

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 1

次の関数列  $(f_n(x))_{n=1}^{\infty}$  は  $n \rightarrow \infty$  としたときに与えられた区間  $I$  上である関数  $f(x)$  に各点収束する。その関数  $f(x)$  を求めて、収束が一様収束であるかどうか答えよ。

(1)  $f_n(x) = x^n, x \in I = [0, 1]$ .

(2)  $f_n(x) = n \sin \frac{1}{nx}, x \in I = [1, \infty)$ .

(3)  $f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{n}}, x \in I = \mathbb{R}$ .

(4)  $f_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{x}{(1 + (k-1)x)(1 + kx)}, x \in I = [0, \infty)$ .

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 2

- (1) 円周率  $\pi$  について次の等式を示せ。

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2\sqrt{3}}{(2n+1)3^n}.$$

ヒント：逆正接関数  $\arctan x$  の整級数による表示（テーラー展開・マクローリン展開）を考える。

- (2)  $\pi > 3.1$  を示せ。

ヒント：(1) の級数で  $n = 2$  まで正確に計算して、それ以降は下から評価する。