2021年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第2回(2021年10月27日)宿題(2021年11月9日17時締め切り)

学籍番号: 氏名: 評価:

- 宿題 1 —

次の関数列 $(f_n(x))_{n=1}^\infty$ は $n \to \infty$ としたときに与えられた区間 I 上である関数 f(x) に各点収束する。 その関数 f(x) を求め て、収束が一様収束であるかどうか答えよ。

- (1) $f_n(x) = x^n, x \in I = [0, 1].$
- (2) $f_n(x) = n \sin \frac{1}{nx}, x \in I = [1, \infty).$ (3) $f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{n}}, x \in I = \mathbb{R}.$

(4)
$$f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{x}{(1+(k-1)x)(1+kx)}, x \in I = [0,\infty).$$

2021 年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第 2 回(2021 年 10 月 27 日)宿題(2021 年 11 月 9 日 17 時締め切り)

学籍番号: 氏名: 評価:

- 宿題 2 —

(1) 円周率 π について次の等式を示せ。

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2\sqrt{3}}{(2n+1)3^n}.$$

ヒント:逆正接関数 $\arctan x$ の整級数による表示(テーラー展開・マクローリン展開)を考える。

(2) $\pi > 3.1$ を示せ。

ヒント: (1) の級数で n=2 まで正確に計算して、それ以降は下から評価する。