2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 25 日)問題と宿題(2022 年 5 月 31 日締め切り)

学籍番号: 氏名: 評価:

- 問題 1 -

次の極限を計算せよ。

(1)
$$\lim_{x\to 0} \frac{(2+x)^3-2^3}{x}$$
.

$$(1) \lim_{x\to 0} \frac{(2+x)^3-2^3}{x}.$$

$$(2) \lim_{x\to 0} \frac{\sinh 2x-2\sinh x}{x^3}. \ \ \text{ヒント:} 極限の公式 \lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}=1 \ \text{を使うために、} \sinh 2x-2\sinh x \ \text{からできる限り} \ e^x-1 \ \text{をくくりだす。}$$

(3)
$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$$
(4)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\arcsin x}{\sin x}.$$

(4)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\arcsin x}{\sin x}.$$

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第3回(2022年5月25日)問題と宿題(2022年5月31日締め切り)

学籍番号:

氏名:

評価:

- 問題 2 —

次の関数 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ について、連続関数かまた有界な関数かそれぞれ答えよ。

(1)
$$f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$$
.

(2)
$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4$$
.

(3)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

$$(1) \ f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}.$$

$$(2) \ f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4.$$

$$(3) \ f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

$$(4) \ f(x) = \begin{cases} \sin\frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 25 日)問題と宿題(2022 年 5 月 31 日締め切り)

学籍番号: 氏名: 評価:

- 宿題 3 ·

次の極限を計算せよ。

$$\lim_{n \to \infty} \left(\cos \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$$

ヒント:倍角の公式 $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ を使って、自然対数の極限の公式 $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$ に帰着させる。

2022 年度京都大学微分積分学(演義) A (中安淳担当)第 3 回(2022 年 5 月 25 日)問題と宿題(2022 年 5 月 31 日締め切り)

- 宿題 4

方程式

 $e^x = 3x$

は実数解を少なくとも 2 つ持つことを示せ。ただし、e は 2 < e < 3 を満たす定数である。