2019 年度応用数理 D 第 5 回レポート問題（11 月 13 日出題）

■締め切り　2019 年 11 月 20 日 16:30

■提出先　J 棟 6 階 J613 数理事務室のレポートボックス

■注意　レポートには A4 サイズの用紙を使用し、先頭に「2019 年度応用数理 D 第 5 回レポート」と書き、続けて学籍番号と氏名を明記すること。また、複数枚の用紙を使用する場合はホッチキス等でまとめること。

問題 1

$A = (a_{ij})$ を $n \times n$ 実対称行列とする $(n \geq 3)$。ベクトル $v = (v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n)^T$ を

$$\begin{aligned} v_1 &= 0, \\ v_2 &= \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{|a_{12}|}{S}\right)}, \\ v_j &= \frac{a_{1j}\,\mathrm{sgn}\,a_{12}}{2v_2 S} \quad (j = 3, \cdots, n), \\ S &= \sqrt{a_{12}^2 + \cdots + a_{1n}^2} \end{aligned}$$

により定めるとき、以下の問題に答えよ。ただし、I は n 次単位行列を、A^T は A の転置を表すものとする。

(1) ベクトル v は $|v| = 1$ を満たすことを示せ。ただし、$|v| = \sqrt{v^T v}$ である。

(2) $P = I - 2vv^T$ で直交かつ対称な行列 P を定めるとき、$P^{-1}AP = PAP$ の第 $1, 3$ 成分 $(PAP)_{13}$ は 0 であることを示せ。

問題 2

次の実対称行列をハウスホルダ法により 3 重対角行列に変形せよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \sqrt{3} \\ 1 & 1 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

問題は以上である。