2022 年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第 2 回（2022 年 10 月 19 日）問題と宿題（2022 年 10 月 26 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

次の正項級数は収束するか発散するか答えよ。

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

(2) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^n}$.

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1+\frac{1}{n}\right)$.

(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\log n}}$.

ただし、正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ は収束するが、正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ は発散することは事実として使ってよいこととする。

学籍番号：　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

べき級数

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2(n+3)}{(n+1)(n+2)} x^n$$

を計算せよ。次のべき級数の公式を用いてよい。

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n = -\log(1-x).$$

なお、これら 4 つのべき級数の収束半径はいずれも 1 である。

2022年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第2回(2022年10月19日)問題と宿題(2022年10月26日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{3}$

(1) 対数関数のべき級数表示

$$\log(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$$

において、右辺のべき級数の収束半径を求めよ。

(2) $\log 2 = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ が成り立つことを示せ。

2022年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第2回（2022年10月19日）問題と宿題（2022年10月26日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{4}$

以下の級数は絶対収束か条件収束か発散かそれぞれ答えてそのことを示せ。

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n.$

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin^2 \frac{1}{n}.$

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin \frac{1}{n}.$

ただし、正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ は収束するが、正項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ は発散することは事実として使ってよいこととする。