2022 年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第 5 回（2022 年 12 月 13 日）問題と宿題（2022 年 12 月 20 日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

半径 1 の円の内部 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$ で関数

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

は全微分可能であることを示し、そのグラフ $z = f(x, y)$ の点 $(a, b, f(a, b))$ $((a, b) \in D)$ での接平面の方程式を求めよ。

学籍番号：　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

曲線

$$F(x,y) = x^2 - xy^2 + 2y = 0$$

の $(x,y) = (-1,-1)$ 以外の点での陰関数 $y = y(x)$ の極大・極小を求めよ。

学籍番号：　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{3}$

c を正の定数として、$f(u,v)$ を C^2 級関数とする。ここで 2 変数関数 $z=f(u,v)$ に対して $u=x+ct, v=x-ct$ をするとき、

$$c^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=4c^2\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}$$

が成り立つことを示せ。

学籍番号：　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{4}$

曲線

$$F(x,y) = \log\sqrt{x^2+y^2} - \tan^{-1}\frac{y}{x} = 0, \quad (x > 0)$$

の陰関数定理が適用できる点での陰関数 $y = y(x)$ の極大・極小を求めよ。ただし、$\tan^{-1}$ は $\tan$ の逆関数であり、$-\frac{\pi}{2}$ から $\frac{\pi}{2}$ の間の値を取るとする。