

# 2023 年度京都大学線形代数学（演義）A

## 第 5 回問題と宿題 \*

中安淳

2023 年 6 月 6 日

### 問題 19

行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  の 10 乗つまり

$$A^{10} = AAAAAAAAAA$$

を求めよ。

### 宿題 21

3 次正方行列  $A, B$  が

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad A - B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

を満たす時、

$$A^2 - B^2$$

を求めよ。

### 問題 20

行列  $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ -8 & -3 & -8 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$  を考える。

- (1)  $A^2 - 10A + 9E = O$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $A$  は正則行列であることを示し、逆行列  $A^{-1}$  を求めよ。

### 宿題 22

正方行列  $N$  がある  $n = 1, 2, 3, \dots$  で  $N^n = O$  を満たす時、 $N$  はべき零行列という。べき零行列  $N$  に対して、 $E - N$  は正則行列であることを示せ。