

2023 年度京都大学微分積分学（講義・演義）B 期末試験問題

中安淳

2024 年 1 月 29 日

問題用紙表紙

- 配布物は問題用紙 1 枚（両面印刷）、解答用紙 1 枚、計算用紙 2 枚の計 4 枚からなる。
- 問題は全部で 10 問ある。
- 各問題の答えのみを解答用紙に記入すること。
- 特に断りがない限り x, y は実数であり n は正の整数とする。
- 答えとなる極限や極値の類が存在しない場合は「なし」と解答すること。
- 試験時間は 80 分間である。
- 試験開始後 30 分間と、試験終了 5 分前から解答用紙回収までの間は退出できない。
- 解答用紙には氏名、学部、回生、学生証番号を記入すること。
- 試験終了後、解答用紙のみを提出すること。
- 持ち込みは一切認めない。

問題用紙本文

問題 1 次の級数の和を答えよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

問題 2 次の級数は「絶対収束する」か「条件収束する（絶対収束しないが収束する）」か「発散する（収束しない）」か答えよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^2 \frac{1}{n}.$$

問題 3 次の二変数関数は平面上で「 C^∞ 級である」か「 C^∞ 級でないが C^2 級である」か「 C^2 級でないが C^1 級である」か「 C^1 級でないが連続である」か「連続でない」か答えよ。

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)), \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)). \end{cases}$$

問題 4 次の平面上の二変数関数の最大値を答えよ。

$$f(x, y) = \cos x + \cos y - \cos(x + y).$$

問題 5 x, y が次の条件を満たす時、 y の最大値を答えよ。

$$x^2 + xy + y^2 = 1.$$

問題 6 次の累次積分の値を答えよ。

$$\int_0^1 \left(\int_x^1 e^{-y^2} dy \right) dx.$$

問題 7 $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ として次の重積分の値を答えよ。

$$\iint_D (x^4 - 2x^2 y^2 + y^4) dx dy.$$

問題 8 次の広義積分の値を答えよ。

$$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx.$$

問題 9 次の極限の値を答えよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^e \frac{n}{\sin x + nx} dx.$$

問題 10 次の級数の和を答えよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}.$$