

## 2019 年度応用数理 D 第 10 回レポート問題 (1 月 8 日出題)

締め切り 2020 年 1 月 15 日 16:30

提出先 J 棟 6 階 J613 数理事務室のレポートボックス

注意 レポートには A4 サイズの用紙を使用し、先頭に「2019 年度応用数理 D 第 10 回レポート」と書き、続けて学籍番号と氏名を明記すること。また、複数枚の用紙を使用する場合はホッチキス等でまとめること。

### 問題 1

円板上のポアソン方程式のディリクレ問題

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = -4 & x^2 + y^2 \leq 1, \\ u(x, y) = 0 & x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

を格子幅  $h = \frac{1}{2}$  の差分法を使って解くことを考える。整数  $i, j$  に対して格子点  $(x, y) = (ih, jh)$  での解の値の近似値を  $u_{i,j}$  と表すことにする。

- (1) 格子点  $O = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  を考える。格子と境界の交点のうち  $O$  と近接する 2 つを  $A, B$  とする。正確には第一象限のうちで、 $y = \frac{1}{2}$  と境界  $x^2 + y^2 = 1$  の交点を  $A$ 、 $x = \frac{1}{2}$  と境界  $x^2 + y^2 = 1$  の交点を  $B$  とする。ここで  $OA$  の間の距離を  $ah$ 、 $OB$  の間の距離を  $bh$  とするとき、 $a, b$  を求めよ。

- (2) 対称性

$$u_{0,1} = u_{1,0} = u_{0,-1} = u_{-1,0},$$

$$u_{1,1} = u_{-1,1} = u_{-1,-1} = u_{1,-1}$$

を仮定することにより、 $u_{0,0}, u_{0,1}, u_{1,1}$  が満たす連立方程式を求めよ。

- (3) (2) で得た連立方程式をガウス消去法で解くことにより、 $u_{0,0}$  の値を求めよ。

問題は以上である。