

2.3. Lineare Produktionsmodelle

Produktionsprozesse

Bedarfsermittlung von Rohstoffen

Mittels der Rohstoffe R_1 , R_2 und R_3 werden die Produkte E_1 , E_2 und E_3 hergestellt.

Nachfolgende Tabelle stellt die benötigten Einheiten von R_i dar, die jeweils zur Herstellung einer Einheit E_j benötigt werden

	E_1	E_2	E_3	Anzahl Endprodukte	
R_1	1	2	1	e_1	3
R_2	2	2	2	e_2	5
R_3	3	2	1	e_3	4

Soll nun eine bestimmte **Anzahl an Endprodukten e_j hergestellt werden**, wird der Bedarf an Rohstoffen durch Multiplikation der Bedarfsmatrix A mit dem Vektor der Endprodukte ermittelt.

$$r = A * e$$

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 10 + 4 \\ 6 + 10 + 8 \\ 9 + 10 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 24 \\ 23 \end{bmatrix} \begin{matrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{matrix}$$

wie vektoren rechnung oder mit falkschem schema

excel summenprodukt

Liegen die Preisvektoren p_e für die Endprodukte (Erlöse) und p_r für die Rohstoffe (Kosten) vor, kann der Gewinn ermittelt werden.

$$p_e = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix} \quad p_r = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$G = \text{Erlöse} - \text{Kosten} = p_e^T * e - p_r^T * r \quad \text{eins muss transponiert werden}$$

$$G = [10 \quad 20 \quad 30] * \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} - [2 \quad 3 \quad 4] * \begin{bmatrix} 17 \\ 24 \\ 23 \end{bmatrix}$$

$$G = \overset{\text{E}}{250} - \overset{\text{K}}{198} = 52$$

Mehrstufige lineare Produktionsprozesse

Bedarfsermittlung von Rohstoffen

Mittels der Rohstoffe R_1, R_2 und R_3 werden die Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 hergestellt.

Nachfolgende Tabelle stellt die benötigten Einheiten von R_i dar, die jeweils zur Herstellung einer Einheit Z_j benötigt werden. Aus diesen Zwischenprodukten werden im 2. Schritt die Endprodukte E_1 und E_2 hergestellt.

für z_1 braucht man
2 R_1 ; 3 R_2 ; 4 R_3

A	Z_1	Z_2	Z_3	B	E_1	E_2	Anzahl Endprodukte	
R_1	2	1	1	Z_1	6	2	e_1	3
R_2	3	3	4	Z_2	4	1	e_2	4
R_3	4	5	2	Z_3	3	7		

Soll nun eine bestimmte Anzahl an Endprodukten e_j hergestellt werden, wird der Bedarf an Rohstoffen durch Multiplikation der Bedarfsmatrix A und der Bedarfsmatrix B der Zwischenprodukte mit dem Vektor der Endprodukte ermittelt.

$$r = A * B * e \quad \text{spalten a = zeilen b und spalten ergebnis ist gleich zeilen c}$$

$$r = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 105 \\ 274 \\ 258 \end{bmatrix}$$

Liegen die Preisvektoren p_e für die Endprodukte (Erlöse) und p_r für die Rohstoffe (Kosten) vor, kann der Gewinn ermittelt werden.

$$p_e = \begin{bmatrix} 200 \\ 250 \end{bmatrix} \quad p_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$G = \text{Erlöse} - \text{Kosten} = p_e^T * e - p_r^T * r$$

$$G = [200 \quad 250] * \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - [1 \quad 2 \quad 3] * \begin{bmatrix} 105 \\ 274 \\ 258 \end{bmatrix}$$

$$G = 1600 - 1427 = 173$$

Mehrstufige lineare Produktionsprozesse mit 2 Produktionssträngen

Bedarfsermittlung von Rohstoffen

Mittels der Rohstoffe R_1 , R_2 und R_3 werden die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 hergestellt. Nachfolgende Tabelle stellt die benötigten Einheiten von R_i dar, die jeweils zur Herstellung einer Einheit Z_j benötigt werden. Aus diesen Zwischenprodukten werden im 2. Schritt die Endprodukte E_1 und E_2 hergestellt. Außerdem werden die Rohstoffe nicht nur zur Herstellung der Zwischenprodukte benötigt, sondern auch direkt zur Herstellung der Endprodukte.

C	E_1	E_2
R_1	2	0
R_2	1	3
R_3	4	6

Der Bedarf an Rohstoffen wird nun wie folgt berechnet

$$r = (A * B + C) * e = A * B * e + C * e \quad \text{brauchen Rohstoffe später nochmal}$$

$$r = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 105 \\ 274 \\ 258 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 111 \\ 289 \\ 294 \end{bmatrix}$$

Liegen die Preisvektoren p_e für die Endprodukte (Erlöse) und p_r für die Rohstoffe (Kosten) vor, kann der Gewinn ermittelt werden.

$$p_e = \begin{bmatrix} 200 \\ 250 \end{bmatrix} \qquad p_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$G = \text{Erlöse} - \text{Kosten} = p_e^T * e - p_r^T * r$$

$$G = [200 \quad 250] * \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - [1 \quad 2 \quad 3] * \begin{bmatrix} 111 \\ 289 \\ 294 \end{bmatrix}$$

$$G = 1600 - 1571 = 29$$

Quelle: „Wirtschaftsmathematik für das Bachelor-Studium“, Thomas Christiaans, Matthias Ross