2022年度京都大学微分積分学（演義）A（中安淳担当）第5回（2022年6月22日）問題と宿題（2022年6月28日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

次の関数にテイラーの定理を適用し、x^4 の項までのマクローリン展開をラグランジュの剰余項付きで答えよ。

(1) $\cosh x$.

(2) e^{x^2}.

2022 年度京都大学微分積分学(演義)A(中安淳担当)第 5 回(2022 年 6 月 22 日)問題と宿題(2022 年 6 月 28 日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

$\sin x$ の漸近展開を用いて、次の極限の値を計算せよ。

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}\right).$$

2022 年度京都大学微分積分学(演義)A(中安淳担当)第 5 回(2022 年 6 月 22 日)問題と宿題(2022 年 6 月 28 日締め切り)

学籍番号： 氏名： 評価：

宿題 3

$n = 0, 1, 2, 3, \cdots$ に対して、関数

$$H_n(x) = (-1)^n e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-\frac{x^2}{2}})$$

を定義すると $H_n(x)$ は n 次の多項式である。この時、以下の問いに答えよ。

(1) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$ とおくと、$y' + xy = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) (1) の等式を $n+1$ 回微分することで、$y^{(n+2)} + xy^{(n+1)} + (n+1)y^{(n)} = 0$ が成り立つことを示せ。

(3) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$H_n''(x) - xH_n'(x) + nH_n(x) = 0.$$

2022年度京都大学微分積分学(演義)A(中安淳担当)第5回(2022年6月22日)問題と宿題(2022年6月28日締め切り)

学籍番号:　　　　　　　　　　　　　　氏名:　　　　　　　　　　　　　　評価:

宿題 $\boxed{4}$

$e^\pi < 24$ を示せ。ここで、e はネピアの定数、π は円周率であり、$e < 3$ と $3.14 < \pi < 3.15$ は認めてよい。電卓は有理数の四則演算に限って使ってよいこととする。ヒント:$e^\pi = e^3 e^{\pi-3}$ と考える。