

# Serie 9

Sunday, April 29, 2018

23:01

## Aufgabe 1

$$a) \begin{pmatrix} 20'00 & 30'000 & 10'000 \\ 10'00 & 17'000 & 6'000 \\ 2'000 & 3'000 & 2'000 \end{pmatrix} = A$$

$$\begin{pmatrix} 0.4 & -0.75 & 0.25 \\ -0.2 & 0.5 & -0.5 \\ -0.1 & 0.0 & 1.0 \end{pmatrix} = A^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix} = c$$

$$\|x - \bar{x}\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|c\|$$

↳  $\infty$ -norm

$$\max(1.4, 1.2, 1, 1) = 1.4$$

$$1.4 \cdot 100 = \underline{\underline{140}} \text{ absoluter Fehler}$$

$$60'000 \cdot \frac{7}{3000} \cdot \frac{100'000}{52720} = \underline{\underline{1.46853}} \text{ rel. Fehler}$$

$$\text{Cond } A: \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = \underline{\underline{84}}$$

Je grösser Cond A ist, je grösser ist die Auswirkung von Fehlern im Vektor b.

$$b) \|A - \tilde{A}\|_{\infty} = 3 \cdot 0.1$$

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$84 \cdot \frac{0.3}{60} = 0.42 < 1 \quad \checkmark$$

$$\|A\|_{\infty} = 20 + 30 + 10 = 60$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{84}{1 - 84 \cdot 0.3/60} \cdot \left(0.3/60 + \frac{100}{52720}\right)$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \underline{\underline{3.256}}$$

$$c) \quad \tilde{x} = \begin{pmatrix} 7.383 \\ 58.766 \\ 395.553 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 22 \\ 28 \\ 264 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_1}{\|x\|_1} = \frac{131.553}{264} = \underline{\underline{0.498}}$$

Der tatsächliche relative Fehler  
ist um einiges kleiner.