

2023 年度同志社大学線形代数 期末試験問題

中安淳

2023 年 7 月 27 日

問題 1

次の連立 1 次方程式の解をすべて求めよ。

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y - z = -3, \\ -x + 2y + 2z = 1, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2y + 4z + 2w = 2, \\ -x + y + 3z + 2w = 2, \\ x + 2y + 3z + w = 1, \\ -2x - y + w = 1. \end{cases}$$

問題 2

次の行列式の値を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 7 & 6 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

問題 3

次の集合は数ベクトル空間 \mathbb{R}^4 の部分空間である（証明不要）。その次元を求めよ。

$$(1) \left\{ k_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + k_3 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + k_4 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \mid k_1, k_2, k_3, k_4 \in \mathbb{R} \right\}.$$

$$(2) \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y + z - w = 0, -2x + 4y + 2z - 10w = 0, -3x + 6y - 4z + 6w = 0, y = 0 \right\}.$$

問題 4

次の正方行列の固有値と固有ベクトルを求めよ。

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$