

2019 年度応用数理 D 期末レポート問題 (12 月 18 日出題、1 月 20 日修正)

締め切り 2020 年 2 月 5 日 16:30

提出先 J 棟 6 階 J613 数理事務室のレポートボックス

課題 以下の問題のうち 2 問を選択し、解答せよ。2 問を超えて解答した場合は最初に解答した 2 問のみが採点される。

注意 レポートには A4 サイズの用紙を使用し、先頭に「2019 年度応用数理 D 期末レポート」と書き、続けて学籍番号と氏名を明記すること。また、複数枚の用紙を使用する場合はホッチキス等でまとめること。

表計算ソフトやプログラムによる計算を解答に含めてよいが、その場合は計算の根拠となる資料 (表計算ソフトならば計算方法の解説とシートファイルの写し、プログラムならばソースコードと実行結果など) を添付すること。

問題 1

半径 1 の円盤を 2 つの平行な直線で面積が 3 等分になるように分割するとき、2 直線の間隔を求めよ。

問題 2

ニュートン法あるいはセカント法の収束および誤差の評価について厳密に論じよ。

問題 3

正方行列 $A = (a_{ij})$ が $A = LU$ と LU 分解されたとする。ただし、下三角行列 L の対角成分は全て 1 であり、上三角行列 U の対角成分はいずれも 0 でないとする。ここでもし A が三重対角行列、つまり $|i - j| > 1$ を満たす全ての i, j に対して $a_{ij} = 0$ の時、下三角行列 L と上三角行列 U も三重対角行列であることを示せ。

問題 4

対称行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 18 \end{pmatrix}$$

に対して、三重対角化し QR 分解を 3 回行うことで、全ての固有値と固有ベクトル（の近似値）を求めよ。

問題 5

ファンデルポール方程式

$$y'' - (1 - y^2)y' + y = 0$$

を考える。

- (1) $z = y'$ として (y, z) についての一階連立方程式に書き直せ。
- (2) 初期値とステップ幅を適当に与えて、ルンゲ・クッタ法により近似解を計算し、解の軌道を図示せよ。

問題 6

2 次元波動方程式を円形の領域でディリクレ境界条件を課して考える。差分法による計算方法を示せ。

問題 7

（偏）微分方程式の問題を自由に設定し、適切な方法で数値解析を行え。ただし、差分法に限ることとする。

問題は以上である。