

## 2019 年度応用数理 D 第 7 回レポート問題 (11 月 27 日出題)

締め切り 2019 年 12 月 4 日 16:30

提出先 J 棟 6 階 J613 数理事務室のレポートボックス

注意 レポートには A4 サイズの用紙を使用し、先頭に「2019 年度応用数理 D 第 7 回レポート」と書き、続けて学籍番号と氏名を明記すること。また、複数枚の用紙を使用する場合はホッチキス等でまとめること。

### 問題 1

熱方程式の初期値境界値問題

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & (0 \leq x \leq 1, t \geq 0), \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & (t \geq 0), \\ u(x, 0) = f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

を考える。ただし、初期値  $f(x)$  は

$$f(x) = 2x(1 - x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

とする。

$N$  を 1 以上の整数とし、格子幅を  $h = 1/N$  とおく。時間ステップ幅を  $k > 0$  とする。 $x = x_n = nh$  ( $0 \leq n \leq N$ ),  $t = t_m = mk$  ( $m \geq 0$ ) における解  $u(x, t)$  の近似値を  $u_{n,m}$  と書く。このとき陽的差分法によると、 $u_{n,m}$  は  $r = k/h^2$  として、

$$\begin{cases} u_{n,m+1} = ru_{n-1,m} + (1 - 2r)u_{n,m} + ru_{n+1,m} & (1 \leq n \leq N - 1, m \geq 0), \\ u_{0,m+1} = u_{N,m+1} = 0 & (m \geq 0) \end{cases}$$

で与えられる。

ここでは、 $h = 0.25$  ( $N = 4$ ),  $k = 0.03$  として、 $r$  の値を求めよ。さらに  $u_{n,m}$  を  $m = 3$  まで計算し、計算結果  $(u_{n,3})_{0 \leq n \leq N}$  を求めよ。計算結果は小数点以下 6 桁に丸めて答えること。

問題は以上である。