**Курсовая работа учебного года 2023-2024 по курсу «Численные методы»**

Выполнил: Зинин В.В.  
Группа: М8О-408Б-20  
Преподаватель: Пивоваров Д.Е.  
Вариант курсовой работы: 12

# **Вариант 12**

Численное решение жестких систем ОДУ с использованием неявных методов Рунге-Кутты.

**Метод решения**

В рамках курсового проекта "Численное решение жестких систем ОДУ с использованием неявных методов Рунге-Кутты" был разработан код на языке программирования Python, реализующий неявный метод Рунге-Кутты для решения системы из трех связанных ОДУ. Ниже приведено описание компонентов этого кода:

1. Определение Системы ОДУ:

Функции f, g, и h представляют собой компонентные функции системы ОДУ, где каждая функция возвращает производную соответствующей переменной (x, y, z) по времени.

1. Метод Ньютона:

Функция newton\_method реализует численный метод Ньютона для нахождения корней нелинейного уравнения. Этот метод используется на каждом шаге интеграции для решения неявного уравнения.

1. Неявный Метод Рунге-Кутты:

Функция implicit\_runge\_kutta выполняет численную интеграцию системы ОДУ с использованием неявного метода Рунге-Кутты. В этой функции реализуется итерационный процесс с использованием метода Ньютона для решения на каждом временном шаге.

1. Функции G и J\_G:

G представляет собой функцию для неявного метода Рунге-Кутты, возвращающую невязку между предполагаемым и рассчитанным значениями y. J\_G — это Якобиан функции G, необходимый для метода Ньютона.

1. Функция F и Якобиан J\_F:

F возвращает вектор производных системы ОДУ, а J\_F — это Якобиан системы, необходимый для вычисления приращений в методе Ньютона.

1. Начальные Условия и Параметры Интеграции:

Задаются начальные условия y0 для переменных x, y, z, а также временной интервал t0 до tf и шаг интеграции hh.

1. Вычисление и Визуализация Решения:

После вычисления численного решения с помощью неявного метода Рунге-Кутты, полученные значения переменных x, y, z в зависимости от времени визуализируются на графиках.

**Описание программы и инструкция к запуску**

Программа состоит из одного файла – cp.py

Для запуска необходимо запустить команду python3 cp.py

Для численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) в данном коде использовались следующие ключевые формулы и методы:

1. Формулы для Системы ОДУ:

Система ОДУ состоит из трех уравнений:

,

,

.

1. Неявный Метод Рунге-Кутты:

Используется для численной интеграции системы ОДУ. В общем виде формула для неявного метода Рунге-Кутты для одного шага с временным интервалом ℎ выглядит так:

*,*

где Φ — это некоторая функция, зависящая от выбранного конкретного варианта метода Рунге-Кутты.

1. Функция G:

В контексте метода Рунге-Кутты используется функция:

,

которая представляет собой дискретную форму интегрального уравнения, опираясь на среднее значение функции F на текущем и предыдущем шагах.

1. Метод Ньютона:

Используется для решения неявного уравнения, получаемого в методе Рунге-Кутты. Формула метода Ньютона для нахождения корня функции G:

,

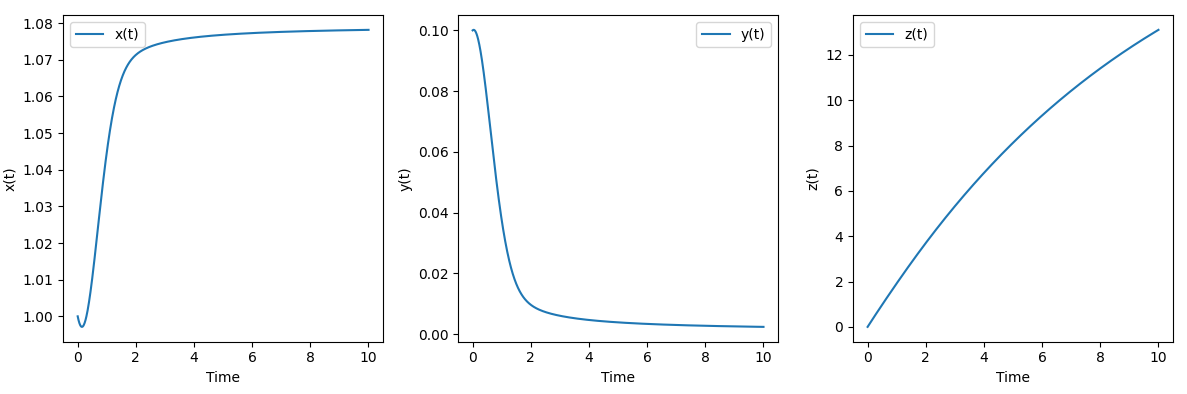
где – Якобиан функции G.

1. Якобиан J\_F:

Якобиан функции F используется в методе Ньютона и представляет собой матрицу частных производных функций f, g и h по переменным x, y и z.

**Результаты работы**

На графиках показано изменение переменных x(t), y(t), z(t) во времени от t = 0 до t = 10 с временным шагом h = 0.01



**Вывод**

В рамках данного курсового проекта была проведена работа по изучению и применению неявных методов Рунге-Кутты для численного решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение этих методов позволило успешно решить систему ОДУ, которая описывает сложные динамические процессы и может проявлять жесткие свойства в зависимости от параметров системы и начальных условий.