NMTI1 Serie 5

1. a) $f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$

$$F(x) = \frac{230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9}{221}$$

$\tilde{x}_1$ [-1,0]	$\tilde{x}_2$ [0,1]
-0.5	$\cancel{0}.9$
$2.43 \cdot 10^{-2}$	$7.34 \cdot 10^{-1}$
$-4.07 \cdot 10^{-2}$	$3.16 \cdot 10^{-1}$
$-4.066 \cdot 10^{-2}$	$-2.364 \cdot 10^{-2}$
$-4.06593 \cdot 10^{-2}$	$-4.07 \cdot 10^{-2}$
	$-4.06593 \cdot 10^{-2}$

Fixpunktiteration $\tilde{x}_2$ ist eine Annäherung von $\tilde{x}_1$.

$\rightarrow$ Steigung $\tilde{x}_2$ ist grösser als $1 \Rightarrow |F'(x)| > 1$

abstossendes Fixpunkt

b) $\alpha = \underline{\max |F'(x)| < 1}$ $\quad$ $\underline{x \in [-0.5, 0.5] \rightarrow [-0.5 / 0.5]}$

min $\rightarrow F(0) = \cancel{\quad} -0.0407$

max $\rightarrow F(0.5) = 0.04468$

$F'(x) = 4.1629x^3 + 0.2443x^2 + 0.0814x$

$F'(0.5) = 0.6221375$

Beide Bedingungen sind erfüllt.

c) $$|x_n - \tilde{x}| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha} |x_1 - x_0| < 10^{-9}$$

$\alpha = 0.622$ $x_0 = -0.5$ $x_1 = F(x_0) = 0.0243$

$$\frac{0.622^n}{1-0.622} |0.0243 - (-0.5)| < 10^{-9}$$

$$\frac{0.622^n}{0.378} |0.5243| < 10^{-9}$$

$$\ln(0.622^n) < \ln\left(\frac{10^{-9} \cdot 0.378}{0.5243}\right)$$

$$n > \frac{\ln\left(\frac{10^{-9} \cdot 0.378}{0.5243}\right)}{\ln(0.622)}$$

$$n > 44.33$$

Nach der a-priori Berechnung müsste man 45-mal iterieren.
Dies entspricht nicht der Realität.