

2023 年度京都大学線形代数学（演義）A

第 5 回問題と宿題 *

中安淳

2023 年 6 月 16 日

問題 19

3 つの実数の未知数 x, y, z に関する次の連立一次方程式を考える。

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ x + 2y + 3z = 3, \\ x + 5y + 9z = 6. \end{cases}$$

- (1) この連立一次方程式の拡大係数行列を答えよ。
- (2) (1) の拡大係数行列に行に関する基本変形をして階段行列にせよ。
- (3) 問題の連立一次方程式のすべての解を求めよ。

宿題 21

6 つの実数の未知数 a, b, c, d, e, f に関する次の連立一次方程式のすべての解を求めよ。

$$\begin{cases} a + b + c = 3, \\ b + c + d = 3, \\ c + d + e = 3, \\ d + e + f = 3, \\ e + f + a = 3, \\ f + a + b = 3. \end{cases}$$

問題 20

次の行列の逆行列を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

宿題 22

n 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ を各成分 a_{ij} が正の実数であって各 $i = 1, \dots, n$ に対して

$$a_{i1} + \cdots + a_{in} = 1$$

が成り立つものとする。実数 λ に対して同次連立一次方程式

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

の零ベクトルでない解 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ について考える。

- (1) $\lambda = 1$ の時、そのような解 \vec{x} が存在することを示せ。
- (2) そのような解 \vec{x} が存在するならば、 $|\lambda| \leq 1$ であることを示せ。

ヒント： \vec{x} の成分の中で絶対値が最大のものを考える。