

Лабораторная работа 6

Модель «хищник–жертва»

Кудряшов Артём Николаевич

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Реализация модели в xcos	6
3.2	Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos	10
3.3	Упражнение	14
4	Выводы	16

Список иллюстраций

3.1	Задание переменных окружения в xcos для модели	7
3.2	Модель «хищник–жертва» в xcos	7
3.3	Задание начальных значений в блоках интегрирования	8
3.4	Задание параметров моделирования	8
3.5	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	9
3.6	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	9
3.7	Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica .	10
3.8	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”	11
3.9	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”	12
3.10	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	13
3.11	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	13
3.12	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	14
3.13	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$	15

1 Цель работы

Реализовать модель “хищник-жертва” в *xcos*.

2 Задание

1. Реализовать модель “хищник-жертва” в xcos;
2. Реализовать модель “хищник-жертва” с помощью блока Modelica в xcos;
3. Реализовать модель “хищник-жертва” в OpenModelica

3 Выполнение лабораторной работы

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции. В математической форме модель имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где x — количество жертв; y — количество хищников; a, b, c, d — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами: a — коэффициент рождаемости жертв; b — коэффициент убыли жертв; c — коэффициент рождения хищников; d — коэффициент убыли хищников.

3.1 Реализация модели в xcos

Зафиксируем начальные данные: $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$. В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения коэффициентов a, b, c, d (рис. [3.1]).

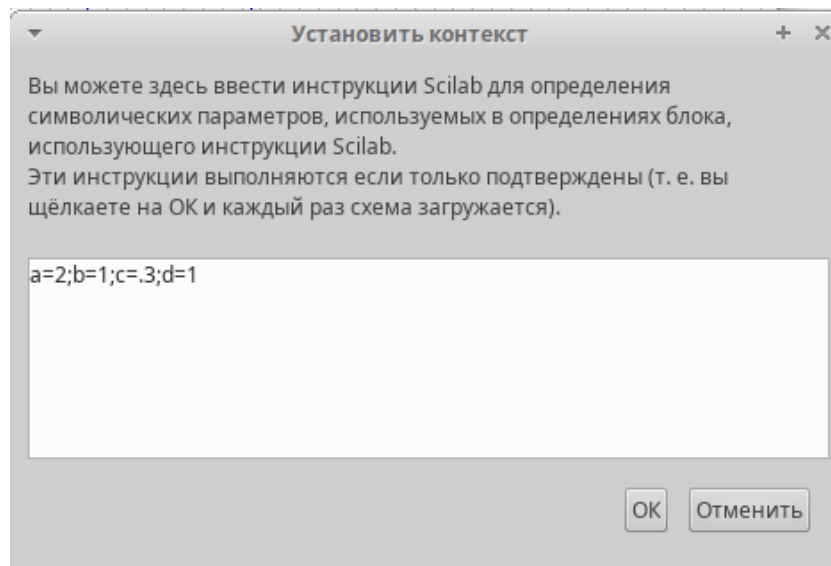


Рис. 3.1: Задание переменных окружения в xcos для модели

Для реализации модели «хищник-жертва» в дополнение к блокам CLOCK_c, CSCCOPE, TEXT_f, MUX, INTEGRAL_m, GAINBLK_f, SUMMATION, PROD_f потребуется блок CSCOPXY – регистрирующее устройство для построения фазового портрета. Готовая модель «хищник-жертва» представлена на рис. [3.2].

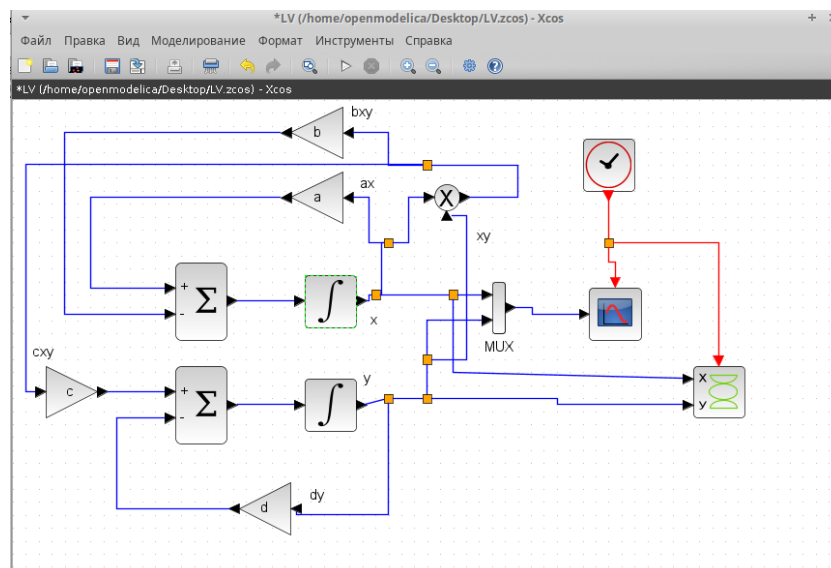


Рис. 3.2: Модель «хищник-жертва» в xcos

В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения $x(0) = 2, y(0) = 1$ (рис. [3.3], [3.4]).

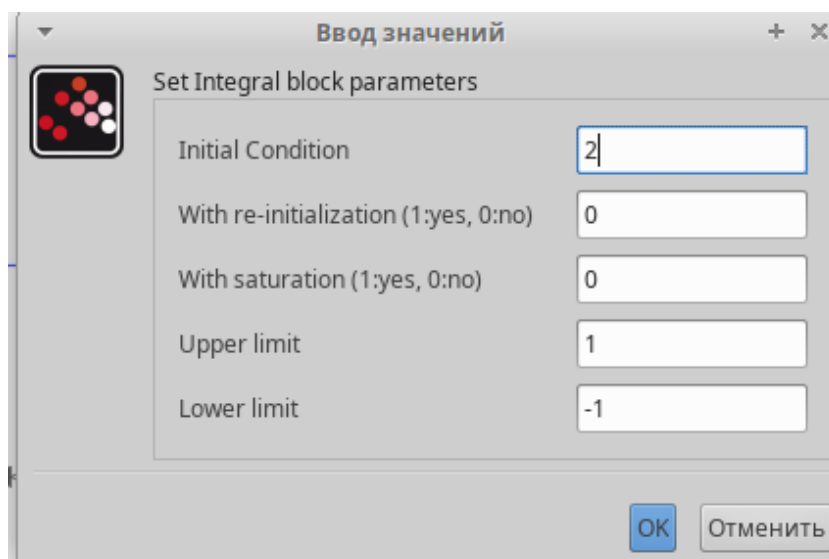


Рис. 3.3: Задание начальных значений в блоках интегрирования

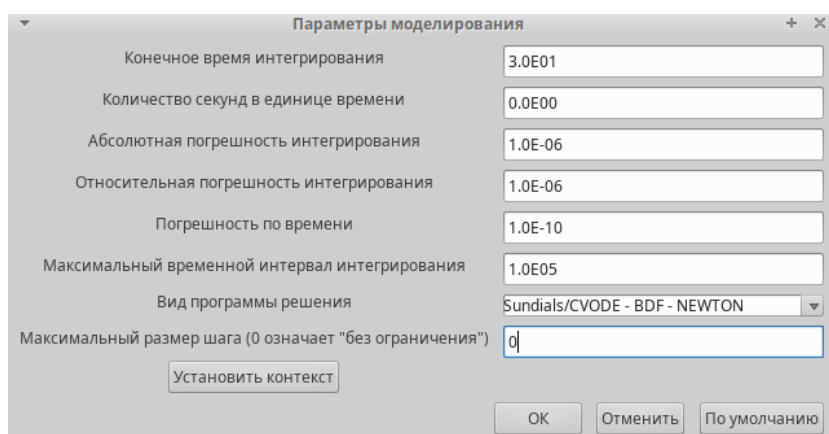


Рис. 3.4: Задание параметров моделирования

В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30.

Результат моделирования представлен на рис. [3.5]. Черной линией обозначен график $x(t)$ (динамика численности жертв), зеленая линия определяет $y(t)$ — динамику численности хищников

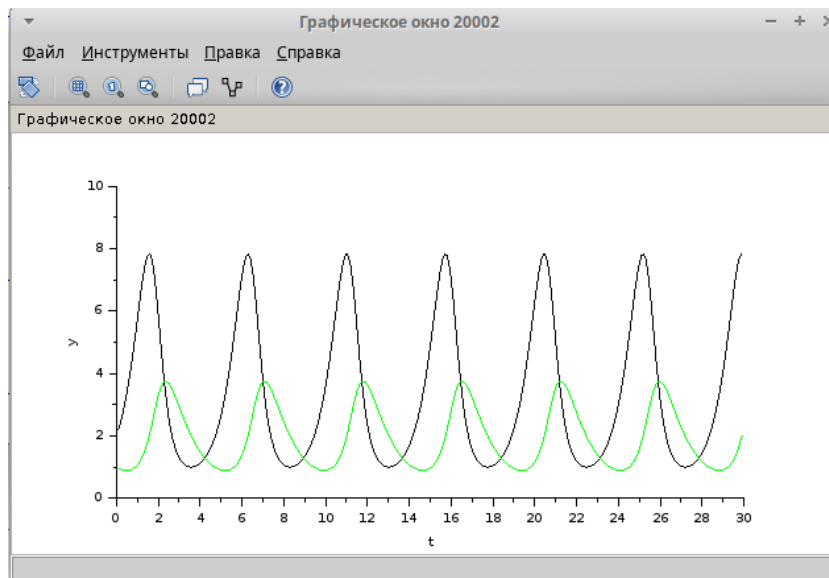


Рис. 3.5: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

На рис. [3.6] приведён фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры.

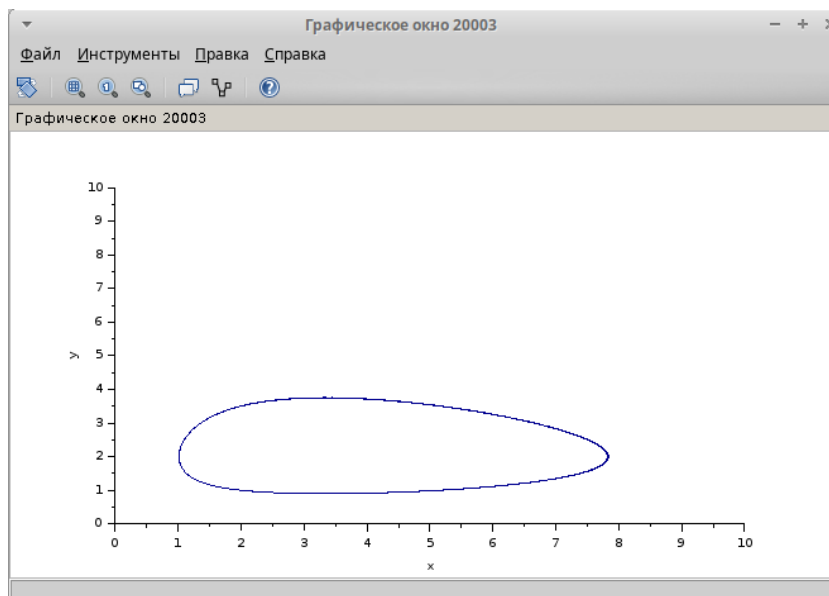


Рис. 3.6: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

3.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки *xcos*: CLOCK_c, CSCCOPE, CSCOPXY, TEXT_f, MUX, CONST_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов a , b , c , d (см. рис. [3.1]). Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис.[3.7]. Параметры блока Modelica представлены на рис. [3.8], [3.9] Переменные на входе (“a”, “b”, “c”, “d”) и выходе (“x”, “y”) блока заданы как внешние (“E”).

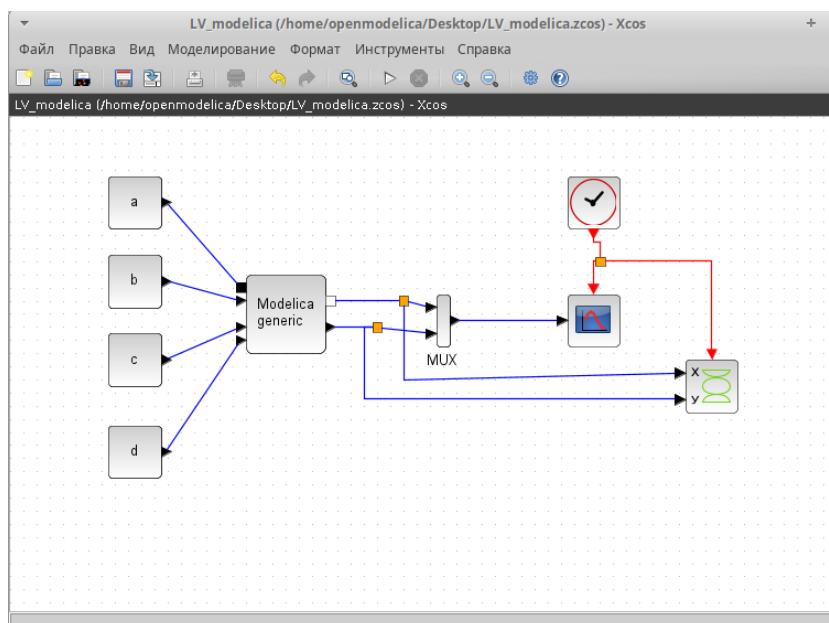


Рис. 3.7: Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica

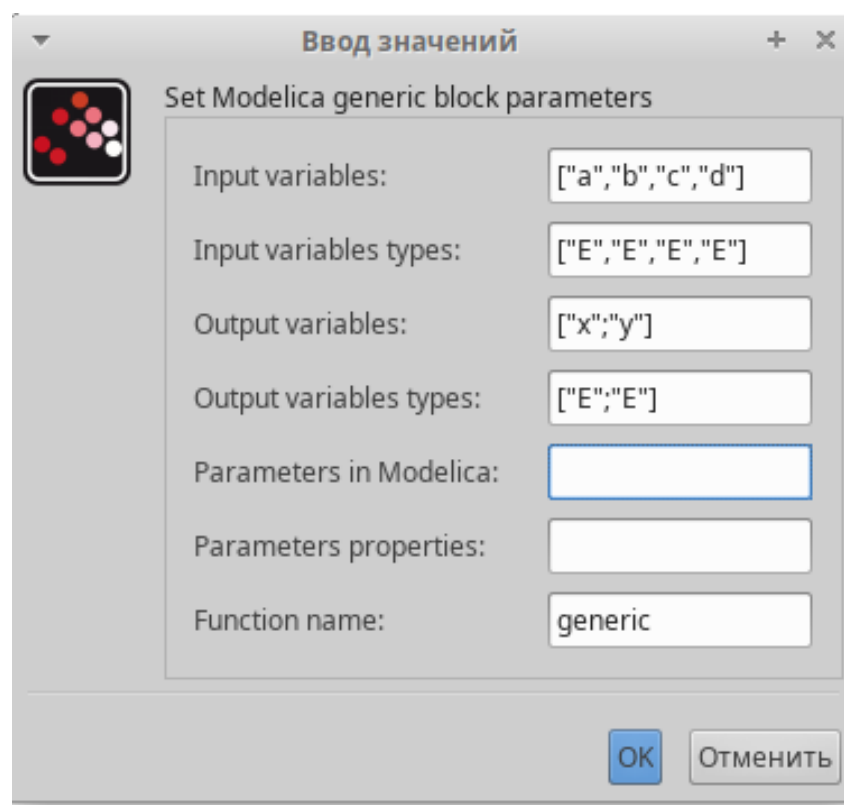


Рис. 3.8: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

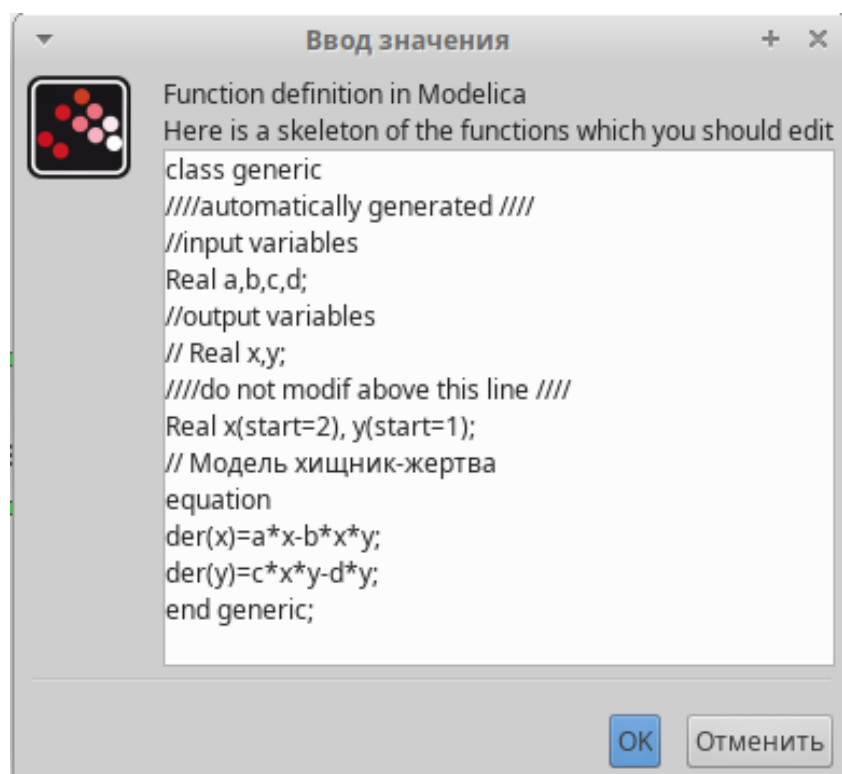


Рис. 3.9: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

В результате моделирования получаем следующие графики (рис. [3.10], [3.11]). Они идентичны построенным без блока Modelica.

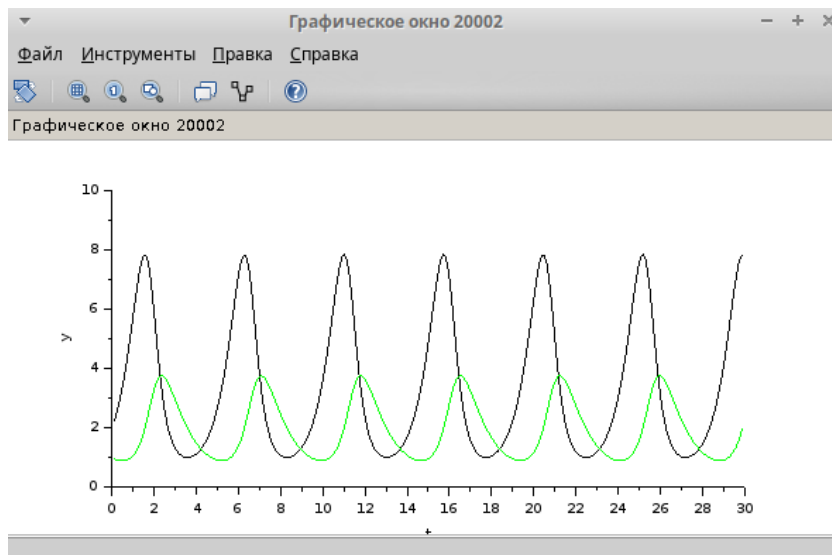


Рис. 3.10: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

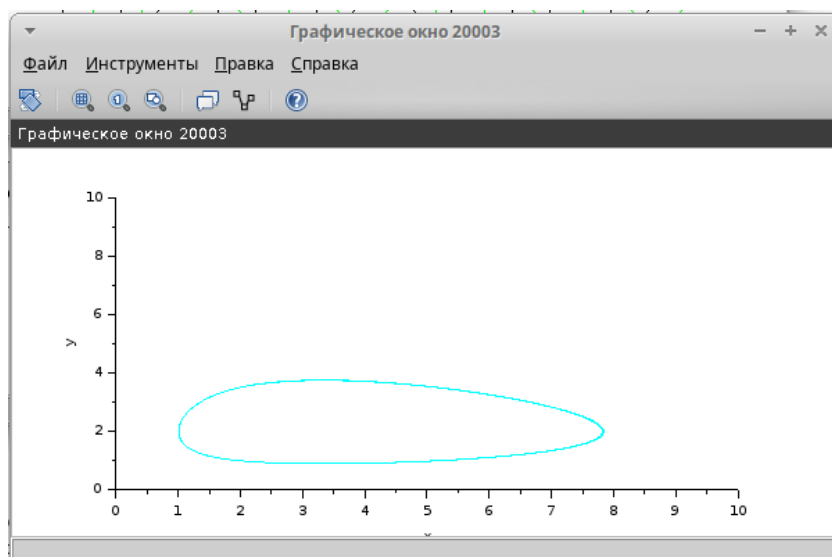


Рис. 3.11: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

3.3 Упражнение

Реализуем модель «хищник – жертва» в OpenModelica. Построим графики изменения численности популяций и фазовый портрет.

```
parameter Real a = 2;  
parameter Real b = 1;  
parameter Real c = 0.3;  
parameter Real d = 1;  
parameter Real x0 = 2;  
parameter Real y0 = 1;  
  
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);  
equation  
  der(x) = a*x - b*x*y;  
  der(y) = c*x*y - d*y;
```

Выполним симуляцию, поставим конечное время 30с. Получим график изменения численности хищников и жертв (рис. [3.12]), а также фазовый портрет (рис. [3.13]).

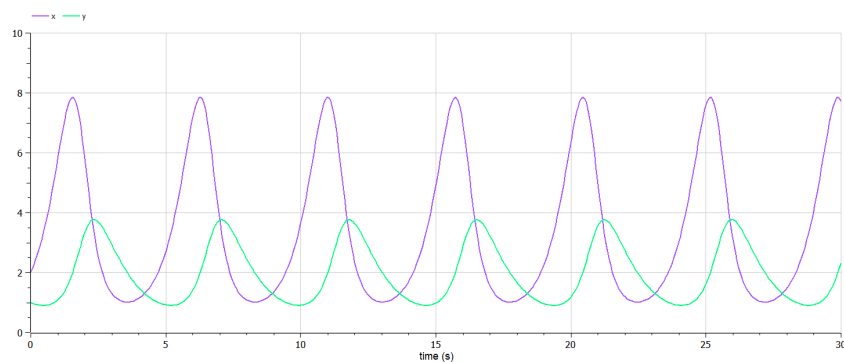


Рис. 3.12: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2$, $b = 1$, $c = 0.3$, $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$

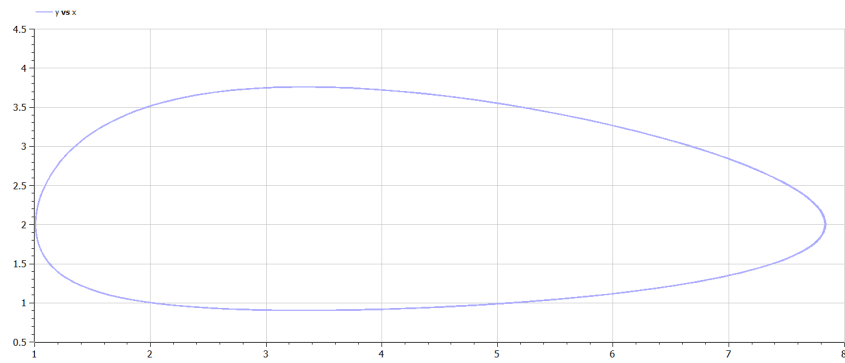


Рис. 3.13: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

4 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной реализована модель “хищник-жертва” в *xcos*, *Modelica* и *OpenModelica*.