

Vakaa avioliitto ongelma

Anis Moubarik

Referaatti
Helsingin Yliopisto
Tietojenkäsittelytieteen laitos

Helsinki, 28. tammikuuta 2013

[illegible]

1 Mikä on vakaa avioliitto ongelma

Avioliitto ongelmassa on kyse kahdesta erillisestä joukosta, kutsutaan niitä N :ksi ja M :ksi, naisiksi ja miehiksi. Molempien joukkojen jäsenillä on mieltymykset joiden mukaan he haluavat pariutua toisen joukon jäsenen kanssa. Tätä kutsutaan avioliitto peliksi. Vakaudella näiden joukkojen välisessä pariutuksessa tarkoitetaan sitä, että alkioille $n \in N$ ja $m \in M$ ei löydy vaihtoehtoista paritusta, jossa n ja m olisivat paremmassa asemassa, kun mitä he ovat pariutettuna keskenään. Artikkelin paino on vakaitten parien analyysissä.

On myös matemaattisesti osoitettu ja todistettu, että vakaa pariutus löytyy aina. Artikkelin tarkoituksena on lähestyä ongelmaa suunnattujen verkkojen kautta.

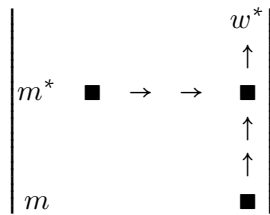
2 Vakaat parit

Jos haluamme esittää ongelman suunnattuna verkkona, meillä on kaksi joukkoa äärellistä joukkoa, $M = \{m_1, m_2, \dots, m_{|M|}\}$, ja $N = \{n_1, n_2, \dots, n_{|N|}\}$. Jokaisella joukon jäsenellä on selvät mieltymykset toisen joukon jäsenistä, ja sijoitus parhaasta parista huonoimpaan. Paritus verkossa γ on parit (m, w) $m \in M$, $n \in N$, niin että w on m :lle sopiva pari ja päinvastoin. Joukkojen jäsenten on mahdollista jäädä selibaateiksi, mutta jos tällaista jäsentä ei ole ollenkaan vakaus on ekvivalentti esteparin (m, w) poissaololle. Siis jos m ja w , jotka eivät ole pari, estävät pariutuksen, jos he olisivat yhdessä paremmassa asemassa kun erillään.

2.1 Vakaa paritus

Haluamme todistaa, että jokaiselle avioliitto pelille löytyy vakaa paritus. Esitellään artikkelin *Lemma 1*.

Olkoon meillä avioliitto verkko Γ , joka on seuraavanlainen:



Nyt avioliitto verkko Γ' , josta on poistettu pari (m, w^*) , on verkon Γ kanssa ekvivalentti.

Todistus. Olkoon μ vakaa paritus joukossa Γ . Näinollen jokainen alkio $x \in \Gamma$ kuuluu μ :n tai sisältää seuraajan μ :ssä, ja tämä ominaisuus periytyy Γ' :lle. Koska $\mu \in \Gamma'$, sen täytyy olla myös siellä vakaa pari.

Olkoon vakaa pari $\mu' \in \Gamma'$, Jokainen alkio $x \in \Gamma'$ kuuluu μ' :lle tai sillä on seuraaja μ' :ssä, ja tämä ominaisuus periytyy alkioille $x \in (\Gamma' \cap \Gamma)$. Koska (m, w^*)

on seuraaja (m^*, w^*) , joka tyydyttää ominaisuuden, säilyy se poistetulla alkiolla (m, w^*) Γ :ssa. Nyt μ' on paritus Γ :ssa, sen täytyy olla myös sitä Γ' :ssa. \square [BR97, p. 579]

Teoreema 1. Jokaisesta avioliitto pelistä löytyy vakaa paritus.

Todistus. Lemman 1 kaltainen alkioiden poisto ei voi jatkua loputtomiin, joten niiden täytyy suuntautua ekvivalentiksi avioliitto verkoksi, joka ei sisällä paras-miehelle ylivaltaa äärellisessä määrässä vaiheita. Mutta tällaisessä avioliitto verkoss, ainakin yksi vakaa paritus on ilmeinen. \square [BR97, p. 580]

3 Gale-Shapley algoritmi

4 Lähteet

- [BR97] Balinski, Michel ja Guillaume Ratier: *Of Stable Marriages and Graphs, and Strategy and Polytopes*. SIAM Rev., 39(4):575–604, joulukuu 1997, ISSN 0036-1445. <http://dx.doi.org/10.1137/S0036144595294515>.