

# Задача

- Моделируется распространение инфекции
- Человек в каждый момент времени может быть либо инфицированным, либо здоровым
- Люди контактируют друг с другом и изменяют свое состояние во времени
- Необходимо понимать вероятность инфицирования в каждый момент времени, чтобы уменьшать количество инфицированных.

# Формальная постановка

## Поток данных:

- $\langle t, (u, v) \rangle$  - контакт индивидов  $u$  и  $v$  в момент  $t$
- (допущение) для каждого индивида  $x$  и момента  $t$  знаем состояние индивида

## Обучающая выборка:

$$X^l = (x_i, y_i)_{i=1}^l, x_i \in R, y_i \in \{-1, 1\}$$

## Найти:

$p(y|x, t)$  - вероятность инфицирования индивида  $x$  в момент  $t$

## Критерий

Максимизация логарифмического правдоподобия

$$\sum_{t,x} ([y_t(x) = I] \log(p_t(x)) + [y_t(x) \neq I] \log(1 - p_t(x))) \rightarrow \max$$

# Модель

## Модель SIS оценивания индивидуального риска $p_t(x)$

$p_t(x)$  -  $P(I | x, t)$ , вероятность что  $x$  инфицирован в момент  $t$

$q_t(x)$  - вероятность что  $x$  получил инфекцию в момент  $t$

$$\frac{\partial}{\partial t} P(I | x, t) = -\mu P(I | x, t) + \beta(1 - P(I | x, t))q_t(x)$$

$$p_t(x) = (1 - \mu)p_{t-1}(x) + \beta(1 - p_{t-1}(x))q_t(x)$$

## Первое приближение

$$q_t(x) = \sigma(w_1 k_t(x) - w_0)$$

$$k_t(x) = \sum_{\langle t':(x,v) \rangle} [t-1 < t' < t]$$

# Модификации

- ❶ Число контактов  $\rightarrow$  вероятность передачи инфекции в отрезке  $[t-1, t]$

$$k_t(x) = \sum_{\langle t':(x,v) \rangle} [t-1 < t' < t] a_{t'}(x)$$

$$a_{t'}(x, v) = \sigma(-\alpha_0 + \sum_{j=1}^m \alpha_j f_j(t, x, v))$$

Здесь  $f_j$  - информация о контакте:

- Количество контактов за день, их длительность
- Среднее расстояние

- ❷ Вводим вероятность заразности контактирующего индивида

$$k_t(x) = \sum_{\langle t':(x,v) \rangle} [t-1 < t' < t] a_{t'}(x, v) \tilde{p}_t(v),$$

$$\tilde{p}_t(v) = 1 \text{ если } y_t(v) = I, p_t(v) = p_t(v) \text{ иначе}$$

## Распространение рисков по графам

- Когда из потока мы узнаем о смене статуса  $y_t(x)$  с  $S$  на  $I$ ,  $p_t(x)$  становится равной 1 скачком в  $\Delta p = 1 - p_t(x)$
- После этого корректируем вероятности для всех контактов  $x$ ,  $(x, v)$ , и далее по цепочке  $x \rightarrow v \rightarrow u \dots$

**Function** BackwardUpdate( $x, t$ ):

```
   $U := \emptyset$   
  for  $t' \in [t - d, t] : (x, v)$  do  
    | Пересчитать  $p_{t'}(x)$   
  end  
  ForwardUpdate( $x, t - d, t$ )
```

**Function** ForwardUpdate( $x, t_0, t$ ):

```
   $U := U \cup \{x\}$   
  for  $t \in [t - d, t] : (x, u \notin U)$  do  
    | Пересчитать  $p_{t'}(u)$   
  end  
  
  for  $t \in [t - d, t] : (x, u \notin U)$  do  
    | if  $\Delta p_{t'}(u) > \epsilon$  then  
      | ForwardUpdate( $u, t', t$ )  
    | end  
  end
```

# Изменения в модели

Вводим индикатор что индивид заразится в будущем

- $p_t(x) = (1 - \mu)p_{t-1}(x) + \beta(1 - p_{t-1}(x))q_t(x)$
- $q_t(x) = \sigma(w_1 k_t(x) + b_t(x)w_2 - w_0)$   
 $b_t(x) = [t' : t < t' \leq t + d, y_t'(x) = I]$  - индикатор что  $x$  заболит в течение  $d$
- $k_t(x) = \sum_{\langle t' : (x, v) \rangle} [t - 1 < t' < t] a_{t'}(x, v) \tilde{p}_t(v)$ ,  
 $\tilde{p}_t(v) = 1$  если  $y_t(v) = I$ ,  $p_t(v) = p_t(v)$  иначе
- $a_{t'}(x, v) = \sigma(-\alpha_0 + \sum_{j=1}^m \alpha_j f_j(t, x, v))$



# Эксперимент

## Данные

- Граф контактов на предприятии (один цех) за 2 месяца

## Информация о заражениях

- Генерируется моделью *SEIR*
- Взяты более опасные чем ковидные параметры

## Применение моделей

- На одном семпле заражений подбираются оптимальные гиперпараметры
- На других 20 семплах проверяется качество обучения при данных гиперпараметрах
- Обученные модели применяются для стратегий вакцинации

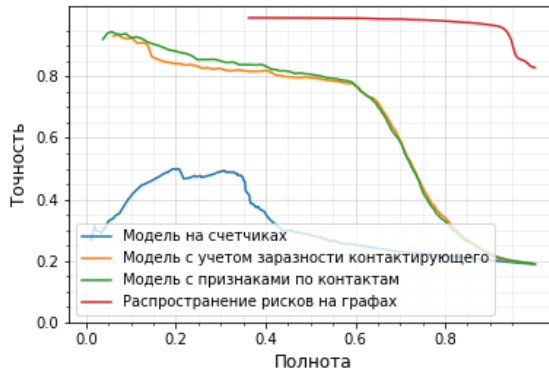
# Вакцинация

## Схема вакцинации:

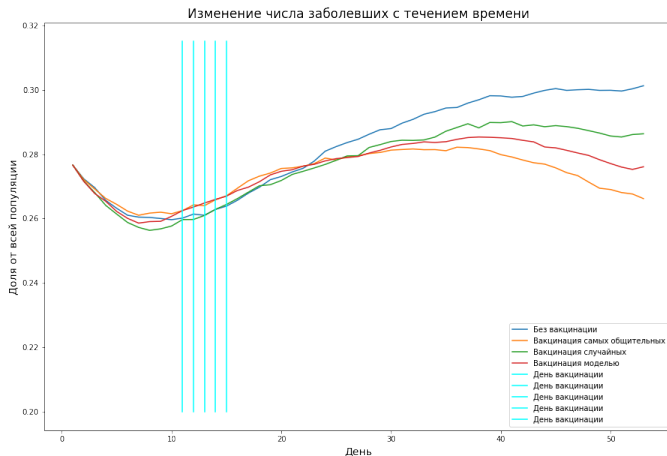
- Вакцинируем на протяжении 5 дней
- Каждый день по 2% выборки
- Индивидов для вакцинации выбираем из здоровых по определенной *стратегии*

## Стратегии:

- Вакцинировать случайных
- Вакцинировать «самых общительных» (наибольшее суммарное количество контактов к дню вакцинации)
- Вакцинировать индивидов с наибольшим предсказанным моделью риском



Сравнение моделей



## Сравнение стратегий вакцинации