

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 2. stopnja

Anja Plesec

Gradientni spust

Kratko poročilo pri predmetu Matematika z računalnikom

Mentor: prof. dr. Sergio Cabello Justo,
asist. Gašper Domen Romih

Ljubljana, 2022

1 Gradientni spust

Gradientni spust je iterativna metoda za iskanje lokalnega minimuma funkcije. To je algoritem, ki se lahko uporablja na različnih področjih. Cilj pa je imeti algoritem s čim manj iteracij.

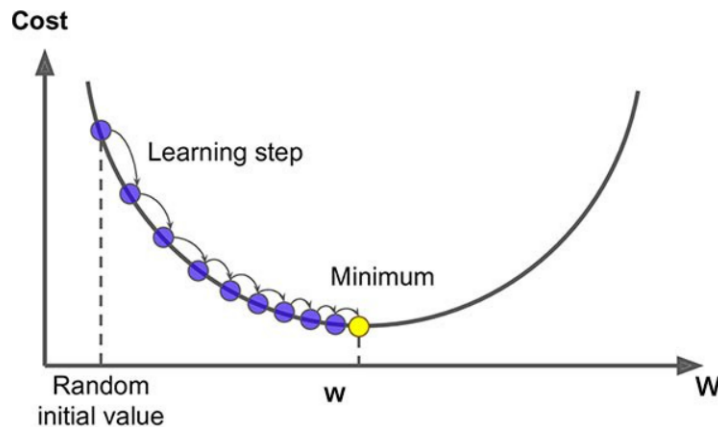
Samo delovanje algoritma je sledeče. Najprej si izberemo začetno točko (initial value) - $x_0 \in \mathbb{R}^n$ in hitrost konvergence (learning rate). Zapišemo stroškovno funkcijo (Loss Function) in jo odvajamo po vseh parametrih. Na ta način dobimo gradient stroškovne funkcije. Izbrano začetko točko nato vstavimo v ta gradient in s pomočjo tega poračunamo velikost naslednjega koraka:

$$\text{velikost koraka} = \nabla f(x_t) \cdot \text{learning rate}$$

Vrednost novega parametra pa dobimo s pomočjo spodnje formule:

$$x_1 = x_0 - \text{velikost koraka} \in \mathbb{R}^n$$

Ko izračunamo vrednost x_1 postopek ponovimo.



Splošen algoritem:

- Izberemo začetno točko $x_0 \in \mathbb{R}^n$.
- Za $t \geq 0$ predpostavimo, da poznamo x_0, x_1, \dots, x_t . Naslednji člen določimo s pomočjo enačbe:

$$x_{t+1} = x_t - \eta \cdot \nabla f(x_t),$$

kjer η predstavlja learning rate, $\nabla f(x_t)$ pa gradient funkcije f v točki x_t .

- Končamo in vrnemo zadnjo iteracijo.

Težave, ki se pri tem algoritmu pojavijo, so ustrezna izbira vhodnih podatkov. Eden izmed teh je "learning rate". Radi bi delali velike korake, kar bi

pomenilo manjše število iteracij, vendar se nam lahko zgodi, da s tem zgrešimo našo rešitev in sam algoritem ne vrne prave rešitve. Naslednji izmed vhodnih podatkov je začetna točka x_0 . Želimo si jo izbrati tako, da je čim bližje optimalni rešitvi, saj bomo zaradi tega potrebovali manj iteracij.

Projekt bom izdelala v programu Matlab.

2 Plan dela

Za lažji začetek projektne naloge sem pregledala teorijo in na spletu poiskala različne načine uporabe te metode. Da bi čim bolje razumela delovanje tega algoritma sem si v Matlabu pogledala enostaven primer uporabe in sicer za linearno regresijo. Zgenerirala sem 20 naključno izbranih točk potem pa sem s pomočjo algoritma poiskala premico, ki se tem točkam najbolj prilaga. Na tem primeru sem spreminjala vhodne podatke in opazovala kako se algoritem odziva.