2022年度京都大学微分積分学（演義）B（中安淳担当）第6回（2022年12月27日）問題と宿題（2023年1月17日締め切り）

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{1}$

x, y が実数全体を動くとき、次の関数 $f(x, y)$ の極大・極小を答えよ。

$$f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 6x + 4y - 1.$$

2022年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第6回(2022年12月27日)問題と宿題(2023年1月17日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　評価：

問題 $\boxed{2}$

一般に $\varphi(x,y)$, $f(x,y)$ を C^1 級関数とし、(x,y) が $\varphi(x,y)=0$ という条件を満たしながら動く時 $f(x,y)$ が $(x,y)=(a,b)$ で広義の極値を取るならば、$\varphi_x(a,b)=\varphi_y(a,b)=0$ または $F(x,y)=f(x,y)-\lambda\varphi(x,y)$ として $F_x(a,b)=F_y(a,b)=0$ が成り立つような定数 λ が存在する（ラグランジュの乗数法、教科書第6章定理15参照)。
このことを利用して条件 $2x^2+4xy+5y^2=1$ の下での関数 x^2+y^2 の最大・最小を答えよ。

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{3}$

$f(x,y)$ を長方形 $R=[a,b]\times[c,d]$ 上定義された連続関数であり ($a<b$, $c<d$)、任意の $(x,y)\in R$ に対して

$$f(x,y)\geq 0$$

を満たすとする。ここで重積分について

$$\iint_R f(x,y)dxdy=0$$

が成り立つとき、$f(x,y)$ は R 上恒等的に 0 であることを示せ。

2022年度京都大学微分積分学(演義)B(中安淳担当)第6回(2022年12月27日)問題と宿題(2023年1月17日締め切り)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　評価：

宿題 $\boxed{4}$

x, y がそれぞれ区間 $(0, \frac{\pi}{2})$ を動くとき、次の関数 $f(x, y)$ の極大・極小を答えよ。

$$f(x, y) = \cos x + \cos y - \cos(x + y).$$