

Vakaa avioliitto -ongelma

March 26, 2013

Pari ja pariutukset

- ▶ Paria merkitään seuraavasti $(m, n) \in M \times N$ missä $m \in M, n \in N$.
- ▶ Pariutus on parien joukko avioliittopelissä.

Pariutusten notaatio

Pariutus μ on joukko $\mu \subseteq M \times N$, joka tulkittuna funktioksi on injektio $\mu : M \rightarrow N$. Alkion m paria pariutuksessa μ merkitään $p_\mu(m)$.

Mieltymyksiä voidaan kuvailla transitiivisella relaatiolla, esim.

$n_1 >_m n_2, n_1 \in N, n_2 \in N$.

Vakaat pariutukset

- ▶ Ongelma on löytää vakaa pariutus joukoille M ja N .
- ▶ Pariutus on vakaa, kun meillä ei ole kahta vastakkaisen sukupuolen henkilöä, jotka olisivat mielummin pari keskenään kuin pitäisivät nykyisen parinsa.

Esteparin määritelmä

Pariutus μ on vakaa, jos ei ole olemassa paria (m_1, n_2) , jolle

1. $n_2 >_{m_1} p_\mu(m_1)$, ja
2. $m_1 >_{n_2} p_\mu(n_2)$

Gale–Shapley-algoritmi

1. Miehet aloittavat kosimalla mieltymyksiltään parasta naista.
2. Naiset hylkäävät kaikki paitsi parhaiten sijoitetun miehen.
3. Nainen ei hyväksy miestä vaan odottaa, jos parempi mies kosisi häntä
4. Hylätyt miehet kosivat mieltymyksiltään toiseksi parasta naista.
5. Naiset hylkäävät kaikki paitsi parhaan vaihtoehdon
6. Niin kauan kuin joku naisista ei ole saanut kosintaa, tulee hylkäyksiä ja uusia kosintoja. Lopuksi jokaista naista on kosittu, koska mies ei voi kuin kerran kosia samaa naista.
7. Viimeinen nainen on saanut kosinnan ja kosimisvaihe on päättynyt. Jokainen nainen hyväksyy langan päässä olevan kosijan

Vakaitten pariutuksien joukko

- ▶ Gale–Shapley tuottaa yhden vakaan pariutuksen, niitä voi olla kuitenkin enemmän.
- ▶ Niitä voi olla enintään eksponentiaalinen määrä.

Erisuuruiset joukot

- ▶ Erisuuruisten joukkojen tapauksessa oletamme, että henkilö haluaa parin mieluummin kuin olla yksin.
- ▶ Isomman joukon alkioista jää parittomaksi pienemmän ja isomman joukon erotuksen verran alkioita.

Pareista kieltäytyminen

- ▶ Parin on mahdollista ilmoittaa, että yksi tai useampi pari ei kelpaa hänelle.
- ▶ Pariutus voi olla osittainen.

Sovellukset

- ▶ Elinluovutus
- ▶ Koulujen valinnat
- ▶ Lääketieteen opiskelijat ja opetussairaalat