

# Vakaa avioliitto -ongelma

March 26, 2013

# Pari ja pariutukset

- ▶ Paria merkitään seuraavasti  $(m, n) \in M \times N$  missä  $m \in M, n \in N$ .
- ▶ Pariutus on parien joukko avioliittopelissä.

# Vakaat pariutukset

- ▶ Avioliittopelissä joukkojen  $M$  ja  $N$  alkiot pistävät vastapuolen alkiot järjestykseen parhaimmasta parista huonoimpaan
- ▶ Ongelma on löytää vakaa pariutus joukoille  $M$  ja  $N$ .
- ▶ Pariutus on vakaa, kun meillä ei ole kahta vastakkaisen sukupuolen henkilöä, jotka olisivat mielummin pari keskenään kuin pitäisivät nykyisen parinsa.
- ▶ Jos meillä on tällainen pari sitä kutsutaan estepariksi.

# Esteparin määritelmä

Pariutus  $\mu$  on vakaa, jos ei ole olemassa paria  $(m_1, n_2)$ , jolle

1.  $n_2 >_{m_1} p_\mu(m_1)$ , ja
2.  $m_1 >_{n_2} p_\mu(n_2)$

# Gale–Shapley-algoritmi

1. Miehet aloittavat kosimalla mieltymyksiltään parasta naista.
2. Naiset hylkäävät kaikki paitsi parhaiten sijoitetun miehen.
3. Nainen ei hyväksy miestä vaan odottaa, jos parempi mies kosisi häntä
4. Hylätyt miehet kosivat mieltymyksiltään toiseksi parasta naista.
5. Naiset hylkäävät kaikki paitsi parhaan vaihtoehdon
6. Niin kauan kuin joku naisista ei ole saanut kosintaa, tulee hylkäyksiä ja uusia kosintoja. Lopuksi jokaista naista on kosittu, koska mies ei voi kuin kerran kosia samaa naista.
7. Viimeinen nainen on saanut kosinnan ja kosimisvaihe on päättynyt. Jokainen nainen hyväksyy langan päässä olevan kosijan

# Vakaitten pariutuksien joukko

# Erisuuruiset joukot

- ▶ Voimme laajentaa ongelmaa erisuuruisten joukkojen kohdalle.
- ▶ Tässä tapauksessa oletamme, että henkilö haluaa parin mielummin kuin olla yksin.
- ▶ Olkoon  $M$  miesten joukko ja  $N$  naisten joukko, ja  $|M| = n_x < n_y = |N|$ . Pariutus  $\mu$  on epävakaa, jos on olemassa mies  $m \in X$  ja nainen  $n \in Y$  siten että
  1.  $m$  ja  $w$  eivät ole pari pariutuksessa  $\mu$ ,
  2.  $m$  on joko ilman paria  $\mu$ :ssä tai suosii naista  $w$  enemmän kuin pariaan pariutuksessa  $\mu$ , ja
  3.  $w$  on joko ilman paria  $\mu$ :ssä tai suosii miestä  $m$  enemmän kuin pariaan pariutuksessa  $\mu$ .

Jokainen vakaa pariutus koostuu  $n_x$ :stä järjestettyjä pareja, missä  $n_x - n_y$  on naimattomien naisten määrä.

# Pareista kieltäytyminen



# Sovellukset

- ▶ Elinluovutus
- ▶ Koulujen valinnat
- ▶ Lääketieteen opiskelijat ja opetussairaalat