相対性理論

Anko

2023年7月16日

1 特殊相対論

定義 (Einstein の相対性原理).

自然法則は全ての慣性系において同じ形になる。

定義 (光速度不変の原理).

光の速度は全ての慣性系で、光源の速度によらず一定である。

定義.

$$x^{\mu} = (x^{0}, x^{1}, x^{2}, x^{3}) := (ct, \mathbf{r}(t))$$
(1)

$$ds^{2} = (c dt)^{2} - dx^{2} - dy^{2} - dz^{2} = (c d\tau)^{2}$$
(2)

定義.

$$u^{\mu}(t) = \frac{\mathrm{d}x^{\mu}}{\mathrm{d}\tau} = \gamma(c, \dot{\boldsymbol{r}}) \tag{3}$$

$$a^{\mu}(t) = \frac{\mathrm{d}^2 x^{\mu}}{\mathrm{d}\tau^2} = \gamma(0, \ddot{r}) \tag{4}$$

$$p^{\mu} = mu^{\mu} = m\gamma(c, \dot{r}) \tag{5}$$

$$j^{\mu}(x) := (c\rho, \mathbf{j}) \tag{6}$$

$$E := cp^0 \tag{7}$$

2 一般相対論

定義 (アインシュタインの等価原理).

加速系と重力場の系は局所的には原理的に区別できない。

定義 (擬リーマン空間).

命題 1.

証明

$$g_{\mu\nu} = M\eta_{\mu\nu}M^{\top} \tag{8}$$

$$g = \det(\eta_{\mu\nu}) \det(M)^2 = -\det(M)^2 < 0$$
 (9)