

1. Við höfum 2-víða vigurinn  $w$  sem eru táknaður við grunnvigrana  $v_1 = [2, 1]$  og  $v_2 = [-1, 2]$ . Táknun  $w$  við grunnvigrana tvo er  $a = [3, 1]$ . Hver væri táknun  $w$  við grunnvigrana  $[1, 0]$  og  $[0, 1]$ ?

Fyrir vector space  $v_1 = [1, 0]$  og  $v_2 = [0, 1]$  væri  $w = [1, 1]$

## 2. Sýnið (með því að margfalda upp úr vörpunarfylkjunum) hvort eftirfarandi tvívíðar varpanir eru víxlnar (commutative):

a. Tveir snúningar, þ.e. er  $R(\theta) \cdot R(\phi) = R(\phi) \cdot R(\theta)$ ?

Ekki víxlun

$$\begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(270) & -\sin(270) & 0 \\ \sin(270) & \cos(270) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\neq$$

$$\begin{bmatrix} \cos(270) & -\sin(270) & 0 \\ \sin(270) & \cos(270) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b. Tvær hliðranir, þ.e. er  $T(a, b) \cdot T(c, d) = T(c, d) \cdot T(a, b)$ ?

Ekki víxlun

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\neq$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c. Snúningur og jöfn kvörðun, þ.e. er  $R(\theta) \cdot S(a, a) = S(a, a) \cdot R(\theta)$ ?

Víxlun

$$\begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Hér fyrir neðan er tvívítt vörpunarfylki í jafnbættum (homogeneous) hnítum:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a. Útskýrið í orðum hvað vörpunin gerir, þ.e. hvaða áhrif hún hefur á tvívíðan hlut sem er varpað með henni

Þetta væri speglun á X-ás og 90 gráða rangsælissnúningur um núllpunkt.

b. Táknið vörpunina að ofan sem samsetningu grunnvarpana, þ.e. hliðrun (translate), kvörðun (scaling) og snúning (rotation).

$$\begin{aligned} & S(-1, 1) \cdot R(90) \\ &= \\ & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4. [Próf 2021] Eftir mikið partí er húsið okkar alveg á hvolfi (rautt). Færið húsið í upphaflega stöðu (blátt) með samsettri tvívíðri vörpun. Sýnið einstök skref og rökstyðjið þau.

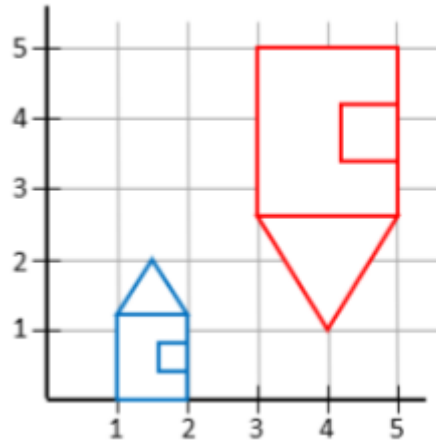


Figure 1: Partí

Byrjum með fylki fyrir kvörðun og speglun. Sjáum að breiddin hefur stækkað  $2x$ . Virðist vera að hæðin hefur einnig stækkað um  $2x$  (veggurinn í u.þ.b. 1.25 fyrir bláa og 2.5 fyrir rauða.) Getum þá minnkað með því að kvarða með 0.5. Sjáum einnig að glugginn er reyndar á réttri hlið, getum þá sparað okkur snúning með því að spegla y-ásinn.

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nú ætti útlit að vera nokkuð veginn rétt en þurfum að hliðra til að fá rétta staðsetningu. Vegna þess að við vorum að kvarða með -0.5 á y-ásinn er þakið núna í -0.5. Þurfum þá að hliðra upp á y-ásinn um 2.5. Vinstri veggurinn væri núna í  $3 * 0.5 = 1.5$  og þurfum þá að hliðra -0.5 á x-ásinn.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Samsett væri þetta þá:

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.25 \\ 0 & -0.5 & -1.25 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Breytið sýnisforritinu **box-bounce** þannig að vinstri og hægri örvalyklarnir breyta stefnu “boltans” til vinstri og hægri. Ef slegið er á vinstri örvalykil þá fer hann að færast aðeins meira til vinstri (lækka dX). Sambærilegt gildir ef slegið er á hægri örvalykil. Breytið svo virkni upp og niður örvalyklanna þannig að upp-örin stækkar boltann, en niður-örin minnkar hann (boxRad).

#### Hlekkur

##### Breytingar:

```
window.addEventListener('keydown', function (e) {
  switch (e.keyCode) {
    case 37:
      dX -= 0.01;
      break;
    case 39:
      dX += 0.01;
      break;
    case 38:
      for (let i = 0; i < 8; i++) {
        vertices[i] *= 1.05;
      }

      gl.bufferSubData(gl.ARRAY_BUFFER, 0, flatten(vertices));
      boxRad *= 1.05;
      break;
    case 40:
      for (let i = 0; i < 8; i++) {
        vertices[i] *= 0.95;
      }

      gl.bufferSubData(gl.ARRAY_BUFFER, 0, flatten(vertices));
      boxRad *= 0.95;
      break;
  }
});
```