2022 年度京都大学微分積分学（演義）A（中安淳担当）第 6 回（2022 年 7 月 6 日）問題と宿題（2022 年 7 月 12 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

次の極限を計算せよ。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{\sqrt{k+n}}.$$

学籍番号：　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

次の積分の極限を計算せよ。

(1) $\displaystyle \lim_{t\to\infty}\int_0^t \frac{1}{x^2+1}dx.$

(2) $\displaystyle \lim_{t\to\infty}\int_0^t \frac{1}{e^x}dx.$

(3) $\displaystyle \lim_{t\to\infty}\int_0^t \frac{1}{\cosh x}dx.$

2022年度京都大学微分積分学(演義)A(中安淳担当)第6回(2022年7月6日)問題と宿題(2022年7月12日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{3}$

$n = 0, 1, 2, 3, \cdots$ に対して、

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n dx$$

とおく。

(1) 数列 (I_n) は漸化式 $I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$ $(n \geq 2)$ を満たすことを示せ。

(2) 数列 (I_n) は単調減少であることを示せ。

(3) 極限 $\lim_{n\to\infty} I_n$ を求めよ。

2022 年度京都大学微分積分学（演義）A（中安淳担当）第 6 回（2022 年 7 月 6 日）問題と宿題（2022 年 7 月 12 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{4}$

次の不定積分を計算せよ。

$$\int \frac{x}{(x^3-1)(x^3+1)}dx.$$