

学籍番号：

氏名：

評価：

問題 1

次の関数にテイラーの定理を適用し、 $x^4$  の項までの有限マクローリン展開を剰余項付きで答えよ。

(1)  $\cosh x$ .

(2)  $e^{x^2}$ .

学籍番号：

氏名：

評価：

問題 2

$\sin x$  の漸近展開を用いて、次の極限の値を計算せよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 3

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$  に対して、関数

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} ((x^2 - 1)^n)$$

を定義すると  $P_n(x)$  は  $n$  次の多項式である。この時、以下の問いに答えよ。

(1)  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ ,  $P_3(x)$  を計算せよ。

(2)  $y = (x^2 - 1)^n$  とおくと、 $(x^2 - 1)y' = 2nxy$  が成り立つことを示せ。

(3) (2) の等式を  $n + 1$  回微分することで、次の等式が成り立つことを示せ。

$$-(x^2 - 1)P_n''(x) - 2xP_n'(x) + n(n + 1)P_n(x) = 0.$$

学籍番号：

氏名：

評価：

宿題 4

$e^\pi > 23$  を示せ。ここで、 $e$  はネピアの定数、 $\pi$  は円周率であり、 $3.14 < \pi < 3.15$  は認めてよい。電卓は有理数の四則演算に限って使ってよいこととする。ヒント： $e^\pi = e^3 e^{\pi-3}$  と考える。