2022 年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第 3 回（2022 年 11 月 2 日）問題と宿題（2022 年 11 月 9 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

次の極限を答えよ。

(1) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - x - y^2 + y}{x - y}$.

(2) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

(3) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy(x + y)}{x^2 + xy + y^2}$.

2022 年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第 3 回（2022 年 11 月 2 日）問題と宿題（2022 年 11 月 9 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

半径 1 の円の内部 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$ で関数

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

は全微分可能であることを示し、そのグラフ $z = f(x, y)$ の点 $(a, b, f(a, b))$ $((a, b) \in D)$ での接平面の方程式を求めよ。

2022年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第3回(2022年11月2日)問題と宿題(2022年11月9日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{3}$

次の関数 $f(x,y)$ は平面全体で C^1 級であることを示せ。

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & ((x,y) \neq (0,0)), \\ 0 & ((x,y) = (0,0)). \end{cases}$$

2022年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第3回(2022年11月2日)問題と宿題(2022年11月9日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{4}$

平面上の実数値関数 f を次で定義する。

$$f(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} \|\boldsymbol{x}\| - 1 & (\|\boldsymbol{x}\| > 1), \\ 0 & (\|\boldsymbol{x}\| \leq 1). \end{cases}$$

つまり f は二変数関数として表すと次のようになっている。

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - 1 & (\sqrt{x^2 + y^2} > 1), \\ 0 & (\sqrt{x^2 + y^2} \leq 1). \end{cases}$$

このとき f は連続関数であることを示せ。

ヒント：$|f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{a})| \leq \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{a}\|$ を示す。