

2023 年度京都大学線形代数学（演義）A

第 4 回問題と宿題 *

中安淳

2023 年 6 月 2 日

問題 15

\vec{u}, \vec{v} を \mathbb{R}^n の 1 次独立なベクトルとする時、 $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}$ も 1 次独立であることを示せ。

問題 16

次の行列に行に関する基本変形をして階段行列にせよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

宿題 17

任意の正方行列 X は対称行列 S と交代行列 A の和

$$X = S + A$$

と表すことができ、このような対称行列 S と交代行列 A は一意であることを示せ。

宿題 18

行基本変形

- 第 i 行と第 j 行を入れかえる

は実は他の二つの行基本変形

- 第 i 行を c 倍する ($c \neq 0$) と
- 第 i 行に第 j 行の c 倍を加える ($i \neq j$)

のみを用いることでも実現できる。このことを踏まえて、基本行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

を他の基本行列

$$\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}$$

の積として表せ。