2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 18 日)問題と宿題(2022 年 5 月 24 日締め切り)

学籍番号:

氏名:

評価:

- 問題 1 -

次の極限を計算せよ。

(1)
$$\lim_{x \to 0} \frac{(2+x)^3 - 2^3}{x}$$
.
(2) $\lim_{x \to 0} \frac{2\sin x - \sin 2x}{x^3}$.
(3) $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$.

(2)
$$\lim_{x \to 0} \frac{2\sin x - \sin 2x}{x^3}$$

(3)
$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

$$(4) \lim_{x \to 0} \frac{\sinh^{-1} x}{x}.$$

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第3回(2022年5月18日)問題と宿題(2022年5月24日締め切り)

学籍番号:

氏名:

評価:

- 問題 2 —

次の関数 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ について、連続関数かまた有界な関数かそれぞれ答えよ。

(1)
$$f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$$
.

(2)
$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4$$
.

(3)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

$$(1) \ f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}.$$

$$(2) \ f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4.$$

$$(3) \ f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

$$(4) \ f(x) = \begin{cases} \sin\frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 18 日)問題と宿題(2022 年 5 月 24 日締め切り)

学籍番号: 氏名: 評価:

- 宿題 3 ·

次の極限を計算せよ。

$$\lim_{n\to\infty} \left(\cosh\frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

ヒント:公式 $\cosh 2x=1+2\sinh^2 x$ を示して、ネピアの定数の定義に帰着させる。より詳しくは自然対数を取って $\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}=1$ を使うと楽。

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 18 日)問題と宿題(2022 年 5 月 24 日締め切り)

- 宿題 4

方程式

$$e^x = |x|^e$$

は実数解を少なくとも 2 つ持つことを示せ。ただし、e は 2 < e < 3 を満たす定数である。