

学籍番号：

氏名：

評価：

問題 1

次の極限を計算せよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 2^3}{x}.$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}.$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh^{-1} x}{x}.$

学籍番号：

氏名：

評価：

問題 2

次の関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ について、連続関数かまた有界な関数かそれぞれ答えよ。

$$(1) f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}.$$

$$(2) f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4.$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 3

次の極限を計算せよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cosh \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$$

ヒント：公式 $\cosh 2x = 1 + 2 \sinh^2 x$ を示して、ネピアの定数の定義に帰着させる。より詳しくは自然対数を取って $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$ を使うと楽。

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 4

方程式

$$e^x = |x|^e$$

は実数解を少なくとも 2 つ持つことを示せ。ただし、 e は $2 < e < 3$ を満たす定数である。