

# 2023 年度京都大学線形代数学（演義）A

## 第 6 回問題と宿題 \*

中安淳

2023 年 6 月 30 日

### 問題 23

$r, \theta, \phi$  を実数として、次の行列式の値を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix}.$$
$$(2) \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \phi & r \cos \theta \cos \phi & -r \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & r \cos \theta \sin \phi & r \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{vmatrix}.$$

### 問題 24

次の 4 次正方行列の階数 ( $a$  に依存する) を求めよ。

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

### 宿題 25

空間ベクトル

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

に対して、

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \det \begin{pmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。

### 宿題 26

$a, b, c, x, y, z$  を実数として、行列式に関する次の恒等式が成立することを示せ。

$$\begin{vmatrix} a+x & a+y & a+z \\ b+x & b+y & b+z \\ c+x & c+y & c+z \end{vmatrix} = 0.$$