3. Finanzmathematik

Ergänzung: Finanzmathematik

Rentenrechnung: Sparkassenformel

Kapitalverzehr: Höhe der möglichen Renten **R** bzw Anzahl **n** der möglichen Entnahmen

$$K_n = 0 = K_0 \cdot q^n - R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$0 = K_0 \cdot q^n - R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$n = \frac{\ln\left[\frac{R}{R - K_0 \cdot (q-1)}\right]}{\ln q}$$

Sollte die Höhe der jährlichen Zinsen $\boldsymbol{K_0 \cdot i}$ **größer** sein als die Höhe der jährlichen Entnahmen $\boldsymbol{R}$, so erfolgt kein Kapitalverzehr und die Formel ist demzufolge nicht anwendbar!

In der Regel ist **n keine ganze Zahl**. Wenn z.B. n = 11,53 dann kann man 11 **volle** Renten entnehmen und eine entsprechend geringere **Schlußrente** (0,53*R), die den Kontostand auf **Null** bringt!

Tilgungsrechnung

Konstante Annuität mit jährlich nachschüssigen Raten $\Rightarrow$ Variable jährliche Tilgung !

$$\boldsymbol{T_k = A - Z_k}$$

Wichtige Formeln für Annuitätendarlehen mit Laufzeit n! formeln sind gegeben

Annuität:

$$A = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot i}{q^n - 1} = K_0 \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n - 1}$$

Tilgung am Ende des Jahres k:

$$T_k = A \cdot q^{k-1-n} = (A - K_0 \cdot i) \cdot q^{k-1}$$

Zinsen am Ende des Jahres k:

$$Z_k = A \cdot \left(1 - q^{k-1-n}\right) = A - T_k$$

n = Gesamtlaufzeit
k = bestimmtes Jahr

Restschuld am Ende des Jahres k:

$$R_k = K_0 \cdot \frac{q^n - q^k}{q^n - 1} = \frac{Z_k}{i} - T_k = \frac{Z_{k+1}}{i}$$

z.B. Restschuld im Jahr 4

Laufzeit n:

"wie lange müsste ich bei bestimmten Zinssatz zahlen"

$$n = \frac{\ln\left(\frac{A}{A - K_0 \cdot i}\right)}{\ln q}$$